HEVELIUS

Handbuch für Freunde der Astronomie und kosmischen Physik

In Verbindung mit:

FRIEDRICH ALBRECHT – FRIEDRICH BECKER
THEOBALD EPSTEIN – PHILIPP FAUTH – JOH.
HELLERICH – CUNO HOFFMEISTER – CHRIST.
JENSEN – OTTO KNOPF – HANS KOLBOW – MART.
LINDOW – HEINR. OSTHOFF – ERNST SCHULTZ

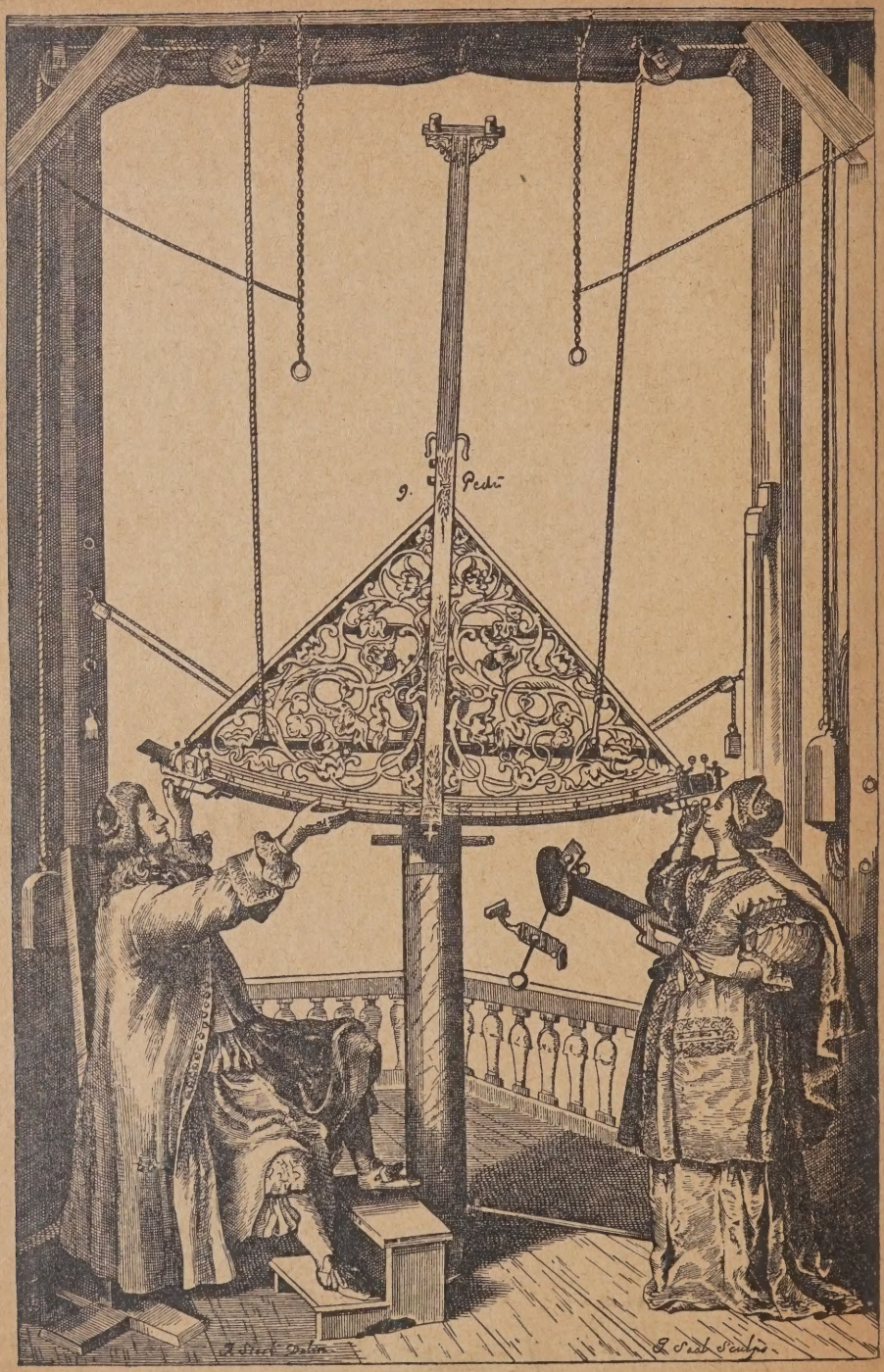
herausgegeben von

JOSEPH PLASSMANN

Mit vielen Abbildungen.

UNIVERSITY
OF
TORONTO
LIBRARY

BERLIN 1922
FERD. DÜMMLERS VERLAGSBUCHHANDLUNG



Johannes Hevelius und seine Gattin beobachten gemeinsam am zweiteiligen Messing-Octanten. 1659. *(Nach J. Hevelius, Machina coelestis.)*

Astron
P

HEVELIUS

Handbuch für Freunde der Astronomie und kosmischen Physik

LIBRARY OF THE UNIVERSITY OF ILLINOIS

In Verbindung mit

Friedrich Albrecht,
Friedrich Becker, Theobald Epstein,
Philipp Fauth, Johannes Hellerich, Cuno Hoffmeister,
Christian Jensen, Otto Knopf, Hans Kolbow,
Martin Lindow, Heinrich Osthoff
und Ernst Schultz

herausgegeben von

JOSEPH PLASSMANN

Mit vielen Abbildungen

186568
11. 1. 24.

BERLIN 1922

FERD. DÜMMLERS VERLAGSBUCHHANDLUNG

Germany

186568
11.1.24.

Druck von Oscar Brandstetter in Leipzig.

Vorwort.

Der Plan zur Herausgabe des vorliegenden Buches ist dem Verleger und dem Herausgeber bei ihrer gemeinsamen Tätigkeit in Angelegenheiten der *Vereinigung von Freunden der Astronomie und kosmischen Physik* gekommen. Populärer Astronomien hat die deutsche Literatur jetzt eine große Anzahl und es ist da, wo man sich nur über die Tatsachen unterrichten will, für jeden Standpunkt das richtige Werk unschwer auszuwählen. Anders steht es jedoch da, wo ernstere Mitarbeit am Werke der Wissenschaft beabsichtigt wird die gleichwohl keine streng fachmännische sein soll. Eine brauchbare Zusammenstellung des Wissenswerten fehlte hier noch, nicht nur für die astronomische sondern auch für die kosmophysikalische Forschung. Wir haben geglaubt uns zur Ausfüllung der Lücke an Männer wenden zu sollen, die teils als Didaktiker ihrer Fächer, teils als eifrige Forscher einen Namen besitzen, mit der Bitte in gemeinsamer Arbeit ein solches Werk zu schaffen.

Ἀγεωμέτρητος μηδεὶς εἰσίτω. Will man einen Liebhaber so weit bringen daß er selbständig und nach wohlerwogenem Plane arbeiten kann, so muß man ihm eine nicht zu geringe Summe von mathematischen Kenntnissen vermitteln. Die Anfangsgründe der höheren Analysis wurden einem Mathematiker übertragen, der seit längerer Zeit durch Neubearbeitung und selbständige Abfassung von Lehrbüchern und Aufgabensammlungen auf diesem Gebiete vorteilhaft bekannt, außerdem aber auch Astronom ist und sich gerade deshalb, namentlich auch in den Übungsbeispielen, auf die Bedürfnisse des Liebhabers der Sternkunde einstellen konnte. Die einfachen bestimmten Integrale bezeichnen hier wohl die Grenze des Notwendigen und Erreichbaren, wenn die gymnasiale Vorbildung vorausgesetzt werden darf. Ihre erste Anwendung erfahren die gewonnenen Schätze sofort in den Kapiteln, die der Ausgleichs- und Interpolationsrechnung gewidmet sind. Für sie, wie für den Abschnitt, der die erste Berechnung einer Kometenbahn lehrt, konnte der Leiter einer deutschen Sternwarte gewonnen werden. Weiter zu gehen und also etwa auch elliptische Bahnen zu berücksichtigen, wäre eine Überschreitung der Grenzen gewesen; hier wie auf den sonstigen Gebieten würde es uns freuen wenn der eine oder andere Benutzer bald über das Buch hinauswachsen und zu schwierigeren Werken greifen sollte.

Die Sonne ist von dem ehrwürdigen Nestor ihrer deutschen Beobachter behandelt worden; die von ihm erörterten Methoden der Ableitung ihrer Rotations-Elemente sind in der sonstigen Literatur selten zu finden. Für die Oberflächen des Mondes und der Planeten hat sich auch ein Bearbeiter gewinnen lassen, der von den reichsten eigenen Erfolgen auf diesem Gebiete

erzählen kann; dasselbe gilt von dem Verfasser des Abschnittes über die Sternfarben. Man wird finden, daß auch das Kometen-Kapitel einen über eigene Erfahrungen verfügenden Bearbeiter gefunden hat, daß der Autor des Abschnittes über die Doppelsterne mit Resultaten selbständiger Forschung und der Bearbeiter der Sternhaufen und Nebelflecke, dem noch einige andere Themata zugefallen sind, mit gründlicher Kenntnis der Literatur zu dienen in der Lage war.

Wiederum als Forscher und Lehrer mitten in der Sache stehend, konnte der Mann, dem es oblag, die lange vermißte Anleitung zu kosmophysikalischen Beobachtungen zu liefern, wohl alles berücksichtigen, was hier für den Benutzer, der nicht Fachmann im engsten Sinne ist, in Betracht kommt; und auch dem Fachmanne selbst wird die Zusammenstellung mit ihren vielen Literatur-Nachweisen willkommen sein. Die Bedeutung dieses Gebietes auch für die Praxis, vorab für die Hygiene, ist bekannt. Der Verfasser der Anleitung zum Beobachten und Berechnen der Sternschnuppen und Feuerkugeln konnte gleichfalls aus dem Vollen schöpfen, da er wohl in unserem Vaterlande derjenige ist, der die meisten Nachrichten über glänzende Erscheinungen solcher Art gesammelt und rechnerisch bearbeitet hat.

Hoffentlich wird auch das, was der Leiter der Beratungsstelle der obengenannten Vereinigung in instrumentalen Fragen über den Bau von Sternwarten, die Aufstellung der Rohre, die Behandlung der Uhren, die Optik, die astrophotographische Technik, die Zeitbestimmung und die elektrischen Einrichtungen auf Sternwarten zu sagen weiß, recht viel wissensdurstige Leser befriedigen. Die Zeitbestimmung durch Wellentelegraphie wurde aus dem Rahmen gelöst und einem gerade auf diesem Gebiete besonders erfahrenen Herrn übertragen. So wurde auch das Tierkreislicht von der kosmischen Physik abgezweigt und dem Herausgeber vorbehalten, da, von theoretischen Fragen abzusehen, seine Beobachtung wohl im ganzen mehr dem Astronomen liegt als dem Geophysiker. Wie sich auch noch in unserem Zeitalter der Liebhaber um die Milchstraße verdient machen kann, ist gleichfalls vom Herausgeber gesagt worden, dem ferner die Besprechung der veränderlichen Sterne zugefallen ist. Endlich hat der Bearbeiter der Sternhaufen und Nebel auch die theoretische Seite der Astrospektroskopie sowie die Bedeckungen und Finsternisse übernommen.

Wenn ein encyklopädisches Werk unter so viele Federn verteilt worden ist, kann es sich nicht wie das Buch eines einzelnen Mannes als aus einem Gusse entstanden darstellen. Zunächst bringen es die Äußerlichkeiten der Entstehung in den meisten Fällen, und so auch in diesem, mit sich, daß eine systematische oder methodische Gliederung nicht zustande kommt. Wer das für einen zu schweren Mißstand hält, müßte z. B. auch alle irgendwie lexikographisch aufgebauten Bücher verwerfen. Immerhin konnten die zwei Verfasser der vier ersten, die stärkste mathematische Färbung zeigenden Abschnitte so viel Fühlung miteinander nehmen, daß ein planmäßiges Durcharbeiten dieser Abschnitte nützlich erscheinen wird. Vor- und Rückverweisungen auf andere Abschnitte wird man übrigens an manchen Stellen des Buches antreffen, wie denn auch das Sach-

register reichhaltig genug sein wird, um das schnelle Auffinden des Wesentlichen zu erleichtern. Auch wird man in dem Buche ziemlich viel Literatur angegeben finden.

Kleine Abweichungen in den Angaben der einzelnen Mitarbeiter lassen sich gleichfalls in solchen Werken nicht ganz vermeiden. Indem wir uns der Hoffnung hingeben, daß doch im allgemeinen eine gleiche Färbung herausgekommen ist, sei bezüglich zweier Dinge noch etwas angemerkt. Über gewisse theoretische Fragen, die die einzelnen Gegenstände der Beobachtung betreffen, haben sich wohl, wie die übrigen Gelehrten, so auch die Beobachter gerade dieser Gegenstände ihre bestimmte Meinung gebildet. Wir waren der Ansicht, daß wir sie solche Meinungen auch da kurz dürften aussprechen lassen, wo sie möglicherweise nicht von allen Lesern geteilt werden.

Das Zweite ist, daß wir uns der Unterschiede wohl bewußt sind, die zwischen den ausführlichen Ratschlägen des Sternwarten-Abschnittes einerseits, andererseits den von uns in dem einleitenden Kapitel erteilten Winken bestehen. In jenem Abschnitte, dem Niederschlag reicher technischer Erfahrung, wird zwar nicht zu sehr wohlhabenden, aber doch zu einigermaßen gutgestellten Liebhabern geredet, während es uns reizte, auch einmal mit einfachsten Verhältnissen zu rechnen, wie wir selbst unter solchen ein Menschenalter hindurch beobachtet haben. Vielleicht hat das auch auf den Aufsatz über die veränderlichen Sterne abgefärbt, wo vorzugsweise an die dem schwach bewaffneten Auge bequem zugänglichen Objekte gedacht wurde.

Die Verlagshandlung ist trotz der schwierigen Verhältnisse auf alle Wünsche der zahlreichen Autoren gern eingegangen und hat sich überhaupt um die Ausstattung des Werkes sehr verdient gemacht.

Wir glaubten, das Buch mit dem Namen und Bildnisse des wackeren deutschen Mannes zieren zu dürfen, der vor fast dreihundert Jahren durch sorgfältige liebevolle Kleinarbeit dem astronomischen Liebhabertum die hohe Achtung der Fachleute abgerungen hat. Möchte es im Sinne der Wirksamkeit eines *Johann Höwelcke* recht viele Freunde der Wissenschaft sammeln, daß sie mitarbeiten an der Entschleierung der Geheimnisse des Erdballs und des Weltalls!

Münster 1922, Juni 30.

Der Herausgeber.

Inhaltsübersicht und Verzeichnis der Abbildungen.

Zur Einführung. Vom Herausgeber 1
Rechentafeln und Ephemeriden, Sternverzeichnisse, Himmels- und Erdkarten. Vom Herausgeber 13
Anfangsgründe der höheren Analysis. Von M. Lindow in Münster.
I. Funktionen und Gleichungen.
1. Funktionen 29
Fig. 1. Darstellung des Verlaufes einer Funktion in rechtwinkeligen Koordinaten 31
Fig. 2. Darstellung des Verlaufes einer Funktion in Polarkoordinaten 32
Fig. 3. Zur Ableitung der allgemeinen Kegelschnitts-Gleichung 32
2. Gleichungen mit einer Unbekannten 32
Fig. 4—6. Erläuterung des Iterationsverfahrens 35
3. Gleichungen mit mehreren Unbekannten. Determinanten 36
II. Differentialrechnung.
1. Einleitung und Grundbegriffe 42
Fig. 7—9. Zur Begriffsbestimmung des Differentialquotienten . 42
2. Differentiation von $y = a x^n$, wenn n positiv und ganzzahlig ist . . 43
3. Differentiation von Summen und Differenzen, Produkten und Quotienten 44
4. Allgemeine Differentiationsregeln 46
5. Die trigonometrischen Funktionen 49
Fig. 10. Anschaulichkeitsbeweis dafür, daß x der Grenzwert von $\sin x$ ist 49
6. Cyklometrische Funktionen. 51
7. Exponential- und logarithmische Funktionen. 52
8. Anwendungen der Differentialrechnung auf die Geometrie. Maxima und Minima 55
Fig. 11. Maxima und Minima in rechtwinkeligen Koordinaten 56
Fig. 12. Anwendnng der Polarkoordinaten 57
9. Anwendung der Differentialrechnung auf die Entwicklung der Funktionen 57
10. Anwendung der Differentialrechnung zum Auflösen der Gleichungen 61
III. Integralrechnung.
1. Einleitung und Grundformeln 62
2. Integration von Summen, Differenzen und Produkten 63
3. Einführung einer neuen Veränderlichen 65
4. Die partielle Integration 66
5. Bestimmte Integrale 67
Fig. 13. Geometrische Erklärung des bestimmten Integrals . . . 67
Fig. 14. Bestimmte Integrale in Polarkoordinaten (Jahreszeiten). 69
Ausgleichsrechnung. Von O. Knopf in Jena.
§ 1. Die Aufgabe der Ausgleichsrechnung 70
§ 2. Einteilung der Fehler 70
§ 3. Das arithmetische Mittel als wahrscheinlichster Wert 71

§ 4. Beziehung zwischen dem arithmetischen Mittel und der Summe der Fehlerquadrate 72
§ 5. Eigenschaften der zufälligen Fehler 73
§ 6. Das Gesetz der Fehlerverteilung 75
§ 7. Beweis, daß $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-t^2} dt = \sqrt{\pi}$ 78
§ 8. Graphische Darstellung der Wahrscheinlichkeits-Funktion . . 80
Figur: Verlauf der Wahrscheinlichkeits-Funktion 81
§ 9. Das Wahrscheinlichkeits-Integral 82
§ 10. Das Maß der Genauigkeit 83
§ 11. Der wahrscheinliche, der durchschnittliche und der mittlere Fehler 85
§ 12. Der mittlere Fehler, abgeleitet aus den Abweichungen vom arithmetischen Mittel 88
§ 13. Der mittlere Fehler der Summe mehrerer gemessener Größen und der mittlere Fehler des arithmetischen Mittels 90
§ 14. Das Gewicht der Messungen 92
§ 15. Der mittlere Fehler einer Messung vom Gewichte p und der mittlere Fehler des allgemeinen Mittels 93
§ 16. Vermittelnde Beobachtungen 98
§ 17. Die Normalgleichungen 99
§ 18. Beobachtungsgleichungen von verschiedenen Gewichten . . . 101
§ 19. Das Gewicht der einzelnen Unbekannten 101
§ 20. Der mittlere Fehler einer Messung vom Gewichte Eins 105
§ 21. Numerisches Beispiel.
Bestimmung der Unbekannten 108
Bestimmung der Gewichte 109
Berechnung der mittleren Fehler 111

Interpolationsrechnung. Von O. Knopf in Jena.
§ 1. Die Aufgabe der Interpolationsrechnung 113
§ 2. Die Newtonsche Interpolationsformel 115
§ 3. Identität der Koeffizienten der Newtonschen Interpolationsformel und der Binomial-Koeffizienten 120
§ 4. Die Gaußische Interpolationsformel 124
§ 5. Die Stirlingsche und die Besselsche Interpolationsformel . . 129
§ 6. Interpolation in die Mitte 130
§ 7. Darstellung der Differentialquotienten durch Differenzwerte 133

Die Berechnung einer Kometenbahn. Von O. Knopf in Jena.
§ 1. Einleitung 136
§ 2. Die Bahnelemente 136
§ 3. Vorbereitende Rechnung 137
Fig. 1. Zur Umrechnung vom Äquator auf die Ekliptik 138
§ 4. Die Beziehung zwischen der wahren Anomalie und der seit dem Periheldurchgange verflossenen Zeit 139
§ 5. Die Eulersche Gleichung 140
§ 6. Die Enckesche Umformung der Eulerschen Gleichung 142
§ 7. Der Weg zur Bestimmung des geocentrischen Distanzen . . . 145
Fig. 2. Das Dreieck zwischen Sonne, Erde und Komet 145
Fig. 3. Heliocentrischer Erdort und geocentrischer Kometenort . 145
§ 8. Die Olberssche Gleichung 146
Fig. 4—7. Zur Olbersschen Gleichung . . . . . 147—148
§ 9. Die Gaußische Umformung der Olbersschen Methode 150
Fig. 8—9. Zur Gaussischen Umformung . . . . . 150—152

§ 10. Ableitung der Bahnelemente 152
Fig. 10. Breite und Argument der Breite 153
§ 11. Nachrechnung des zweiten Kometenortes 154
Tafel für M und v 156
Tafel für μ und η 157
Farben der Fixsterne. Von H. Osthoff in Cöln 158
Farbentafel 158
Tafel für Zenitabstand und Farbenvertiefung 165
Tafel für Farbe und Dunkelanpassung 166
Tafel für den Unterschied der Instrumente 170
Tafel für die Abhängigkeit von der Größe 171
Tafel für Farben und effektive Wellenlängen 173
Beobachtungen der Milchstraße. Vom Herausgeber 174
Tafel für die Neigung der Milchstraße gegen den Horizont . . 174
Beobachtungen des Tierkreislichtes. Vom Herausgeber 180
Tafel für die Neigung des Tierkreises gegen den Horizont . . 180
Figur: Neigung des Tierkreises gegen den Horizont 181
Beobachtung und Berechnung der Doppelsterne. Von J. Hellerich in Kiel 185
Tafel für Beobachtungen mit und ohne Prisma 187
Tafel für Fernrohröffnung, Vergrößerung und Doppelsterne . 188
Farbentafel nach *Osthoff* 188
Tafel für den Doppelstern *61 Cygni* 189
Tafel für Spektraltypen und Doppelstern-Anzahl 194
Tafeln für Helligkeits- und Farbenunterschiede 194. 195
Tafel für Farben und Eigenbewegungen 195
Tafel für Umlaufszeiten und Exzentricitäten 196
Tafel für die Verteilung nach Spektralklassen 200
Tafel für die Anordnung der Umlaufszeiten 200
Tafeln für Excentrizitäten, Umlaufszeiten, Sternzahlen und Spektraltypen 201
Die Beobachtung der Kometen. Von Fr. Albrecht in Riesenburg.
Allgemeines 206
Das Aufsuchen neuer Kometen 207
Die Ortsbestimmung der Kometen 209
Fig. 1. Ortsbestimmung mit dem Differenzen-Mikrometer . . . 210
Die Gestalt der Kometen 211
Lichtausströmungen 212
Fig. 2. Lichtausströmung aus dem Halleyschen Kometen 1910 . 213
Der Schweif der Kometen 214
Fig. 3. Wellenform des Schweifes 215
Anormale Schweife 217
Wechsel im Aussehen der Kometen 218
Photographie der Kometen 218
Fig. 4. Ein Komet mit Schweifen aller 3 Arten 219
Helligkeit der Kometen 220
Durchsichtigkeit und Refraktion der Kometen 223
Farbe der Kometen 224
Spektrum der Kometen 226
Die Beobachtung der Sternschnuppen und Feuerkugeln und die Berechnung ihrer Bahnen. Von C. Hoffmeister in Sonneberg.
Allgemeines über die Beobachtung 228
1. Zählung der Sternschnuppen 230
Tafel für den Aufgang des Apex 231
2. Eintragung der Meteorbahnen in Sternkarten 233
3. Vereinigung von Zählungen und Einzeichnung der Bahnen 235

4. Gleichzeitige Beobachtungen von verschiedenen Orten aus 236
5. Beobachtung von Feuerkugeln 236
Die Berechnung der Meteorbahnen 239
1. Die Bestimmungsstücke einer Meteorbahn 239
2. Bestimmung des Endpunktes aus 2 Beobachtungen 240
Fig. 1. Das Dreieck auf der Erdkugel zwischen den zwei Beobachtungsorten 241
Fig. 2 und 3. Die Beobachtungsorte und die Projektion des Endpunkts der Meteorbahn 241. 242
3. Ausgleichung einer größeren Anzahl von Beobachtungen des Endpunktes einer Meteorbahn 245
4. Bestimmung des scheinbaren Radianten aus 2 Beobachtungen 248
5. Bestimmung des Radianten aus zahlreichen Beobachtungen 249
6. Weitere Ermittelungen 251
Astrospektroskopie. Von Fr. Becker in Neubabelsberg.
Wellenbewegung des Lichtes 255
Brechung und Dispersion 256
Fig. 1. Einfalls- und Brechungswinkel 256
Fig. 2. Strahlengang im Prisma 257
Tafel der Brechungsindices für die Linie *D* und für verschiedene Gläser 258
Tafel der Dispersion für verschiedene Gläser 260
Fig. 3. Geradsichtiges Prisma 262
Fig. 4. Der Spiegelversuch von Fresnel 265
Beugung des Lichtes 266
Fig. 5. Entstehung des Beugungsbildes 266
Fig. 6. Wirkung des Beugungsgitters 267
Spektralanalyse 269
Fig. 7. Anomale Dispersion 272
Das Sonnenspektrum 272
Fig. 8. Die wichtigsten Sonnenlinien 273
Tafel der Wellenlängen im Sonnenspektrum 274
Das Fixsternlicht, spektroskopisch untersucht 276
Fig. 9. Visuelles Spektrum von α Orionis 276
Fig. 10. Visuelle Spektra vom 4. Typus)* 277
Einteilung der Spektra nach *Vogel* 277
Desgl. nach *Pickering* 279
Desgl. nach *Maury* 279
Desgl. nach *Cannon* 281
Mustersterne für die *Cannon*sche Einteilung 282
Tabellarische Zusammenfassung der Einteilungen der Spektra 283
Literatur zur Astrospektroskopie 284
Fig. 13—24. Photographische Aufnahmen von Sternspektren . . 285
Die Beobachtung der Sonne. Von Th. Epstein in Frankfurt am Main.
I. Die Sonnenflecke 286
Fig. 1. Gestalt eines Sonnenflecks in der Mitte und am Rande der Scheibe 287
Fig. 2 mit Tafel. Sonnenflecken und Erdmagnetismus 289
II. Die Rotationslage der Sonne 289
Fig. 3. Fleckenbahnen zu verschiedener Jahreszeit 290

*) Die Nummern 11 und 12 sind ausgefallen, da die Zählung während des Druckes geändert wurde.

Fig. 4. Wirkung der Perspektive auf die Fleckenbahnen 290
Fig. 5. Beziehung der Flecken auf den Äquator 291
Fig. 6. Desgl. auf das geocentrische Ekliptikalsystem 292
Fig. 7. Desgl. auf das heliocentrische System 292
Methode von *Cagnoli* 293
Methode von *Delambre* 296
Berechnung der Rotationselemente aus mehr als 3 Positionen . . 298
III. Rotationsdauer der Sonne 301
IV. Über das Wesen der Sonnenflecke 306
Der Mond. Von Ph. Fauth in Landstuhl. 312
Fig. 1. Phantasiebilder im Monde für das freie Auge 312
Fig. 2. Verteilung der Mondmaare nach Mädler und Franz . . . 313
Fig. 3. Beispiel einer modernen Mondkarte: Das Ringgebirge Gassendi usw. 325
Fig. 4. Mare serenitatis und tranquillitatis usw. 330
Fig. 5. Ringgebirge Aristoteles, Eudoxus, Archimedes und Plato usw. 331
Fig. 6. Dunkle Flecken im Ringgebirge Alphonsus 335
Fig. 7. Kärtchen der Harbinger Berge bei Aristarchus 335
Fig. 8. Das Innere des Ringgebirges Plato usw. 336
Fig. 9. Die Wallebene Plato bei Sonnenaufgang usw. 337
Tafel zur Bestimmung der Lage der Lichtgrenze auf dem Monde 338
Fig. 10. Schattenfigur eines größeren Mondberges usw. 339
Fig. 11. Der versunkene Ringwall Stadius usw. 340
Fig. 12. Wahre Gestalt des Mare Crisium usw. 342
Die Planeten. Von Ph. Fauth in Landstuhl.
Allgemeines 344
Fig. 1. Größen der verschiedenen Planeten im Vergleich zur Sonne usw. 345
Fig. 2. Merkur und Venus in beiden Elongationen usw. 345
Fig. 3. Scheinbare, wechselnde Größe von Merkur und Mars usw. 345
Fig. 4. Gestalten und scheinbare Größen der Venus usw. 346
Fig. 5. Gestalt und wechselnde Größe des Planeten Venus usw. . 346
Fig. 6. Jupiter-Nomenklatur 347
Fig. 7. Haupteinteilung von Ring und Kugel des Planeten Saturn 347
Fig. 8. Jupiter 1898 nach 24 Aufnahmen von Fauth 348
Venus und Merkur 349
Fig. 9. Merkur nach Schiaparelli, Venus nach Niesten 350
Jupiter 351
Fig. 10. Ansicht des Planeten Jupiter nach Fauth 350
Fig. 11. Zehn Zeichnungen des Jupiter am Medial-Fernrohr . . 353
Saturn 352
Fig. 12. Saturn ohne Ring usw. 352
Fig. 13. Wechselnde Gestalt und Lage des Saturnringes 352
Uranus und Neptun 352
Sternhaufen und Nebelflecke. Von Fr. Becker in Neubabelsberg.
Helligkeitsschätzungen 354
Einteilung 355
Katalogisierung und Nomenklatur 356
Verzeichnis 357
Die Sternwarte. Von H. Kolbow in Wien.
Der Beobachtungsplatz im Freien 362
Beobachtungen vom Fenster aus 363
Aufstellung mittlerer Fernrohre 364
Fig. 1. Dreifuß-Stativ von Heyde 364
Unterbringung größerer Rohre 365

Kleinere Sternwarten fester Bauart 367
Fig. 2. Etwas größere Sternwarte zu ebener Erde, Grundriß . . . 369
Fig. 3. Vereinfachte Sternwarten-Anlage, Grundriß 370
Kuppel und Spalt 371
Tafel der Spaltbreite 371
Fig. 4. Grundform des Drehdaches, Aufriß 372
Fig. 5. Andere Grundform des Drehdaches, Aufriß 373
Fig. 6. Führungsrollen, Aufriß 373
Fig. 7. Führungsrollen für Parallelverschiebung 374
Zubehör zur Sternwarte 375
Die Bücherei 377
Beispiele für fertige Privat-Sternwarten 380
Fig. 8. Sternwarte des Prof. Rosenberg in Tübingen 380
Fig. 9. Krügersche Sternwarte in Altenburg 381
Große Sternwarten 382
Fig. 10. Bau für das Hauptrohr der Hamburger Sternwarte in Bergedorf 382
Fig. 11. Lageplan der Sternwarte zu Neubabelsberg 383
Fig. 12. Das Hauptgebäude der Sternwarte zu Neubabelsberg . . 384
Fig. 13. Aufriß zweier Kuppeln zu Neubabelsberg 385
Fig. 14. Grundriß des Neubabelsberger Gebäudes für das Spiegelfernrohr 386
Fig. 15. Die Meridianbauten zu Neubabelsberg 387
Elektrische Einrichtungen auf Sternwarten. Von H. Kolbow in Wien.
Allgemeines 389
Fig. 1. Schema der kontinuierlichen Ladung 391
Tafel über Kerzenstärke, Spannung und Widerstand 39
Die Beleuchtung des Rohres 39
Stromwege zum Betriebe von Apparaten 392
Widerstände, Vorschaltwiderstände und Stromverbrauch in den einzelnen Stromkreisen 39
Fig. 2. Schalttafel für Hauptuhr, Relais und Chronographen . . 39
Fig. 3. Schaltungs-Schema nach Riefler 39
Fig. 4. Schaltungs-Schema nach Kolbow 395
Fig. 5. Rieflersche Schalttafel der Brüsseler Sternwarte 396
Fig. 6. Die alte elektrische Klingel als Relais 397
Widerstandstafel für reinen Kupferdraht 398
Widerstandstafel für einige oft benutzte Leiter 398
Instrumente und Methoden zur Zeitbestimmung. Von H. Kolbow in Wien.
Zeitbegriff 39
Uhrstand 39
Uhrgang 40
Das Sonnenlot 40
Das Hamburger Zeitsignal 40
Schema des Hamburger Zeitsignals 4
Das Passagen-Prisma 4
Fig. 1. Das Passagen-Prisma von Steinheil 4
Fig. 2 u. 3. Strahlengang im Passagen-Prisma 4
Das Chronodeik und die korrespondierenden Sonnenhöhen . . 4
Der Sonnenspiegel 4
Fig. 4. Der Sonnenspiegel nach H. Clemens und Carl Bamberg . 4
Das Passagen-Instrument 407
Fig. 5. Passagen-Instrument nach Heyde 407
Fig. 6. Desgl., mit gebrochenem Fernrohr 409
Photographisches Durchgangsrohr 4

Der Refraktor als Zeitbestimmungsinstrument 410
Instrumentalfehler des Passagen-Instruments 410
Literatur 412
Zeitbestimmung und Zeitvergleichung mit Hilfe der Wellentelegraphie. Von E. Schultz in Münster 413
Tafel der Funkencentralen und der Gebezeiten 413
Fig. 1. Schema des Pariser Zeitsignals. 414
Fig. 2. Schema des Nauener Zeitsignals 414
Fig. 3. Aufnahme-Apparat der Telefunken-Gesellschaft 415
Fig. 4. Schaltungs-Schema des Zeitsignal-Empfängers 416
Fig. 5. Luftdrahtanordnungen für Telefunken-Zeitsignal-Empfänger. 417
Fig. 6. Schaltungsplan einer Kathodenröhre 417
Fig. 7. Peil-Rahmenantennen-Empfänger der Telefunken-Gesellschaft. 418
Uhren. Von H. Kolbow in Wien.
Allgemeines 420
Die Taschenuhr 421
Die Pendeluhr 423
Das Chronometer 422
Zur Technik der Uhr 424
Fig. 1. Schnitt durch ein Rieflersches Nickelstahlpendel 428
Fig. 2. Schichtungspendel nach Riefler 429
Fig. 3. Luftdruck-Kompensation nach Riefler 430
Fig. 4. Graphische Darstellung der Acceleration, welche ein Zulagegewicht p dem Pendel in verschiedener Höhenlage erteilt 430
Fig. 5. Die Elektromagnete zur Ferneinstellung 431
Fig. 6. Elektrische Ferneinstellung der Uhr. 431
Fig. 7. Hemmung der Uhr nach Graham 432
Fig. 8. Freie Hemmung nach Riefler in Vorderansicht 433
Fig. 9. Dieselbe in Seitenansicht 434
Fig. 10. Freier Ankergang nach Strasser 436
Fig. 11. Schema des elektrischen Aufzuges 437
Fig. 12. Ansicht des elektrischen Aufzuges nach Entfernung des Zifferblattes 438
Fig. 13. Formen des Quecksilberkontaktes 439
Fig. 14. Schema des 2-Sekunden-Kontaktes nach Riefler 440
Fig. 15. Ansicht des 2-Sekunden-Kontaktes nach Riefler 440
Literatur 441
Photographische Instrumente und astrophotographische Arbeitsmethoden. Von H. Kolbow in Wien.
Allgemeines 442
Tafel für die Durchmesser der Beugungsringe 443
Die astrophotographischen Instrumente. Die Lochkamera . . 443
Tafel zur Berechnung der Lochkamera 444
Aufnahmen mit Brillengläsern 444
Aufnahme mit Fernrohr-Objektiven 445
Aufnahmen mit photographischen Objektiven 445
Fig. 1. Objektiv Astro-Petzval von Zeiss 445
Fig. 2. Objektiv Astro-Tessar von Zeiss 445
Astrographen 447
Fig. 3. Astrograph von Heyde 446
Abgekürztes Fernrohr 447
Fig. 4. Schnitt durch das abgekürzte Fernrohr 447
Fig. 5. Photographisches Sonnenbild nach Stephani 448

Entwicklung der Platten 448
Literatur 449
Beobachtungsinstrumente und Beobachtungsmethoden. Von H. Kolbow in Wien.
Das Auge 450
Das Maß der angularen Sehschärfe 450
Akkomodation 451
Der Sehwinkel des Auges 451
Die Montierung des Auges 451
Das Opernglas 451
Feldstecher und Prismenglas 452
Astronomische Fernrohre mit azimutaler Aufstellung 452
Objektivarten 452
Spiegel 452
Öffnungsverhältnisse 453
Die Okulare 453
Okular-Brennweiten und Vergrößerungen, Tafel 453
Positive Okulare 454
Fig. 1. Okular nach Ramsden 454
Fig. 2. Monocentrisches Okular 454
Fig. 3. Orthoskopisches Okular 454
Fig. 4. Achromatisches Okular 454
Monocentrisch 454
Orthoskopisch 454
Achromatisch 455
Aplanatisch 455
Fig. 5. Aplanatisches Okular 455
Okular-Mikroskop 455
Fig. 6. Okular-Mikroskop 455
Negative Okulare 455
Huyghens, Mittenzwey 455
Fig. 7. Okular nach Mittenzwey 456
Barlow-Linse 456
Fig. 8. Okular nach Kellner 456
Fig. 9. Barlow-Linse 456
Nutzbare Vergrößerungen 457
Astronomische Fernrohre mit parallaktischer Aufstellung . . 457
Schulfernrohre von *Merz* u. a. 457
Fig. 10. Schulfernrohr von Merz 458
Proben für Zweizöller, Tafel 458
Dreizölliges Fernrohr 459
Proben für Dreizöller, Tafel 459
Vierzölliges Fernrohr 460
Proben für Vierzöller, Tafel 460
Fig. 11. Refraktor von 110 mm Öffnung nach Zeiss 461
Fünfzöllige Fernrohre 460
Proben für Fünfzöller, Tafel 462
Spiegelfernrohre (Reflektoren) 462
Reflektor nach *Newton* 462
Reflektor nach *Cassegrain* 462
Fig. 12. Newtonscher Reflektor nach Merz 463
Medial-Fernrohre 463
Fig. 13. Strahlengang im Medial-Fernrohr 464
Justierung einer parallaktischen Aufstellung 464
Dosenlibelle 464
Methode von *Scheiner* 465

Methode von *Foerster* 465
Nebenapparate zu Okularen und Fernrohren 465
Blendgläser 465
Die Mikrometer 466
Ringmikrometer 466
Rhombenmikrometer 467
Lamellenmikrometer 467
Fig. 14. Lamellenmikrometer nach v. Hanffstengel 467
Fig. 15. Gesichtsfeld des Lamellenmikrometers 468
Fadenmikrometer 469
Spektroskope 469
Sternspektroskop nach *Zöllner* 469
Protuberanzen-Spektroskop nach *Merz* 469
Fig. 16. Protuberanzen-Spektroskop nach Merz 469
Protuberanzen-Spektroskop nach *Zeiss* 470
Fig. 17. Protuberanzen-Spektroskop nach Zeiss 470
Okulare usw. zur Beobachtung der Sonne 470
Sonnenprisma nach *Herschel* 470
Polarisations-Sonnenprisma nach *Colzi* und *Zeiss* 470
Fig. 18. Polarisations-Sonnenprisma 470
Polarisations-Helioskop 471
Centrierfernrohr 471
Fig. 19. Centrierfernrohr 471
Literatur 472

Praktische Optik und Einführung in die geometrische Optik. Von H. Kolbow in Wien.
Allgemeines 473
Der Schmelztiegel 473
Schmelzpunkte bekannter Stoffe, Tafel 474
Der Satz 474
Das Schmelzen und Rühren 475
Das Senken des Glases 475
Das Feinkühlen 475
Die Untersuchung des Glases 476
Das Gießen großer Scheiben 476
Das Schleifen und Polieren 477
Verschiedene Glasarten 477
Die chromatische Abweichung 479
Fig. 1. Schaubild der chromatischen Abweichung 480
Die sphärische Abweichung und die chromatische Differenz . 480
Verschiedene Arten von Objektiven 480
Fig. 2. Das E-Objektiv 480
Fig. 3. Das A-Objektiv 480
Fig. 4. Das B-Objektiv 481
Zwanglose Beiträge zur Fernrohrkunde aus der geometrischen Optik 481
Die Lochkamera als Lichtbildkammer für Sonnenaufnahmen 481
Berechnung des Durchmessers des Sonnenbildes usw. 482
Änderung des linearen Sonnendurchmessers, Tafel 482
Berechnung des einem Lichtwege in Glas entsprechenden Lichtweges in Luft 482
Berechnung des Gesichtsfeldes einer Hauptlinse 482
Berechnung eines abgekürzten Lichtbildfernrohres 483
Berechnung eines Spiegelfernrohres, Bauart *Cassegrain* 484
Zeichnerische Ermittelung der Blenden im Fernrohr 484
Fig. 5. Zeichnerische Ermittelung der Blenden im Fernrohr . . 485

Messung der Brennweite eines Objektives 485
Fig. 6. Messung der Brennweite eines Objektivs 486
Literatur 486
Finsternisse und Bedeckungen. Von Fr. Becker in Neubabelsberg.
Allgemeines 487
Mondfinsternisse 487
Breite des Erdschattenkegels 487
Fig. 1. Verlauf der Mondfinsternis, sphärisch betrachtet 488
Fig. 2. Desgl., räumlich betrachtet 488
Bedingungen der Mondfinsternis 488
Beobachtung der Mondfinsternis 489
Sonnenfinsternisse 490
Bedingungen der Sonnenfinsternis 490
Höchstdauer 490
Beobachtung der Sonnenfinsternis 490
Periodische Wiederkehr der Finsternisse 492
Vorausbestimmung der Mondfinsternisse 492
Fig. 3. Zeichnerische Darstellung des Verlaufes einer Mondfinsternis 493
Vorausberechnung der Sonnenfinsternisse 494
Fig. 4. Zeichnerische Darstellung des Verlaufes einer Sonnenfinsternis 496
Sternbedeckungen 496
Planetendurchgänge 497
Literaturangaben 497
Beobachtung der veränderlichen Sterne. Vom Herausgeber.
Allgemeines 499
Instrumente 499
Polarisations-Photometer 500
Rauchkeil-Photometer 500
Photoelektrische Vorrichtungen 501
Größenklassen der Sterne 501
Umrechnung der Größenunterschiede auf die Verhältnisse der Lichtstärken, Tafel 502
Normalsterne der helleren Größenklassen, Tafel 503
Methode der Stufenschätzung 503
Skala der Vergleichssterne 505
Lichtkurve 505
Elemente des Lichtwechsels 505
Dezimal-Schätzung 508
Berechnung der Helligkeit von Sternpaaren, Tafel 508
Angaben für Luftzustand usw., Tafel 509
Parallaktischer Fehler 511
Beobachtung der Algolsterne 512
Neue Sterne (*Novae*) 513
Fig. 1. Lichtwechsel der Nova Persei im Frühjahr 1901 513
Uranus und die kleinen Planeten 514
Atlanten, Ephemeriden, Präzession 514
Reduktion auf die Sonne (Lichtgleichung) 514
Nomenklatur der Veränderlichen 516
Einteilung der Veränderlichen 516
Fig. 2. Lichtwechsel von U Geminorum: Kurzes Maximum . . . 517
Fig. 3. Desgl.: Langes Maximum 517
Fig. 4. Maximum von Mira Ceti 517
Fig. 5. Minimum von Mira Ceti 517
Fig. 6. Lichtkurve von δ Cephei 518

Fig. 7. Lichtkurve von η Aquilae 518
Fig. 8. Lichtkurve von ST Ophiuchi 518
Fig. 9. Lichtkurve von ζ Geminorum 518
Fig. 10. Lichtkurve des Algol (β Persei) 519
Fig. 11. Das Algol-Paar 519
Fig. 12. Lichtkurve von β Lyrae 519
Fig. 13. Das Sternpaar β Lyrae in seiner Bahnebene 519
Stufenschätzung auf der photographischen Platte 520
Julianische Ära 520
Schaltjahranfänge 1904—1948, Tafel 520
Tageszählung von Schaltjahr zu Schaltjahr, Tafel 521
Ungleichheiten, quadratische Glieder 521
Ungleichheiten, periodische Glieder 522
Empirische Verbesserungen 523
Verzeichnis hellerer veränderlicher Sterne 524
Erläuterungen 526

Geophysik. Von Chr. Jensen in Hamburg. 528
1. Die atmosphärisch-optischen Erscheinungen mit besonderer Berücksichtigung der atmosphärischen Polarisation und damit verwandter Phänomene.
Beobachtungen der atmosphärischen Polarisation 529
Fig. 1. Der Sonnenvertikal mit den zwei nach Arago und Babinet benannten neutr. Punkten 531
Fig. 2. Die Lage der Polarisationsebene in der Umgebung der Sonne nach Fr. Busch 535
Fig. 3. Der durchschnittliche Tagesgang der Abstände der neutr. Punkte usw. 1909—1911 nach Jensen 540
Fig. 4. Desgl. für 1912—1914 nach Jensen 541
Helligkeitsverteilung am Himmel (damit zusammenhängend Gestalt des Himmelsgewölbes) und Beleuchtung durch Sonne und Himmel 548
Schwächung der Sonnenstrahlen durch die Atmosphäre 554
Fig. 5. Energiekurve des Sonnenspektrums, Teil von 0,4 μ bis 1,8 μ usw. 556
Fig. 6. Schwankungen der Intensität der Sonnenstrahlung und der Polarisationsgröße 1912—13 nach Kimball 558
Fig. 7. Ergebnis der Messung der direkten Sonnenstrahlung 1883 bis 1909 nach Kimball 559
Die Dämmerungs-Phänomene und verwandte Erscheinungen . . . 562
Fig. 8. Schematische Darstellung des Purpurlichtbogens 567
Fig. 9. Schematische Darstellung des Purpurlichtbogens nach weiterem Sinken der Sonne 568
Fig. 10. Schematische Darstellung der beim Durchgange der Sonnenstrahlen durch eine homogene trübende Schicht erzeugten Färbungen nach P. Gruner 572
Fig. 11. Zur Erklärung der dem Auge erscheinenden Entwicklung der Intensität des Purpurlichtes nach P. Gruner 572
Sonstige atmosphärisch-optische Phänomene (Refraktion, Lichtkränze usw.), Regenbogen, Halo-Phänomene 573
Fig. 12. Schematische Darstellung des Halo von 22° und von 46° Radius usw. 575
Fig. 13. Das am 20. Februar 1661 von Hevelius in Danzig beobachtete Halo-Phänomen 576
II. Einige der sonstigen wichtigsten geophysikalischen Erscheinungen 578

A. Einige der wichtigeren Gebiete der Geophysik im engeren Sinne 578
Polhöhenschwankung 578
Dichte der Erde und Massenverteilung 580
Beschaffenheit des Erdinnern 581
Gezeiten und Seiches 582
Fig. 14. Darstellung stehender Wellen nach Ebert 584
Eigenschaften des Wassers 585
Gletscher 588
Geomorphologie 588
B. Aerologie und Meteorologie 589
Fig. 15. Querschnitt durch die Atmosphäre nach A. Wegener . . . 591
Wasserdampf und Fremdkörper in der Atmosphäre 594
Tägliche Luftdruckschwankung 595
Fig. 16. Mittlerer täglicher Gang des Barometers nach J. v. Hann. 595
Kreislauf der Atmosphäre 597
Örtliche Verteilung der Wärme 598
Regenhäufigkeit 599
Unsichtbare Kondensationskerne 600
Wolken 602
Quecksilberthermometer 604
Barometer und Meteorograph 605
Größe und Form der Niederschläge 606
Wetterprognose 608
C. Radioaktivität, Luftelektrizität und durchdringende Strahlung . . 610
Fig. 17. Abhängigkeit des Ionisierungsstromes von der Spannung . 612
Fig. 18. Schema des Ebertschen Ionen-Aspirators 618
Gewitter 629
D. Polarlichter, Erdströme und Erdmagnetismus 632
Einige oft gebrauchte Formeln und Zahlen. Von H. Kolbow in Wien . . . 643
Anhang. Von H. Kolbow in Wien 646
Tafel zur Verwandlung eines Datums in Bruchteile des Jahres 646
Tafel zur Verwandlung von mittlerer Sonnenzeit in Sternenzeit . . . 647
Tafel zur Verwandlung von Sternzeit in mittlere Sonnenzeit 647
Tafel zur Bestimmung der mittleren Strahlenbrechung 648
Hilfstafel zur ersten Verbesserung der mittleren Strahlenbrechung . . 649
Hilfstafel zur zweiten Verbesserung der mittleren Strahlenbrechung . 650
Tafeln zur Berechnung der jährlichen Präzession 651
Tafel der Höhenparallaxe der Sonne 652
Tafel zur Berechnung der Sternhelligkeiten in verschiedenen Abständen . 652
Koordinaten von 54 Sternwarten 654
Einige Anhaltspunkte zur Auswahl der Objektive und Fernrohre nach astronomischen Objekten (Tafel) 655
Namenregister 657
Sachregister 662

Zur Einführung.

Die Beschäftigung mit dem gestirnten Himmel hat bei allen höherstehenden Völkern jederzeit für eine der vornehmsten Tätigkeiten des denkenden Menschen gegolten. Mit einer Art von scheuer Ehrfurcht betrachtet das ungekünstelte Empfinden des Kindes, der schlichten Volksleute den einsamen Mann, der, berufsmäßig auf hoher Warte nach den Gestirnen spähend, die Geheimnisse des Weltalls erforscht. Dabei hat es aber auch zu allen Zeiten Leute gegeben, die den Himmel beobachteten, obgleich sie nicht durch ein Amt dazu verpflichtet waren, Liebhaber im schönsten Sinne dieses oft mißbrauchten Wortes. Und gerade die neuere Astronomie verdankt diesen ihren Freunden sehr wichtige Fortschritte. Hier stehen neben solchen, die, aus dem Liebhabertum hervorgegangen, sich zum Range von Fachleuten aufschwangen, wie den *Olbers*, *Herschel*, *Mädler*, zahlreiche andere, die sich durch folgerichtig durchgeführte Beobachtungsreihen ihr Lorbeerreis sicherten, wie ein *Beer*, ein *Schwabe*, ein *Weber*, ein *Stephani*; oder durch wenigstens einige merkwürdige Entdeckungen, wie *Palitzsch* oder *Brorsen*. Es schließt sich das gewaltige Heer der Himmelsfreunde an, die als Beobachter für diesen oder jenen Stern immerhin in Betracht kommen, wenn auch vielleicht die eigene Befriedigung, die ihre Tätigkeit ihnen brachte, die Hauptsache war. Trotz aller Fortschritte der Himmelskunde, die den Abstand zwischen dem Meister und dem Anfänger mehr und mehr vergrößern, finden sich doch immer wieder berufene Fachleute, die den Goldschatz für das wissensdurstige Volk ausmünzen; und so ist gerade auch in unserem lieben, unglücklichen Vaterlande, insbesondere dank einer großzügigen Vereinstätigkeit, der Anteil an der Sternenwelt in den letzten Jahrzehnten mächtig gewachsen und wächst noch beständig. Was vor drei Menschenaltern *Uhland* sang: „Nicht an wenig stolze Namen ist die Liederkunst gebannt; ausgestreuet ist der Samen über alles deutsche Land" — können wir auf unsere Wissenschaft mit Recht übertragen.

Vielmehr auf unsere Wissenschaften. Wenn in alter Zeit nicht nur Kometen für atmosphärische Dünste gehalten wurden, sondern selbst die Milchstraße gelegentlich diesem Schicksale nicht entging, wenn unter beständigen Kämpfen sich die Physik der Erde nach und nach von der des Himmels geschieden hat, so wissen wir doch anderseits gerade auf ihrem heutigen Standpunkte, daß diese Scheidung keine ganz strenge sein kann, daß die kosmische Physik als Grenzgebiet zwischen der Erd- und Himmelskunde ihr Recht behalten wird. Gleich der Astronomie hat sie nun ein lebhaftes Interesse daran, möglichst

viele Mitbeobachter unter ihre Fahnen zu sammeln. Es ist verhältnismäßig leicht, auf beiden Wissensgebieten mitzuarbeiten, da die Methoden nicht sehr verschieden sind, und da die eigentliche Astronomie beständig auf Fragen stößt, die ihr durch den Zustand des irdischen Luftmeeres vorgelegt werden, während die Kosmosphysik und die ihr nahe verwandte optische Meteorologie bezüglich des Zeitbegriffes wie der Ortsbestimmung am Himmel fortwährend auf die Hilfe ihrer älteren Schwester angewiesen ist.

Aus diesen Gedanken ist in den Pfingsttagen des Jahres 1891 die *Vereinigung von Freunden der Astronomie und kosmischen Physik* (*V. A. P.*) entstanden, die fast seit einem Menschenalter durch Beobachtungsratschläge und andere sachgemäße Belehrungen ihre Mitglieder zu fördern gesucht hat. In dem vorliegenden Buche soll das Wichtigste für den ernsteren Himmelsfreund zum Handgebrauche zusammengestellt werden.

Für den ernsteren, sagen wir. Wer nur nippen und naschen will, mag sich in einem populären Buche, dessen Verfasser sich selbst die Sache nicht zu schwer gemacht, an Riesenzahlen und phantastischen Schilderungen berauschen, auch wohl gelegentlich durch ein Fernrohr sehen. Unsere Leserschaft soll sich aus Leuten zusammensetzen, die jeder wenigstens eine Erscheinungsreihe dauernd verfolgen wollen, mit Nutzen nicht nur für sich, sondern auch für die Wissenschaft.

Auf dem Gebiete der Berufsauslese ist neuestens unter dem Namen des Taylorismus ein System aufgekommen, das für jede der zahlreichen Arbeitsstätten einer hochentwickelten Industrie den geeigneten Mann auszusuchen trachtet, um die höchste mögliche Leistung zu erzielen. Es ist dem System vorgeworfen worden, daß es das persönliche Glück des Arbeiters außer acht lasse. Dem sei, wie ihm wolle, wir sind in angenehmerer Lage. Wer sich nach gewissenhafter Prüfung seiner Anlagen und Lebensumstände für die Förderung eines bestimmten Zweiges der Himmelskunde — im weiteren Sinne — entschieden hat, wird allemal finden, daß mit dem Nutzen, den seine Mitarbeit der Sache brachte, sein eigenes Glücksgefühl sich gesteigert hat; er wird der Wissenschaft danken, daß sie ihm Gelegenheit gibt, sie zur Dankbarkeit zu verpflichten.

Die Frage, ob und wie jemand geeignet sei, sich in diesem Sinne als Freund der Astronomie und kosmischen Physik zu betätigen, führt auf Einzelfragen, die sich auf seine Verstandes- und Willensanlage, die Höhe der von ihm bereits erklommenen Bildungsstufe wie auf seine äußeren Verhältnisse beziehen.

Während für die Tätigkeit als Berufsastronom die Beherrschung der höheren Mathematik und der theoretischen Physik selbstverständliche Voraussetzung ist, können wir uns für unsere Zwecke zunächst mit einem merklich geringeren Maße von mathematischem Wissen begnügen, das allerdings doch z. B. über das von den Absolventen unserer höheren Schulen (in Süddeutschland Mittelschulen) Geforderte ein wenig hinausgeht. Unser Buch wird darum die Elemente der höheren Mathematik in solchem Umfange behandeln, daß der Leser, dem sie bis dahin vielleicht fremd waren, wenigstens mit den Begriffen, deren Kenntnis für die Beobachtertätigkeit erwünscht ist, einigermaßen ver-

traut wird. Über die Kunst des Rechnens wird auch etwas gesagt werden. In der theoretischen Astronomie soll so weit gegangen werden, daß die selbständige Berechnung erster parabolischer Elemente einer Kometenbahn möglich ist. Es sei bei dieser Gelegenheit bemerkt, daß die rein astronomischen Grundbegriffe vorausgesetzt werden, vor allem also die tägliche Drehung des Himmels, die wirklichen und scheinbaren Eigenbewegungen des Mondes, der Sonne und der Planeten und die Deutung all dieser Dinge durch das heliocentrische Weltsystem, auch das Wichtigste über die Gestalt der Erde. Es gibt genug Bücher, die, sich jedem Bildungsstandpunkte anpassend, in diese Begriffswelt einführen.

Von der Physik kommt außer der Mechanik hauptsächlich die Optik in Betracht, der zwei Kapitel gewidmet sind, das eine der geometrischen, das andere der praktischen Optik. Was sonst aus diesem Gebiete zu wissen ist, wird an Ort und Stelle besprochen, z. B. bei der Polarisation des Tageslichtes der Begriff der Polarisation überhaupt, der Begriff des Spektrums bei der Astrospektroskopie usw. Die Arbeit mit Hohlspiegeln sowie die mit photographischen Platten und Papieren setzt gewisse chemische Kenntnisse voraus, die gleichfalls da vermittelt werden sollen, wo es gerade nötig ist.

Eine ausgiebigere technische Bildung, als sie von unseren Schulen gegeben zu werden pflegt, ist dem Himmelsbeobachter sehr vonnöten. Das Fehlen von gründlichen Kenntnissen auf diesem Gebiete hat zur Folge, daß planlos Instrumente gekauft oder Anordnungen getroffen werden, mit denen man nachher nicht zufrieden ist, daß kostspieliges Gerät nicht ausgenutzt wird oder gar verdirbt. Es ist darum berechtigt, daß den technischen, also den baulichen und instrumentalen Fragen ein stattlicher Teil des Buches gewidmet ist.

Kenntnis des Wichtigsten aus der physischen Erdkunde hat der Beobachter nötig, um sich über das anderwärts erhaltene Material ein Urteil bilden zu können, da die klimatischen Bedingungen eines jeden Ortes von seiner Breite abhängen, außerdem aber, angesichts der Ungleichheiten, die von der Verteilung des Landes und Wassers sowie der Gebirge bewirkt werden, auch der Länge und der Seehöhe. Damit kommen wir von selbst auf die Frage, inwieweit der Himmelsfreund Meteorologe sein soll. Unbewußt anknüpfend an den alten geschichtlichen Zusammenhang der beiden Wissenschaften, verlangt das Volk auch heute noch halb scherzend, halb ernst von ihm die Vorausbestimmung des Wetters für seinen Beobachtungsort. An dieser Forderung ist zunächst richtig, daß der beobachtende Astronom in noch höherem Grade als der Ackerbauer und der Seemann, als der Spaziergänger und der Mann, bei dem er einkehrt, passiv an der Wetterfrage beteiligt ist: er muß das Wetter studieren, mag er wollen oder nicht, weil auch kleinere Störungen, die weder dem Landwirt die Ernte noch dem Gastwirt das Geschäft verderben, seinen Beobachtungen verhängnisvoll werden können. Das gilt besonders von dem so veränderlichen Wetter in Mitteleuropa. Für strengere Beobachtungen rein astronomischer Art kommt bekanntlich die Strahlenbrechung in Betracht, für jede Art von Himmelsbeobachtung die Wolken. Auf die Dämmerung kann selbst unter dem Gesichtskreise lagernder *Cumulus* einwirken; zartester *Cirrus*schleier kann eine Zeich-

nung des Tierkreislichtes oder die Helligkeitsschätzung an einem Veränderlichen vollständig verderben, während massiges, aber an einer Stelle aufgehäuftes Gewölk manchmal gar nicht schadet. Der geübte Beobachter achtet auf diese Dinge, weil er darauf achten muß, und fast von selbst kommt er auf prognostische Regeln, die, zunächst natürlich nur für seinen Wohnort geltend, ihm immerhin einen gewissen Anhalt zur Beantwortung der Frage geben, ob es Zweck hat, sich für den folgenden Morgen oder Abend noch auf das Beobachten einzurichten oder ob endgültig anders über die Zeit verfügt werden kann. Gegenüber den anderen vom Wetter besonders abhängigen Ständen hat er nun den großen Vorteil, daß ihn sein eigenes Handwerk zwingt, auch auf die feineren Unterschiede in der Himmelsansicht zu achten; außerdem ist er meistens mathematisch und physikalisch besser geschult. Ohne also behaupten zu wollen, daß der Astronom oder Kosmophysiker als solcher auch schon Wettermacher sei, darf man sagen, daß eine lange ausgeübte Beobachtungstätigkeit ihn mindestens befähigt, bei der Vorhersagung des örtlichen Wetters ein bedeutendes Wort mitzusprechen.

Das wichtigste Instrument jeder Beobachtung ist der Mensch selber mit seiner Sinnestätigkeit und seiner Perzeption. Der Beobachter wird dadurch auch zum Sinnesphysiologen und zum Psychologen. Daß ihm die Zusammensetzung besonders des Gesichts-, aber auch des Hörorgans in den großen Zügen geläufig sein soll, versteht sich. Er soll aber auch über die Güte der Beobachtungen, insbesondere der eigenen, soweit sie nicht mehr nur von den äußeren Umständen abhängt, ein Urteil fällen können, sich also mit den Begriffen des systematischen und des zufälligen Fehlers, der persönlichen Gleichung, der Reaktionsgeschwindigkeit usw. vertraut machen. Hat doch die seit einigen Jahrzehnten mächtig aufstrebende Wissenschaft der experimentalen Psychologie ihren geschichtlichen Ausgangspunkt gerade von den astronomischen Beobachtungen genommen, die ihr auch noch immer den wertvollsten Arbeitsstoff zuzuführen imstande sind. Eine systematische Einführung in dieses Wissensgebiet müssen wir uns, den Leser auf die leicht zugängliche Literatur*) hinweisend, versagen; was im einzelnen zu wissen nottut, wird an seiner Stelle gesagt werden.

Sprachkenntnisse sind zum Verfolgen der Fortschritte einer jeden Wissenschaft erwünscht, auch zur Ermöglichung eines Briefverkehrs mit ausländischen Fachgenossen. Man sollte wenigstens soviel Französisch und Englisch verstehen, um das in diesen Sprachen Geschriebene oder Gedruckte lesend verstehen zu können. Die Möglichkeit, sich selber fließend schriftlich oder gar mündlich in der fremden Sprache auszudrücken, bedeutet natürlich einen Vorteil, ist aber im ganzen entbehrlich, da man im allgemeinen beim Ausländer die oben gekennzeichnete Fähigkeit des bloßen Verstehens des Geschriebenen auch für das Deutsche voraussetzen darf oder vielmehr soll. Von den sonstigen neueren Sprachen wird besonders der Niederdeutsche leicht das Holländische und der mit dem Lateinischen und Französischen Vertraute auch das Italienische

*) Vergl. z. B. *Lipps, Grundriss der Psychophysik. Leipzig, Sammlung Göschen.*

lesen lernen. Die übrigen Sprachen kommen kaum in Betracht; unter den slawischen Völkern hat bis jetzt noch keines eine solche wissenschaftliche oder politische Stellung errungen, daß es sein Idiom für gleichberechtigt mit den mittel- und westeuropäischen erklären könnte. So sind die Gelehrten unter diesen Völkern gezwungen, in einer der Hauptsprachen zu schreiben. Die Skandinavier schreiben gern deutsch, und selbst die spanische Sprache, eine der verbreitetsten des Erdkreises, wird im wissenschaftlichen Verkehr häufig durch die französische ersetzt. Die künstlich gemachten sogenannten Weltsprachen kommen für uns nicht in Betracht. Wenn es auch richtig ist, daß man beim Studium der fremden Literatur des eigenen Faches ohne vollkommene Sprachkenntnis manches erraten kann, so stößt man doch anderseits, namentlich wo es sich mehr um Physikalisches, Technisches oder Chemisches handelt als um das rein Astronomische, hier und da auf ganze Nester von unbekannten oder in ungewohntem Sinne angewandten Wörtern. Besser als ein Taschenbüchlein, wie es zum Lesen der schönen Literatur hinreichen mag, ist dann doch ein etwas größeres Wörterbuch*). — Wer durch die Schule der Lateiner und Griechen gegangen ist, besitzt den großen Vorteil, besonders die Literatur der älteren Geschichte seiner Wissenschaft leichter verfolgen und außerdem sich bei den meisten technischen Ausdrücken eher etwas denken zu können.

Sind nun hiermit die Forderungen, welche an die wissenschaftliche Bildung und Bildungsfähigkeit des Beobachters gestellt werden müssen oder können, im ganzen aufgezählt, so gibt es eine Reihe von weiteren, die seine sonstige Persönlichkeit betreffen. Da ist zunächst zu verlangen, daß er eine leidlich feste Gesundheit habe. Die Beobachtungstätigkeit erfordert häufiges und längeres Stehen in Wind und Wetter, vieles Treppensteigen, gelegentlich das Opfer fast der ganzen Nachtruhe. Es ist also zu verlangen, daß der Beobachter, wenn er auch sonst der Stärkste nicht sein mag, doch von Herzen gesund und lungenfest sei. Neigung zu leichteren Erkrankungen der Atmungsorgane ist an sich nicht schlimm, wenn man nur auch die glückliche Gabe besitzt, die Anfälle allemal rasch zu überwinden. Eine gewisse Ausstattung mit wärmerer Kleidung für die kalte Jahreszeit ist nötig. Für den Schutz des Kopfes empfiehlt sich das alte Abzeichen des Astronomen, die hohe gestrickte wollene Mütze, die das Beobachten nicht hindert. Die sogenannte Rodelmütze, die allerdings, wenn sich der Scheitel stärker gelichtet hat, mit Seide oder einem ähnlichen Stoffe zu füttern wäre, ist dafür geeignet. Bei kaltem windigen Wetter leiden auch die Hände, besonders wenn man nicht unter einer Kuppel arbeiten kann und selbst dann noch, wenn Metall angefaßt werden muß. Es empfehlen sich dünne gestrickte Handschuhe, wovon man bei strengerer Kälte ein Ersatzpaar auf dem Heizkörper unter dem Kuppelraume vorwärmen kann.

Daß das Auge, des Astronomen meistgebrauchtes Werkzeug, nicht zu eigentlichen Erkrankungen neigen oder gar dauernd krank sein darf, versteht sich.

*) Für das Französische ist z. B. *Sachs-Villatte*, für das Englische *Muret-Sanders* zu empfehlen; beide von *G. Langenscheidt in Berlin* verlegt. Diese Bücher enthalten u. a. sehr genaue (auch gesondert erschienene) Angaben über Münzen, Maße und Gewichte; bei dem bekannten Zustande des englischen Systems besonders willkommen.

Anders ist es aber um die Dauerfehler der Sehwerkzeuge bestellt, die als Kurzsichtigkeit, Weitsichtigkeit, Übersichtigkeit, Anisometropie und Astigmatismus bekannt sind. Teils lassen sie sich schon durch geeignete Behandlung des Fernrohres, teils durch Brillen wettmachen. Farbenblindheit entzieht uns einen Teil der Himmelserscheinungen, zum Glück nur den kleineren, der, von den Sternfarben und den Oberflächen der Planeten abgesehen, fast ganz auf kosmophysikalischem Gebiete liegt. Überempfindlichkeit der Augen mahnt zur Vorsicht, bedeutet jedoch für gewisse Beobachtungen einen Nutzen. Dafür, daß selbst die Gebrechen der Einäugigkeit und des Schielens das Zustandekommen wertvoller Beobachtungen nicht hindern, gibt es achtungswerte Beispiele. Selbstverständlich hat in allen Zweifelsfällen der Arzt das Wort. Dem Ängstlichen darf aber gesagt werden, daß der Geist es ist, der sich seine Organe schafft, daß *Raphael* auch ohne Arme ein großer Künstler geworden wäre und daß eine in mäßigem Umfange betriebene teleskopische Tätigkeit einem fehlerhaften, aber sonst gesunden Auge eher nützen als schaden wird. Sicherlich gilt das auch von dem eigentlichen Ausschauen und Umherspähen am Himmel mit unbewaffnetem oder nur mit der geeigneten Brille versehenem Auge, das, von der damit verbundenen seelischen Erhebung abgesehen, auch eine höchst gesunde Übung für das Sehwerkzeug darstellt.

Nervosität ist mit ersprießlicher Beobachtungstätigkeit nicht recht verträglich; wer ihre Symptome an sich bemerkt, muß sich ernsthaft fragen, ob es sich empfiehlt, eine schöne und liebgewordene Beschäftigung, die sich aber als gefährlich erwiesen hat, fortzusetzen. Der gesunde rüstige Mann wird leicht über die Tage größerer Anstrengung hinwegkommen durch das Bewußtsein, daß er etwas leistet und daß bei der Veränderlichkeit des Wetters in unseren Gegenden die Ruhetage doch gewöhnlich nicht fern sind. — Daß wir die Frauen mit ihrem guten Farbensinn und ihrer Treue auch in scheinbaren Kleinigkeiten vom Beobachten nicht ausschließen wollen, braucht wohl nicht gesagt zu werden.

Der Glückliche, der, *procul negotiis*, von seinen Einkünften lebt und sich ganz der Wissenschaft hingeben kann, wird, zumal in den gegenwärtigen Zeitläuften, als Ausnahme betrachtet werden müssen. Unsere meisten Leser haben einen Lebensberuf, manchmal einen recht schweren, der sie den Tag über anspannt und ihnen nur wenig Zeit zur wissenschaftlichen Arbeit läßt. Geben sie sich ihr trotzdem hin, so geschieht es in der im ganzen richtigen Erwägung, daß der ihnen daraus erwachsende seelische Gewinn auch ihr sonstiges Leben verklären, sie befähigen wird, des Geschickes Fügungen leichter zu tragen. Es muß dann aber eine gute Zeiteinteilung verlangt werden, wobei auch schon immer an den etwaigen plötzlichen Ausfall der Beobachtung durch schlechtes Wetter zu denken ist, für welchen Fall man sich gleich etwas anderes vornehmen sollte. Zum Glück ist der Zeitaufwand für die beobachtende Tätigkeit eine sehr dehnbare Größe. Wer nicht die Nächte hindurch am Fernrohr stehen kann, weil ihm die andere Arbeit über den Kopf wächst, mache gelegentliche Beobachtungen, wie Zeitbestimmung, Notizen über Himmelspolarisation um die Zeit des Auf- und Unterganges der Sonne sowie Lichtschätzungen an helleren Veränderlichen. Selbst diese Dinge können unter Umständen kleine Pflichten-

kollisionen, auch wohl leichte Scharmützel mit der Umgebung des Beobachters absetzen, diese namentlich auch, weil sich die Beobachtungszeiten im Jahreslaufe stark verschieben. Was die Berufstätigkeit angeht, so kann man manchmal aus der Not eine Tugend machen, z. B. wenn doch einmal früh aufgestanden werden muß, noch etwas früher aufstehen und die gewonnene Zeit zum Beobachten verwenden, auch wohl einsame Pflichtwege, besonders außerhalb der Stadt, dazu ausnutzen.

Eine schlimmere Feindin des regelmäßigen Beobachtens als die Berufsarbeit ist die Geselligkeit, besonders auch, da ihre Betätigung hauptsächlich in die Abendstunden zu fallen pflegt. Wer sein Fernrohr nur hat, um gelegentlich am Himmel spazieren zu sehen, mag den Abendschoppen oder gar das Kartenspiel für wichtiger halten als was am Himmel vor sich geht. Der ernstere Freund der Wissenschaft wird sich vorhalten, daß im allgemeinen bei gutem Wetter immer wenigstens etwas wahrzunehmen ist und daß, was er von der Minute ausgeschlagen, keine Ewigkeit zurückbringen wird. Er wird daher etwaige Verabredungen im allgemeinen mit der Einschränkung treffen, „wenn sich das schlechte Wetter hält", oder wenigstens die der Erholung gewidmete Zeit der Beobachtungsgelegenheit entsprechend verkürzen. Die Himmelserscheinungen treten eben einfach zu ihrer Zeit ein und fragen nicht danach, ob sie willkommen sind. In dieser Hinsicht stellt die astronomische Liebhaberei eine stärkere Bindung dar als manche andere wissenschaftliche Bestrebung. In gewissem Sinne muß man mit der Uhr in der Hand leben und dabei noch mehrere Zeitzählungen — wahre und mittlere Ortszeit, Einheitszeit, Sternzeit — auseinanderhalten. Man wird andererseits durch die Notwendigkeit, die Zeit streng zu bestimmen, zu deren gewissenhafter Benutzung angeregt und lernt z. B., beim Beobachten größere einfallende Pausen in geeigneter Weise zu verwerten.

Fortlaufende Beobachtungen sollen in Tagebücher eingetragen werden, und zwar immer sogleich nachdem sie angestellt sind, weil das Gedächtnis zu trügerisch ist. Diese Beobachtungsbücher sind als Wertpapiere zu bezeichnen und zu behandeln; fast jedes gedruckte Buch läßt sich schließlich, mindestens leihweise, durch ein zweites Stück ersetzen, aber der Verlust z. B. einer auf mehrere Jahre erstreckten Originalbeobachtungsreihe über veränderliche Sterne ist einfach uneinbringlich. Am meisten eignen sich die im geschäftlichen Verkehr üblichen sogenannten Kontobücher, da sie außer den wagerechten Linien ein paar senkrechte enthalten, die man für die gleich zu besprechenden Zeitangaben benutzen wird. Man wähle die übliche noch in der Rocktasche unterzubringende Größe und eine solche Stärke, daß das Buch einerseits nicht unhandlich wird, andererseits nicht zu oft erneuert werden muß. Ob man mit Bleistift, Tintenstift oder Füllfederhalter schreiben will, ist im ganzen gleichgültig; das Tintenfaß ist im allgemeinen unpraktisch, weil es den Beobachter zwingt, an den Tisch zu gehen, während er doch zahlreiche Notizen im Stehen bei schwacher Beleuchtung machen kann, z. B. im Freien bei einer Handlampe oder Radfahrerlaterne, auch wohl beim Mondlichte. Da jeder Füllhalter einmal versagen, jeder Stift abbrechen kann, tut man gut, immer noch wenigstens einen gespitzten Bleistift als Ersatz in Bereitschaft zu haben. Überhaupt sollte

das zum Beobachten nötige Gerät immer an derselben leicht zu behaltenden Stelle aufbewahrt werden, da man häufig in den Fall kommt, im Dunkeln danach suchen zu müssen. — Bei Berufsastronomen waren früher, wo die elektrischen Schwachstromlampen noch nicht so durchgebildet waren wie heute, Rahmen mit Querleisten im Gebrauch, die das Schreiben in der Dunkelheit erleichterten. Glaubt man davon einen Vorteil zu haben, so kann man sie sich beim Buchbinder machen lassen. Schreibt man aber lieber bei Licht an, so gilt es, diejenige Stärke zu ermitteln, die, ohne das Auge für die schwachen Lichteindrücke vom Himmel abzustumpfen, doch beim Schreiben nicht zu sehr anstrengt. Wo man elektrischen Strom hat, ist vielleicht in der Neonlampe das richtige Beleuchtungsmittel für Beobachtungsbuch, Uhr und Karte gefunden.

Will man die Beobachtungen auf einer Reise fortsetzen — und der richtige Liebhaber sucht auch das zu machen, obgleich es z. B. in einem großstädtischen Gasthofe nicht leicht ist — und mag man das Buch den Gefahren der Reise nicht aussetzen, oder hat man sonstwie Gelegenheit, eine brauchbare Beobachtung zu machen, ohne das Buch zur Hand zu haben, so wird man sie, gut datiert, auf einen Zettel schreiben und diesen, sobald es geht, in das Buch einkleben, da gegen das Abschreiben und Wegwerfen gewisse Bedenken sprechen. Es sei hierbei bemerkt, daß man wohl in einer Untersuchung die Richtigkeit der im eigenen Tagebuche stehenden Zahlen bezweifeln und eine andere Lesart vermuten darf, daß aber das Anbringen von Änderungen im Original selber nur mit dem harten Worte Urkundenfälschung richtig zu bezeichnen ist. Höchstens darf man etwa mit roter Tinte später dazu schreiben, es sei wahrscheinlich so und so zu lesen. Alle auffallenderen Zahlen, etwa hohe Temperaturwerte im Winter oder anscheinende plötzliche Lichtänderungen eines Sternes, sollte man sofort bei der Niederschrift mit einem Rufzeichen versehen, schon um sich gegen die eigene Zweifelsucht zu schützen.

Bei *Schiller* sagt *Seni*: „Mein Sohn, nichts in der Welt ist unbedeutend; das Erste aber und Hauptsächlichste bei allem irdschen Ding ist Ort und Stunde". Das gilt von jeder Himmelsbeobachtung, die der Erdenbewohner anstellt, und deshalb wird die Orts- und Zeitbestimmung in unserem Buche ausgiebig behandelt werden. Hier möchten wir nur ein weniges über die Benutzung der Taschenuhr vorwegnehmen. Sie ist für einen großen Teil des Leserkreises, den unser Buch im Auge hat, jedenfalls das meistbenutzte Gerät. Wenn sie dauernd und regelmäßig mit einer Pendeluhr verglichen wird, dann, aber auch nur dann kann sie ihren Zweck erfüllen, die Zeitpunkte für Beobachtungen der Dämmerung, der Polarisation, des Polar- und Tierkreislichtes, des Erscheinens von Meteoren, für die Lichtvergleichung bei veränderlichen Sternen auf das Zehntel der Minute festzulegen. Eine größere Genauigkeit ist bei all diesen Beobachtungen an sich nicht wohl erreichbar, bei den Veränderlichen eher eine etwas geringere; die Zeiten des Aufblitzens der Sternschnuppen lassen sich allerdings bei gemeinsamer, systematischer Beobachtung auch auf die Sekunde ermitteln, nicht aber bei gelegentlicher Wahrnehmung zwischen anderen Arbeiten. Man sollte eine bessere Taschenuhr mindestens vor oder nach, eine schlechtere vor und nach einer etwa über eine Stunde erstreckten

Beobachtung an die Pendeluhr anschließen, die ihrerseits wieder, wenn man nicht selber die Zeit bestimmt, unter Vermittelung der Taschenuhr mit einer Normaluhr oder einem Zeitsignal zu vergleichen ist. Die Vergleichungen der Taschenuhr mit der Pendeluhr vermerkt man am besten in dem Buche, das überhaupt die meisten Beobachtungen enthält, z. B. das Anschreibebuch für veränderliche Sterne. Beim Beobachten zeichnet man nur die Ablesung der Taschenuhr auf, ohne irgendwie an deren Verbesserung zu denken; diese wird später bei Tage angebracht, indem man die verbesserten Minutenzahlen mit roter Tinte in die dafür freigehaltene Spalte einträgt.

Die Taschenuhr hat gewöhnlich den als Exzentrizität bezeichneten Fehler: die Achse geht nicht gerade durch die Mitte des Zifferblattes, und wenn darum, sagen wir bei der Minute Null die Nullstellung des Sekundenweisers genau mit dem Zeitpunkte zusammentrifft, wo der Minutenweiser bei senkrechter Draufsicht den Teilstrich deckt, so ist dieser vielleicht bei der Minute 15 merklich voraus, zeigt in den halben Stunden wieder richtig und ist bei der Minute 45 merklich zurück. Ist der Minutenzeiger 20 *mm* lang und die Achse um $20\,mm : 57{,}3 = 0{,}35\,mm$ vom Mittelpunkte entfernt, so beträgt der größte Fehler bereits einen Grad, was, da hier $360° = 60\,m$, nicht weniger als den 6. Teil der Zeitminute ausmacht. Manchmal findet man Uhren, wo der Fehler, der sich auch mit dem sog. Zahnluftfehler vermengen kann, noch etwas größer ist; hat man die Uhr ungeschickt gestellt, so mag es vorkommen, daß bei der Nullstellung des Sekundenzeigers der große Zeiger ein Intervall gerade halbiert, d. h., daß wir über die Minute im Zweifel sind. Dem muß natürlich vorgebeugt werden; man findet gewöhnlich bald eine der zwei Stellen heraus, wo es gut ist, Übereinstimmung zwischen den Zeigern hervorzurufen. Im übrigen sollte man die Uhr möglichst selten stellen und lieber, wenn die Abweichung von der richtigen Zeit in dem einen oder anderen Sinne unbequem groß geworden ist, sie durch Stellung des Rückers regulieren. Auch das muß gebucht werden, und ebenso sollte in dem Beobachtungsbuche vermerkt sein, ob die rot geschriebenen Zahlen mittlere oder wahre Ortszeit oder Einheitszeit bedeuten.

Nach jeder Beobachtung fasse man zuerst den rasch beweglichen Sekundenweiser ins Auge, aus dessen Stande man eben das Zehntel der Minute mit Rücksicht auf die inzwischen verflossene Zeit zu ermitteln hat, dann den Minutenzeiger. — Die Taschenuhr gehört zu den Dienern, von denen der Mensch das meiste verlangt und die er dafür am schlechtesten behandelt. Sie sollte Morgens, nicht Abends aufgezogen werden, schon weil die Zeit des Aufstehens in engere Grenzen eingeschlossen ist als die des Schlafengehens. Bei Nacht soll sie vor zu starker Abkühlung geschützt, auch womöglich in ähnlicher Lage aufgestellt werden, wie sie getragen wird. Wer ihren Gang recht unzuverlässig machen will, trage sie dauernd im Armband. Diese modische und bequeme Art ist höchstens bei strengem Frost zu gestatten, wo es in der Tat zu lästig ist, immer wieder den Mantel zu öffnen.

Die Wohnungsfrage wird auch beim Liebhaber-Astronomen von so vielen neben der Sache liegenden Erwägungen bestimmt, daß sie nur der sehr Begüterte mit alleiniger Rücksicht auf seine Lieblingswissenschaft lösen kann. Es wird

in den technischen Abschnitten unseres Buches mit mittleren und kleinen Verhältnissen gerechnet; wer in der Lage ist, sich wirklich eine größere Sternwarte zu bauen, wird schon Rat genug finden. Immerhin kann auch, wer selber nur überhaupt baut, wenigstens etwas Rücksicht auf seine Neigung nehmen, etwa durch Anlegen einer Plattform, die auch für seine Nachfolger einen gewissen Wert behält. Der Großstädter wird gewöhnlich mit Mietwohnungen rechnen müssen, die ohne Rücksicht auf seine Wünsche nach allgemeinen Erwägungen gebaut sind. Manchmal ist ein nach Süden gelegener Balkon zur Aufstellung eines Fernrohres zu haben. Beobachtungen, die durch künstliche Beleuchtung sehr leiden, wie das von den Lichtschätzungen an den helleren Veränderlichen sowie von sehr vielen Wahrnehmungen der Kosmophysik gilt, sind wenigstens in den inneren Gebieten der Großstädte wegen der aufdringlichen Beleuchtung kaum mehr möglich. Hier treten neben den teleskopischen Veränderlichen die Doppelsterne sowie die Oberfläche der Sonne, die Sternbedeckungen und die Trabanten in ihr Recht. Für jene anderen Beobachtungen ist der Kleinstadtbewohner, der immer rasch ins Freie gelangen kann, in glücklicherer Lage, obgleich auch hier die zunehmende Verwendung starken elektrischen Lichtes bereits erschwerend wirkt. Einen Ausflug auf die Landstraße zu Fuße, zu Rad oder zu Pferd darf man sich nicht verdrießen lassen. In der Nähe der mittleren und kleineren Städte, ja manchmal selbst in ihrem Innern, finden wir gelegentlich noch hochgelegene Gärten, die für alle Beobachtungen ohne fest aufgestelltes Instrument einen geeigneten Aufenthalt bieten. Ein solcher Garten sollte womöglich ein verschließbares kleines Haus enthalten, wo der Beobachter sein Gerät aufbewahren, bei einem Lämpchen Notizen machen, Karten und Ephemeriden einsehen, auch wohl sich etwas ausruhen kann. Bei der Auswahl muß man auch darauf achten, daß etwa vorhandene Bäume den Aufblick zum Himmel nicht zu sehr beengen. In dieser Hinsicht ist das flache Dach dem Garten vorzuziehen. Baut man selbst, dann denke man auch daran, den Aufstieg zum Dache so einzurichten, daß der Beobachter keine Gefahr für Leib und Leben läuft und daß er weder die Mitbewohner im Schlafe stört noch von ihnen beim Arbeiten gestört werden kann. Sowohl im Garten wie auf dem Dache wird man bei Glatteis oder tiefem Schnee in Holzschuhen noch etwas sicherer gehen als in Gummischuhen.

Beim Durchblättern unseres Buches wird mancher nur mit bescheidenen Glücksgütern ausgestattete Leser die Preise der empfohlenen Bücher und Kartenwerke, Instrumente und Beobachtungseinrichtungen mit seinen Möglichkeiten vergleichen und dann wohl in elegischer Stimmung bemerken, daß die Astronomie und kosmische Physik eben doch ein kostbarer, nur dem Reichen zugänglicher Luxus sei. Dem ist nicht so. Ist auch das Sprichwort, daß ein Steckenpferd teurer sei als ein Reitpferd, leider richtig, so besteht daneben doch noch ein anderes: mit vielem hält man Haus, mit wenig kommt man aus; und ebenso das alte Wort, daß das Bessere des Guten Feind ist. Wir werden fast auf jedem Gebiete einfache und wohlfeile Instrumente kennen lernen, mit denen manches zu erreichen ist. *Newcomb* soll gesagt haben, es komme nicht auf das Objektiv allein an, sondern hauptsächlich auf den Mann, der am Okular sitze. Die helleren

Veränderlichen lassen sich z. B. auch heute noch mit einem einfachen Feldstecher und einem für wenige Mark käuflichen Atlas beobachten, die Sternschnuppen gleichfalls mit ganz wohlfeilen Karten, einiges aus der Kosmophysik und atmosphärischen Optik mit dem hölzernen Pendelquadranten. Das teuerste Instrument ist in all diesen Fällen die Uhr, und gerade sie muß man so wie so haben. Wer mit einfachen instrumentalen und literarischen Hilfsmitteln leistet, was damit zu leisten ist, wird sich auch die Achtung des Fachmannes erzwingen und dadurch manchmal in die Lage kommen, leihweise auch bessere Geräte zu benutzen, während bei dem, welcher nur zu bestellen braucht, die Liebhaberei leichter in Spielerei ausartet. Beachten wir zum Schlusse, was *Goethe**) sagt:

Freunde, treibet nur alles mit Ernst und Liebe; die beiden
Stehen dem Deutschen so schön, den, ach! so vieles entstellt.

J. Plassmann.

*) Vier Jahreszeiten. 43.

Rechentafeln und Ephemeriden, Sternverzeichnisse, Himmels- und Erdkarten.

So vieles auch durch die Herausgabe von Karten und Tafeln geschieht, um die Arbeit zu erleichtern — der einzelne beobachtete Fall bleibt immer ein vorher nicht dagewesenes und nicht wieder zu erwartendes Unikum, das nur durch weitere, manchmal lästige Rechenarbeit in das System eingefügt werden kann. Jeder Astronom oder Geodät bewältigt viele Rechenaufgaben im Kopfe, wofür andere den Bleistift hervorziehen müssen; er weiß zahlreiche Quadrate auswendig und ist dadurch befähigt, viele Multiplikationen nach der Formel $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$ zu behandeln und z. B. $69 \cdot 59 = 4096 - 25 = 4071$ zu setzen. Die Näherungsformel $(1 - x)(1 + x) = 1$, wo x ein kleiner Bruch, benutzt er, um z. B. $19 : 0{,}97 = 19 \cdot 1{,}03 = 19{,}57$ auf zwei Stellen genau zu setzen. Hat er eine größere Multiplikation schriftlich ausgeführt, so macht er instinktiv die Neuner- und Elferprobe. Was auf umständlichem Wege errechnet ist, überprüft er durch eine Überschlagsrechnung, um sich gegen Stellenfehler zu sichern.

Da nun aber das Kopfrechnen seine Grenzen hat, die nur in halb pathologisch aufzufassenden Fällen noch über das Multiplizieren dreistelliger Zahlen hinausgehen, so hat man bekanntlich Rechentafeln ersonnen, die nach verschiedenen Grundsätzen aufgebaut sind. Ein fertiges großes Einmaleins ist z. B. die Tafel von *H. Zimmermann*[1]), die die Produkte aller Zahlen bis 1000 mit allen Zahlen bis 100 bietet. Die *Henselin*sche Tafel[2]) geht sogar bei jedem Faktor bis 1000, was durch sehr kleinen Druck und sonstige Kunstgriffe erreicht wird, während die von *L. Zimmermann*[3]) den einen Faktor bis 10000, den anderen bis 100 wachsen läßt und diese Fülle auf beschränktem Raume dadurch erreicht, daß sie dem Leser eine einfache Addition, eigentlich nur die Zusammenschiebung von zwei Ziffergruppen, zumutet. Noch bequemer für den Benutzer wird in der allerdings auch viel umfangreicheren und kostspieligeren Tafel von *Peters*[4]) gearbeitet, die nach demselben Prinzip jeden der zwei Faktoren bis 10000 auszudehnen gestattet, während die von *Kühtmann*[5]) wieder auf einem anderen Grundgedanken beruht. Die Tafeln enthalten gewöhnlich noch sonstiges Material, besonders die zu allererst genannte, wo man z. B. eine Reziprokentafel findet, wie man sie in der Astronomie hier und da braucht.

Quadrattafeln findet man sowohl in Rechentafelwerken, z. B. wieder bei *H. Zimmermann*, als auch in den logarithmischen Büchern, besonders ausführlich z. B. in den 5stelligen Tafeln von *F. G. Gauß*[6]) und *Fr. W. Rex*[7]). Da

sich an ihnen der Begriff der Interpolation leichter als an den Logarithmen erörtern läßt, sollten sie auch in Logarithmenbüchern für den Schulgebrauch nicht fehlen. Von ihren zahlreichen sonstigen Anwendungen abgesehen, können sie, wie schon vorhin angedeutet, gelegentlich solche Multiplikationen erleichtern, bei denen es auf den ganz genauen Endwert ankommt und also die Logarithmen versagen. Man hat auch Tafeln der Viertelquadrate[8]) ersonnen, die eine sehr schnelle Auswertung der Produkte von vielstelligen Zahlen ermöglichen, gemäß der Gleichung $\frac{1}{4}(a+b)^2 - \frac{1}{4}(a-b)^2 = a\,b$. Beispiel: $985 \cdot 473 = \frac{1}{4} \cdot 1458^2 - \frac{1}{4} \cdot 512^2 = 531441 - 65536 = 465905$. Zweites Beispiel: Es sind 46748 und 25857 zu multiplizieren. Sie werden untereinander geschrieben, worauf sich die Summe 72605, als Differenz 20891 ergibt. Die aufgeschlagenen Viertelquadrate dieser zwei Zahlen, 1317 871 506 und 109 108 470, geben als Differenz 1208 763 036, das gesuchte Produkt. Man bemerkt, daß hier bei den Viertelquadraten der ungeraden Zahlen — denn $a+b$ und $a-b$ sind beide gerade oder beide ungerade — das Anhängsel $\frac{1}{4}$ oder ,25 weggelassen wurde, was offenbar erlaubt war.

Auf den größten Sternwarten hat sich für umständlichere Multiplikationen die Rechenmaschine Eingang verschafft. Meistens sind die dem Astronomen obliegenden Berechnungen solche, bei denen absolute Genauigkeit zwecklos wäre. Es hätte ja in der Tat keinen Sinn, etwa das Produkt zweier Zahlen, die in der dritten Dezimale unsicher werden, vollständig, d. h. auf 6 Stellen, auszurechnen. Darum sind die Logarithmentafeln für uns im ganzen wichtiger. Das Prinzip der logarithmischen Rechnung setzen wir als bekannt voraus; einiges darüber wird in der Einführung in die Analysis gesagt werden. Für den Berufsastronomen kommt gelegentlich selbst die 8- oder 10stellige Tafel[9]) in Betracht, für den Liebhaber schon die 7stellige nicht allzu oft, meistens die 5- oder 4stellige, gelegentlich auch die 6- oder 3stellige. Die 7stelligen Tafeln enthalten gewöhnlich weniger anderes Material als die 5- und 4stelligen, z. B. nicht die natürlichen Werte der Winkelfunktionen, keine Quadrat- und Reziprokentafeln, keine physikalischen Zahlen usw. Auch führen nicht alle das Argument der briggischen Logarithmen etwas über 100000 hinaus, wie es z. B. für die Zinseszinsrechnung, aber auch für einige astronomische Arbeiten nützlich ist. Die bekannte 7stellige Tafel von *Vega-Bremiker*[10]) gibt *log sin* und *log tan* bis 5° auf 1″, für alle Winkel des Quadranten auf 10″. Außer ihr sind die Tafeln von *Bruhns*[11]) und *Schrön*[12]) zu nennen, sowie die auf etwas weniger scharfes Rechnen eingestellte von *Köhler*[13]). Bei 6stelligen Tafeln haben wir solche mit dem Argumente der 5stelligen, also 1—100000, von solchen mit dem Argumente der 7stelligen, 1—1000000, zu unterscheiden. Die ersten, wie die von *Rühlmann*[14]), wollen dem Benutzer die Interpolation etwas bequemer machen, was nicht ganz unbedenklich ist; die letzteren, wie die von *Bremiker*[15]), wollen die Bequemlichkeit auf anderem Wege erreichen, verlangen dafür freilich die Anschaffung eines Buches von der Dicke der 7stelligen Tafel und die nicht zu unterschätzende Arbeit des Blätterns. Im ganzen wird man lieber entweder 7stellige oder 5stellige Tafeln nehmen. Von diesen ist die von *F. G. Gauß*[6]) mit ihrer praktischen Anordnung und ihrem Reichtum an ausführlichen

Hilfstafeln weitaus die beste, die wir kennen. Durch ein sehr ausgiebiges geodätisches Ortsverzeichnis empfiehlt sie sich unserem Leserkreise noch besonders. In dem eigentlichen Hauptteile dürfte ihr die von *Rex*[7]) am nächsten kommen. Auch die Tafeln von *Wittstein*[16]) und die schmuck ausgestatteten von *Greve*[17]) haben ihre Vorzüge. Die vielgebrauchten Tafeln von *August*[18]) und *Schlömilch*[19]) haben, gleich der 4stelligen von *Schubert*[20]), niedriges Format; das hat die Unbequemlichkeit, daß die Zahlen oder Winkel oder beide von Seite zu Seite mit einem unübersichtlichen Intervall fortschreiten. Es ist selbst bei dem hohen Format von *Wittstein* so; daß es sich auch bei niedrigem vermeiden läßt, zeigt *Rühlmann*. Von den zahlreichen 4stelligen Tafeln sei noch *Rohrbach*[21]) genannt. Wenn man der 4. Stelle ein Zeichen hinzufügt, woraus zu ersehen ist, ob die folgenden Stellen zwischen ,25 und ,75 oder zwischen ,75 und ,25 liegen, hat man das Prinzip der $4\frac{1}{2}$ stelligen Tafel von *C. Burrau*[22]). 3stellige Logarithmen und Antilogarithmen gibt *Wittstein* im Vorwort zu seiner 5stelligen Tafel; die 3stellige Tafel auf einer Besuchskarte[23]) hat in der Brieftasche Raum und läßt sich zu manchen Überschlagsrechnungen verwenden. Die 4stelligen Tafeln der Zahlenlogarithmen kann man sich auf Pappe aufziehen oder unter Glas setzen. Die Tafel von *Dietrichkeit*[24]) setzt in den Stand, 7stellige Logarithmen rasch aufzubauen, ohne in einem großen Bande blättern zu müssen.

Die Teilung des Quadranten nach Zeitmaß liegt der Tafel von *J. Peters*[25]) zugrunde, seine Dezimalteilung der Tafel von *Gravelius*[26]). Sie ist zuweilen erwünscht; im ganzen kommt mehr die sexagesimale Teilung vor, und wegen des Zusammenhanges mit dem Zeitmaße sollte man auch den Grad noch nicht dezimal teilen, wie es einige Schultafeln tun, oder wenigstens, wie *Rohrbach*, auch die Minutenteilung erkennen lassen.

Die natürlichen Funktionswerte der Trigonometrie werden von den Autoren besonders der 5stelligen Tafeln vielfach, jedoch in verschiedenem Umfange, berücksichtigt. Erwünscht sind Tafeln der Sehnen und Pfeilhöhen, wie sie z. B. *Gauß* hat. Antilogarithmen, d. h. Potenzen von 10 mit gebrochenem Exponenten, sind bei *Schubert*, *Wittstein* u. a. zu finden, Summen- und Differenzlogarithmen auch in einigen 7stelligen Tafeln, natürliche Logarithmen und Quadratzahlen wieder hauptsächlich in 5- und 4-stelligen. Benützt man die den Büchern in größerem oder geringerem Umfange angehängten Konstanten aus der angewandten Mathematik, so muß man sich daran erinnern, daß sie nicht so wie die rein mathematischen Zahlen verbürgt werden können. Die Verleger schleppen sie hier und da in die neuen Auflagen mit, der Kostenersparnis wegen. Ein Beispiel ist die *Encke*sche Sonnenparallaxe 8″, 57116, die, schon in der ersten von ihren vielen Dezimalen falsch, bei *Vega-Bremiker* noch in sehr neuen Auflagen zu finden war.

Obschon die alte Erzählung, der gerettete und vor den Richter gestellte Kapitän eines untergegangenen Schiffes habe als Ursache für seine verhängnisvoll falsche Ortsbestimmung einen Fehler in der Logarithmentafel nachweisen können, der auch die Berechnungen eines berühmten Mathematikers über die Form der Bienenzellen entstellt habe, vielleicht nicht genau richtig ist, muß man doch sagen, daß solche Fehler verdrießliche Folgen haben können und daß,

wer sie gelegentlich auffindet, sie an geeigneter Stelle, wie in den *Astronomischen Nachrichten*[27]), der *Zeitschrift für Vermessungswesen*[28]) oder der *Zeitschrift für den mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht*[29]) bekannt machen sollte. Daß die Geldpreise, welche die Verleger auf die erste Mitteilung solcher Fehler setzen, auch in falsche Sicherheit wiegen können, wird schon im Jahre 1856 von *Bremiker*[10]) im Vorwort (S. XIV) betont. Der Verleger der *Lalande*schen 5stelligen Tafel, zur Zeit der großen französischen Revolution, hat 100 Franken auf jede Fehlerentdeckung gesetzt. Neuere gehen kaum über 10 Mark hinaus.

Da alle Tafeln inhaltlich im ganzen dasselbe bieten, kommt es um so mehr auf die Form, d. h. auf die richtige typographische Ausstattung an. Am lesbarsten ist die sogenannte englische Ziffer (*E. Z.*), während die gerade Ziffer (*G. Z.*) zwar im ganzen Satzbilde etwas besser wirkt, im einzelnen aber verwirrt. — Die Gelegenheit zum wohlfeilen antiquarischen Erwerb einer Rechentafel sollte man sich nicht entgehen lassen; gewöhnlich findet man irgendeine Besonderheit, die den Kauf als lohnend erscheinen läßt. — Es ist schon betont, daß jeder Astronom viel im Kopfe rechnet, wobei wohl die meisten von selbst auf kleine Kunstgriffe kommen. Solche sind auch wohl in besonderen Schriftchen[29a]) behandelt worden. — Es sei endlich auf den logarithmischen Rechenschieber verwiesen, der wohl meistens mit Gebrauchsanweisung verkauft wird.

Beim Rechnen auf Papier spart sich der Geübte manche unnütze Mühe. Den *log* 5 liest mancher so wie er es leider auf der Schule gelernt hat, nämlich neunundsechzig, achthundertsiebenundneunzig; der wirkliche Rechner liest sechs neun acht neun sieben, wobei er rhythmisiert, also z. B. die 8 im Sprechen instinktiv betont. Jener andere spricht 6 überflüssige Silben aus und verfällt außerdem schon bei leichteren Ermüdungsgraden oft in den Fehler, die zwei ersten oder die zwei letzten Ziffern umzustellen, wegen der bekannten Unart der deutschen Sprache, die Einer vor den Zehnern auszusprechen. Es handelt sich doch um Ziffern von rein formaler Bedeutung, hier noch mehr als z. B. bei den Nummern von Monatskarten und Fernsprechanschlüssen, wo die gezwungene wörtliche Fassung (vierundzwanzig, dreiundsiebzig) anscheinend auch nicht auszurotten ist.

Der geübte Rechner addiert oder subtrahiert zwei Zahlen von links nach rechts, wobei er immer die weiter rechts stehenden Ziffern wegen etwaiger Erhöhung oder Erniedrigung im Auge hält. Bei 3 oder mehr Zahlen muß er schon zu der unbequemen Rechnung von rechts nach links übergehen. Soll weiterhin die Summe von zwei oder mehreren Zahlen um eine neue Zahl vermindert werden, so vollzieht er diese Operationen auf einmal. Wollte man allerdings von einer oder der Summe mehrerer Zahlen die Summe auch nur zweier Zahlen abziehen, so möchte man sich leicht Fehlern aussetzen. Man kann diesen Fall aber häufig vermeiden, indem man, wenn es sich z. B. um einen logarithmisch auszurechnenden Quotienten handelt, einzelne Faktoren des Nenners durch Zählerfaktoren ersetzt, wie 8 durch 0,125, π durch $1:\pi$, dessen *log* auch in den Tafeln steht oder als sogenannte dekadische Ergänzung leicht hinzuschreiben ist.

Ist eine Zahl zu vielen einzelnen Zahlen der Reihe nach zu addieren oder von ihnen abzuziehen, so schreibt man sie auf den oberen Rand eines Zettels oder noch besser eines Kärtchens, und wenn umgekehrt jene Zahlen von ihr abgezogen werden sollen, auf den unteren Rand. Diese Aufgabe tritt vielfach beim Anfertigen von Tabellen an uns heran, wenn z. B. eine Tafel zu berechnen ist, deren Werte von sämtlichen Stundenwinkeln von 0° bis 360°, außerdem aber von der Polhöhe des Beobachtungsortes abhängen.

Fertig gerechnete Tafeln werden mit Hilfe von Differenzen geprüft: bildet man die ersten und nötigenfalls noch weitere Differenzen der zuletzt, nach Zurücklegung mehrerer Schritte, gefundenen Funktionswerte, so dürfen sich im allgemeinen keine Sprünge zeigen, die nicht durch die Abrundungsfehler zu erklären sind. Für einzelne Multiplikationsergebnisse sind die Neuner- und Elferprobe zweckmäßig. Die Neunerprobe allein versagt, wenn ein Teilprodukt um eine ganze Stelle nach rechts oder links verschoben ist. Verwickeltere Ergebnisse prüft man, wie vorhin gesagt, auch noch durch Überschlagsrechnung, um sich gegen Fehler im Stellenwerte zu sichern. Übrigens bietet die Anwendung rautierten Papieres gegen solche Fehler einige Sicherheit.

Ein Beispiel, wie man sich beim Mittelbilden unnötige Arbeit sparen kann, möge noch folgen. Es stehen hierunter für vier sogenannte Pentaden von Beobachtungen aus der meteorologischen Optik die Zeiten angegeben:

$51^m,3$	$32^m,9$	$28^m,6$	$26^m,4$
52 ,8	34 ,9	30 ,5	28 ,9
54 ,5	37 ,1	34 ,7	31 ,6
56 ,4	40 ,1	38 ,9	34 ,7
57 ,6	41 ,6	41 ,6	38 ,8
22 ,6	36 ,6	24 ,3	10 ,4
$54^m,52$	$37^m,32$	$34^m,86$	$32^m,08$

Im ersten Beispiel ist die allen Summanden gemeinsame 5 beim Addieren übergangen; im zweiten steht auf der ersten Stelle links nur der Überschuß 3 der Summe über das 5fache von 3; das dritte ist wie das erste behandelt, da der 2 in der 1. Zahl die 4 in der letzten gegenübersteht. Beim 4. Beispiel haben die rechte und mittlere Reihe 304 gegeben; wir schreiben jedoch 104, um die Abweichung in der linken Reihe bei den 2 ersten Gliedern zu berücksichtigen.

Zahlreiche Rechenaufgaben lassen sich graphisch auf rautiertem oder gewürfeltem Papier lösen, wie man solches auch zur raschen Anfertigung von Sternkärtchen nach dem Kataloge verwenden kann, jedesmal mit der Überlegung, welche Maßstäbe in den zwei Koordinaten zu benutzen sind.

Für den Gebrauch des Astronomen haben wir noch zwei sehr wertvolle Tafelsammlungen, nämlich die *Hilfstafeln der Hamburger Sternwarte*[30]) und die *Wirtz*schen Tafeln[31]); die ersteren außer einer großen Anzahl von mathematischen Tabellen alles bringend, was für die astronomische Praxis in Betracht kommt, die letzteren zwar zunächst auf die Bedürfnisse des Forschungsreisenden zugeschnitten, doch auch für den Sternwartengebrauch vieles bietend. Einiges in den von Hamburg-Bergedorf herausgegebenen Tafeln bezieht sich nur

auf die dortigen Instrumente; es kann dann als Vorlage für ähnliche Tafeln dienen.

Die ungeheure Arbeit der Vorausberechnung der Himmelserscheinungen an der Hand der Theorie der allgemeinen Schwere ist bekanntlich in den größeren Staaten centralisiert und in die Hand von eigenen Anstalten gelegt, die regelmäßig Jahrbücher herausgeben. Die von zahlreichen Zeitschriften in mehr oder weniger populärer Form gebrachten Auszüge gelten gewöhnlich für einen Monat oder ein Vierteljahr. (So die in der *Himmelswelt* stehenden.) Zur raschen Orientierung sowie auf Reisen sind sie auch dem Besitzer der Jahrbücher willkommen. Wer, besonders auch als Liebhaber der Astronomie, zuerst einen dieser Bände aufschlägt, kann die Empfindung nicht unterdrücken, daß das Werk für ihn großenteils überflüssig ist. Man bedenke aber, daß das von allen Nachschlagewerken gilt, Atlanten und Reisebüchern, Wörterbüchern und Rechentafeln. Was man von dem Inhalt brauchen kann, rechtfertigt meistens bald die Anschaffung.

Leider ist das *Berliner Jahrbuch*[32]) (*B. J.*) zwar nicht angesichts der Herstellungskosten, aber doch im Hinblick auf die Leistungsfähigkeit mancher Liebhaber der Wissenschaft, etwas kostspielig. Seit 1916 wird es auf den Meridian von Greenwich bezogen; früher war die Berliner Mittagslinie maßgebend. Ferner werden die Oppositions-Ephemeriden der kleinen Planeten jetzt[33]) gesondert herausgegeben. Die Einrichtung des *B. J.* wird in jedem Bande erklärt; eine ausführlichere Darlegung findet man im 141. Bande (1916). Die englische Nation ist bei dem gewaltigen Umfange ihrer Seefahrt in der Lage, von dem *Nautical Almanac*[34]) (*N. A.*) soviel Exemplare zu drucken, daß das einzelne relativ wohlfeil ist. Bescheideneren Anforderungen genügt das deutsche *Nautische Jahrbuch*[35]) sowie der Wiener Kalender[36]). Die Franzosen haben das *Annuaire du Bureau des Longitudes* sowie die *Connaissance des Temps*; jenseits des Ozeans erscheint die *American Ephemeris*, und auch die Belgier haben ihr kleines, gleich dem österreichischen mit Abhandlungen aus verschiedenen Gebieten der Astronomie ausgestattetes Jahrbuch[37]).

Eine Tafel, die den Ort eines Gestirnes nach gleichmäßig fortschreitenden Zeitintervallen angibt, heißt bekanntlich eine Ephemeride. Der *N. A.* hat für die Sonne eigentlich zwei Ephemeriden, eine für den wahren und eine für den mittleren Greenwicher Mittag geltende, jene hauptsächlich dem Zwecke der Zeitbestimmung dienend; doch werden nur die *RA.* (Rektaszension) und *Decl* (Deklination) für beide Epochen gegeben. Daß jedes der Jahrbücher auch die Wochentage angibt, ist keine Nebensache. Gewöhnt man sich daran, sie beim Datieren jeder Beobachtung zuzusetzen, so schützt man sich gegen fehlerhafte Datierungen, da nach unserem Kalender — dessen Einrichtung hier natürlich als bekannt vorausgesetzt wird — erst nach frühestens 5 Jahren die Monatstage wieder auf dieselben Wochentage fallen können, das Jahr aber für den späteren Benutzer kaum jemals in solchem Umfange zweifelhaft sein wird. Wenn Wochen- und Monatstag einander widersprechen, ist gewöhnlich der Wochentag im Rechte. Die bekannten Bestrebungen, durch Einführung eines sogenannten Doppelsonntags am Schluß des Jahres die Wochentage in

jedem Monat fest zu verankern, würden, durchgeführt, uns dieses Prüfsteins berauben. Die Abkürzungen ☉ ☾ ☿ ♀ ♃ ♀ ♄ für die Planeten und ebenso für die Wochentage erlernt man leicht.

Die astronomische Stundenzählung fängt bekanntlich mit dem Mittage an und geht bis 24^h. Bis jetzt sind die Beschlüsse, zu der bürgerlichen oder der nautischen Zählweise überzugehen, nicht durchgeführt worden. Die astronomische Zählung verlangt nicht die störende Datumsänderung mitten in der Nacht während des Beobachtens.

Von Sonne und Mond geben die Jahrbücher außer der *RA* und *Decl* auch die Länge sowie die Breite, die auch bei der Sonne aus bekannten Gründen nicht genau Null ist. Die Sternzeit im mittleren Mittag (*Sidereal Time*) ist an der Hand besonderer in den Büchern abgedruckter Hilfstafeln auf Sternzeit zu einer beliebigen Ortszeit eines beliebigen Meridians umzurechnen. Man braucht sie bekanntlich, um unter Zuziehung der *RA* den Stundenwinkel eines Sternes zu finden, der mit der *Decl* zusammen die Einstellung am Äquatorial ergibt. Es ist zu beachten, daß vor dem Eingehen in die Hilfstafel der Unterschied zwischen Ortszeit und Greenwicher Zeit angebracht werden muß. — Die Angaben der Jahrbücher über Zeitgleichung und rechtwinklige Sonnenkoordinaten bedürfen keiner Erklärung.

Die Mondephemeride nach *RA* und *Decl* wird vom *N. A.* für jeden Tag des Jahres von Stunde zu Stunde gegeben, wodurch auch der, welcher nicht in der Lage ist, den Mond zur Zeit- und Ortsbestimmung zu benutzen, große Vorteile erhält, indem er z. B. alles für eine Konstellation oder Sternbedeckung Erwünschte genau vorausberechnen kann — natürlich mit Rücksicht auf die Parallaxe und in großen Zenitdistanzen auch auf die Strahlenbrechung. Zur Interpolation, über die in einem anderen Abschnitte dieses Buches geredet wird, gibt der *N. A.* die Veränderungen der Koordinaten in bestimmter Zeit, z. B. beim Monde in 10 Minuten, während das *B. J.* die wirklichen Differenzen gibt. Bei den großen Planeten werden *RA*, *Decl* und Abstandslogarithmus (entsprechende Größen natürlich auch bei Mond und Sonne) von Tag zu Tag gegeben; doch wird das Intervall bei Uranus und Neptun, vom *B. J.* schon bei Saturn, etwas vergrößert.

Die Auf- und Untergänge der Sonne und des Mondes brachte das *B. J.* früher für Berlin; jetzt werden sie für einen Punkt in 0^h Länge und 50° Breite mitgeteilt, woraus sie dann auch für einen gegebenen anderen Punkt zu berechnen sind. Die Verbesserung für die geänderte Länge steht jedesmal an Ort und Stelle; für die Änderung der Breite folgen Hilfstafeln, für Sonne und Mond gesondert. Der *N. A.* hat diese Angaben nicht. Die Grundlagen zur Berechnung der Auf- und Untergänge der großen Planeten gab das Jahrbuch früher in ziemlich bequemer Form; das ist nun etwas lästiger geworden. Übrigens kann man sich hierfür auch des Globus oder der drehbaren Sternkarte bedienen, für Sonne und Mond auch der veränderlichen Tafeln des preußischen Normalkalenders[37a]).

Es folgen die heliocentrischen Koordinaten der einzelnen Wandelsterne, wenigstens im *B. J.* Das Intervall ist merklich größer als bei den geo-

centrischen Koordinaten. Der *N. A.* gab früher die Koordinaten in übersichtlicher Weise mit den geocentrischen, ist aber seit einigen Jahren dazu übergegangen, sie für alle großen Planeten, mit Ausnahme des Merkur, wo das alte Verfahren beibehalten wurde, gelegentlich für eine größere Anzahl von Jahren vorausberechnet darzubieten. Die diese Zahlen enthaltenden Jahrgänge sind 1916 für Venus, 1915 für Jupiter, Saturn, Uranus, Neptun, 1917 für Mars. Kommen diese Örter auch mehr für den Rechner als für den Beobachter in Betracht, so wird doch auch dieser sich wenigstens ihre genäherten Werte gern vor Augen halten, um sich z. B. im System des Jupiter die Beschattung der Trabanten durch den Planeten und umgekehrt richtig erklären zu können.

Die mittleren Örter der helleren Fixsterne für den Jahresanfang und ihre scheinbaren Örter das Jahr hindurch nehmen in jedem der Jahrbücher einen breiten Raum weg. Das *B. J.* berücksichtigt außer 10 nördlichen und 10 südlichen Polsternen 905 sogenannte Zeitsterne bei den mittleren Örtern, während es die scheinbaren für alle Polsterne von Tag zu Tag, für 557 Zeitsterne von 10 zu 10 Tagen bietet. Der *N. A.* trennt bei Angabe der mittleren Örter die 10 nördlichen und 13 südlichen Polsterne nicht von den 464 Zeitsternen und gibt wieder für jene von Tag zu Tag, für diese von 10 zu 10 Tagen die scheinbaren Örter. Um jedoch für jeden anderen Stern den scheinbaren Ort an irgendeinem Tage des Jahres berechnen zu können, muß man die *Bessel*schen Reduktionsgrößen zu Rate ziehen, die der *N. A.* und das *B. J.* von Tag zu Tage mitteilen. Die Jahrbücher geben auch die nötigen Formeln, deren Begründung natürlich der sphärischen Astronomie zufällt. Es folgen im *N. A.* noch für jeden Tag die scheinbaren Örter von einigen sogenannten Mondsternen, die zum Anschlusse beim Beobachten der Kulmination des Mondes dienen. Das *B. J.* hat dazu bei der Ephemeride des Mondes noch eine Tafel für den Krater *Mösting A* zur Umrechnung; Tafeln für die Librationen und die Lage des Mondäquators bieten beide Bücher, und zwar an verschiedenen Stellen.

Auch für den weniger tief Eindringenden sind die Abschnitte über Finsternisse, Bedeckungen, Trabanten und Konstellationen von Interesse. Bei Mondfinsternissen werden die Zeitpunkte und Positionswinkel für die erste und letzte Berührung sowie die Zeit der Mitte des Phänomens, gegebenenfalls auch des Beginnes und Schlusses der Totalität angegeben; die *N. A.* bietet außerdem die Zeit für die erste und letzte Halbschattenberührung; dazu kommen, wenn auch neuerdings nicht mehr für alle Momente, die geographischen Koordinaten des irdischen Ortes, der jeweils den Mond im Zenit hat, sowie für strengere Rechnung die sogenannten Elemente der Finsternis. Für die Sonnenfinsternisse, wo die einzelnen Phasen ja nicht tautochron beobachtet werden, ist das Schema natürlich ein etwas anderes; wenn eine solche in Deutschland sichtbar ist, so gibt das *B. J.* für ein Netz von Orten, das in Breite um je einen Grad, in Länge um 10^m fortschreitet, die nötigen, für andere Orte leicht zu interpolierenden Zahlen, während sie der *N. A.* für einzelne größere Orte des britischen Reiches im Sichtbarkeitsgebiete angibt. — Beide Bücher behandeln vorkommenden Falles die Durchgänge des Merkur vor der Sonnenscheibe gleich nach den Finsternissen.

Von den Sternbedeckungen berücksichtigt das *B. J.* nur die in Mitteleuropa sichtbaren; es zählt deshalb z. B. für 1920 nur 121 Bedeckungssterne und 273 Bedeckungen auf, der *N. A.* 234 Sterne und 1800 bis 1900 Bedeckungen. Auch gibt der *N. A.* zu jeder Bedeckung einige Zahlen, die die Berechnung leichter gestalten, während das *B. J.* nur die Konjunktionszeit mitteilt. Früher gab das *B. J.* auch die Ein- und Austrittszeiten für Berlin, woraus sie sich für andere deutsche Orte genähert berechnen ließen. Für die Erklärung der Zahlen verweist übrigens der *N. A.* auf andere Quellen. Für die in Greenwich sichtbaren Erscheinungen verzeichnet er die Ein- und Austrittszeiten sowie die Positionswinkel gegen den Stundenkreis und den Vertikal. Im westlichen Deutschland lassen sich diese Zahlen noch wohl als Anhalt benutzen.

Die bequeme Übersicht der Erscheinungen im System des Jupiter, die der *N. A.* gibt, wird leider im Anhang nur kurz und wieder unter Hinweis auf eine andere Quelle erklärt. Der Leser wolle das Jupiter-Kapitel des vorliegenden Buches vergleichen. Das *B. J.* gibt nur die Zeitpunkte für die Verfinsterungen der Trabanten. Dagegen ist bezüglich der Ringe und Trabanten des Saturn das *B. J.* am ausführlichsten, wofür aber der *N. A.* auch die Monde des Uranus und Neptun berücksichtigt. Die verschiedenen Hilfstafeln für Zeitumrechnung usw., sowie das geographische Sternwartenverzeichnis erklären sich leicht. Die Konstellationen („*Phenomena*") behandelt wieder der *N. A.* ausführlicher.

Zur Einführung in die Kenntnis des gestirnten Himmels sind Sternkarten, für die strengere Arbeit Sternverzeichnisse unerläßlich. Da die Karte zunächst ein praktischer Ersatz für den Globus ist, fangen wir mit diesem an. Der Himmelsglobus gibt die Sterne im Spiegelbilde, kann daher mit wirklichem Nutzen nur neben der Karte gebraucht werden und darf dann schon ziemlich klein sein, wie der *Rohrbach*sche Globus[38]) mit einem Radius von $53^1/_2$ *mm**). Die kleinen Globen rechnen, gleich den drehbaren Sternkarten, in Deutschland mit der festen Polhöhe von 50° (Frankfurt, Fichtelgebirge, Prag, Krakau). Etwas größere Stücke, bis 40 *cm* Durchmesser, mit veränderlicher Polhöhe, geteiltem Bogen und Meßband, empfehlen sich für Schulzwecke. Was darüber hinausgeht, hat höchstens als Schaustück Wert. Man beachte, daß bei den größeren Formaten der Preis sehr rasch wächst; damit wird der Globus schlechter verkäuflich, und man erhält wahrscheinlich ein Stück, das zum Lösen von sphärischen Aufgaben doch nicht recht brauchbar ist, weil der große Maßstab das Veralten durch die Präzession besonders auffällig macht. Allerdings kann man sich bei der Anwendung einfach an das Gradnetz halten. Hierbei sei auch auf die von den Lehrmittelhandlungen angebotenen schwarzen Zeichengloben hingewiesen, die nicht nur dem Unterricht dienen, sondern z. B. auch zur konstruktiven Lösung der mit den Sternschnuppenbeobachtungen auftretenden Probleme brauchbar sind.

Obwohl die drehbare Sternkarte[39]) hauptsächlich für den ersten Anfang der Studien bestimmt ist, kann sie doch, namentlich in der Ausstattung,

*) Man findet den Halbmesser eines mit Gradnetz versehenen Globus, indem man auf dem Äquator oder Stundenkreise (Meridian) mit dem Zirkel 60° abspannt.

die ihr neuerdings gegeben ist, zur raschen Feststellung der Auf- und Untergangszeiten der Gestirne auch dem Geübteren dienlich sein. Gefällig ausgestattet ist die Wandkarte von *Gewecke*[40]), ohne Horizontalring, aber mit Meßband für die Deklinationen.

Was die Atlanten angeht, so schwelgte die ältere Zeit in den figürlichen Darstellungen, denen gegenüber die Sterne selber geradezu ins Hintertreffen gerieten. Die Reaktion gegen diesen Unfug, dem *Schiller* ein treffendes Epigramm gewidmet, blieb nicht aus; und, wie gewöhnlich, verfiel man in den gegenteiligen Fehler; heutzutage findet man schon Atlanten, wo die Figuren überhaupt weggelassen sind. Das richtige Gleichgewicht stellen die Karten von *Heis*[41]) dar, wo die nach einer antiken Vorlage gezeichneten Figuren, die sich besonders bei Lampenlicht kaum vordrängen, ästhetisch so wertvoll sind, daß sie, in Verbindung mit dem klassischen Milchstraßenbilde, das Einrahmen der Karten rechtfertigen. Der nahezu vergriffene Atlas ist den Mitgliedern der *V. A. P.* zu dem Vorzugspreise von 15 M. zugänglich gemacht. Auch der ihm beigegebene Katalog ist noch gut brauchbar, obschon er, gleich den Karten auf 1855,0 bezogen, die Wirkung der Präzession bereits sehr merken läßt. Das macht aber z. B. für die Beobachtung der helleren Veränderlichen, wo man sich so wie so nach der Karte ohne Aufsuchungskreise orientiert, kaum etwas aus. Im Notfalle enthalten nicht nur die Hamburger Tafeln[30]), sondern in engerer Fassung auch alle besseren populär-astronomischen Lehrbücher geeignete Präzessionstabellen. Wer einen noch älteren Atlas billig kaufen kann, wird manchmal die Ausgabe durch den künstlerischen oder geschichtlichen Wert gedeckt finden und das Werk selbst didaktisch zur Veranschaulichung der Präzession oder auch eines selteneren Kartenentwurfes brauchen können. Die neueren Atlanten von *Schurig*[42]) und *Messer*[43]) sind für den Handgebrauch sehr zu empfehlen, auch *Littrows* Atlas[44]), der, von jenen abweichend, die Figuren beibehalten hat. Von diesem ist auch eine Taschenausgabe[45]) erschienen, die zum Gebrauche auf Spaziergängen und Reisen geeignet ist.

Für zahlreiche Himmelserscheinungen, wie Meteorbahnen, Nordlichtstrahlen, Umrisse des Tierkreislichtes und der Schweife großer Kometen, braucht man Einzeichnungskarten, wie solche von *C. Rohrbach*[46]) und *C. Hoffmeister*[47]) herausgegeben sind.

Geht eine Sternkarte über die Größe 6 oder 6,5, die die Grenze der Sichtbarkeit für freie Augen bezeichnet, wesentlich hinaus, so wachsen die Ansprüche an den Geldbeutel erheblich. Für die Statistik des Sternhimmels sind die *Bonner Karten*[48]), die gleich den zugehörigen Sternverzeichnissen[49]) bis zu der Größe 9,5, im Süden bis 10,0 gehen, noch immer eines der wichtigsten Quellenwerke. Wollen wir ein gutes Verzeichnis der mit freien Augen sichtbaren Sterne für eine noch ziemlich frische Epoche, so empfiehlt sich der Katalog von *Ambronn*[50]), der einfach oder mit weißem Papier durchschossen käuflich ist.

Zum Anschlusse bei Kometen- oder Asteroidenbeobachtungen braucht man genaue Örter und wird etwa zu den auf $0^s,01$ und $0'',1$ genauen Zonenkatalogen der Astronomischen Gesellschaft[51]) greifen müssen, die, wie alle größeren Sternverzeichnisse, auch die Präzession und Eigenbewegung angeben, worauf

dann der Übergang zum scheinbaren Orte mit Hilfe der *Bessel*schen Zahlen (s. oben) zu vollziehen ist. Handelt es sich aber mehr um das Astrophysikalische, so braucht der Ort nur so genau bekannt zu sein, daß Verwechslungen nicht zu befürchten sind. Man wird dann etwa zur *Revised Harvard Photometry*[52]) greifen, die bis 6,5 geht, nötigenfalls zu dem Ergänzungsbande, der über 13000 noch schwächere Sterne bucht, gleich ihr die Örter auf $0^m,1$ und $1'$ gibt, die Helligkeit auf 0,01 Größenklassen und das Spektrum nach dem amerikanischen System; oder zur Potsdamer Photometrischen Durchmusterung, zur Göttinger Aktinometrie und zum *Hagen*schen Atlas der veränderlichen Sterne — alles Werke, die in den astrophysikalischen Abschnitten dieses Buches ausführlicher zu besprechen sind. Ein auch jetzt noch sehr lesenswertes Kapitel über Sternkataloge und Sternkarten findet man bei *Valentiner*[53]), wo auch ein nach Sternbildern geordnetes Verzeichnis der Doppelsterne, Sternhaufen, Nebel und veränderlichen Sterne zu finden ist. Ein gleichfalls nach den sich alphabetisch folgenden Sternbildern geordnetes Verzeichnis hat *Backhouse*[54]) herausgegeben. Im übrigen werden die Verzeichnisse von Doppelsternen usw. gleich den Milchstraßenatlanten in den betreffenden Abschnitten dieses Buches zu erwähnen sein.

Wer sich über die graphische Darstellung der Erd- und Himmelskugel belehren möchte, ohne zu größeren Werken greifen zu müssen, würde z. B. an *Gelcich-Sauter*[55]) einen kundigen Führer finden.

Die Auswahl eines geeigneten Erdatlas wird noch von anderen als rein astronomischen Erwägungen bestimmt. Gestatten es die räumlichen Verhältnisse, so lasse man beim Einbinden die Karten lieber nicht gebrochen auffalzen. Die ungebrochenen Karten lassen sich besser zu Messungen benutzen, halten sich auch länger. Um die Länge und Breite eines Ortes nach der Karte bequem zu bestimmen, legt man ein Lineal schräg so über die Karte, daß auf einen der beiden den Ort einschließenden Meridiane der Nullpunkt des Lineals zu liegen kommt, auf den anderen ein zweckmäßig ausgewählter Punkt, z. B. 60 *mm*, wenn die Meridiane um 1° auseinander stehen. Man verschiebt dann das Lineal parallel mit sich, bis es den Ort streift, dessen Länge in diesem Falle sofort auf die Bogenminute erhalten wird. Ähnlich bestimmt man die Breite; die Seehöhe ergibt sich nötigenfalls aus den Höhenkurven.

Den Meßtischblättern der preußischen Landesaufnahme und den entsprechenden, gleichfalls im Maßstabe 1:25000 angefertigten topographischen Karten der anderen deutschen Staaten ist eine lesenswerte Schrift[56]) gewidmet, die auch dem geographisch Unterrichteten einiges Neue bietet. Die Bogensekunde der Erdoberfläche erscheint auf ihnen noch größer als 1 *mm*. Sie sind z. B. zur genauen Bestimmung der Beobachtungsorte von glänzenden Meteoren sehr geeignet. Wo der Atlas versagt und das Meßtischblatt nicht zur Hand ist, können besonders in besuchteren Gegenden die Wanderkarten in den Reisehandbüchern, wie in den bekannten von *Baedeker*[57]), auch Kreis- und Provinzial-, Automobil- und Radfahrerkarten Ersatz bieten. Für sehr genaue geodätische Bestimmung etwa des Ortes der eigenen Sternwarte kann man z. B. die größeren Veröffentlichungen der preußischen Landesaufnahme[58]) heranziehen. — Zur genaueren Ortsbestimmung nach dem Meßtischblatte wird man gelegentlich

das Meßrädchen, den Kompaß und den Schrittzähler verwenden. Angaben über die magnetische Mißweichung findet man z. B. in *Petermanns Mitteilungen*[58a]).

Außer den Sternwartenverzeichnissen der Jahrbücher finden wir noch andere ausführliche alphabetische Ortsregister, z. B., wie bereits oben (S. 15) erwähnt, in dem logarithmischen Buche von *Gauß*, dann auch, und zwar hier besonders für Freunde geophysikalischer Untersuchungen eingerichtet, in dem *Rieflers*chen Tafelwerke[59]).

Die hauptsächlich für nautische Zwecke berechneten und herausgegebenen Azimut- und Höhentafeln[60])[61]) sind auch dem Astronomen gelegentlich eine willkommene Hilfe, namentlich aber dem Vertreter der optischen Meteorologie und der kosmischen Physik, da in diesen Wissenschaften die Höhe der Sonne eine bedeutende Rolle spielt. Da es sich hier um drei unabhängig veränderliche Größen handelt, nämlich die Sonnendeklination, die Polhöhe und die Zeit oder den Stundenwinkel des Gestirns, so ist trotz der Handlichkeit der Tafeln die Benutzung etwas umständlicher als man zunächst denkt. In welcher Richtung man sich Kürzungen erlauben kann, lehren die Differentialformeln der sphärischen Trigonometrie. Über Aufgaben dieser Art sowie auch über Land- und Seekarten findet man z. B. in den *Annalen der Hydrographie*[62]) sehr viel nützliches Material.

Was uns noch fehlt, sind große Karten, die das Gradnetz des Äquators gleichzeitig mit dem des Horizontes in anderer Farbe oder Schriftart darstellen, selbstverständlich für eine bestimmte Polhöhe. Sie müßten in geomonischem Entwurfe hergestellt sein, wo alle Hauptkreise als gerade Linien, alle kleinen Kreise als Kegelschnitte erscheinen. Ist eine solche Karte groß genug, so gestattet sie dem Benutzer, zu einem gegebenen Wertpaar des Stundenwinkels und der Deklination das Azimut und die Höhe abzulesen. Man könnte, und zwar namentlich im Interesse der meteorologischen Optik, diese Karten für alle vollen Grade zeichnen und jeder eine Tabelle beigeben, die die Änderungen dA und dh angäbe, die für ein bestimmtes $d\varphi$ in den einzelnen Gegenden des Netzes anzubringen wären. Daß das Ermitteln der Werte durch eine solche Karte nicht schwer ist, lehren ältere Versuche, z. B. ein für 51°,5 von *Heis* entworfenes Netz, das unseres Wissens nicht in den Handel gekommen ist.

Bei Berechnungen vergangener oder zukünftiger Ereignisse kommt man gelegentlich in den Fall, Daten feststellen zu müssen. Für die julianische Tageszählung findet man das Nötige in den Jahrbüchern zusammengestellt, und zwar im *B. J.* etwas bequemer als im *N. A.* Über die Einrichtung der verschiedenen Kalender belehrt z. B. das große Handbuch von *Ginzel*[63]), das die *Schram*schen Tafeln[64]) in geeigneter Weise ergänzen. Neben diesen kommt das kleinere Buch von *Lersch*[65]) in Betracht, namentlich auch für den christlichen Kalender und für die Zeitpunkte der Einführung des Gregorianischen Schaltverfahrens in den einzelnen Ländern. Wenn nach Heiligenfesten oder nach sonntäglichen Offizien datiert ist (Montag vor *Jacobi*; Mittwoch nach *Jubilate*), so können die liturgischen Bücher der katholischen Kirche, insbesondere das in zahlreichen Hand- und Taschenausgaben vertretene *Missale Romanum*[66])

aushelfen, die auch, besonders wenn man nicht gerade die allerkleinsten Ausgaben kauft, das Verfahren der Osterberechnung eingehend mitteilen und Tabellen dazu geben. Vorrichtungen zur mechanischen Lösung der Kalenderaufgaben sind mehrfach ersonnen worden; sehr praktisch sind die zwei, welche *Zaeske* erdacht und in den *Mitteilungen der V. A. P.*[67]) beschrieben hat, nämlich ein Apparat für Wochentage und bewegliche Feste, ein zweiter für die Zeiten der wahren Mondphasen unter Rücksicht auf die größeren Störungen.

Geht man bis ins Altertum zurück, so muß natürlich etwas schärfer gerechnet werden. Die zwei Tafelwerke von *Neugebauer*[68])[69]) enthalten alles Wünschenswerte. Das erste gibt für 519 helle Sterne die Größen, Positionen und Eigenbewegungen für 1900,0, worauf für 309 von diesen Gestirnen, wenn man so sagen darf, Ephemeriden folgen, nämlich die *RA* und *Decl* für jedes volle Jahrhundert von —4000 bis +1900. Hilfstafeln ermöglichen dann noch, für diese Sterne bis +3000 zu gehen und auch die Örter der nicht ausführlich behandelten Sterne von —4000 bis +3000 zu berechnen. Die Koordinaten sind für 1900 auf die dritte, für die vergangenen Jahrunderte auf die zweite Stelle des Grades angegeben. Das zweite *Neugebauer*sche Heft gibt Tafeln für die Sonne, den Mond und die fünf dem Altertum bekannten Planeten. Die hauptsächlich für Historiker geschriebenen Einleitungen sind leicht verständlich. Theoretisches zu diesen Dingen bietet ein älteres, noch heute lesenswertes Schriftchen von *Wislicenus*[70]).

Wenn auf sterndeuterische Gedankengänge angespielt wird, so kann das Büchlein von *Fr. Boll*[71]) zur Einführung in diese benutzt werden. Arabische Sternnamen werden in der älteren Literatur gelegentlich benutzt, und man muß sie also deuten können. Die geläufigsten stehen in den populär-astronomischen Büchern verzeichnet, auch z. B. bei den mittleren Sternörtern im *N. A.*, sowie bei *Ambronn*. In großer Zahl sind sie bei *Neugebauer*[68]) angegeben.

---

[1]) *H. Zimmermann, Rechentafel nebst Sammlung häufig gebrauchter Zahlenwerte. Berlin, Wilhelm Ernst & Sohn, 1891. 3. bis 5. Tausend.* Etwa 6 ℳ. — Wir geben hier und im folgenden die in unserem Besitze befindliche Auflage und den Friedenspreis für das gebundene Stück an. Änderungen der Tafeln in den späteren Auflagen sind selbstverständlich kaum anzunehmen. — *E. Z.*, d. h. englische Ziffer.

[2]) *Adolf Henselin, Rechentafel. Berlin S., Otto Elsner, 1897.* Mit Registerzetteln. Etwa 6 ℳ. — *G. Z.*, d. h. gerade Ziffer.

[3]) *L. Zimmermann, Rechentafeln. Große Ausgabe. Liebenwerda 1896.* Etwa 6 ℳ. — Die *kleinere Ausgabe* geht mit dem einen Faktor nur bis 1000. *Ebendort, 2. Aufl. 1897.* 1,25 ℳ. — *E. Z.* in beiden Büchern.

[4]) *J. Peters, Neue Rechentafeln. Berlin, Georg Reimer.* 15 ℳ. — *E. Z.*

[5]) *Kühtmanns Rechentafeln. Dresden, Gerhard Kühtmann, 1911.*

[6]) *F. G. Gauss, Fünfstellige vollständige logarithmische und trigonometrische Tafeln. 100. Auflage. Halle, Eugen Strien, 1909.* 2,50 ℳ. Eine *kleine Ausgabe* läßt die sehr umfangreichen im Titel nicht genannten Hilfstafeln mathematischer, astronomischer, physikalischer usw. Art weg. 1,60 ℳ. Zu demselben Preise ist von dem genannten Verfasser *ebendort* eine *vierstellige Schulausgabe* veranstaltet. — *E. Z.* in allen Tafeln.

[7]) *Fr. W. Rex, Fünfstellige Logarithmen-Tafeln. Stereotyp-Druck. Stuttgart, J. B. Metzler, 1884.*

[8]) *S. L. Laundy, Table of Quarter-Squares of all integer numbers up to 100000. London, Charles & Edwin Layton, 150 Fleet Street.* Etwa 30 ℳ. Das entsprechende deutsche Werk von *Blater* (1887) haben wir nie zu Gesicht bekommen können.

[9]) Tafeln mit 8, 10, 11, 14 Stellen wurden von *Bauschinger* und *Peters, Börgen, Andoyer* u. a. herausgegeben.

[10]) *C. Bremiker, Georgs Freiherrn von Vega logarithmisch-trigonometrisches Handbuch. 71. Auflage. Berlin, Weidmann, 1877.* — *E. Z.*

[11]) *C. Bruhns, Neues logarithmisch-trigonometrisches Handbuch. Auf 7 Dezimalen. Zweite Stereotyp-Ausgabe. Leipzig, Tauchnitz, 1881.* — *E. Z.*

[12]) *Schrön, Siebenstellige gemeine Logarithmen. 10. revidierte Stereotyp-Ausgabe. Braunschweig, Vieweg, 1870.* Die briggischen Logarithmen sind von 100001 bis 107999 auf 8 Stellen mitgeteilt; die Tafeln der Proportionalteile sind am Schlusse des Werkes einheitlich zusammengestellt und können auch als Multiplikationstafeln dienen. — *G. Z.*

[13]) *H. G. Köhler, Logarithmisch-trigonometrisches Handbuch. 6. rev. Stereotyp-Ausgabe. Leipzig, Tauchnitz, 1859.* — *G. Z.*

[14]) *Rühlmann, M. und M. R., Logarithmisch-trigonometrische Tafeln u. a. für Rechner nützliche Tafeln. 11. Aufl. Leipzig, Klinkhardt, 1891.* — *E. Z.*

[15]) *C. Bremikers logarithmisch-trigonometrische Tafeln mit 6 Dezimalstellen. Berlin, Nicolai, 1879.* — *E. Z.*

[16]) *Th. Wittstein, Fünfstellige logarithmisch-trigonometrische Tafeln. 10. Aufl. Hannover, Hahn, 1881.* — *E. Z.*

[17]) *Walther Greve, Vierstellige logarithmische und trigonometrische Tafeln. Bielefeld und Leipzig, Velhagen & Klasing. Ausgabe B. Mit naturwissenschaftlichen Tabellen. 1912.* — *G. Z.* Es ist auch eine größere fünfstellige Tafel in ähnlicher Ausstattung erschienen.

[18]) *E. F. August, Vollständige logarithmische und trigonometrische Tafeln. Leipzig, Veit & Cie. 17. Aufl. 1891.*

[19]) *Schlömilch, Fünfstellige logarithmische und trigonometrische Tafeln. Braunschweig, Vieweg. Wohlfeile Schulausgabe. 10. Aufl. 1890.* — Die größere Ausgabe enthält zahlreiche physikalische Tafeln.

[20]) *H. Schubert, Vierstellige Tafeln und Gegentafeln für logarithmisches und trigonometrisches Rechnen, in zwei Farben zusammengestellt. Leipzig 1912, Sammlung Göschen Nr. 81.* — *G. Z.*

[21]) *C. Rohrbach, Vierstellige logarithmisch-trigonometrische Tafeln nebst einigen physikalischen und astronomischen Tafeln. 2. Aufl. Gotha, Thienemann, 1899.* — *E. Z.*

[22]) Zweiseitig bedrucktes Blatt. In Kopenhagen erschienen.

[23]) *Hannover, Hahn.*

[24]) *O. Dietrichkeit, Siebenstellige Logarithmen und Antilogarithmen . . . mit Rand-Index und Interpolations-Einrichtung für vier- und siebenstelliges Schnellrechnen. Berlin, Springer, 1903.* — *G. Z.*

[25]) *Peters, Fünfstellige Logarithmen der trigonometrischen Funktionen für jede Zeitsekunde der Quadranten. Berlin, Georg Reimer, 1912.* — *E. Z.*

[26]) *H. Gravelius, Vierstellige logarithmisch-trigonometrische Tafeln für die Dezimalteilung der Quadranten usw. Berlin, Dümmler, 1912.*

[27]) *Astronomische Nachrichten, Kiel.*

[28]) *Zeitschrift für Vermessungswesen, Berlin.*

[29]) Erscheint bei *Teubner in Leipzig.*

[29a]) *O. Neuhaus, Die Geheimnisse des Schnellrechnens. Münster.* Mehrfach aufgelegt.

[30]) *Hamburg, Lucas Gräfe, 1916.* — *E. Z.*

[31]) *C. Wirtz, Tafeln und Formeln aus Astronomie und Geodäsie für die Hand des Forschungsreisenden, Geographen, Astronomen und Geodäten. Berlin, Springer, 1918.* 18 ℳ. — *E. Z.*

[32]) *Berliner Astronomisches Jahrbuch. Herausgegeben vom preußischen Rechen-Institut zu Berlin-Dahlem. Berlin, F. Dümmler, in Kommission.* 12 ℳ.

[33]) Von derselben Stelle in dem nämlichen Verlage.

[34]) *The Nautical Almanac and Astronomical Ephemeris. London.* Price: 2 sh. 6 d. Heute nicht leicht erhältlich.

[35]) *Nautisches Jahrbuch. Herausgegeben vom Reichsamt des Innern. Berlin, Carl Heymann.*

[36]) *Astronomischer Kalender. Herausgegeben von der Universitäts-Sternwarte zu Wien. Wien und Leipzig, Carl Gerolds Sohn. Jetzt 40 M. (1922.)*

[37]) Das *Annuaire publié par le Bureau des Longitudes* erscheint gleich der *Connaissance des Temps* bei *Gauthier u. Villaris* in Paris.

[37a]) Bei diesen hellsten Gestirnen ist die Strahlenbrechung berücksichtigt.

[38]) Verlag von *Dietrich Reimer (Ernst Vohsen) in Berlin.* Mit einem Textheftchen. Friedenspreis 1,50 *M.*

[39]) Die gangbarste Karte wird von der *Deutschen Lehrmittelanstalt zu Frankfurt a. M. (H. Klodt)* vertrieben und kostet 1,50 *M.* Sie wird auch zu entsprechend höheren Preisen mit drei beweglichen Planetenzeichen sowie mit Uhrwerk geliefert. — Karten dieser Art enthalten nur die in Europa sichtbaren Sterne. — Eine drehbare Sternkarte für das klassische Altertum, genauer für das Jahr — 150, wird bei *F. Dümmler* in Berlin erscheinen.

[40]) *H. Gewecke, Neue Karte des Sternhimmels.* Verlag wie 38.

[41]) *E. Heis, Atlas coelestis novus. Coloniae 1872.* Der bedruckte Teil der 12 Karten ist 325 mm breit, 213 mm hoch. Sie gehen durchschnittlich bis Decl — 38°.

[42]) *R. Schurig, Tabulae caelestes. Leipzig, Gaebler.*

[43]) *J. Messer, Stern-Atlas für Himmelsbeobachtungen. 2. verb. Auflage. Leipzig, K. L. Richter, 1902.* Friedenspreis 10 *M.*

[44]) *Littrow, Atlas des gestirnten Himmels. Berlin, Dümmler.*

[45]) In demselben Verlage. Die Karten sind 9 cm breit und 15 cm hoch.

[46]) *C. Rohrbach, V.A.P.-Sternkarten. Gotha, Thienemann.* Man kann alle 12 Karten als Atlas kaufen oder einen Satz von 10 gleichen Karten.

[47]) Selbstverlag des in Sonneberg (Thüringen) wohnenden Herausgebers.

[48]) [49]) Die Bedingungen des Ankaufes sind durch den Verlag *Marcus & Weber in Bonn* zu erfahren.

[50]) *Sternverzeichnis, enthaltend alle Sterne bis zur 6,5. Größe für das Jahr 1900,0. Berlin, Springer, 1907. 4°.*

[51]) Der im Entstehen begriffene *Katalog der Astronomischen Gesellschaft* erscheint bei *Wilhelm Engelmann in Leipzig.* Er ist, gleich den anderen Veröffentlichungen dieser Gesellschaft, der *A. G.*, den Mitgliedern derselben zu einem Vorzugspreise zugänglich. Die Bedingungen für die Aufnahme in die *A. G.* sind durch deren Schriftführer, z. Z. die Herren *Geh.-R. Prof. Müller* und *Prof. H. Ludendorff in Potsdam*, zu erfahren.

[52]) *Harvard Annals vol. 50* enthält die *Revised Harvard Photometry*, während *vol. 54* die Ergänzung enthält. Die Bände sind im Verlage der Sternwarte zu Cambridge (Mass.) erschienen.

[53]) *Valentiner, Handwörterbuch der Astronomie. 4 Bd. 8°. (I, II, IIIa, IIIb.) Breslau, E. Trewendt, 1897—1902.*

[54]) *T. W. Backhouse, Catalogues of 9842 stars. Sunderland (England), Hills and Co., 1911.* — Die zugehörigen 14 großen Karten kennen wir nicht.

[55]) *Gelcich und Sauter, Kartenkunde, 2. von P. Dinse herausgegebene Auflage. Sammlung Göschen. Leipzig 1901.*

[56]) *M. Walter, Inhalt und Herstellung der topographischen Karte 1:25000. Mit 9 Beilagen. Gotha, Perthes, 1913. 47 S.*

[57]) Verlag von *Carl Baedeker in Leipzig.*

[58]) Die Veröffentlichungen der preußischen Landesaufnahme sind durch den Verlag *E. S. Mittler & Sohn in Berlin* zu beziehen.

[58a]) *Gotha, Perthes.*

[59]) *Tabellen der Luftgewichte, der Druck-Äquivalente und der Gravitation. Berlin, Julius Springer, 1912.*

[60]) *J. Ebsen. Azimut-Tabellen. Hamburg, Eckardt & Meßtorff. Ohne Jahreszahl. [1899.]* Es sind die Deklinationen zwischen — 29° und + 29°, die Polhöhen zwischen — 72° und + 72° berücksichtigt.

[61]) *Altitude Tables. By Fred. Ball. London, J. D. Potter, 1910.*

62) Zu beziehen durch *E. S. Mittler & Sohn in Berlin.*

63) *F. K. Ginzel, Handbuch der mathematischen und technischen Chronologie. I. Bd., XII u. 584 S., 1906; II. Bd., VIII u. 597 S., 1911; III. Bd. 1914. Leipzig, J. C. Hinrichs.*

64) *R. Schram, Kalendariographische und chronologische Tafeln. XXXVI u. 368 S. Ebendort 1908.*

65) *Lersch, Einleitung in die Chronologie. 2. Aufl. 1899. Freiburg, Herder.*

66) Verleger solcher Ausgaben sind z. B. *Fr. Pustet in Regensburg; Desclée & Cie. in Tournay.* Das *Diurnale, Vesperale* u. a. Bücher dieser Art, die man gelegentlich gleichfalls billig erstehen kann, lassen sich in ähnlicher Weise benutzen.

67) *Jahrgang XXIX (1919), S. 1—7.*

68) *Sterntafeln von 4000 v. Chr. bis zur Gegenwart. Leipzig, J. C. Hinrichs, 1912.*

69) *Tafeln für Sonne, Planeten und Mond, nebst Tafeln der Mondphasen. Ebendort 1914.*

70) *Astronomische Chronologie. Leipzig, Teubner, 1895.*

71) *Fr. Boll, Sternglaube und Sterndeutung. Leipzig, Teubner. Sammlung Aus Natur und Geisteswelt.*

J. Plassmann.

Anfangsgründe der höheren Analysis.

I. Funktionen und Gleichungen.

1. Funktionen.

Bestimmen wir mehrmals, etwa von Stunde zu Stunde, die Rektaszension des Mondmittelpunktes, so finden wir stets andere Werte; zu jedem Zeitpunkt gehört ein ganz bestimmter Wert α. Diese Abhängigkeit von der Zeit t drücken wir dadurch aus, daß wir sagen, α sei eine Funktion von t; $\alpha = f(t)$. Es ändert sich auch die Deklination δ, aber in anderer Weise; wir schreiben etwa $\delta = F(t)$. Die Zeichen f und F sind hier Symbole für verschiedene Arten des Abhängigkeitsverhältnisses, wie die Zeichen *sin*, *cos*, *lg* usw., also nicht etwa Faktoren.

Die Größen α, δ und t heißen veränderlich oder variabel; die aus der Elementarmathematik bekannten Zahlen, welche durch einen fest bestimmten Wert charakterisiert sind, wie 4, $2\frac{1}{3}$, $-\frac{3}{7}$, $\sqrt{2}$, π, $\sqrt{-1}$ nennt man konstant. Häufig bezeichnet man konstante Größen durch die ersten, variable durch die letzten Buchstaben des lateinischen Alphabets.

In der Praxis können wir Werte auch dann als konstant auffassen, wenn ihre Änderungen unterhalb der Genauigkeitsgrenze unserer Rechnung liegen. So sieht man bei der Polhöhe φ von den erst neuerdings entdeckten Schwankungen fast immer ab. In der Mechanik des Himmels bleibt die Massenvermehrung der Himmelskörper durch herabstürzende Meteore außer Betracht*).

In $\alpha = f(t)$ können wir der Zeit ganz willkürliche Werte beilegen; sie heißt hier die unabhängige Veränderliche; α und δ nennt man abhängige Veränderliche, da sie durch die Angabe von t bestimmt sind.

Im allgemeinen suchen wir den Zusammenhang zwischen der unabhängigen Veränderlichen x und der abhängigen Variabeln y wie oben durch eine Gleichung von der Form $y = f(x)$ darzustellen, wobei $f(x)$ ein Ausdruck ist, der durch bekannte Rechen- oder Beobachtungsmethoden aus x hervorgeht. So ist z. B. nach *Neugebauer, Tafeln zur astronomischen Chronologie II*, der *Leverrier*sche Wert für die mittlere Schiefe der Ekliptik gegeben durch

$$\varepsilon = 23^\circ\,27'\,31'',83 - 0{,}47594\,t - 0{,}00000149\,t^2.$$

Hierin ist die Zeit t (julianische Jahre, von 1850 Januar 1,0 m. Z. Paris an gerechnet) die unabhängige, ε die abhängige Veränderliche, während die anderen Zahlen konstant sind. Die mittlere Refraktion ϱ, der Winkel, um welchen man die beobachtete Zenitdistanz z vergrößern muß, um die wahre zu erhalten, ist eine Funktion von z, die aus den Tabellen, und angenähert durch die Formel $\varrho = 57'',7\,\mathrm{tg}\,z - 0'',066\,\mathrm{tg}^3 z$ gefunden werden kann. Die Zeitgleichung ist eine Funktion der Zeit, die Helligkeit der Venus ebenfalls.

*) Vgl. aber *Strömgren, Über die Bedeutung kleiner Massenänderungen für die Newtonsche Zentralbewegung. A. N. 3897.*

Die letzten Funktionen sind periodisch; nach Ablauf einer gewissen Zeit treten dieselben Funktionswerte wieder auf.

Die analytische Geometrie zeigt uns, wie man Funktionen graphisch darstellt und ihren Verlauf dadurch anschaulich macht. Man zeichnet ein Achsenkreuz und trägt auf der einen Geraden — gewöhnlich der wagerechten — in einem bestimmten Maßstabe die Werte der unabhängigen Veränderlichen als „Abszissen" ab; gewöhnlich nach rechts, wenn sie positiv, nach links, wenn sie negativ sind. In dem Endpunkte jeder Abszisse errichtet man das Lot und steckt auf ihm den zugehörigen Funktionswert (die abhängige Variable) als „Ordinate" ab, positive Zahlen gewöhnlich nach oben, negative nach unten. Verbindet man dann noch die Endpunkte durch das Kurvenlineal, so erhält man eine Linie, die alle Eigenschaften der Funktion mit einem Blick überschauen läßt.

Beispiel 1. Es soll die Höhe h und das Azimut A eines Gestirnes, von der oberen Kulmination des Frühlingspunktes an, Stunde für Stunde berechnet werden, bis ein Sterntag verflossen ist.

Hier gelten*) die Formeln

$$\sin h = \sin\varphi \sin\delta + \cos\varphi \cos\delta \cos t; \quad \sin A = \frac{\cos\delta \sin t}{\cos h}.$$

Darin bedeutet φ die Polhöhe und δ die Deklination. Bei dieser und der Rektaszension können wir wegen der Kürze der Zeitspanne von der Änderung, welche die Präzession und Nutation herbeiführen, absehen, α und δ also als konstant behandeln. In die Formel tritt die Rektaszension α durch Vermittlung des Stunden-Winkels t ein (t hat hier eine andere Bedeutung als auf S. 1. Es ist nämlich $t = \Theta - \alpha$, wenn Θ die Sternzeit bedeutet. Die Größen Θ, t, h und A sind variabel.

Die Funktionen haben hier nicht die einfache Form, wie wir es wohl wünschen möchten; man kann nicht sofort h, sondern muß erst $\sin h$ berechnen, und die Ermittlung von A ist erst möglich, wenn wir h schon kennen. Die folgende Tabelle gilt für $\alpha = 3^h\,42^m,7$; $\delta = 23°\,52'$ (Alkyone in den Plejaden, 1920,0) und für $\varphi = 51°\,58'$ (Münster i. W., Überwasserkirche).

Θ	t	h	A	Θ	t	h	A
0^h	$-3^h\,42^m,7$	$+39°\,31'$	$-78°\,16'$	12^h	$8^h\,17^m,3$	$+0°\,3'$	$+130°\,57'$
1^h	$-2^h\,42^m,7$	$+48°\,15'$	$-63°\,31'$	13^h	$9^h\,17^m,3$	$-6°\,14'$	$+143°\,10'$
2^h	$-1^h\,42^m,7$	$+55°\,44'$	$-44°\,44'$	14^h	$10^h\,17^m,3$	$-10°\,54'$	$+156°\,12'$
3^h	$-0^h\,42^m,7$	$+60°\,44'$	$-20°\,17'$	15^h	$11^h\,17^m,3$	$-13°\,36'$	$+169°\,58'$
4^h	$+0^h\,17^m,3$	$+61°\,42'$	$+8°\,22'$	16^h	$12^h\,17^m,3$	$-14°\,4'$	$+184°\,5'$
5^h	$1^h\,17^m,3$	$+58°\,15'$	$+35°\,7'$	17^h	$13^h\,17^m,3$	$-12°\,18'$	$+198°\,3'$
6^h	$2^h\,17^m,3$	$+51°\,38'$	$+56°\,10'$	18^h	$14^h\,17^m,3$	$-8°\,26'$	$+211°\,25'$
7^h	$3^h\,17^m,3$	$+43°\,19'$	$+72°\,23'$	19^h	$15^h\,17^m,3$	$-2°\,47'$	$+223°\,59'$
8^h	$4^h\,17^m,3$	$+34°\,15'$	$+85°\,39'$	20^h	$16^h\,17^m,3$	$+4°\,17'$	$+235°\,44'$
9^h	$5^h\,17^m,3$	$+25°\,2'$	$+97°\,21'$	21^h	$17^h\,17^m,3$	$+12°\,23'$	$+246°\,56$
10^h	$6^h\,17^m,3$	$+16°\,2'$	$+108°\,25'$	22^h	$18^h\,17^m,3$	$+21°\,10'$	$+257°\,56$
11^h	$7^h\,17^m,3$	$+7°\,36'$	$+119°\,28'$	23^h	$19^h\,17^m,3$	$+30°\,20'$	$+269°\,17$

*) Vgl. das Kapitel über Zeitbestimmung.

Fig. 1 gibt die graphische Darstellung dieser Tabelle. Die Höhe steigt zunächst. Bei $\Theta = 3^h,7$ erreicht sie ein Maximum (obere Kulmination), dann nimmt sie ab, bis sie für $\Theta = 12^h$ verschwindet. Dann geht das Siebengestirn unter. Von $\Theta = 12^h$ bis $\Theta = 19^h,4$ durchläuft es seinen Nachtbogen, in der Mitte dieses Zeitraumes ($\Theta = 15^h,7$) findet die untere Kulmination statt.

Das Azimut wächst dauernd; für den Zeitpunkt der oberen Kulmination springt es von 360° auf 0° zurück, für den der unteren wird es 180°. Erreicht es die Werte 90° und 270° (für $\Theta = 8,4^h$ und $\Theta = 23^h,1$), so ändert sich die Höhe in der Zeiteinheit am stärksten, wie ein Vergleich mit dem Gipfel und dem Tal der Kurve sofort lehrt.

Höhe und Azimut sind periodische Funktionen der Sternzeit, denn nach Ablauf eines Sterntages wiederholen sich ihre Werte.

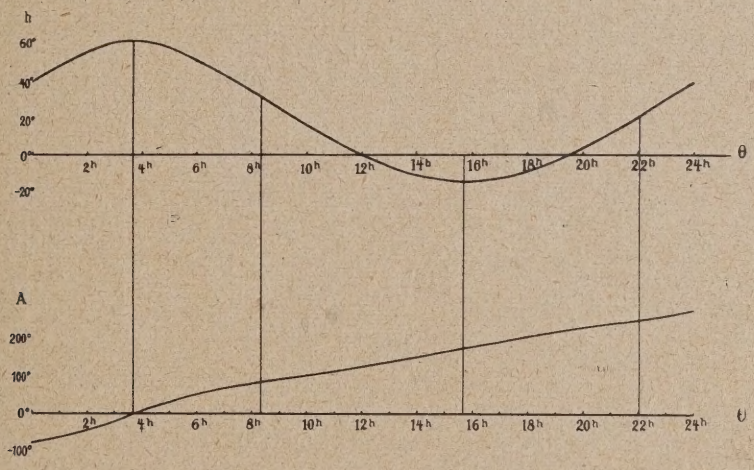


Fig. 1

Um andere Übungsbeispiele zu erhalten, empfiehlt es sich, δ zu variieren. Ist $\delta > 90° - \varphi$, so hat man Zirkumpolarsterne; ist $\delta < -(90° - \varphi)$, so steigt der Stern nie über den Horizont; ist $\delta > \varphi$, so kommt er nie in den Ost-West-Vertikal. Ferner kann man φ andere (positive und negative) Werte erteilen.

Oft wendet man statt des bisher benutzten rechtwinkligen Achsensystems mit Vorteil Polarkoordinaten an. Es sei $r = f(v)$, wobei v einen Winkel bedeute. Man legt dann (Fig. 2) einen Strahl MA, die Polarachse, fest hin, trägt an ihn in M verschiedene Werte von v, nämlich 0, v_1, v_2 . . . an und macht die angelegten Schenkel gleich den zugehörigen Größen r_0, r_1, r_2 . . . . Die Endpunkte verbindet man durch eine Kurve. Der Punkt M heißt Pol, der Winkel v der Polarwinkel, die Strecke r der Radiusvektor.

Beispiel 2. Gegeben sei eine feste Gerade L und ein fester Punkt F (Fig. 3). Ein anderer Punkt P hat von F den Abstand PF und von L den Abstand PQ. Das Verhältnis $\frac{PF}{PQ}$ habe den Wert e. Es soll die Gleichung einer Kurve bestimmt

werden, deren sämtliche Punkte P_1, P_2, P_3 ... dieselbe Verhältniszahl liefern. Man nennt diese Kurven Kegelschnitte.

Wir wählen F als Pol und die zu L senkrecht gezogene Gerade FRO als Polarachse. OF sei gleich d. Dann ist $PQ = RO = d - r\cos v$. $\frac{PF}{PQ} = \frac{r}{d - r\cos v} = e$. Hieraus findet man leicht $r = \frac{ed}{1 + e\cos v} = \frac{p}{1 + e\cos v}$, wenn ed durch p bezeichnet wird.

Ist e ein echter Bruch, so nennt man die Kurve eine Ellipse, für $e = 1$ entsteht eine Parabel, für $e > 1$ eine Hyperbel. Man zeichne verschiedene Arten der Kegelschnitte!

Die (ungestörten) Bahnen der Himmelskörper um die Sonne sind Kegelschnitte; der „Brennpunkt" F ist die Sonne, die Polarachse ist die Apsidenlinie, der Polarwinkel v heißt die wahre Anomalie.

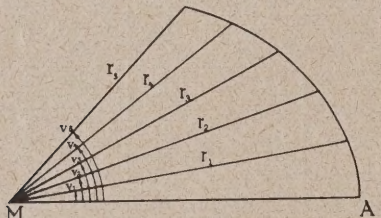
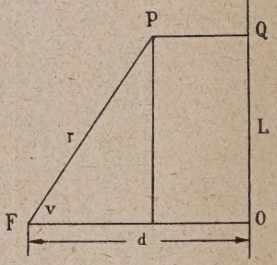


Fig. 2

Fig. 3



2. Gleichungen mit einer Unbekannten.

Die Meridianebene des Beobachtungsortes kann man bestimmen, wenn man mit dem Theodoliten ein Gestirn anvisiert, die Höhe festklemmt und das Fernrohr azimutal so dreht, daß nach der nächsten Kulmination der Stern wieder im Mittelpunkt des Fadenkreuzes erscheint. Dann braucht man nur die Mitte zwischen den beiden Ablesungen auf dem Horizontalkreis zu nehmen.

Hierbei ist es natürlich erwünscht, die ungefähre Zeit der zweiten Beobachtung zu wissen. Setzt man allgemein $h = f(\Theta)$, ist ferner die beobachtete Höhe h_0, so muß für den zweiten (gesuchten) Wert von θ die Gleichung $f(\Theta) = h_0$ bestehen.

Die graphische Darstellung der Funktion f gibt uns sofort eine Lösungsmethode: Man sucht alle Punkte der Kurve, welche von der Abszissenachse um h_0 entfernt sind; ihre Abszissen sind die gesuchten Werte. Die charakteristischen Punkte erhält man sofort, wenn man die Kurve mit der im Abstande h_0 gezogenen Parallele zum Schnitt bringt. (Bei Polarkoordinaten tritt an Stelle der Parallele ein Kreis um den Pol mit dem gegebenen Funktionswert).

Diese Methode läßt sich auf jede noch so komplizierte numerische Gleichung anwenden; ihre Genauigkeit kann beliebig gesteigert werden, wenn man die Umgebung des charakterischen Kurvenpunktes in möglichst großem Maßstabe

zeichnet. Das Verfahren versagt aus leicht ersichtlichen Gründen, wenn außer Zahlen noch Buchstaben als bekannt angenommen werden, außerdem, wenn die Lösungen komplex sind.

Hat man die Höhe der Alkyone vor ihrer oberen Kulmination zu $h_0 = 48° 52'$ bestimmt, so lehrt die Zeichnung, daß die Sternzeit im Moment der Beobachtung $\theta = 1^h,1$ war und für $\theta = 6^h,4$ derselbe Betrag der Höhe erreicht wird. Man muß also $5^h,3$ Sternzeit warten.

Neben dem numerisch allgemeingültigen graphischen Verfahren mögen auch die einfachsten Fälle der analytischen Behandlung hier ihre Stelle finden.

A. Lineare Gleichungen.

Lineare Gleichungen sind dadurch charakterisiert, daß sie nach geeigneten Reduktionen auf die Form $ax + b = c$ gebracht werden können; $x = \frac{c - b}{a}$. Die Funktion $y = a\,x + b$ stellt wegen des gleichmäßigen Anwachsens eine Gerade dar.

Linearer Verlauf findet sich häufig; fast stets kann man ein kleines Stück einer Kurve als nahezu geradlinig ansehen; jede Interpolation, bei der nicht größere Genauigkeit verlangt wird, behandelt die vorgelegte Funktion als linear.

B. Quadratische Gleichungen.

Die Normalform einer quadratischen Gleichung ist $x^2 + a\,x = b$; dann ist $x = -\frac{a}{2} \pm \sqrt{\frac{a^2}{4} + b}$. (Zwei Lösungen!)

Quadratische Funktionen und Gleichungen erhält man in der Interpolationsrechnung (s. d.!), wenn auch die zweiten Differenzen, aber keine höheren, berücksichtigt werden. Weicht eine Funktion merklich vom linearen Verlauf ab, so führt man in den Näherungsausdruck, der sie darstellen soll, ein quadratisches Glied ein.

Beispiel 3. In *v. Oppolzers Bahnbestimmung, Band II, S. 295*, findet sich:

$$-0{,}000000379\,9\,n^2 + 0{,}000079649\,93\,n + 0{,}000050757\,5 = 0.$$

Durch Division ergibt sich

$$n^2 - 2096{,}602\,n = 133{,}6075; \quad n_1 = -0{,}063\,723\,80; \quad n_2 = 2096{,}666.$$

Die Rechnung muß sehr sorgfältig ausgeführt werden.

C. Gleichungen höheren Grades und transzendente Gleichungen.

Eine Gleichung $n$ten Grades hat nach passender Vereinfachung die Form

$$x^n + a\,x^{n-1} + b\,x^{n-2} + c\,x^{n-3} + \ldots + k\,x + l = 0.$$

Ist n höchstens 4, so läßt sie sich in ähnlicher, aber komplizierterer Weise wie die quadratische Gleichung auflösen; ist n größer, oder kommen Ausdrücke von der Form $\sin x$, $\lg x$ u. dgl. vor (transzendente Gleichungen), so ist man

auf Näherungsverfahren angewiesen, die man aber auch bei den Gleichungen zweiten bis vierten Grades in der Praxis vorziehen wird. Man bestimmt graphisch oder durch Schätzung einen Näherungswert von x und verbessert ihn planmäßig. Von den sehr zahlreichen Methoden greifen wir hier nur das Iterationsverfahren heraus.

Beispiel 4. Bei der Berechnung der Kometenbahnen kommt die Gleichung

$$\operatorname{tg}\frac{v}{2} + \tfrac{1}{3}\operatorname{tg}^3\frac{v}{2} - c = 0$$

vor. Wir wollen sie für $c = 0{,}12450086$ lösen. Es sei $\operatorname{tg}\frac{v}{2} = x$, dann kann die Gleichung geschrieben werden

$$x = 0{,}12450086 - \tfrac{1}{3}x^3.$$

Für kleine Werte von x — die graphische Darstellung zeigt, daß nur solche in Betracht kommen — wird $\frac{1}{3}x^3$ sehr klein; die rechte Seite ändert ihren Wert bei Berücksichtigung dieses Gliedes nur unwesentlich. Nehmen wir für x einen passenden Näherungswert x_0 an, so wird ein kleiner Fehler, der noch in dieser Größe steckt, wegen der Kleinheit von $\frac{1}{3}x^3$ die rechte Seite kaum verfälschen; sie wird sich mit großer Annäherung berechnen lassen und uns, da sie gleich x ist, einen besseren Näherungswert x_1 liefern, mit dem wir das Verfahren wiederholen können. Für $x_0 = 0$ wird die rechte Seite $0{,}12450086$; x_1 ist also gleich dieser Zahl. Setzt man sie rechts ein, so ergibt sich

$$x_2 = 0{,}12450086 - \tfrac{1}{3}\cdot 0{,}12450086^3 = 0{,}12385759,$$

hieraus $x_3 = 0{,}12386751$; $x_4 = 0{,}12386735$; $\frac{v}{2} = 7^\circ\,3'\,40''$; $v = 14^\circ\,7'\,20''$.

Während der Annäherung kann man noch von der Approximationsformel $(x_0 + h)^n = x_0^n + n\,h\,x_0^{n-1}$ (sie folgt aus dem binomischen Satz) Gebrauch machen. So mußte man $\frac{1}{3}x_2^3$ berechnen; x_2 unterscheidet sich nur um den kleinen Betrag $h = -0{,}00064327$ von x_1; $\frac{1}{3}x_2^3$ ist nahezu gleich $\frac{1}{3}x_1^3 + h\,x_1^2$. Der erste Summand war schon berechnet, der zweite erfordert wegen seiner Kleinheit geringere Hilfsmittel (vierstellige Logarithmen oder Rechenschieber). Zum Schluß wird man aber wieder exakt rechnen, um die kleinen Fehler los zu werden, welche die Näherungsformeln mit sich gebracht haben.

Das Iterationsverfahren besteht also darin, daß man die Gleichung auf die Form $x = f(x)$ bringt, wobei $f(x)$ eine wenig „empfindliche" Funktion ist, eine Funktion, die bei verhältnismäßig großen Änderungen der unabhängigen Variabeln nur geringe Schwankungen ihres Wertes erleidet. Man setzt für x einen Näherungswert x_0 ein, berechnet $x_1 = f(x_0)$; $x_2 = f(x_1)$ usw., bis $f(x_n)$ wieder auf x_n führt.

Zur geometrischen Veranschaulichung zerlegt man unsere Gleichung in zwei, nämlich $y = x$ und $y = f(x)$. Die Koordinaten x und y des Schnittpunktes der entsprechenden Linien (Fig. 4) genügen beiden Gleichungen, also auch der ursprünglichen, die durch Elimination von y aus ihnen entsteht; die Abszisse x

des Kurvenschnittpunktes ist ihre Lösung. Es sei $OA_0 = x_0$ der erste Näherungswert, dann ist $A_0C_0 = f(x_0)$. Zieht man C_0B_1 parallel zur X-Achse bis zum Schnittpunkt B_1 mit der Geraden $y = x$, so wird auch $A_1B_1 = f(x_0)$, und da für die Gerade Abszissen und Ordinaten gleich sind, auch $OA_1 = x_1 = f(x_0)$. Durch dieselbe Betrachtung findet man, daß $x_2 = OA_2 = f(x_1)$ ist usw. Ist $f(x)$ wenig „empfindlich", so verläuft die Kurve fast parallel zur X-Achse: die Parallelen C_0B_1, C_1B_2 usw. zielen schnell zum Schnittpunkt. Fig. 5 zeigt, daß die Annäherung auch auf anderem Wege erfolgen kann, und Fig. 6, daß bei unzweckmäßiger Wahl der Funktion f eine Entfernung vom gesuchten Wert stattfinden kann. Einige Hilfslinien sind weggelassen.

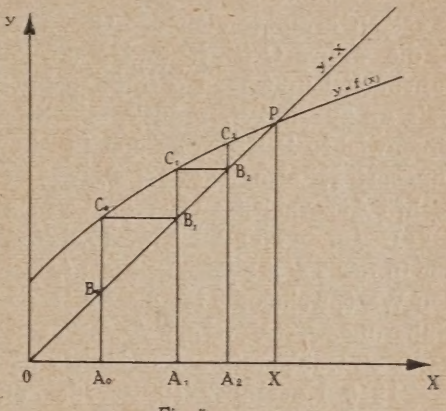


Fig. 4

Beispiel 5. Die *Kepler*sche Gleichung lautet:

$$E - e \sin E = M.$$

Will man E und M in Geraden haben, so muß man das mittlere Glied mit $\frac{180}{\pi}$ (vgl. S. 49) multiplizieren. Für die Erde ist 1916 Juli 19.5 nach dem *Berliner Astronomischen Jahrbuch* $M = 195{,}94$, ferner ist $e = 0{,}016744$, also wird die Gleichung

$$E - 0{,}95936 \sin E = 195°{,}94.$$
$$E = 195°{,}94 + 0{,}95936 \sin E.$$

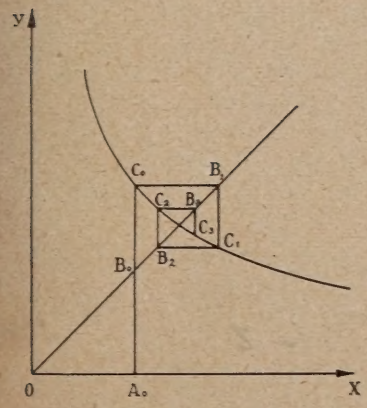


Fig. 5

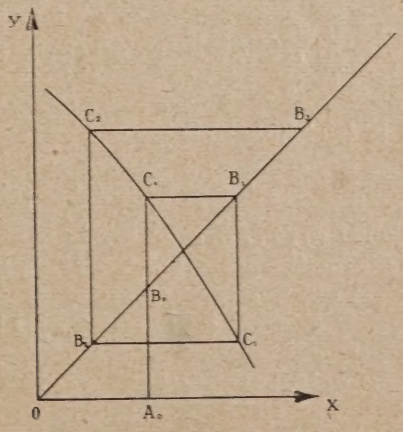


Fig. 6

Da $0{,}95936 \sin E$ höchstens gleich $0{,}95936$ sein kann, also klein ist gegen $195°{,}94$, setzt man $E_0 = 195°{,}94$. Dann ist $E = 195°{,}94 + 0°{,}95936 \sin 195°{,}94 = 195{,}68$.

Für E_2 erhält man denselben Wert; er ist also bei der gewählten Genauigkeit endgültig.

Beispiel 6. Wann kulminiert für einen bestimmten Ort an einem bestimmten Tage die Sonne?

Man erinnere sich der Gleichung $z_m = z_w + g$, in welcher z_m die mittlere, z_w die wahre Ortszeit und g die Zeitgleichung ist. Aus dem Astronomischen Jahrbuch kennt man g für den mittleren Greenwicher Mittag; um sie für die Zeit z_m zu finden, müßte man diese selbst schon kennen. Ist t die mittlere Greenwicher Zeit des gesuchten Momentes, λ die östliche Länge des Beobachtungsortes, also $z_m = t + \lambda$, so ist $t = z_m - \lambda = z_w + g - \lambda = g - \lambda$. Der rechte Ausdruck ist wegen g von t abhängig; wir haben ein Iterationsproblem.

Der erste Näherungswert sei $t_0 = 0$. Das zugehörige g_0 ist gleich dem Werte, der in der Tafel angegeben ist; $t_1 = g_0 - \lambda$. Wir berechnen durch Interpolation den Wert, welchen g für die Zeit t_1 annimmt; er sei g_1, dann finden wir den neuen Näherungswert $t_2 = g_1 - \lambda$. Wegen der geringen Änderung der Zeitgleichung kann er wohl stets als endgültig betrachtet werden.

1916 November 19 ist für den mittleren Greenwicher Mittag die Zeitgleichung $-14^m\,32^s,97$; Nov. 20 erhält man $-14^m\,19^s,01$, und Nov. 21 hat man $-14^m\,4^s,21$. Der Beobachtungspunkt sei die Universitätssternwarte zu Königsberg; $\lambda = 1^h\,21^m\,58^s,98$. Für Nov. 20 ist $t_1 = g_0 - \lambda = -1^h\,36^m\,17^s,99$. Zu dieser Zeit ist die Zeitgleichung, wie man durch Interpolation findet, $g_1 = -14^m\,19^s,91$, also $t_2 = -1^h\,36^m\,18^s,89$. Hieraus folgt wieder $g_2 = -14^m 19,91^s$, wie vorher; $t_1 = 1916$ Nov. 19, $22^h\,23^m\,41^s,11$ *m. G. Z.* ist der endgültige Zeitpunkt der Kulmination.

Auch bei Finsternissen und Sternbedeckungen wird die Methode der Iteration benutzt, jedoch auch dann, wenn der funktionale Zusammenhang nur durch Tabellen gegeben ist, wie bei der Refraktion.

3. Gleichungen mit mehreren Unbekannten.

Determinanten.

Die Gleichungen

$$a_1 x + b_1 y = k_1,$$
$$a_2 x + b_2 y = k_2,$$

in welchen a_1, b_1, k_1, a_2, b_2, k_2 bekannt sind, führen nach den Methoden der Elementarmathematik auf die Lösungen

$$x = \frac{k_1 b_2 - k_2 b_1}{a_1 b_2 - a_2 b_1};\quad y = \frac{-k_1 a_2 + k_2 a_1}{a_1 b_2 - b_1 a_2}.$$

Setzt man abkürzend $a_1 b_2 - b_1 a_2 = \begin{vmatrix} a_1 b_1 \\ a_2 b_2 \end{vmatrix}$,

$$\text{so ist } x = \frac{\begin{vmatrix} k_1 b_1 \\ k_2 b_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 b_1 \\ a_2 b_2 \end{vmatrix}};\quad y = \frac{\begin{vmatrix} a_1 k_1 \\ a_2 k_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 b_1 \\ a_2 b_2 \end{vmatrix}}.$$

Man erhält die Zähler aus dem Nenner, indem man im ersten Falle a_1 und a_2, im zweiten b_1 und b_2 durch k_1 und k_2 ersetzt. Ausdrücke von der Form $\begin{vmatrix} a_1 b_1 \\ a_2 b_2 \end{vmatrix}$ heißen Determinanten von vier Elementen.

Um höhere Determinanten zu definieren, rufen wir uns aus der Lehre von den Permutationen den Satz ins Gedächtnis zurück, daß n untereinander verschiedene Elemente $1 \cdot 2 \cdot 3 \ldots n$ Umstellungen gestatten; z. B. sind die Vertauschungen, welche man mit den Ziffern 1, 2, 3 vornehmen kann, folgende: 123; 132; 213; 231; 312; 321; ihre Anzahl ist $1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$. Vier verschiedene Elemente lassen $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$ Permutationen zu.

Steht dabei eine höhere Ziffer vor einer niederen, so sprechen wir von einer Inversion. In der Zusammenstellung 4132 treten die Inversionen 41; 43; 42; 32 auf, den Gegensatz bilden die Folgen 13 und 12. Eine Permutation heißt gerade, wenn sie keine Inversion oder eine gerade Anzahl von ihnen aufweist (z. B. 123; 4132; 536421), ungerade, wenn die Anzahl der in ihr vorkommenden Inversionen ungerade ist. So enthält 536412 die 11 Inversionen 53; 54; 51; 52; 31; 32; 64; 61; 62; 41; 42; diese Permutation ist ungerade, ebenso 321; 2413; 45132.

Die Determinante $\Delta = \begin{vmatrix} \alpha_1 \beta_1 \gamma_1 \\ \alpha_2 \beta_2 \gamma_2 \\ \alpha_3 \beta_3 \gamma_3 \end{vmatrix}$ bildet man — und das ist ihre Definition — folgendermaßen. Man schreibt zuerst das Produkt der Glieder hin, welche die von links oben nach rechts unten führende Diagonale schneidet, also $\alpha_1 \beta_2 \gamma_3$. Dann permutiert man, ohne die Reihenfolge der Buchstaben (α, β, γ) zu ändern, die Indizes. Jedes Glied, welches eine gerade Permutation ist, erhält das Vorzeichen +, jede ungerade Permutation wird mit dem Minuszeichen versehen. Das Ganze, als algebraische Summe aufgefaßt, ist der Wert der Determinante. Man erhält

$$\Delta = \alpha_1 \beta_2 \gamma_3 - \alpha_1 \beta_3 \gamma_2 - \alpha_2 \beta_1 \gamma_3 + \alpha_2 \beta_3 \gamma_1 + \alpha_3 \beta_1 \gamma_2 - \alpha_3 \beta_2 \gamma_1 .$$

Die entsprechende Regel gilt auch für höhere Determinanten, so ist z. B.

$$\begin{vmatrix} \alpha_1 \beta_1 \gamma_1 \delta_1 \\ \alpha_2 \beta_2 \gamma_2 \delta_2 \\ \alpha_3 \beta_3 \gamma_3 \delta_3 \\ \alpha_4 \beta_4 \gamma_4 \delta_4 \end{vmatrix} = \begin{array}{l} +\alpha_1 \beta_2 \gamma_3 \delta_4 - \alpha_1 \beta_2 \gamma_4 \delta_3 - \alpha_1 \beta_3 \gamma_2 \delta_4 + \alpha_1 \beta_3 \gamma_4 \delta_2 + \alpha_1 \beta_4 \gamma_2 \delta_3 - \alpha_1 \beta_4 \gamma_3 \delta_2 - \\ -\alpha_2 \beta_1 \gamma_3 \delta_4 + \alpha_2 \beta_1 \gamma_4 \delta_3 + \alpha_2 \beta_3 \gamma_1 \delta_4 - \alpha_2 \beta_3 \gamma_4 \delta_1 - \alpha_2 \beta_4 \gamma_1 \delta_3 + \alpha_2 \beta_4 \gamma_3 \delta_1 + \\ +\alpha_3 \beta_1 \gamma_2 \delta_4 - \alpha_3 \beta_1 \gamma_4 \delta_2 - \alpha_3 \beta_2 \gamma_1 \delta_4 + \alpha_3 \beta_2 \gamma_4 \delta_1 + \alpha_3 \beta_4 \gamma_1 \delta_2 - \alpha_3 \beta_4 \gamma_2 \delta_1 - \\ -\alpha_4 \beta_1 \gamma_2 \delta_3 + \alpha_4 \beta_1 \gamma_3 \delta_2 + \alpha_4 \beta_2 \gamma_1 \delta_3 - \alpha_4 \beta_2 \gamma_3 \delta_1 - \alpha_4 \beta_3 \gamma_1 \delta_2 + \alpha_4 \beta_3 \gamma_2 \delta_1 . \end{array}$$

Die folgenden Sätze werden hier für Determinanten mit 9 Gliedern abgeleitet. Der Leser tut gut daran, ihre Richtigkeit auch für 16gliedrige Determinanten zu zeigen. Allgemeine Beweise findet man in der einschlägigen mathematischen Literatur.

Satz 1. Eine Determinante bleibt ungeändert, wenn man die Horizontalreihen zu Vertikalreihen macht.

Beweis. In der neungliedrigen Determinante Δ setze man $\alpha_1 = a_1$, $\alpha_2 = a_2$, $\alpha_3 = a_3$; $\beta_1 = b_1$ usf. Dann resultiert

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} a_1 b_1 c_1 \\ a_2 b_2 c_2 \\ a_3 b_3 c_3 \end{vmatrix} = a_1 b_2 c_3 - a_1 b_3 c_2 - a_2 b_1 c_3 + a_2 b_3 c_1 + a_3 b_1 c_2 - a_3 b_2 c_1.$$

Setzt man $\alpha_1 = a_1$, $\alpha_2 = b_1$, $\alpha_3 = c_1$; $\beta_1 = a_2$, $\beta_2 = b_2$, $\beta_3 = c_2$; $\gamma_1 = a_3$, $\gamma_2 = b_3$, $\gamma_3 = c_3$, so entsteht

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} a_1 a_2 a_3 \\ b_1 b_2 b_3 \\ c_1 c_2 c_3 \end{vmatrix} = a_1 b_2 c_3 - a_1 c_2 b_3 - b_1 a_2 c_3 + b_1 c_2 a_3 + c_1 a_2 b_3 - c_1 b_2 a_3.$$

Da die rechten Ausdrücke gleich sind, ist $\Delta_1 = \Delta_2$.

Satz 2. Vertauscht man in einer Determinante zwei Parallelreihen, so ändert sich nur ihr Vorzeichen.

Beweis. Man setze einmal $\alpha_1 = a_1$, $\alpha_2 = a_2$, $\alpha_3 = a_3$ usw. wie in Δ_1. Dann aber werde $\alpha_1 = b_1$, $\alpha_2 = b_2$, $\alpha_3 = b_3$; $\beta_1 = a_1$, $\beta_2 = a_2$, $\beta_3 = a_3$; $\gamma_1 = c_1$, $\gamma_2 = c_2$, $\gamma_3 = c_3$ gemacht. Man erhält dann zwei Ausdrücke, in denen entsprechende Glieder entgegengesetzte Vorzeichen haben, also ist

$$\begin{vmatrix} a_1 b_1 c_1 \\ a_2 b_2 c_2 \\ a_3 b_3 c_3 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} b_1 a_1 c_1 \\ b_2 a_2 c_2 \\ b_3 a_3 c_3 \end{vmatrix}$$

Man kann auch die erste und dritte oder zweite und dritte Vertikalreihe vertauschen; in beiden Fällen wechselt das Vorzeichen, der absolute Betrag bleibt derselbe. Nach Satz 1 treten dieselben Erscheinungen auch bei der Vertauschung zweier Horizontalreihen auf.

Nimmt man zwei Vertauschungen von Reihen vor, so ändert sich das Vorzeichen zweimal, die neue Determinante ist der alten gleich.

Satz 3. Sind in einer Determinante zwei parallele Reihen gliedweise gleich, so hat sie den Wert 0.

Beweis. Der Wert der Determinante sei Δ. Vertauscht man die gleichen Reihen, so wird er nach Satz 2 gleich $-\Delta$. Andrerseits ändert die Determinante bei dieser Vertauschung ihr Aussehen gar nicht, ist also nach wie vor gleich Δ. Aus $\Delta = -\Delta$ folgt aber, daß Δ gleich 0 ist.

Satz 4. Eine dreigliedrige Determinante

$$\begin{vmatrix} a_1 b_1 c_1 \\ a_2 b_2 c_2 \\ a_3 b_3 c_3 \end{vmatrix}$$

läßt sich auf die Form $a_1 A_1 + a_2 A_2 + a_3 A_3$ bringen. A_1, A_2, A_3 nennt man Unterdeterminanten. Es ist

$$A_1 = \begin{vmatrix} b_2 c_2 \\ b_3 c_3 \end{vmatrix}, \quad A_2 = - \begin{vmatrix} b_1 c_1 \\ b_3 c_3 \end{vmatrix}, \quad A_3 = \begin{vmatrix} b_1 c_1 \\ b_2 c_2 \end{vmatrix}.$$

A_1 entsteht dadurch, daß man in der ursprünglichen Determinante die von a_1 ausgehende Horizontal- und Vertikalreihe tilgt. Bei A_3 ist es ebenso, bei A_2 ist noch auf das negative Vorzeichen zu achten.

Beweis. Man klammere in dem Ausdruck für die neungliedrige Determinante die Größen a_1, a_2, a_3 aus. Zieht man statt dessen a_1, b_1, c_1 vor die Klammer, so erhält man eine ganz entsprechende Zerlegung. Ebenso ist

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_1 b_1 c_1 d_1 \\ a_2 b_2 c_2 d_2 \\ a_3 b_3 c_3 d_3 \\ a_4 b_4 c_4 d_4 \end{vmatrix} = a_1 \begin{vmatrix} b_2 c_2 d_2 \\ b_3 c_3 d_3 \\ b_4 c_4 d_4 \end{vmatrix} - a_2 \begin{vmatrix} b_1 c_1 d_1 \\ b_3 c_3 d_3 \\ b_4 c_4 d_4 \end{vmatrix} + a_3 \begin{vmatrix} b_1 c_1 d_1 \\ b_2 c_2 d_2 \\ b_4 c_4 d_4 \end{vmatrix} - a_4 \begin{vmatrix} b_1 c_1 d_1 \\ b_2 c_2 d_2 \\ b_3 c_3 d_3 \end{vmatrix}, \text{ abgekürzt}$$

$$\Delta = a_1 A_1 + a_2 A_2 + a_3 A_3 + a_4 A_4.$$

Man kann auch die Glieder einer beliebigen Horizontal- oder einer beliebigen Vertikalreihe absondern. Die Unterdeterminante eines dieser Glieder wird — abgesehen vom Vorzeichen — erhalten, wenn man in der ursprünglichen Determinante die von diesem Term ausgehende wagerechte und senkrechte Reihe unterdrückt. Gehört ein Glied der $p$ten Vertikal- und der $q$ten Horizontalreihe an, so ist das Vorzeichen der verkleinerten Determinante $(-1)^{p+q}$. Der Beweis folgt aus Satz 2.

Die Zerlegung in Unterdeterminanten erleichtert oft die Rechnung beträchtlich.

Satz 5. Ist jedes Glied einer Reihe die Summe zweier Größen, so läßt sich die Determinante als Summe zweier Determinanten schreiben.

Beweis. Setzt man $\alpha_1 = m_1 + n_1$, $\alpha_2 = m_2 + n_2$, $\alpha_3 = m_3 + n_3$, so ist

$$\Delta = \begin{vmatrix} m_1 + n_1 \beta_1 \gamma_1 \\ m_2 + n_2 \beta_2 \gamma_2 \\ m_3 + n_3 \beta_3 \gamma_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} m_1 \beta_1 \gamma_1 \\ m_2 \beta_2 \gamma_2 \\ m_3 \beta_3 \gamma_3 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} n_1 \beta_1 \gamma_1 \\ n_2 \beta_2 \gamma_2 \\ n_3 \beta_3 \gamma_3 \end{vmatrix},$$

wie sich aus der aufgelösten Form $(\Delta = \alpha_1 \beta_2 \gamma_3 - \alpha_1 \beta_3 \gamma_2 \ldots)$ sofort ergibt.

Satz 6. Eine Determinante wird mit einem Faktor multipliziert, indem man jedes Glied einer Reihe mit ihm multipliziert.

$$\lambda \begin{vmatrix} \alpha_1 \beta_1 \gamma_1 \\ \alpha_2 \beta_2 \gamma_2 \\ \alpha_3 \beta_3 \gamma_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \lambda \alpha_1 \beta_1 \gamma_1 \\ \lambda \alpha_2 \beta_2 \gamma_2 \\ \lambda \alpha_3 \beta_3 \gamma_3 \end{vmatrix}.$$

Beweis. Ersetzt man in der aufgelösten Form α_1 durch $\lambda \alpha_1$, α_2 durch $\lambda \alpha_2$, α_3 durch $\lambda \alpha_3$, so wird jeder Summand mit λ multipliziert, also auch die ganze Summe.

Auflösung von linearen Gleichungen durch Determinanten.

Gegeben sei das Gleichungssystem

$$\begin{aligned} a_1 x + b_1 y + c_1 z &= k_1 \\ a_2 x + b_2 y + c_2 z &= k_2 \\ a_3 x + b_3 y + c_3 z &= k_3. \end{aligned}$$

Alle Größen außer x, y, z seien bekannt. Wir bezeichnen die Determinante $\begin{vmatrix} a_1 b_1 c_1 \\ a_2 b_2 c_2 \\ a_3 b_3 c_3 \end{vmatrix}$ mit Δ, die Unterdeterminanten von a_1, a_2, a_3 mit A_1, A_2, A_3, die von b_1, b_2, b_3 mit B_1, B_2, B_3 und die von c_1, c_2, c_3 mit C_1, C_2, C_3.

Multiplizieren wir die erste Gleichung mit A_1, die zweite mit A_2, die dritte mit A_3 und addieren, so ergibt sich:

$$x(a_1A_1 + a_2A_2 + a_3A_3) + y(b_1A_1 + b_2A_2 + b_3A_3) + z(c_1A_1 + c_2A_2 + c_3A_3) = k_1A_1 + k_2A_2 + k_3A_3.$$

Nach Satz 4 ist der Koeffizient von x gleich Δ. Der Koeffizient von y ist fast genau so gebildet, nur ist a_1, a_2, a_3 ersetzt durch b_1, b_2, b_3; er wird also gleich $\begin{vmatrix} b_1 & b_1 & c_1 \\ b_2 & b_2 & c_2 \\ b_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$ und ist nach Satz 3 gleich 0. Ebenso verschwindet der Koeffizient von z.

Die rechte Seite wird $\begin{vmatrix} k_1 & b_1 & c_1 \\ k_2 & b_2 & c_2 \\ k_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$, wofür wir abkürzend Δ_x schreiben wollen.

Die neue Gleichung reduziert sich auf $\Delta \cdot x = \Delta_x$, $x = \frac{\Delta_x}{\Delta}$. Hierbei ist Δ_x aus Δ dadurch gebildet, daß die Koeffizienten von x, nämlich a_1, a_2, a_3, durch die rechts stehenden Größen k_1, k_2, k_3 ersetzt werden.

Durch Multiplikation der Gleichungen mit B_1, B_2, B_3 und nachfolgende Addition erhält man

$$x(a_1B_1 + a_2B_2 + a_3B_3) + y(b_1B_1 + b_2B_2 + b_3B_3) + z(c_1B_1 + c_2B_2 + c_3B_3) = k_1B_1 + k_2B_2 + k_3B_3.$$

Die angestellten Betrachtungen zeigen, daß hier die Koeffizienten von x und z verschwinden; es wird $\Delta \cdot y = \Delta_y$; $y = \frac{\Delta_y}{\Delta}$. Hierbei ist Δ_y aus Δ dadurch gebildet, daß die Koeffizienten von y, nämlich b_1, b_2, b_3, durch die rechtsstehenden Größen k_1, k_2, k_3 ersetzt werden. Ebenso ist $\Delta \cdot z = \Delta_z$; Δ_z entsteht aus Δ, indem man statt c_1, c_2, c_3 die Größen k_1, k_2, k_3 einführt. Die Lösung des vorgelegten Systems ist daher $x = \frac{\Delta_x}{\Delta}$, $y = \frac{\Delta_y}{\Delta}$, $z = \frac{\Delta_z}{\Delta}$. Bei vier und mehr Unbekannten sind die Ergebnisse ganz entsprechend. Wenn $\Delta = 0$ ist, sind besondere Untersuchungen notwendig, die man z. B. in *Kowalewski*, Einführung in die Determinantentheorie, nachlesen wolle.

Beispiel 7. Nach den *Hilfstafeln der Hamburger Sternwarte* ist die mittlere Refraktion für die Zenitdistanz 60° gleich 1′ 43″,8; für $z = 65°$ ist $R = 2'\,8''{,}3$; für $z = 70°$ ist $R = 2'\,43''{,}8$; für $z = 75°$ ist $R = 3'\,41''{,}0$. Für die Zwischenwerte von z, welche von der Form $60° + x$ sind, soll die Refraktion näherungsweise durch die Formel $R = 1'\,43''{,}8 + ax + bx^2 + cx^3$ dargestellt werden. Wie groß sind die Koeffizienten a, b, c?

Lösung. Die Gleichung $ax + bx^2 + cx^3 = R - 1'\,43''{,}8$ muß für die Werte $x = 5$, $x = 10$, $x = 15$ genau stimmen. Man erhält so

$$\begin{aligned} 5a + 25b + 125c &= 24{,}5; & a + 5b + 25c &= 4''{,}9. \\ 10a + 100b + 1000c &= 60{,}0; \text{ oder vereinfacht } & a + 10b + 100c &= 6''. \\ 15a + 225b + 3375c &= 117{,}2; & a + 15b + 225c &= 7''{,}8133. \end{aligned}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 5 & 25 \\ 1 & 10 & 100 \\ 1 & 15 & 225 \end{vmatrix} = 5 \begin{vmatrix} 1 & 1 & 25 \\ 1 & 2 & 100 \\ 1 & 3 & 225 \end{vmatrix} = 125 \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 9 \end{vmatrix} *) =$$

$$= 125 \left[1 \cdot \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 9 \end{vmatrix} - 1 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 9 \end{vmatrix} + 1 \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} \right] \text{ (Satz 4); } \Delta = 250 .$$

$$\Delta_a = \begin{vmatrix} 4{,}9 & 5 & 25 \\ 6 & 10 & 100 \\ 7{,}8133 & 15 & 225 \end{vmatrix} = 125 \begin{vmatrix} 4{,}9 & 1 & 1 \\ 6 & 2 & 4 \\ 7{,}8133 & 3 & 9 \end{vmatrix} *) = 1128{,}33$$

$$\Delta_b = \begin{vmatrix} 1 & 4{,}9 & 25 \\ 1 & 6 & 100 \\ 1 & 7{,}8133 & 225 \end{vmatrix} = 1{,}500; \qquad \Delta_c = \begin{vmatrix} 1 & 5 & 4{,}9 \\ 1 & 10 & 6 \\ 1 & 15 & 7{,}8133 \end{vmatrix} = 3{,}5665 .$$

$$a = \frac{\Delta_a}{\Delta} = 4{,}5133; \quad b = \frac{\Delta_b}{\Delta} = 0{,}006; \quad c = \frac{\Delta_c}{\Delta} = 0{,}014266 .$$

$$R = 1' 43'',8 + 4'',5133\, x + 0'',006\, x^2 + 0'',014266\, x^3.$$

Die Auflösung läßt sich in diesem Spezialfalle einfacher elementar durch Subtraktion der Gleichungen ausführen; man hat so eine Kontrolle.

Setzt man zur Probe für x den Wert 11 ein, so erhält man $2' 53'',16$ statt $2' 53'',0$.

Folgende Gleichungssysteme finden sich in *Chauvenet, Manual of Spherical and Practical Astronomy, vol. 2.*

Beispiel 8. (S. 69, Einfluß der Temperatur auf die Mikrometerschraube.)

$$2019398\, x + 878\, y - 86{,}535 = 0.$$
$$878\, x + 5\, y - 0{,}116 = 0;$$

$x = 0{,}0000355$; $y = 0{,}017$.

Beispiel 9. (S. 270, Breitenbestimmung aus dem Durchgang durch den ersten Vertikal.)

$$5{,}7688\, c + 0{,}8708\, \Delta a - 1{,}1709\, \Delta\varphi + 71{,}46 = 0 .$$
$$0{,}8708\, c + 0{,}7688\, \Delta a - 0{,}7741\, \Delta\varphi + 12{,}16 = 0 .$$
$$-1{,}1709\, c - 0{,}7741\, \Delta a + 5{,}0000\, \Delta\varphi - 7{,}10 = 0 .$$

Lösung. $c = -12{,}19$; $\Delta a = -4{,}09$; $\Delta\varphi = -2{,}06$.

Man hüte sich vor Verwechselungen der Unbekannten Δa und $\Delta\varphi$ mit dem Determinantenzeichen Δ.

Beispiel 10. (S. 206, Bestimmung der Zeit mit einem tragbaren Durchgangsinstrument.)

$$3{,}998\, a + 0 + 2{,}325\, c + 2{,}894\, \Delta\vartheta + 10{,}283 = 0.$$
$$0 + 21{,}848\, a' + 27{,}881\, c + 6{,}697\, \Delta\vartheta + 19{,}569 = 0.$$
$$2{,}325\, a + 27{,}881\, a' + 51{,}969\, c + 9{,}153\, \Delta\vartheta + 36{,}352 = 0.$$
$$2{,}894\, a + 6{,}697\, a' + 9{,}153\, c + 11{,}000\, \Delta\vartheta + 19{,}090 = 0.$$

Lösung. $a = -1{,}681$; $a' = -0{,}083$; $c = -0{,}423$; $\Delta\vartheta = -0{,}891$.

*) Nach Satz 6.

II. Differentialrechnung.

1. Einleitung und Grundbegriffe.

Beim Iterationsverfahren waren wenig „empfindliche" Funktionen erwünscht. Umgekehrt ist es, wenn uns ein Funktionswert a gegeben ist und der zugehörige Wert der unabhängigen Veränderlichen x aus der Gleichung $f(x) = a$ gefunden werden soll. Wir stellen dann die Funktion $y = f(x)$ graphisch dar und suchen den Schnittpunkt mit der Geraden, welche im Abstand a parallel

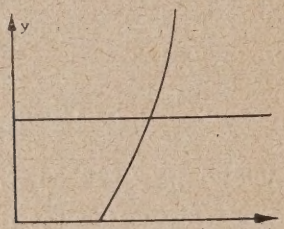


Fig. 7

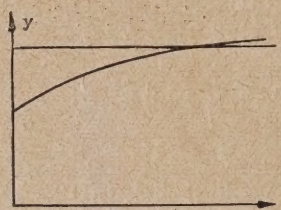


Fig. 8

zur X-Achse gezogen wird. (Vgl. S. 32.) Bei jeder Zeichnung bewirkt aber die Strichstärke, daß wir nicht einen mathematischen Punkt, sondern einen Fleck bekommen (Fig. 7 und 8). Ist die Kurve wenig empfindlich, so wird er ziemlich länglich, und der gesuchte Abszissenwert läßt sich nur ungenau bestimmen. So verhält sich die Funktion $\sin x$, wenn x nahe an 90° oder 270° liegt. In den trigonometrischen Tafeln sind denn auch die Differenzen zwischen einem Funktionswert und dem benachbarten so klein, daß die Interpolation nur ungenaue Ergebnisse finden läßt. Bei der Funktion *Tangens* fällt dieser Übelstand weg; man wird sie daher vorziehen, wenn es sich darum handelt, den gesuchten Winkel scharf zu berechnen.

Fig. 9.

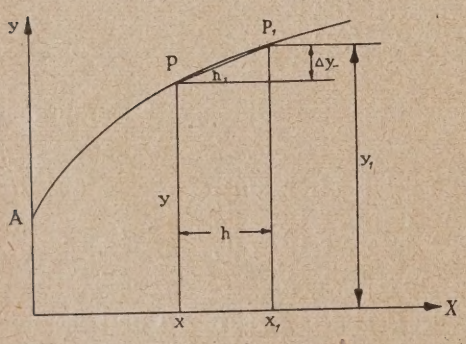


Fig. 1 (S. 31) zeigt, daß die Beobachtung der größten Höhe eines Gestirns die Kulminationszeit (und damit die Rektaszension) nur recht ungenau gibt.

Der Begriff der Empfindlichkeit läßt sich jetzt leicht mathematisch fixieren. Wir erteilen x einen Zuwachs h und bestimmen den Unterschied zwischen $y_1 = f(x + h)$ und $y = f(x)$. Wir nennen ihn $\Delta y = y_1 - y = f(x + h) - f(x)$. Hierbei ist Δ ein Abkürzungszeichen für „Differenz", nicht etwa ein Faktor. Ebenso können wir $h = x_1 - x = \Delta x$ setzen (Fig. 9). Ein ungefähres Maß für die Empfindlichkeit der Kurve im Punkte P erhalten wir, wenn wir den Winkel α_1 angeben, unter dem ihre Sekante PP_1 gegen die X-Achse ansteigt;

es ist $\operatorname{tg}\alpha_1 = \frac{\Delta y}{\Delta x}$. Um das Verhalten der Kurve genau zu studieren, untersucht man, ob sich dieser Betrag einem bestimmten Grenzwerte nähert, wenn die beiden Kurvenpunkte P und P_1 einander immer näher rücken, also $h = \Delta x$ immer kleiner wird. Die Sekante geht dann in die Tangente über. Existiert dieser Grenzwert, so gibt er das Steigungsmaß der Tangente an; je größer er ist, um so empfindlicher ist die Kurve in dem betrachteten Punkte.

Man bezeichnet diesen Grenzwert mit $\frac{dy}{dx}$ (eine Erinnerung daran, daß er aus dem Differenzenquotienten $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ entstand) oder mit y' oder $f'(x)$ und nennt ihn Differential-Quotient oder Ableitung der gegebenen Funktion; es ist also $\frac{dy}{dx} = f'(x) = y' = \operatorname{tg}\alpha$, wenn α den Winkel bezeichnet, den die Tangente der Kurve mit der positiven X-Achse einschließt.

Bewegt sich ein Punkt von einer Anfangsstellung A weiter (Fig. 9), so kann man die Länge s seiner Bahn messend verfolgen. Er möge nach t Sekunden im Punkte P angelangt sein, nach t_1 Sekunden in P_1. Der Weg AP möge s, der Weg AP_1 möge s_1 Meter betragen. Ist die Bewegung in diesem letzten Zeitintervall gleichförmig, so findet man die (konstante) Geschwindigkeit des Körpers, indem man den Weg durch die zu seiner Zurücklegung erforderliche Zeit dividiert; es ist $v = \frac{s_1 - s}{t_1 - t} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$. Bewegt sich der Massenpunkt ungleichmäßig, so kommt er doch jenem Idealzustand beliebig nahe, wenn man das Zeitintervall $t_1 - t$ hinreichend klein nimmt. Im Grenzfall bekommt man $v = \frac{ds}{dt}$ (m/sec); um die Geschwindigkeit eines Körpers für einen bestimmten Zeitpunkt zu finden, braucht man also nur seinen Weg, der als Funktion der Zeit gegeben sei, zu differentiieren. Entsprechend findet man als momentane Beschleunigung (Geschwindigkeitszunahme in der Sekunde) $b = \frac{dv}{dt}$.

Die eben entwickelten Beziehungen sind für die Mechanik des Himmels von fundamentaler Bedeutung.

Der Vorteil der Differentialrechnung besteht darin, daß man ungleichförmige Veränderungen in genügend kleinen Intervallen als gleichförmig ansehen kann und dann von den einfachen Formeln der Elementarmathematik Gebrauch machen darf. Kurven werden in geradlinige Elemente aufgelöst, die der niederen Geometrie zugänglich sind.

2. Differentiation von $y = ax^n$, wenn n positiv und ganzzahlig ist.

Satz 7. Der Differentialquotient von $y = ax^n$ ist $y' = nax^{n-1}$. (a sei eine Konstante.)

Beweis. Nach dem binomischen Satze ist

$$y_1 = a(x+h)^n = a\left(x^n + nx^{n-1}h + \frac{n(n-1)}{1\cdot 2}x^{n-2}h^2 + \ldots + h^n\right).$$

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_1 - y}{h} = \frac{\left(ax^n + nax^{n-1}h + \frac{n(n-1)}{1\,2}ax^{n-2}h^2 + \ldots + ah^n\right) - ax^n}{h}.$$

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = nax^{n-1} + \frac{n(n-1)}{1\cdot 2}ax^{n-2}h + \ldots + ah^{n-1}.$$

Wird $h = 0$, so geht der Differenzenquotient in den Differentialquotienten über. In der rechts stehenden Reihe verschwinden alle Glieder außer dem ersten, und man erhält

$$\frac{dy}{dx} = nax^{n-1}.$$

Für $y = a$ ergibt sich $y' = 0$, für $y = ax$ wird $y' = a$, für $y = ax^2$ erhalten wir $y' = 2ax$, für $y = ax^3$ resultiert $y' = 3ax^2$ usf.

3. Differentiation von Summen, Differenzen, Produkten und Quotienten.

Satz 8. Eine Summe oder Differenz kann gliedweise differentiiert werden.

Beweis. Es sei $y = f(x) = \varphi(x) + \psi(x)$, dann ist $y_1 = f(x+h) = \varphi(x+h) + \psi(x+h)$; $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \frac{\varphi(x+h) + \psi(x+h) - \varphi(x) - \psi(x)}{h}$

$$= \frac{\varphi(x+h) - \varphi(x)}{h} + \frac{\psi(x-h) - \psi(x)}{h} = \frac{\Delta\varphi}{\Delta x} + \frac{\Delta\psi}{\Delta x}.$$

Im Grenzfall wird hieraus

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d\varphi}{dx} + \frac{d\psi}{dx}.$$

Der Beweis für $z = \varphi(x) - \psi(x)$ ist ganz entsprechend.

Satz 9. Ein Produkt von der Form $y = a \cdot f(x)$, worin a eine Konstante ist, liefert den Differentialquotienten $y' = af'(x)$.

Beweis. $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{af(x+h) - af(x)}{h} = a \cdot \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = a\frac{\Delta f}{\Delta x}$.

Im Grenzfall erhält man $\frac{dy}{dx} = a\frac{df}{dx}$.

Satz 10. Ein Produkt von der Form $u \cdot v$, worin u und v Funktionen von x sind $[u = u(x),\ v = v(x)]$, gibt den Differentialquotienten $u'v + v'u$.

Beweis. $y = u(x) \cdot v(x)$; $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{u(x+h) \cdot v(x+h) - u(x) \cdot v(x)}{h}$.*) Man schaltet die Größe $-u(x) \cdot v(x+h) + u(x) \cdot v(x+h)$ ein, welche identisch verschwindet.

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{u(x+h) \cdot v(x+h) - u(x) \cdot v(x+h) + u(x) \cdot v(x+h) - u(x) \cdot v(x)}{h}$$

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = v(x+h)\left[\frac{u(x+h) - u(x)}{h}\right] + u(x)\left[\frac{v(x+h) - v(x)}{h}\right].$$

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = v(x+h)\frac{\Delta u}{\Delta x} + u(x)\frac{\Delta v}{\Delta x}.$$

Im Grenzfalle ($h = 0$) wird $v(x+h) = v(x)$; $\frac{\Delta u}{\Delta x} = u'$; $\frac{\Delta v}{\Delta x} = v'$, und es ergibt sich die Behauptung.

Satz 11. Ein Quotient von der Form $\frac{u}{v}$, worin u und v Funktionen von x sind, hat den Differentialquotienten $\frac{u'v - v'u}{v^2}$.

Beweis. $y = \frac{u(x)}{v(x)}$; $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{1}{h}\left[\frac{u(x+h)}{v(x+h)} - \frac{u(x)}{v(x)}\right]$.

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{1}{h} \frac{u(x+h) \cdot v(x) - u(x) \cdot v(x+h)}{v(x+h) \cdot v(x)}$$

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{1}{h} \frac{u(x+h) \cdot v(x) - u(x) \cdot v(x) + u(x) \cdot v(x) - u(x) \cdot v(x+h)}{v(x+h) \cdot v(x)}$$

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{1}{h \cdot v(x+h) \cdot v(x)}\left[v(x)\{u(x+h) - u(x)\} - u(x)\{v(x+h) - v(x)\}\right].$$

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{1}{v(x+h) \cdot v(x)}\left[v(x) \cdot \frac{u(x+h) - u(x)}{h} - u(x) \cdot \frac{v(x+h) - v(x)}{h}\right].$$

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{1}{v(x+h) \cdot v(x)}\left[v(x) \cdot \frac{\Delta u}{\Delta x} - u(x)\frac{\Delta v}{\Delta x}\right].$$

Durch den Grenzübergang entsteht die in der Behauptung angegebene Formel.

Beispiel 11. Eine Anwendung des 8. Satzes bietet die Aufgabe, die Funktion $y = a + bx + cx^2 + ex^3 + \ldots + px^n$ zu differentiieren, wenn $a, b, \ldots p$ konstant sind und n eine endliche positive ganze Zahl ist. Man findet $y' = b + 2cx + 3ex^2 + \ldots + npx^{n-1}$. Es läßt sich zeigen, daß dies Verfahren auch dann statthaft ist, wenn die Potenzreihe unendlich viele Glieder, aber eine endliche Summe für den betreffenden Wert von x hat.

Man erhält z. B. die Änderungsgeschwindigkeit der Schiefe der Ekliptik für den Beginn des Jahres 1900, indem man den auf S. 29 angegebenen

*) Man beachte, daß die Klammern keine Faktoren enthalten, sondern die unabhängigen Veränderlichen für u und v anzeigen.

Ausdruck (gliedweise) differentiiert und $t = 50$ setzt. Es nimmt $\frac{d\varepsilon}{dt} = -0'',47594 - 0{,}00000298\,t$ für $t = 50$ den Wert $-0'',47609$ an. Die Schiefe der Ekliptik würde jedes Jahr um $0'',47609$ abnehmen, wenn sie sich stets genau so änderte, wie zu Beginn des Jahres 1900. In dem auf S. 29 erwähnten *Neugebauer*schen Werk findet man eine Fülle von Aufgaben, die ähnlich behandelt werden können.

Beispiel 12. Bei einer Aufgabe der Bewegungslehre werde an Stelle des Meters die Strecke von a Metern als Einheit angenommen, dann werden alle Längen s, in dem neuen Maße ausgedrückt, a mal so klein, also auch Δs, $\frac{\Delta s}{\Delta t}$ und $\frac{ds}{dt} = v$. Wählt man die Zeiteinheit b mal so groß wie zu Anfang, so werden alle Zeitangaben b mal so klein, also auch Δt, dagegen wird $\frac{\Delta s}{\Delta t}$ jetzt b mal so groß, ebenso $v = \frac{ds}{dt}$. Es sei V die Maßzahl der Geschwindigkeit in den neuen Einheiten; man erhält $V = \frac{b}{a} v$ oder $v = \frac{a}{b} V$.

Will man z. B. die in m/sec ausgedrückte Geschwindigkeit in km/Stunde umrechnen, so ist $a = 1000$, $b = 3600$, $V = 3{,}6\,v$ (1 m/sec = 3,6 km/h).

Bei der Bewegung der Erde um die Sonne wird die große Bahnhalbachse als Einheit der Entfernung, der mittlere Sonnentag als Einheit der Zeit genommen. Faßt man die Bewegung als kreisförmig auf, so ist $v = \frac{2\pi \cdot 1}{365{,}26} = 0{,}017202$. Um sie in km/sec umzurechnen, muß man $a = \frac{1}{149\,500\,000}$ und $b = \frac{1}{86400}$ setzen, dann wird $V = 29{,}765$ km/sec.

Beispiel 13. Es soll $y = ax^{-n}$ (n sei positiv und ganzzahlig) differentiiert werden.

Man benutzt den 11. Satz; $y = \frac{a}{x^n}$; $u = a$; $u' = 0$; $v = x^n$; $v' = nx^{n-1}$; $y' = -\frac{nx^{n-1} \cdot a}{x^{2n}} = -\frac{na}{x^{n+1}} = -nax^{-n-1}$. Die auf S. 44 abgeleitete Differentiationsregel gilt auch dann, wenn n eine negative ganze Zahl ist.

Beispiel 14. Die Funktionen $\frac{1}{r}, \frac{1}{r^2}, \frac{1}{r^3}$ haben, nach r differentiiert, der Reihe nach die Differentialquotienten $-\frac{1}{r^2}; -\frac{2}{r^3}; -\frac{3}{r^4}$. Derartige Rechnungen kommen in der Mechanik des Himmels oft vor; r bedeutet den Abstand eines Planeten von der Sonne.

4. Allgemeine Differentiationsregeln.

a) Inverse Funktionen. Ist y eine Funktion von x, etwa $y = f(x)$, so ist auch umgekehrt x von y abhängig [$x = \varphi(y)$]; φ heißt die inverse Funktion von f.

Es ist $\frac{\Delta x}{\Delta y} = 1 : \frac{\Delta y}{\Delta x}$; hieraus folgt $\frac{dx}{dy} = 1 : \frac{dy}{dx}$; $\varphi'(y) = \frac{1}{f'(x)}$ oder $f'(x) = \frac{1}{\varphi'(y)}$.

Beispiel 15. Es ergibt sich aus $y = x^{1:p}$, daß $x = y^p$ ist; $\varphi(y) = y^p$; $\varphi'(y) = py^{p-1}$; $f'(x) = y' = \frac{1}{py^{p-1}} = \frac{1}{p\left(x^{\frac{1}{p}}\right)^{p-1}} = \frac{1}{p} x^{\frac{1}{p}-1}$. Entsprechend erhält man durch Differentiation von $y = x^{-\frac{1}{p}}$ die Ableitung $y' = -\frac{1}{p} x^{-\frac{1}{p}-1}$.

So entsteht z. B. die folgende Tabelle

y	$\sqrt{x}$	$\sqrt[3]{x}$	$\sqrt[4]{x}$	$\frac{1}{\sqrt{x}}$	$\frac{1}{\sqrt[3]{x}}$	$\frac{1}{\sqrt[4]{x}}$
y'	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$	$\frac{1}{4\sqrt[4]{x^3}}$	$-\frac{1}{2\sqrt{x^3}}$	$-\frac{1}{3\sqrt[3]{x^4}}$	$-\frac{1}{4\sqrt[4]{x^5}}$

b) Funktionen von Funktionen. In $y = \sqrt{x^2 + a^2}$ wird nicht x radiziert, sondern eine Funktion von x, nämlich $x^2 + a^2$, die wir abkürzend z nennen wollen. Wir haben einen Ausdruck von der Form $y = F\big(f(x)\big) = F(z)$ vor uns. Hier ist $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\Delta y}{\Delta z} \cdot \frac{\Delta z}{\Delta x}$. Der Übergang zur Grenze liefert $\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dz} \cdot \frac{dz}{dx}$.

So ist in unserm Beispiel $F(z) = \sqrt{z}$; $\frac{dy}{dz} = \frac{dF}{dz} = \frac{1}{2\sqrt{z}}$; $z = x^2 + a^2$; $\frac{dz}{dx} = 2x$,

also $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2\sqrt{z}} \cdot 2x = \frac{x}{\sqrt{x^2 + a^2}}$.

Beispiel 16. $y = \frac{1}{\sqrt{(x-a)^2 + b^2}}$.

$$F(z) = z^{-\frac{1}{2}};\ z = (x-a)^2 + b^2;\ y' = -\frac{x-a}{\left(\sqrt{(x-a)^2 + b^2}\right)^3}.$$

Beispiel 17. Der soeben erhaltene Ausdruck soll noch einmal differentiiert werden.

Es sei $y' = \frac{u}{v}$; $u = -x + a$; $u' = -1$; $v = \left(\sqrt{(x-a)^2 + b^2}\right)^3$; $v = w^{\frac{3}{2}}$;

$w = (x-a)^2 + b^2$; $\frac{dv}{dx} = \frac{dv}{dw} \cdot \frac{dw}{dx} = \frac{3}{2} w^{\frac{1}{2}} \cdot 2(x-a)$; $v' = 3(x-a)\sqrt{(x-a)^2 + b^2}$;

$\frac{dy'}{dx} = \frac{-1\sqrt{w^3} - 3(x-a)\sqrt{w}(-x+a)}{w^3}$; $\frac{dy'}{dx} = -\frac{1}{\sqrt{w^3}} + \frac{3(x-a)^2}{\sqrt{w^5}}$.

Derartige Differentiationen treten z. B. im Dreikörperproblem (*Moulton, An introduction to celestial mechanics, p.* 124) auf.

Beispiel 18. Man differentiiere $y = x^{\frac{p}{q}}$, wobei p und q ganze Zahlen bedeuten.

$y = \left(x^{\frac{1}{q}}\right)^p = z^p$; $\frac{dy}{dz} = pz^{p-1}$; $\frac{dz}{dx} = \frac{1}{q} x^{\frac{1}{q}-1}$, also $\frac{dy}{dx} = \frac{p}{q} z^{p-1} x^{\frac{1}{q}-1} = \frac{p}{q} \left(x^{\frac{1}{q}}\right)^{p-1} \cdot x^{\frac{1}{q}-1}$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{p}{q} x^{\frac{p}{q}-1}.$$

Der Ausdruck $y = x^n$ hat also in jedem Fall, mag n positiv oder negativ, ganz oder gebrochen sein, den Differentialquotienten nx^{n-1}.

c) Implizite Funktionen. Der funktionale Zusammenhang zwischen x und y sei durch eine Gleichung von der Form $f(x, y) = 0$ gegeben, z. B. durch $y^2 - x^2 - a^2 = 0$. Es mögen h und k Zusatzgrößen sein, derart, daß auch $f(x + h, y + k) = 0$ ist. Durch Subtraktion und Division folgt

$$\frac{f(x + h, y + k) - f(x, y)}{h} = 0.$$

Durch Einschaltung (vgl. S. 44f., Satz 10 und 11) wird

$$\frac{f(x + h, y + k) - f(x, y + k) + f(x, y + k) - f(x, y)}{h} = 0;$$

$$\frac{f(x + h, y + k) - f(x, y + k)}{h} + \frac{f(x, y + k) - f(x, y)}{k} \cdot \frac{k}{h} = 0.$$

Im Grenzfall wird $\frac{k}{h} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$ zu $\frac{dy}{dx}$; der erste Summand nähert sich unbegrenzt einem Differentialquotienten, der aus $f(x, y + k)$ so gebildet ist, als ob $y + k$ konstant wäre. Da k im Grenzfall verschwindet, also statt $y + k$ nur y auftritt, so kann man auch sagen, daß $f(x, y)$ — statt $f(x, y + k)$ — hier partiell nach x differentiiert sei; man schreibt dafür $\frac{\partial f(x,y)}{\partial x}$. Ebenso ist der Grenzwert von $\frac{f(x, y + k) - f(x, y)}{k}$ gleich $\frac{\partial f(x, y)}{\partial x}$, wobei das runde ∂, das Zeichen der partiellen Differentiation, andeutet, daß hier auf die Veränderlichkeit von x keine Rücksicht genommen und nur y variiert wurde. So erhält man aus $f(x, y) = 0$ die Gleichung

$$\frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial y} \cdot \frac{dy}{dx} = 0.$$

In unserm Beispiel ist $\frac{\partial f}{\partial x} = -2x$; $\frac{\partial f}{\partial y} = 2y$, also $-2x + 2y \frac{dy}{dx} = 0$; $\frac{dy}{dx} = \frac{x}{y}$.

Aus $y^2 - x^2 - a^2 = 0$ folgt $y = \sqrt{x^2 + a^2}$; $\frac{x}{y}$ wird $\frac{x}{\sqrt{x^2 + a^2}}$; so wird die auf S. 47 unter b) behandelte Aufgabe auf andere Art gelöst.

Beispiel 19. $y^2[(x-a)^2+b^2]-1=0$; $\frac{\partial f}{\partial x}=2y^2(x-a)$;

$$\frac{\partial f}{\partial y}=2y[(x-a)^2+b^2];\quad \frac{dy}{dx}=-\frac{y(x-a)}{(x-a)^2+b^2}=-\frac{x-a}{[(x-a)^2+b^2]^{\frac{3}{2}}}$$

(vgl. S. 47).

5. Die trigonometrischen Funktionen.

In der praktischen Astronomie gibt man Winkel, die allein durch die Richtungsänderung der Fernrohrachse oder des Mikrometerfadens gemessen werden, in Graden (°), Minuten(′) und Sekunden (″) an; z. B. ist der Deklinationskreis so eingeteilt. Muß beim Gebrauch des Instrumentes auch die Uhr zu Rate gezogen werden, so braucht man Stunden (^{h}), Zeitminuten (^{m}) und Zeitsekunden (^{s}). Diese Einteilung finden wir am Stundenkreise des Äquatorials. Der Zusammenhang wird durch die bekannten Beziehungen: $1^h = 15°$, $1^m = 15'$, $1^s = 15''$ hergestellt.

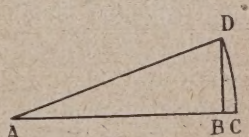
In der Mathematik und der theoretischen Astronomie benutzt man mit Vorliebe das absolute Winkelmaß, weil es einfachere Formeln liefert. Man beschreibt um den Scheitelpunkt des zu messenden Winkels einen Kreis mit dem Radius 1 und mißt die Länge des Bogens zwischen den Schenkeln; diese Länge ist die Winkelgröße im absoluten Maß. 360° ist also gleich 2π im absoluten Maß; hieraus findet man folgende Tabelle:

Absolutes Maß	2π	π	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{6}$	1	1	1
Gradmaß	360°	180°	90°	60°	30°	57°,29578	3437′,747	206264″,8

Um also einen in Sekunden (″) ausgedrückten Winkel in absolutes Maß umzurechnen, dividiert man ihn durch 206264,8; um absolutes Maß in Bogensekunden zu verwandeln, muß man es mit dieser Zahl multiplizieren. Der Übergang von einem System zum andern macht in Beispiel 5 die Multiplikation mit $\frac{180}{\pi}$ nötig.

Wir nehmen bei den folgenden Ableitungen an, daß der Winkel im absoluten Maße gegeben sei, wenn nicht durch besondere Bezeichnungen (z. B. ″) auf das Gegenteil hingewiesen wird.

Fig. 10



Satz 12. Ist x ein kleiner Winkel (absolutes Maß!), so ist $\sin x$ nahezu gleich x. Je kleiner x wird, um so besser ist die Übereinstimmung. Fig. 10 liefert einen Anschaulichkeitsbeweis. Es ist x = Bogen CD; $\sin x = \frac{BD}{AD} = \frac{BD}{1} = BD$. Die Linien BD und $\overset{\frown}{CD}$ werden einander um so mehr gleich, je kleiner x ist.

Satz 13. Die Ableitung von $y = \sin x$ ist $y' = \cos x$.

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\sin(x+h) - \sin x}{h} = \frac{2\cos\dfrac{2x+h}{2}\sin\dfrac{h}{2}}{h}.$$

Für kleine Werte von h nähert sich $\cos\dfrac{2x+h}{2} = \cos\left(x + \dfrac{h}{2}\right)$ dem Werte $\cos x$, während $\sin\dfrac{h}{2}$ der Größe $\dfrac{h}{2}$ zustrebt, also $\dfrac{\sin\frac{h}{2}}{h} = \dfrac{1}{2}$ wird.

$$\frac{dy}{dx} = 2\cos x \cdot \frac{1}{2} = \cos x.$$

Satz 14. Die Ableitung von $y = \cos x$ ist $y' = -\sin x$.

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\cos(x+h) - \cos x}{h} = -\frac{2\sin\dfrac{2x+h}{2}\sin\dfrac{h}{2}}{h}.$$

Man sieht sofort, daß diese Größe dem Grenzwert $-\sin x$ zustrebt.

Satz 15. Die Ableitung von $y = \operatorname{tg} x$ ist $y' = \dfrac{1}{\cos^2 x}$.

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\operatorname{tg}(x+h) - \operatorname{tg} x}{h} = \frac{\dfrac{\sin(x+h)}{\cos(x+h)} - \dfrac{\sin x}{\cos x}}{h}.$$

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\sin(x+h)\cos x - \cos(x+h)\sin x}{h\cos x\cos(x+h)}.$$

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\sin[(x+h)-x]}{h\cos x\cos(x+h)} = \frac{\sin h}{h}\cdot\frac{1}{\cos x\cos(x+h)}.$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\cos^2 x}.$$

Satz 16. Die Ableitung von $y = \operatorname{ctg} x$ ist $y' = -\dfrac{1}{\sin^2 x}$. Der Beweis ist analog.

Beispiel 20. Die Gleichung $y' = \cos x$, welche aus $y = \sin x$ erhalten wurde, sagt aus, daß für den Wert x die Änderungsgeschwindigkeit des *Sinus* dem *Cosinus* gleichkommt. Wüchse von diesem Werte an der Sinus gleichmäßig, so würde einem Zuwachs $h = 1$ im absoluten Maß (gleich 57°,29 578) ein Funktionszuwachs im Betrage von $\cos x$ entsprechen. In der Astronomie braucht man aber meistens den Zuwachs, welchen die Funktion für eine Vergrößerung des Winkels um $1'' = \dfrac{1}{206\,264{,}8}$ erfährt; er ist $\dfrac{\cos x}{206\,264{,}8}$. Dieser Zuwachs ist für $x = 60°$ gleich 0,00 000 242; in der Tat ist $\sin 60°\,0'\,10'' = 0{,}8660\,496$;

$\sin 60°\,0'\,0'' = 0{,}8660254$. Die Funktion *Tangens* hat für dieselben Werte von x und h den Zuwachs $\frac{1}{206264{,}8} \cdot \frac{1}{\cos^2 x} = 0{,}0000194$, wie man leicht nach den trigonometrischen Tafeln bestätigt. Die Empfindlichkeit der Funktion *Tangens* ist hier (bei $x = 60°$) 8mal so groß wie die des *Sinus*. Für $x = 0$ ist bei beiden Funktionen die Empfindlichkeit dieselbe, gleich $\frac{1}{206264{,}8}$. Wächst der Winkel bis 90°, so nimmt der *Cosinus* dauernd ab, ebenso die Empfindlichkeit des *Sinus*, bis sie bei 90° gleich Null wird. Die Empfindlichkeit der *Tangens*-Funktion steigt dagegen andauernd bis ins Unendliche. Bei logarithmisch-trigonometrischen Tafeln sind die Verhältnisse etwas anders.

Beispiel 21. Ist $y = \sin h = \sin\varphi \sin\delta + \cos\varphi \cos\delta \cos t$ (S. 30), wobei φ und δ konstant sind, während $t = \Theta - \alpha$ ist, so hat man

$$\frac{dy}{dt} = -\cos\varphi \cos\delta \sin t;$$

anderseits ist

$$\frac{dy}{dt} = \frac{dy}{dh}\frac{dh}{dt} = -\cos h \frac{dh}{dt},$$

also

$$\frac{dh}{dt} = -\frac{\cos\varphi \cos\delta \sin t}{\cos h}.$$

Aus dem astronomischen Dreieck (Zenit—Pol—Stern) findet man aber mit Hilfe des Sinussatzes der sphärischen Trigonometrie die Proportion

$$\sin t : \sin(180° - A) = \sin(90° - h) : \sin(90° - \delta), \text{ also } \frac{\sin t \cos\delta}{\cos h} = \sin A;$$

$$\frac{dh}{dt} = -\sin A \cos\varphi.$$

Ist $A = 0$ (Durchgang durch den Meridian, $\Theta = \alpha$), so behält der Stern einen Augenblick seine Höhe bei (höchster Stand), ebenso für $A = 180°$ (tiefster Stand im Norden). Dann ist nämlich $\frac{dh}{dt} = 0$. Am schnellsten ändert sich die Höhe, wenn der Stern im ersten Vertikal steht ($A = \pm 90°$). Zu Zeitbestimmungen aus korrespondierenden Sonnenhöhen wird man also diese Zeit bevorzugen. Für polnahe Sterne, die den ersten Vertikal überhaupt nicht passieren, ist eine besondere Untersuchung nötig.

6. Cyklometrische Funktionen.

Die cyklometrischen Funktionen sind zu den trigonometrischen invers (vgl. S. 46f). Ist $x = \sin y$, so ist $y = \arcsin x$ (arcus sinus x).

$$\frac{dy}{dx} = 1 : \frac{dx}{dy} \text{ (Satz über inverse Funktionen)} = \frac{1}{\cos y}.$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\sqrt{1-\sin^2 y}} = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}.$$

Ist $x = \cos y$, so ist $y = \arccos x$ (arcus cosinus x). Man findet

$$y' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}.$$

Ist $x = \operatorname{tg} y$, so ist $y = \operatorname{arctg} x$ (arcus tangens x).

$$\frac{dy}{dx} = 1 : \frac{dx}{dy} = 1 : \frac{1}{\cos^2 y} = \cos^2 y = \frac{1}{1 + \frac{\sin^2 y}{\cos^2 y}} = \frac{1}{1+\operatorname{tg}^2 y} = \frac{1}{1+x^2}.$$

Ebenso leicht ergibt sich, daß für $y = \operatorname{arcctg} x$ die Ableitung $y' = -\frac{1}{1+x^2}$ ist.

Die cyklometrischen Funktionen sind besonders in der Integralrechnung wichtig.

7. Exponential- und logarithmische Funktionen.

Wir untersuchen die unendliche Reihe

$$S(t) = 1 + \frac{t}{1} + \frac{t^2}{1\cdot 2} + \frac{t^2}{1\cdot 2\cdot 3} + \frac{t^4}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4} + \cdots$$

$$= 1 + \frac{t}{1!} + \frac{t^2}{2!} + \frac{t^3}{3!} + \frac{t^4}{4!} + \cdots, \qquad (1)$$

wenn $n! = 1\cdot 2\cdot 3 \ldots n$ gesetzt wird.

Da sie nach steigenden Potenzen der unabhängigen Veränderlichen geordnet ist, heißt sie eine Potenzreihe. Sie hat für jeden noch so hohen Wert von t, wenn er nur endlich ist, eine endliche Summe, sie konvergiert. Will man das z. B. für $t = 5$ nachweisen, so faßt man die ersten fünf Glieder zusammen. Ihre Summe ist selbstverständlich endlich und läßt sich leicht berechnen. Der Rest der Reihe sei R.

$$R = \frac{t^5}{5!} + \frac{t^6}{6!} + \frac{t^7}{7!} + \cdots = \frac{t^5}{5!}\left(1 + \frac{t}{6} + \frac{t^2}{6\cdot 7} + \cdots\right).$$

Da t nach Annahme gleich 5 ist, so ist

$$R = \frac{3125}{120}\left(1 + \frac{5}{6} + \frac{5^2}{6\cdot 7} + \frac{5^3}{6\cdot 7\cdot 8} + \cdots\right).$$

Vergleicht man den Klammerinhalt mit der geometrischen Reihe

$$G = 1 + \frac{5}{6} + \frac{5^2}{6^2} + \frac{5^3}{6^3},$$

so findet man, daß die beiden ersten Glieder der Klammer den entsprechenden von G gleich sind, die andern aber stets kleiner als jene. G hat die endliche Summe $1 : (1 - \frac{5}{6}) = 6$, also muß unsere Klammer einen kleineren Wert einschließen

und R endlich sein. Dieselbe Überlegung kann man auch für jeden andern Wert von t anstellen.

In der Funktionentheorie wird gezeigt, daß solche Potenzreihen, wenn sie konvergent sind, denselben Gesetzen der Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division unterliegen, wie endliche Ausdrücke. Daß sie gliedweise differentiiert werden dürfen, war schon auf S. 45 ohne Beweis angegeben.

Der Wert, welchen unsere Reihe für die unabhängige Variable u annimmt, sei S_1.

$$S \cdot S_1 = \left(1 + \frac{t}{1} + \frac{t^2}{2!} + \frac{t^3}{3!} + \frac{t^4}{4!} + \dots\right)\left(1 + \frac{u}{1} + \frac{u^2}{2!} + \frac{u^3}{3!} + \frac{u^4}{4!} + \dots\right)$$

$$S \cdot S_1 = 1 + \frac{t}{1} + \frac{u}{1} + \frac{t^2}{2!} + \frac{tu}{1!} + \frac{u^2}{2!} + \frac{t^3}{3!} + \frac{t^2u}{2!\cdot 1!} + \frac{tu^2}{1!\cdot 2!} + \frac{u^3}{3!} + \frac{t^4}{4!} + \\ + \frac{t^3u}{3!\cdot 1!} + \frac{t^2u^2}{2!\cdot 2!} + \frac{tu^3}{1!\cdot 3!} + \frac{u^4}{4!} + \dots$$

$$S \cdot S_1 = 1 + \frac{t+u}{1} + \frac{1}{2!}(t^2 + 2tu + u^2) + \frac{1}{3!}(t^3 + 3t^2u + 3tu^2 + u^3) + \\ + \frac{1}{4!}(t^4 + 4t^3u + 6t^2u^2 + 4tu^3 + u^4) + \dots$$

$$S \cdot S_1 = 1 + \frac{(t+u)}{1} + \frac{(t+u)^2}{2!} + \frac{(t+u)^3}{3!} + \frac{(t+u)^4}{4!} + \dots,$$

also
$$S(t) \cdot S(u) = S(t+u). \quad \dots \quad (2)$$

Setzt man $t = -u$, so findet man

$$S(t) \cdot S(-t) = S(0) = 1 \quad \text{[nach Gleichung (1)]}$$
$$S(-t) = 1 : S(t). \quad \dots \quad (3)$$

Aus (2) folgt leicht:

$$S(t) \cdot S(u) \cdot S(v) \dots = S(t + u + v + \dots),$$

und, wenn $t = u = v \dots$ ist:

$$S(nt) = [S(t)]^n. \quad \dots \quad (4)$$

Führt man die Größe $nt = r$ ein, dann ergibt sich aus (4):

$$\left[S\left(\frac{r}{n}\right)\right]^n = S(r),$$

oder

$$S\left(\frac{r}{n}\right) = \sqrt[n]{S(r)}. \quad \dots \quad (5)$$

Andrerseits ist, wie sich aus (4) für $n = r$, $t = 1$ ergibt,

$$S(r) = [S(1)]^r;$$

also liefert (5)

$$S\left(\frac{r}{n}\right) = [S(1)]^{\frac{r}{n}} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (6)$$

Der Wert von S, welchen man für das Argument 1 erhält, wird allgemein mit e bezeichnet

$$e = 1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \ldots = 2{,}7\,182\,818\ldots;$$

setzt man $\frac{r}{n} = x$, so entsteht

$$S(x) = e^x \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (7)$$

Da r und n ganz beliebige positive oder negative ganze Zahlen sind, so gilt die Beziehung (7) für jedes x. Man nennt e^x die Exponentialfunktion.

Satz 17. Die Exponentialfunktion wird durch Differentiieren nicht geändert.

Beweis. Wenn man die Reihe $1 + \frac{x}{1} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \ldots$ gliedweise differentiiert, so entsteht sie von neuem.

Die inverse Funktion der Exponentialfunktion nennt man den natürlichen Logarithmus. Ist $x = e^y$, so setzt man $y = \ln x$ (*logarithmus naturalis* x).

Satz 18. Der Differentialquotient von $y = \ln x$ ist $y' = \frac{1}{x}$.

Beweis. Aus $y = \ln x$ folgt nach Definition $x = e^y$. Dann ist $\frac{dx}{dy} = e^y = x$; $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{x}$.

Zur Umwandlung der natürlichen Logarithmen (ln) in die Briggischen (lg), welche die Basis 10 haben und in den gebräuchlichen Logarithmentafeln niedergelegt sind, beachte man die nach Definition gültige Gleichung

$$x = e^{\ln x} = 10^{\lg x}.$$

Logarithmiert man diese Potenzen, indem man einmal e, einmal 10 als Basis nimmt, so folgt

$$\ln x = \lg x \cdot \ln 10 \text{ und } \lg x = \ln x \cdot \lg e.$$

Satz 19.
$$\begin{cases} \ln x = \dfrac{\lg x}{\lg e} = \dfrac{\lg x}{0{,}4\,342\,945} = 2{,}3\,025\,851\,\lg x. \\ \lg x = 0{,}4\,342\,945\,\ln x. \end{cases}$$

Die Zahlen werden bei der Besprechung der logarithmischen Reihen abgeleitet.

Satz 20. Die Ableitung von a^x ist $a^x \ln a$.

Beweis. $a^x = (e^{\ln a})^x = e^{x \ln a}$; man setze $x \ln a = z$.

Satz 21. Die Ableitung von $\lg x$ ist $\frac{0{,}4\,342\,945}{x}$.

Beispiel 22. Man führe dieselben Überlegungen wie in Beispiel 20 für die Funktionen $y = \lg \sin x$ und $z = \lg \operatorname{tg} x$ durch.

$$y = \lg t;\ t = \sin x;\ \frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dt} \cdot \frac{dt}{dx} = \frac{0{,}4\,342\,945}{t} \cos x.$$

$$y' = 0{,}4\,342\,945 \operatorname{ctg} x.$$

$$z' = \frac{0{,}4\,342\,945}{\operatorname{tg} x \cdot \cos^2 x} = \frac{0{,}4\,342\,945}{\sin x \cos x} = \frac{0{,}8\,685\,890}{\sin 2x}.$$

Der Zuwachs für 1″ beträgt den 206264,8ten Teil der eben berechneten Werte. Will man ihn bei 7stelligen Tafeln in Einheiten der letzten Dezimale ausdrücken, so muß man das Ergebnis mit 10000000 multiplizieren. Für die Funktion $\lg \sin x$ erhält man dann $21{,}06 \operatorname{ctg} x$, für $\lg \operatorname{tg} x$ dagegen $\frac{42{,}11}{\sin 2x}$. Die Empfindlichkeit der *Tangens*-Funktion ist bei $x = 45°$ kleiner als vorher und nachher, sie ist aber stets größer als die des Sinus. Nur für $x = 0$ sind beide unendlich groß. In der Nähe von 90° wird die Empfindlichkeit der *Tangens*-Funktion unbegrenzt groß, die der *Sinus*-Funktion unbegrenzt klein. Man vergleiche die Differenzen in den siebenstelligen logarithmisch-trigonometrischen Tafeln; da sie sich auf 10″ beziehen, sind sie 10mal so groß.

Beispiel 23. Wenn die Helligkeits-Intensität eines Sternes 0ter Größe gleich i gesetzt wird, so hat ein Stern $x$ter Größe die Intensität $y = i \cdot (0{,}3981)^x$. (Vgl. *Plassmann, Himmelskunde*, 35. *Kapitel.*) Der Stern sei veränderlich, seine Größe nehme um den kleinen Betrag von h Klassen zu. Dann wächst y um $\frac{dy}{dx} \cdot h = hi(0{,}3981)^x \ln 0{,}3981 = -0{,}921\,hy$. Wenn wir bei zwei verschieden hellen Sternen dieselbe Lichtschwankung, etwa $0^m{,}1$ wahrnehmen, so ändert sich die wahre Helligkeit durchaus nicht um denselben Betrag, sondern ihre Variation ist der Helligkeitsintensität selbst proportional. Ein heller Stern muß viel mehr strahlende Energie einbüßen, als ein schwächerer, damit wir bei beiden dieselbe Größenzunahme in das Beobachtungsbuch eintragen können.

8. Anwendungen der Differentialrechnung auf die Geometrie. Maxima und Minima.

Gegeben sei die Funktion $y = f(x)$; ihr graphisches Bild ist eine Kurve. Die geometrische Bedeutung des Differentialquotienten $y' = f'(x)$ wurde auf S. 42 entwickelt. Ist die Kurve konvex zu den Punkten der Figur, die sehr hoch über der X-Achse liegen, wie in Fig. 9, so steigen mit wachsendem x die Tangenten immer schwächer an; es ist $f'(x + h)$ kleiner als $f'(x)$, wenn h positiv ist; $f'(x + h) - f'(x)$ ist negativ, ebenso $\frac{f'(x + h) - f'(x)}{h}$. Im Grenzfall nimmt dieser Bruch einen Wert an, der gleich dem Differentialquotienten von $f'(x)$ ist; wir bezeichnen ihn mit y'' oder $f''(x)$ und nennen ihn den zweiten Differentialquotienten von $y = f(x)$. Ist er also negativ, so ist die Kurve in jedem noch so kleinen Stückchen bei dem betrachteten Punkte konvex, ist er positiv, konkav; verschwindet er, so verläuft sie momentan geradlinig, da dies die einzige Möglichkeit ist, weder konkav noch konvex zu sein. Der be-

treffende Punkt heißt dann Wende- oder Inflexionspunkt. Vergl. Ausgleichsrechnung § 8.

Ist $f'(x) = 0$, so kann ein Maximum (A) oder Minimum (B) eintreten (Fig. 11), da die Kurve dann der X-Achse parallel läuft; der erste Fall tritt ein, wenn f'' negativ, der zweite, wenn f'' positiv ist. Der Fall $f' = 0$ und $f'' = 0$ erfordert eine besondere Untersuchung (C).

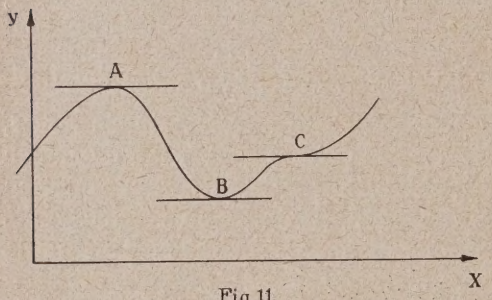


Fig. 11

Soll eine Funktion mehrerer, etwa dreier Variabeln $f(x,y,z)$ für ein bestimmtes Wertsystem x,y,z ein Maximum haben, so muß $f(x,y,z)$ größer als $f(x+h, y+k, z+l)$ sein, wenn h, k, l irgendwelche kleinen Größen bedeuten, deren Wahl völlig willkürlich ist. Diese Behauptung muß auch für den Spezialfall $h = h$, $k = 0, l = 0$ gelten. Dann gelten aber y und z als Konstanten, da $y + k = y$ und $z + l = z$ ist; wir haben eine Funktion mit nur einer unabhängigen Veränderlichen x vor uns, und die Bedingung für ein Maximum ist $\frac{\partial f}{\partial x} = 0$. Setzt man $h = 0, k = k, l = 0$, so erhält man die Bedingung $\frac{\partial f}{\partial y} = 0$; und für $h = 0$, $k = 0$, $l = l$ entsteht $\frac{\partial f}{\partial z} = 0$. Diese drei Gleichungen mit 3 Unbekannten lassen x, y, z bestimmen. Für ein Minimum findet man dieselben Bedingungen.

Beispiel 24. Es sind drei Größen a, b, c gemessen worden; x soll so bestimmt werden, daß die Quadrate der Abweichungen zwischen x und den drei Größen eine minimale Summe haben.

$y = (x-a)^2 + (x-b)^2 + (x-c)^2$; $y' = 2(x-a) + 2(x-b) + 2(z-c) = 0$; $y'' = 2 + 2 + 2 = 6$. Aus $y' = 0$ folgt leicht $x = \frac{a+b+c}{3}$ (arithmetisches Mittel). Da y'' positiv ist, hat man ein Minimum. Dies Beispiel findet seine Anwendung in der Ausgleichungsrechnung.

Beispiel 25. Die Deklination eines Gestirnes habe den konstanten Wert δ. Für welchen Stundenwinkel und für welche geographische Breite wird seine Höhe ein Maximum oder Minimum?

Da die Höhe zwischen $-90°$ und $+90°$ liegen muß und in diesem Gebiet $\sin h$ mit h wächst, genügt es, $\sin h = \sin\varphi \sin\delta + \cos\varphi \cos\delta \cos t = f(\varphi, t)$ zu untersuchen.

$$\frac{\partial f}{\partial \varphi} = \cos\varphi \sin\delta - \sin\varphi \cos\delta \cos t = 0 \quad \ldots\ldots \text{(a)}$$

$$\frac{\partial f}{\partial t} = -\cos\varphi \cos\delta \sin t = 0. \quad \ldots\ldots \text{(b)}$$

Aus (b) folgt, daß $\sin t$ oder $\cos\varphi$ verschwinden muß.

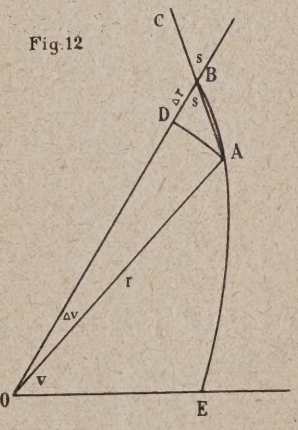
1. $\sin t = 0$; $t = 0° = 0^h$ oder $180° = 12^h$. (Obere oder untere Kulmination.) Für $t = 0$ ergibt sich aus (a): $\cos\varphi \sin\delta - \sin\varphi \cos\delta = 0$; $\sin(\varphi - \delta) = 0$; $\varphi - \delta = 0$; $\varphi = \delta$. Dann wird $\sin h = \sin^2\delta + \cos^2\delta = 1$. Wenn die Deklination gleich der geographischen Breite ist, steht der Stern bei seiner oberen Kulmination im Zenit. Für $t = 12^h$ wird $\sin(\varphi + \delta) = 0$; $\varphi = -\delta$; $\sin h = -1$. Wenn die Deklination gleich der negativen geographischen Breite ist, steht der Stern bei einer unteren Kulmination im Nadir.

2. $\cos\varphi = 0$, $\varphi = \pm 90°$. Aus (a) ergibt sich $\cos\delta \cos t = 0$, also $t = \pm 6^h$. Diese Lösung ist bedeutungslos, da auf den Polen die Sterne für jeden Stundenwinkel dieselbe Höhe, also kein Maximum oder Minimum haben.

Polarkoordinaten.

Die Gleichung einer Kurve sei $r = f(v)$ (vgl. S. 31). Wir erteilen (Fig. 12) v den Zuwachs $BOA = \Delta v$ und beschreiben mit $OA = r$ um O den Kreis; er schneide OB in D. Dann ist DB der Zuwachs von r, gleich Δr. Man kann ABD näherungsweise als rechtwinkliges Dreieck mit der Hypotenuse AB ansehen, und zwar um so genauer, je kleiner Δv ist, je näher also B an A liegt. Es ist $\operatorname{tg}\varphi = \frac{AD}{BD} = \frac{r\Delta v}{\Delta r} = r : \left(\frac{\Delta r}{\Delta v}\right) = \frac{r}{r'}$.

Fig. 12



Der Winkel φ liegt zwischen dem Radiusvektor OB eines Kurvenpunktes und der zugehörigen Tangente BC. Die soeben abgeleitete Formel wird u. a. in der Theorie der Refraktion gebraucht. (Vgl. *Brünnow, Sphärische Astronomie. 4. Aufl. S.* 158.)

Beispiel 26. Bei der logarithmischen Spirale, $r = a^\varphi$, ist $r' = \ln a \cdot a^\varphi$, also $\operatorname{tg}\varphi = \frac{1}{\ln a}$; $\operatorname{tg}\varphi$, also auch φ, besitzt für alle Punkte dieser Kurve denselben Wert. Diese Spirale gibt bekanntlich besonders gut die Struktur mancher Sonnenflecken und kosmischer Nebel wieder.

9. Anwendung der Differentialrechnung auf die Entwicklung der Funktionen.

Für die astronomische Praxis ist es häufig besonders wertvoll, wenn sich eine Funktion der unabhängigen Veränderlichen x in Form einer Potenzreihe entwickeln läßt, d. h. wenn man setzen kann

$$f(x) = A + Bx + Cx^2 + Dx^3 + Ex^4 + \ldots;$$

$A, B, C, D, E \ldots$ seien konstante Größen.

Ist diese Entwicklung möglich, und hat die Reihe eine endliche Summe*), so ist (vgl. Beispiel 11 auf S. 45)

$$f'(x) = B + 2Cx + 3Dx^2 + 4Ex^3 + \ldots$$

und, wenn man weiter differentiiert und den zweiten, dritten, vierten Differentialquotienten mit $f''(x)$, $f'''(x)$, $f^{IV}(x)$ ... bezeichnet,

$$f''(x) = 2C + 2 \cdot 3 \cdot Dx + 3 \cdot 4Ex^2 + \ldots$$
$$f'''(x) = 2 \cdot 3 \cdot D + 2 \cdot 3 \cdot 4Ex + \ldots$$
$$f^{IV}(x) = 2 \cdot 3 \cdot 4E + \ldots \text{ usw.}$$

Für $x = 0$ erhält man $f(0) = A$; $f'(0) = B$; $f''(0) = 2C$; $f'''(0) = 2 \cdot 3 \cdot D$; $f^{IV}(0) = 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot E$ usf.

Hieraus kann man A, B, C, D, E ... ermitteln und die gefundenen Werte in die ursprüngliche Gleichung einsetzen; es resultiert die **Mac Laurinsche Reihe. Satz 22:**

$$f(x) = f(0) + \frac{x}{1!} f'(0) + \frac{x^2}{2!} f''(0) + \frac{x^3}{3!} f'''(0) + \frac{x^4}{4!} f^{IV}(0) + \ldots$$

$$(n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \ldots n).$$

Eine Funktion läßt sich also in eine Potenzreihe entwickeln, wenn man ihren Wert und den aller ihrer sukzessiven Ableitungen für $x = 0$ kennt.

Ein Spezialfall ist der binomische Satz für beliebige Exponenten:

$$f(x) = (1 + x)^n; \quad f'(x) = n(1 + x)^{n-1}; \quad f''(x) = n(n - 1)(1 + x)^{n-2};$$
$$f'''(x) = n(n - 1)(n - 2)(1 + x)^{n-3} \text{ usf.};$$

hieraus folgt

$$f(0) = 1; \quad f'(0) = n; \quad f''(0) = n(n - 1); \quad f'''(0) = n(n - 1)(n - 2) \text{ usf.}$$

$$(1 + x)^n = 1 + \frac{n}{1!} x + \frac{n(n-1)}{2!} x^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{3!} x^3 + \ldots$$

Die Reihe ist ebenso gebildet wie für ein positives ganzzahliges n; nur bricht sie nicht ab, wenn n diese Eigenschaft fehlt. Es läßt sich zeigen, daß sie konvergiert und die vorgelegte Funktion darstellt, wenn x ein (positiver oder negativer) echter Bruch ist.

Beispiel 27. Für Ellipsen, deren Gestalt dem Kreise nahe kommt, ist e klein, also auch $e \cos v$, und man kann schreiben

$$r = \frac{p}{1 + e \cos v} = p(1 + e \cos v)^{-1} = p(1 - e \cos v + e^2 \cos^2 v \pm \ldots).$$

Häufig kann man schon die quadratischen und erst recht die höheren Glieder vernachlässigen. Bei der Erdbahn ist $e = 0{,}01674$; $p = 149\,460\,000$ km, also annähernd $r = 149\,460\,000\,(1 - 0{,}01674 \cos v)$; $r = 149\,460\,000 - 2\,502\,000 \cos v$. Der Perihel- und Aphel-Abstand ($v = 0°$ und $v = 180°$) ist annähernd 146 960 000

*) Die betreffenden Untersuchungen müssen hier aus Raummangel übergangen werden; man findet sie in mathematischen Lehrbüchern.

und 151960000. Die „genauen“ Werte sind 147000000 und 152000000 km, die Fehler 0,03%.

Beispiel 28. Ist die Anziehungskraft, welche die Sonne auf einen Planeten in der Entfernung r ausübt, $K = \frac{c}{r^2}$, so sinkt sie auf den Betrag $K_1 = \frac{c}{(r+h)^2}$, wenn der Planet sich um h Einheiten entfernt; h sei ein kleiner Bruch. Die Abnahme der Anziehung ist

$$K - K_1 = \frac{c}{r^2} - \frac{c}{(r+h)^2} = \frac{c}{r^2}\left[1 - \frac{1}{\left(1+\frac{h}{r}\right)^2}\right]$$

$$= \frac{r^2}{c}\left[1 - \left(1+\frac{h}{r}\right)^{-2}\right] = \frac{c}{r^2}\left[\frac{2h}{r} - \frac{3h^2}{r^2} + \cdots\right],$$

angenähert $\frac{2ch}{r^3}$.

Entsprechend verhält es sich mit der Anziehung des Mondes auf den Erdmittelpunkt und den nächsten und fernsten Punkt der Erdoberfläche. (Ebbe und Flut!)

Beispiel 29. Die Schwingungsdauer eines Pendels ist (bei kleinen Ausschlägen) $T = \pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ Sekunden. Wie ändert sie sich, wenn die Uhr an einen Ort gebracht wird, an welchem g um den kleinen Betrag h vermindert ist?

$$T_1 - T = \pi\sqrt{\frac{l}{g-h}} - \pi\sqrt{\frac{l}{g}} = \pi\sqrt{\frac{l}{g}}\left[\sqrt{\frac{1}{1-\frac{h}{g}}} - 1\right].$$

$$T_1 - T = T\left[\left(1-\frac{h}{g}\right)^{-\frac{1}{2}} - 1\right].$$

Man erhält annähernd

$$T_1 - T = T\cdot\frac{h}{2g}; \quad T_1 = T\left(1+\frac{h}{2g}\right).$$

Ein Tag hat 86400 sec, also führt das Pendel am ersten Ort

$$n = \frac{86400}{T}, \text{ am zweiten } n_1 = \frac{86400}{T\left(1+\frac{h}{2g}\right)} = n\left(1+\frac{h}{2g}\right)^{-1},$$

also ungefähr $n - \frac{nh}{2g}$ Schwingungen aus. Beobachtet man ein Sekundenpendel ($n = 86400$) an einem Erdpol ($g = 9{,}83$ m/sec^2) und nachher am Äquator ($g = 9{,}78$ m/sec^2) unter sonst gleichen Bedingungen, so würde man finden, daß es am Äquator $\frac{86400\cdot 0{,}05}{2\cdot 9.83} = 220$ Schwingungen täglich verlöre; die Uhr würde am Äquator täglich $3^m\,40^s$ nachgehen.

Reihenentwicklung für *Sinus* und *Cosinus*.

x sei im Bogenmaß gegeben; $f(x) = \sin x$; $f'(x) = \cos x$; $f''(x) = -\sin x$; $f'''(x) = -\cos x$; $f^{IV}(x) = \sin x$ usw.; $f(0) = 0$; $f'(0) = 1$; $f''(0) = 0$; $f'''(0) = -1$; $f^{IV}(0) = 0$ usf.

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \cdots$$

Auf ganz entsprechende Weise oder durch Differentiieren der eben erhaltenen Gleichung folgt

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} \pm \cdots$$

Beide Reihen konvergieren für jedes beliebige x, natürlich um so rascher, je kleiner x ist. Zur Probe kann man einen beliebigen Winkel nehmen, ihn in Bogenmaß umwandeln und nach den letzten Formeln seinen *Sinus* und *Cosinus* bestimmen. Die fehlenden trigonometrischen Funktionen findet man aus den Gleichungen: $\operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x}$; $\operatorname{ctg} x = \frac{\cos x}{\sin x}$; $\sec x = \frac{1}{\cos x}$; $\operatorname{cosec} x = \frac{1}{\sin x}$.

Reihenentwicklungen für Logarithmen.

Es sei $y = f(x) = ln(1 + x)$; $f'(x) = \frac{1}{1+x}$; $f''(x) = -\frac{1}{(1+x)^2}$; $f'''(x) = \frac{2}{(1+x)^3}$; ...; $f(0) = 0$; $f'(0) = 1$; $f''(0) = -1$; $f'''(0) = +2$ usw. Dann ist

A) $ln(1 + x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} \pm \cdots$ Entsprechend erhält man

B) $ln(1 - x) = -x - \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} - \cdots$ und durch Subtraktion

C) $ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right) = 2\left(x + \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \cdots\right)$.

Diese Reihen sind konvergent und stellen die angegebenen Funktionen dar, wenn x ein echter Bruch ist. Setzt man in (C) $x = \frac{1}{2}$, so erhält man $ln\,3 = 1{,}09861$; für $x = \frac{1}{3}$ wird $ln\,2 = 0{,}69315$. Hierdurch sind auch die Logarithmen von 4, 6, 8 und 9 bestimmt; $x = \frac{1}{4}$ liefert $ln\frac{5}{3}$, also auch $ln\,5 = ln\,3 + ln\frac{5}{3}$; $x = \frac{1}{6}$ ergibt $ln\frac{7}{5}$, also auch $ln\,7$. Ferner ist $ln\,10 = ln\,2 + ln\,5 = 2{,}30259$ (vgl. S. 54). Da man jetzt die natürlichen Logarithmen der neun ersten ganzen Zahlen kennt, ebenso aber auch $ln\,10$, $ln\,100$ usw., so kann man jeden Logarithmus leicht ermitteln. Z. B. ist

$$ln\,206\,264{,}8 = ln(200\,000 + 6264{,}8) = ln\,200\,000 + ln\left(1 + \frac{6264{,}8}{200\,000}\right) =$$

$$12{,}20\,608 + 0{,}03\,084 = 12{,}23\,692.$$

Dann ist $\lg 206\,264 = 0{,}4\,342\,945 \cdot 12{,}23\,692 = 5{,}31\,443$.

Die *Taylor*sche Reihe.

Ist statt $f(0)$, $f'(0)$ usw. der Wert der Funktion und ihrer Ableitungen für eine gegebene Größe a bekannt und will man $f(a+x)$ ermitteln, so setzt man

$$f(a+x) = A + Bx + Cx^2 + Dx^3 + \ldots$$

Man findet durch wiederholte Differentiation $f(a) = A$; $f'(a) = B$; $f''(a) = 2C$; $f'''(a) = 2 \cdot 3 \cdot D$ usf., also

Satz 23. $$f(a+x) = f(a) + \frac{x}{1} f'(a) + \frac{x^2}{2!} f''(a) + \frac{x^3}{3!} f'''(a) + \ldots$$

Beispiel 30. Nach *Peters* ist die mittlere Schiefe der Ekliptik

$$E = 23^\circ 27' 54'',22 - 0'',4\,738\,t - 0'',0\,000\,014\,t^2.$$

Die Anzahl der Jahre, t, ist hierbei von 1800,0 an gerechnet. Die Formel soll auf 1900,0 und, zum Vergleich mit den von *Bessel* mitgeteilten Werten, auf 1750 reduziert werden.

$$E' = -0'',4738 - 0'',0\,000\,028\,t; \quad E'' = -0'',0\,000\,028.$$

Es ist daher

	E	E'	E''
1750	$23^\circ 28' 17'',91$	$-0'',4737$	$-0,0\,000\,028$
1900	$23^\circ 27' 6'',83$	$-0'',4741$	$-0,0\,000\,028$

Für die Epoche $1750,0 + t$ ist

$$E = E_{1750} + E'_{1750}\,t + \tfrac{1}{2} E''_{1750}\,t^2 = 23^\circ 28' 17'',91 - 0'',4737\,t - 0,0\,000\,014\,t^2.$$

Für $1900,0 + t$ erhält man:

$$E = 23^\circ 27' 6'',83 - 0,4741\,t - 0,0000014\,t^2.$$

10. Anwendung der Differentialrechnung zum Auflösen von Gleichungen.

Es sei die Gleichung $f(x) = 0$ vorgelegt; wir wollen annehmen, daß schon ein Näherungswert x_0 (etwa auf graphischem Wege) gefunden sei. $x = x_0 + h$ sei die genaue Wurzel. Wir suchen die Korrektionsgröße h zu bestimmen. Da x_0 schon nahezu richtig ist, können wir sie als klein voraussetzen; in der *Taylor*schen Reihe ersetzen wir a durch x_0 und x durch h; also

$$0 = f(x) = f(x_0 + h) = f(x_0) + \frac{h}{1} f'(x_0) + \frac{h^2}{2!} f''(x_0) + \ldots$$

Wegen der Kleinheit von h können wir die höheren Potenzen dieser Größe vernachlässigen, also $0 = f(x_0) + h f'(x_0)$ setzen. Daraus folgt aber

$$h = -\frac{f(x_0)}{f'(x_0)}.$$

Jetzt ist h näherungsweise bekannt; $x_0 + h = x_1$ ist ein besserer Näherungswert als x_0. Durch Wiederholung bestimmt man eine neue Korrektionsgröße $h_1 = -\frac{f(x_1)}{f'(x_1)}$ usw.

Beispiel 31. In Beispiel 3 ist $f(n) = n^2 - 2096{,}602n - 133{,}6075$; $f'(n) = 2n - 2096{,}602$; $h = -\frac{f(n)}{f'(n)}$. Es sei $n_0 = 0$, dann ist $h_0 = -0{,}06\,372\,574$; $n_1 = n_0 + h = -0{,}06372574$. Mit diesem Werte findet man $h_1 = +0{,}00000194$; $n_2 = n_1 + h_1 = -0{,}06372\,80$. Die nächste Korrektur wird schon bedeutungslos.

Beispiel 32. Ist die algebraische Gleichung $ax^n + bx^{n-1} + cx^{n-2} + \ldots + kx + l = 0$ gegeben, so findet man:

$$h = -\frac{ax^n + bx^{n-1} + cx^{n-2} + \ldots + kx + l}{nax^{n-1} + (n-1)bx^{n-2} + (n-2)cx^{n-3} + \ldots + k}.$$

Beispiel 33. $x + \frac{1}{3}x^3 - 0{,}12\,450\,086 = 0$ (Beispiel 4). Es ergibt sich: $x_0 = 0$; $h_0 = 0{,}12\,450\,086$; $x_1 = 0{,}12\,450\,086$; $h_1 = -0{,}00\,063\,345_5$; $x_2 = 0{,}12\,386\,740_5$; $h_2 = -0{,}00\,000\,005$; $x_3 = 0{,}12\,386\,735_5$; $h_3 = 0$.

Beispiel 34. Bei den *Lagrange*schen periodischen Lösungen des Dreikörperproblems treten folgende Gleichungen auf

$$r_1^5 + (2+\mu)r_1^4 + (1+2\mu)r_1^3 - (1-\mu)r_1^2 - 2(1-\mu)r_1 - (1-\mu) = 0.$$
$$r_2^5 - (3-\mu)_2^4 r + (3-2\mu)r_2^3 - \mu r_2^2 + 2\mu r_2 - \mu = 0.$$
$$r_3^5 + (3-\mu)_3^4 r + (3-2\mu)r_3^3 - \mu r_3^2 - 2\mu r_3 - \mu = 0.$$

Darin ist μ ein Bruch, dessen Zähler die Masse eines Himmelskörpers ist, während der Nenner um die Masse eines zweiten Sternes größer ist. Man löse die Gleichungen beispielsweise für das System Sonne—Jupiter, Sonne—Erde oder Erde—Mond.

Beispiel 35. Bei der *Kepler*schen Gleichung (Beispiel 5) seien E und M im absoluten Maß angenommen $f(E) = E - e\sin E - M$; $f'(E) = 1 - e\cos E$; $h = -\frac{f}{f'}$. Man findet h auch im Bogenmaß; will man im Gradmaß rechnen, so muß man die Gleichung mit $\frac{180^\circ}{\pi}$ multiplizieren; $E^\circ - \frac{180^\circ}{\pi} e\sin E^\circ - M^\circ = 0$; f' wie vorher. Es sei wieder $E^\circ - 0{,}9\,5936 \sin E^\circ - 195^\circ{,}94 = 0$; $E_0 = 195^\circ{,}94$; $h_0 = -0^\circ{,}2\,593$; $E_1 = 195^\circ{,}6\,807$; $h_1 = 0$.

III. Integralrechnung.

1. Einleitung und Grundformeln.

Ist eine Funktion $f(x)$ gegeben, so kann man die Frage aufwerfen, ob eine andere Funktion $F(x)$ existiert, deren Differentialquotient gleich $f(x)$ ist. Diese Frage ist das Problem der Integralrechnung. Sie verhält sich zur Differentialrechnung wie die Subtraktion zur Addition oder die Division zur Multiplikation. Das Zeichen der neuen Rechenoperation, $\int$, wird Integral gelesen.

Man schreibt $\int f(x)dx = F(x)$, wenn $\frac{dF(x)}{dx} = f(x)$ ist; $f(x)$ heißt der Integrand. Aus einer speziellen Lösung des Integrations-Problems folgen unendlich viele andere, denn wenn $F(x)$ die eben genannte Bedingung erfüllt, so auch $F(x) + c$. Darin bedeutet c eine beliebige Konstante; differentiiert man diesen Ausdruck, so fällt die Konstante weg (vgl. S. 44), und man erhält wie vorher $F'(x) = f(x)$.

So ist $\int 2x dx = x^2$ oder gleich $x^2 + 5$ oder $x^2 - \frac{3}{7}$ usw., kurz gleich $x^2 + c$, denn jede dieser Funktionen liefert als Differentialquotienten den Integranden $2x$.

Eine Tafel der Fundamentalintegrale erhält man einfach durch Umkehrung der früher bewiesenen Differentialformeln; man weist in jedem Falle die Richtigkeit nach, indem man das Ergebnis differentiiert; dann muß der Integrand entstehen.

1. $\int ax^n dx = \frac{ax^{n+1}}{n+1} + c$, wenn n von -1 verschieden ist.
2. $\int \frac{adx}{x} = a \ln x + c$.
3. $\int \sin(ax)\, dx = -\frac{\cos(ax)}{a} + c$.
4. $\int \cos(ax) dx = \frac{\sin(ax)}{a} + c$.
5. $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin x + c = -\arccos x + c_1$.
6. $\int \frac{dx}{1+x^2} = \operatorname{arctg} x + c = -\operatorname{arccotg} x + c_1$.
7. $\int e^x dx = e^x + c$.
8. $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a}$.

2. Integration von Summen, Differenzen und Produkten.

Satz 24. Eine Summe oder Differenz kann gliedweise integriert werden.

Es seien u und v Funktionen von x; $\int u dx = F$; $\int v dx = \Phi$, also $F' = u$, $\Phi' = v$. Dann hat aber die Funktion $\int u dx + \int v dx = F + \Phi$ die Eigenschaft, daß ihr Differentialquotient $F' + \Phi' = u + v$ ist; sie selbst kann also gleich $\int (u + v) dx$ gesetzt werden. Der Beweis, daß $\int (u - v) dx = \int u dx - \int v dx$ ist, verläuft ganz entsprechend.

Unendliche konvergente Potenzreihen können auch gliedweise integriert werden.

Satz 25. Ein konstanter Faktor des Integranden kann vor das Integralzeichen gesetzt werden.

$\int f(x) dx$ sei gleich F.

Differentiiert man aF, so erhält man $aF' = af(x)$, es ist also $aF = \int af(x) dx$.

Beispiel 36. Die jährliche allgemeine Präzession ist nach *Bessel* für die Epoche $1750 + t$

$$\frac{dl}{dt} = 50'',21129 + 0'',0\,002\,442\,966\,t.$$

Dann ist

$$l = \int (50'',21129 + 0'',0002442966t)dt.$$

$$l = 50'',21129t + 0{,}0001\,221\,483\,t^2 + c.$$

Da aber für den Beginn der Zeitzählung $(1750{,}0)$ l verschwinden muß, so ist $c = 0$ zu setzen.

Beispiel 37. In der Mechanik des Himmels wird gezeigt, daß die Bahnelemente eines Himmelskörpers durch die Anziehung der Planeten modifiziert werden. Ist E eins von ihnen, so gilt für seine Änderungsgeschwindigkeit, wenn man sich auf Störungen erster Ordnung beschränkt, die Beziehung

$$\frac{dE}{dt} = \sum A \sin(\gamma_1 n_1 t + \gamma_2 n_2 t + a) + B\cos(\gamma_1 n_1 t + \gamma_2 n_2 t + b).$$

Darin bedeuten A, B, a, b gewisse Konstanten; n_1 ist die mittlere tägliche Bewegung des gestörten, n_2 die des störenden Himmelskörpers; γ_1 und γ_2 sind positive oder negative ganze Zahlen. Das Summenzeichen Σ sagt aus, daß wir es hier mit einer Anzahl gleichgebauter Glieder zu tun haben. Integriert man, so werden die meisten der in E auftretenden Ausdrücke von der Form

$$-\frac{A\cos(\gamma_1 n_1 t + \gamma_2 n_2 t + a)}{\gamma_1 n_1 + \gamma_2 n_2} + \frac{B\sin(\gamma_1 n_1 t + \gamma_2 n_2 t + b)}{\gamma_1 n_1 + \gamma_2 n_2}$$

sein: die Elemente unterliegen periodischen Schwankungen. Ist aber $\gamma_1 n_1 + \gamma_2 n_2$ gleich 0, und dies tritt ein, wenn die täglichen mittleren Bewegungen, daher auch die Umlaufszeiten, gewissen ganzen Zahlen proportional sind, so sind die betreffenden Glieder in $\frac{dE}{dt}$ konstant, und in E kommen Terme von der Form $tA\sin a + tB\cos b$ vor. Da sie der Zeit proportional sind, so beeinflussen sie die Elemente stets in demselben Sinne; sie heißen deswegen säkular. Man nimmt aber an, daß sie Bruchstücke von Entwicklungen sehr langperiodischer Änderungen sind.

Beispiel 38. In der Wahrscheinlichkeits- und Ausgleichsrechnung spielt $\int e^{-x^2} dx$ eine große Rolle. Dies Integral läßt sich nicht in geschlossener Form, wohl aber durch Reihenentwicklung finden.

$$\int e^{-x^2} dx = \int \left(1 - \frac{x^2}{1!} + \frac{x^4}{2!} - \frac{x^6}{3!} \pm \ldots\right) dx. \quad \text{(Vgl. S. 54.)}$$

$$\int e^{-x^2} dx = c + x - \frac{x^3}{3 \cdot 1!} + \frac{x^5}{5 \cdot 2!} - \frac{x^7}{7 \cdot 3!} \pm \ldots$$

Diese Reihe konvergiert für jeden Wert von x, schnell aber nur für kleine x.

3. Einführung einer neuen Veränderlichen.

Häufig kann man ein Integral $I = \int f(x)dx$ vereinfachen, wenn man für x eine neue Variable t durch die Substitution $x = \varphi(t)$ einführt. Dann ist

$$\frac{dx}{dt} = \varphi'(t);\ dx = \varphi'(t)dt,\ I = \int f[\varphi(t)] \cdot \varphi'(t)dt.$$

Beispiel 39. Welchen Wert hat $\int e^{-k^2x^2} dx$, wenn k eine Konstante ist?

Wir setzen $x = \frac{t}{k}$; $dx = \frac{dt}{k}$, dann wird

$$\int e^{-k^2x^2} dx = \int \frac{e^{-t^2} dt}{k} = \frac{1}{k} \int e^{-t^2} dt.$$

Unser Integral ist also auf Beispiel 38 zurückgeführt.

Beispiel 40. Bei der Berechnung parabolischer Kometenbahnen tritt das Integral $I = \int \frac{dv}{\cos^4 \frac{v}{2}}$ auf. Hier ist

$$I = \int \frac{dv}{\cos^2 \frac{v}{2}} \cdot \frac{1}{\cos^2 \frac{v}{2}} = \int \frac{dv}{\cos^2 \frac{v}{2}} \left(1 + \operatorname{tg}^2 \frac{v}{2}\right).$$

Es sei jetzt

$$\operatorname{tg} \frac{v}{2} = x;\ \frac{dx}{dv} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\cos^2 \frac{v}{2}};\ \frac{dv}{\cos^2 \frac{v}{2}} = 2dx.$$

$$I = \int 2\,dx\,(1 + x^2) = 2\left(x + \frac{1}{3} x^3\right) + c;$$

$$I = 2\left(\operatorname{tg} \frac{v}{2} + \frac{1}{3} \operatorname{tg}^3 \frac{v}{2}\right) + c.$$

Beispiel 41. Bei der Berechnung elliptischer Bahnen wird man auf den Ausdruck $ndt = \frac{r}{a} \frac{dr}{\sqrt{a^2e^2 - (a - r)^2}}$ geführt. n ist die mittlere tägliche Bewegung, a die große Halbachse, e die Exzentrizität, r der Radiusvektor und t die Zeit. Durch Integration folgt:

$$nt = \int \frac{r\,dr}{a\sqrt{a^2e^2 - (a - r)^2}}.$$

Um die Wurzel los zu werden, setzen wir $a - r = ae\cos E$. Der Radikand wird jetzt

$$a^2e^2 - a^2e^2\cos^2 E = a^2e^2\sin^2 E;\ r = a(1 - e\cos E);\ dr = ae\sin E\,dE;$$

$$nt = \int \frac{a(1 - e\cos E)\, a e \sin E\, dE}{a^2 e \sin E} = \int (1 - e\cos E)\, dE\,.$$

$$nt = E - e\sin E + nt_0\,.$$

nt_0 bezeichnet dabei die Integrationskonstante.

4. Die partielle Integration.

Oft steht unter dem Integralzeichen ein Produkt, dessen einer Faktor sich leicht integrieren läßt, der also die Ableitung u' einer Funktion u ist; der andere Faktor sei v. Aus der Gleichung $\frac{d(uv)}{dx} = u'v + v'u$ folgt:

$$uv = \int u'v\,dx + \int v'u\,dx\,.$$

$$\boldsymbol{\int u'v\,dx = uv - \int v'u\,dx.}$$

Beispiel 42. Bei den Störungen zweiter Ordnung kommen Glieder vor von der Art

$$I_1 = \int t \sin(\gamma_1 n_1 t + \gamma_2 n_2 t + a)\, dt$$

und

$$I_2 = \int t \cos(\gamma_1 n_1 t + \gamma_2 n_2 t + a)\, dt\,.$$

Die Bedeutung der Buchstaben ist dieselbe wie in Beispiel 37. Es ist zweckmäßig, in I_1 den trigonometrischen Faktor als Ableitung von

$$u = -\frac{\cos(\gamma_1 n_1 t + \gamma_2 n_2 t + a)}{\gamma_1 n_1 + \gamma_2 n_2}$$

aufzufassen und $v = t$ zu setzen. Dann erhält man:

$$I_1 = -\frac{\cos(\gamma_1 n_1 t + \gamma_2 n_2 t + a)}{\gamma_1 n_1 + \gamma_2 n_2} \cdot t - \int -\frac{\cos(\gamma_1 n_1 t + \gamma_2 n_2 t + a)}{\gamma_1 n_1 + \gamma_2 n_2} \cdot 1 \cdot dt\,.$$

$$I_1 = -\frac{\cos(\gamma_1 n_1 t + \gamma_2 n_2 t + a)}{\gamma_1 n_1 + \gamma_2 n_2}\, t + \frac{\sin(\gamma_1 n_1 t + \gamma_2 n_2 t + a)}{(\gamma_1 n_1 + \gamma_2 n_2)^2}\,.$$

$$I_2 = \frac{\sin(\gamma_1 n_1 t + \gamma_2 n_2 t + a)}{\gamma_1 n_1 + \gamma_2 n_2}\, t + \frac{\cos(\gamma_1 n_1 t + \gamma_2 n_2 t + a)}{(\gamma_1 n_1 + \gamma_2 n_2)^2}\,.$$

(*Poisson*sche Terme.)

Beispiel 43. Man berechne $I = \int e^{-x^2} dx$ durch partielle Integration.

Es sei $u' = 1$; $u = x$; $v = e^{-x^2}$, also $v' = -2xe^{-x^2}$. Dann ist $I = xe^{-x^2} + 2\int x^2 e^{-x^2} dx$. Im zweiten Summanden werde jetzt $u' = x^2$, $u = \frac{1}{3}x^3$, $v = e^{-x^2}$ gesetzt, dann wird $I = xe^{-x^2} + \frac{2}{3}x^3 e^{-x^2} + \frac{2^2}{3}\int x^4 e^{-x^2} dx$ usw. Man erhält

$$I = xe^{-x^2} \cdot \left[1 + \frac{2x^2}{3} + \frac{(2x^2)^2}{3 \cdot 5} + \frac{(2x^2)^3}{3 \cdot 5 \cdot 7} + \ldots\right] + c\,.$$

Auch diese Reihe konvergiert stets, aber sie führt nur für kleinere Werte von x rasch zum Ziel.

Man kann auch schreiben:

$$I = \int x e^{-x^2} \cdot \frac{1}{x} dx .$$

Es sei

$$u' = x e^{-x^2}; \quad u = -\frac{1}{2} e^{-x^2}; \quad v = \frac{1}{x}; \quad v' = -\frac{1}{x^2},$$

$$I = -\frac{1}{2x} e^{-x^2} - \frac{1}{2} \int \frac{e^{-x^2}}{x^2} dx .$$

Nun sei

$$u' = x e^{-x^2}; \quad u = -\frac{1}{2} e^{-x^2}; \quad v = \frac{1}{x^3}; \quad v' = -\frac{3}{x^4} \text{ usw.};$$

schließlich entsteht:

$$I = \frac{e^{-x^2}}{2x}\left[1 - \frac{1}{2x^2} + \frac{1 \cdot 3}{(2x^2)^2} - \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{(2x^2)^3} \pm \cdots\right] + c .$$

Diese Reihe eignet sich für größere Werte von x. Sie ist nicht konvergent, aber es läßt sich zeigen, daß, wenn man sie bei einem beliebigen Gliede abbricht, der Fehler, den man so begeht, kleiner ist als das letzte Glied. (Vgl. z. B. *Brünnow, Sphärische Astronomie, Einleitung C.*)

5. Bestimmte Integrale.

Es sei $\int f(x)dx = F(x) + c$. Man versteht dann unter dem bestimmten Integral mit den Grenzen a und b, $\int_a^b f(x)dx$, den Ausdruck, welchen man erhält, wenn man in dem vorher ermittelten unbestimmten Integral der Größe x einmal den Wert b, dann den Wert a erteilt und die Differenz bildet

$$\int_a^b f(x)dx = [F(b) + c] - [F(a) + c] = F(b) - F(a) .$$

Die Integrationskonstante fällt beim bestimmten Integral weg.

Ist die Funktion $y = f(x)$ im rechtwinkligen Koordinatensystem durch eine Kurve dargestellt, so kann man die Fläche zu berechnen suchen, welche durch diese Kurve, durch die X-Achse und durch zwei Parallele zur Y-Achse begrenzt wird. Die eine habe den Abstand a, die andere den Abstand x. Ändert sich x, so ändert sich auch der Flächeninhalt; er ist also eine Funktion von x, die wir $\Phi(x)$ nennen wollen. Wenn wir x um das Stück h wachsen lassen (Fig. 13), so kommt ein Streifen hinzu, dessen Inhalt $CDD_1C_1 = BDD_1B_1 - BCC_1B_1 = \Phi(x+h) - \Phi(x) = \Delta\Phi$ ist. Für kleine Werte von h unterscheidet er sich nicht wesentlich von dem eines Rechtecks mit den Seiten $CC_1 = f(x)$ und

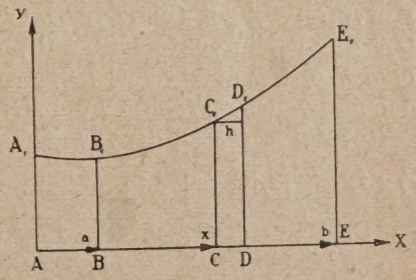


Fig. 13

$CD = h = \Delta x$; es ist nahezu $\Delta\Phi = f(x)\Delta x$; $\frac{\Delta\Phi}{\Delta x} = f(x)$. Im Grenzfall erhält man genau $\frac{d\Phi}{dx} = f(x)$. Daher muß $\Phi = \int f(x)dx$ sein. Die Integration sei ausgeführt; sie ergebe $F(x) + c$, worin c die Integrationskonstante bedeute. Erteilt man x den Endwert b, so ist $\Phi = F(b) + c$; für $x = a$ verschwindet die Fläche, also ist $0 = F(a) + c$; die Differenz der beiden Gleichungen ergibt

$$\Phi = F(b) - F(a) = \int_a^b f(x)\,dx\,.$$

Beispiel 44. Aus der Elementar-Geometrie ist bekannt, daß die Gleichung der Ellipse im rechtwinkligen Achsensystem $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ist. Es soll der Flächeninhalt eines Quadranten bestimmt werden.

$$y = \frac{b}{a}\sqrt{a^2 - x^2};\ \Phi = \int_0^a y\,dx = \int_0^a \frac{b}{a}\sqrt{a^2 - x^2}\,dx\,.$$

Wir setzen $x = a\sin t$ $\left(\text{also für die Grenzen } t = 0 \text{ und } t = \frac{\pi}{2}\right)$. Dann ist

$$\sqrt{a^2 - x^2} = a\cos t;\ dx = a\cos t\,dt;$$

$$\Phi = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{b}{a}\cdot a\cos t\cdot a\cos t\,dt = ab\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos t^2\,dt;$$

$$\Phi = ab\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos 2t\right)dt = ab\left[\frac{t}{2} + \frac{1}{4}\sin 2t\right]_0^{\frac{\pi}{2}}.$$

$$\Phi = \frac{ab\pi}{4}\,.$$

Die ganze Ellipse ist viermal so groß.

Die Funktion $r = f(v)$ sei im Polarkoordinatensystem durch eine Kurve abgebildet (Fig. 12, S. 57). Die Fläche, welche von der Anfangslage OE des Radiusvektors ($v = 0$), der Kurve und dem Radiusvektor r (welcher dem Werte v entspricht) begrenzt wird, ist eine Funktion von v, die wir $\Phi(v)$ nennen wollen. Wächst v um Δv, so vergrößert sich die Fläche um den Kurvensektor $\Delta\Phi = OAB$, der für genügend kleine Werte von Δv dem Kreisausschnitt $OAD = \frac{1}{2}r^2\Delta v$ beliebig nahe kommt. Es ist also ungefähr $\frac{\Delta\Phi}{\Delta v} = \frac{1}{2}r^2$, und genau $\frac{d\Phi}{dv} = \frac{1}{2}r^2$, also $\Phi = \frac{1}{2}\int r^2\,dv$. Da r als Funktion von v gegeben ist, so ist der Integrand eine Funktion von v; die Integration ergebe $F(v) + c$. Die Fläche, welche zwischen der Kurve und den Radien $OE(v = 0)$ und r_1 (hier sei $v = v_1$) liegt, ist dann $F(v_1) - F(0)$, somit

$$\Phi = \tfrac{1}{2}\int_0^{v_1} r^2\,dv.$$

Beispiel 45. Es soll für 1920 die Länge der Jahreszeiten berechnet werden (Fig. 14). Steht, von der Sonne aus gerechnet, die Erde in der Richtung auf den Frühlingspunkt, so beginnen wir den Herbst, da für uns die Sonne den Herbstpunkt passiert. Wächst die heliozentrische Länge der Erde um 90°, 180°, 270°, so haben wir den Anfang des Winters, des Frühlings und des Sommers. Die Erde steht dann in A, C, D. Für 1920 ist der Winkel FSB, die Länge des Perihels $\Pi = 101°34'$, die Exzentrizität $e = 0{,}01\,674$; $\Phi = \frac{1}{2}\int \frac{p^2}{(1+e\cos v)^2}\,dv$. Bei Vernachlässigung der Größen e^2, e^3 usf. erhält man durch den binomischen Satz

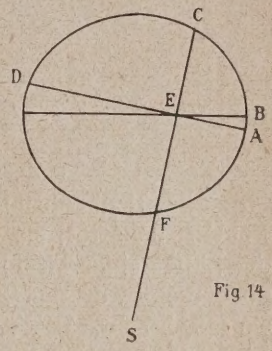


Fig 14

$$\Phi = \frac{1}{2}\int p^2(1-2\,e\cos v)\,dv = \frac{p^2}{2}\,(v-2\,e\sin v)+c\,.$$

Sucht man die Fläche BSC, so hat man zwischen $v = 0$ und $v = 180° - 101°34' = 78°26' = 1{,}369$ (im absoluten Maße) zu integrieren; $\Phi_{BSC} = 0{,}668\,p^2$. Will man BSD berechnen, so ist die obere Grenze $v = 168°26'$; für BSF ist sie $v = 258°26'$, für BSA dagegen 348°26′ und für die ganze Ellipse 360°. Dann wird $\Phi_{BSD} = 1{,}4665\,p^2$; $\Phi_{BSF} = 2{,}272\,p^2$; $\Phi_{BSA} = 3{,}044\,p^2$; die ganze Ellipsenfläche wird $3{,}142\,p^2$.

Hieraus findet man die Flächen ASC, CSD, DSF und FSA zu $0{,}766\,p^2$; $0{,}798\,p^2$; $0{,}805\,p^2$; $0{,}772\,p^2$. Diese Flächen verhalten sich aber nach dem zweiten *Kepler*schen Gesetz wie die Zeiten, die der Radiusvektor braucht, um sie zu überstreichen, bezeichnet man also die Länge der Jahreszeiten Frühling, Sommer, Herbst und Winter mit F, S, H, W, die des Jahres mit J, so gilt die Proportion:

$$F : S : H : W : J = 0{,}798 : 0{,}805 : 0{,}772 : 0{,}766 : 3{,}142\,,$$

und da $J = 365{,}2$ ist, so findet man leicht

$$F = 92^d{,}8;\ S = 93^d{,}6;\ H = 89^d{,}8;\ W = 89^d{,}0\,.$$

Literatur. Aus der unübersehbaren Zahl der Lehrbücher seien nur einige Werke genannt.

Düsing, Die Elemente der Differential- und Integralrechnung.
Lindow, Differentialrechnung (Aus Natur und Geisteswelt, Teubner, Leipzig).
Lindow, Integralrechnung, (Aus Natur und Geisteswelt, Teubner, Leipzig).
Dölp, Grundzüge und Aufgaben der Differential- und Integralrechnung.
Schlömilch, Kompendium der höheren Analysis.
Schlömilch, Übungsbuch zum Studium der höheren Analysis.
Sohncke, Sammlung von Aufgaben aus der Differential- und Integralrechnung.
Kiepert, Grundriß der Differential- und Integralrechnung.

Die aufgeführten Bücher sind etwa dem Umfange nach geordnet. Wegen mancher Probleme, deren Entwicklung hier der Raummangel verbot, muß daher besonders auf die zuletzt genannten Werke verwiesen werden. Dahin gehören z. B. die Doppelintegrale (vgl. Ausgleichrechnung, § 7) und anderes mehr.

M. Lindow.

Ausgleichsrechnung.

§ 1. Die Aufgabe der Ausgleichsrechnung.

Alle Beobachtungen, alle Schätzungen, Messungen, Wägungen sind mit Fehlern behaftet, sie haben alle nur eine beschränkte Genauigkeit. Messen wir die Länge einer Tischkante, so finden wir sie vielleicht auf das Millimeter genau, aber nicht auf das Zehntel-Millimeter; um mehrere Zehntel-Millimeter wird sie falsch sein. Die Wellenlänge des Lichts für eine bestimmte Stelle des Spektrums läßt sich finden auf $\frac{1}{10}\,\mu\mu$, um mehrere Hundertstel $\mu\mu$ weicht sie aber von der Wahrheit ab. Die Jahreslänge ist auf Hundertstel Sekunden bestimmt, aber keineswegs auf Zehntausendstel.

Man erkennt die Ungenauigkeit aus den nicht miteinander übereinstimmenden Ergebnissen der einzelnen Messungen. Welchen der von einander abweichenden Werte soll man als den richtigsten anerkennen oder, falls nicht eine Messung so viel genauer ist als die übrigen, daß diese jener gegenüber gar keine Berücksichtigung verdienen, auf welche Weise soll man aus den von einander verschiedenen Werten den Wert finden, welchem die größte Wahrscheinlichkeit auf Richtigkeit zukommt? Und wenn natürlich auch er keinen Anspruch auf absolute Richtigkeit hat — wir können ihn doch immer nur auf eine Anzahl von Dezimalstellen bestimmen —, welche Genauigkeit können wir ihm beimessen, innerhalb welcher Grenzen wird der Fehler liegen?

Fragen dieser Art sind es, welche die Ausgleichsrechnung zu beantworten sucht.

Der nicht gerade glücklich gewählte, im Laufe späterer Ausführungen (§ 4) verständlich werdende Name Methode der kleinsten Quadrate für die Ausgleichsrechnung stammt von *Legendre*, welcher in seinem Werke *Nouvelles méthodes pour la détermination des orbites des Comètes*, *Paris* 1806, die von ihm zur Ausgleichung nicht übereinstimmender Werte angewandte Methode veröffentlichte. *Gauß* hatte sich der auf demselben Prinzip beruhenden Methode schon seit 1795 bedient, veröffentlichte sie aber erst 1809 in seiner *Theoria Motus Corporum Coelestium in sectionibus conicis Solem ambientium*. Im Jahre 1823 erschien dann *Gauß'* Hauptwerk über die ganz von seinem Geiste durchwehte Methode unter dem Titel *Theoria combinationis observationum erroribus minimis obnoxiae*.

§ 2. Einteilung der Fehler.

Die Fehler, mit welchen die Messungen behaftet sind, können in zwei Klassen eingeteilt werden: 1. solche, welche das Resultat immer nach derselben Seite hin fälschen, und 2. solche, welche den gesuchten Wert bald vergrößern, bald verkleinern.

Die ersteren, als systematische Fehler bezeichneten kommen für die Ausgleichsrechnung nicht in Betracht, insofern sie nicht ausgeglichen, nicht unschädlich gemacht werden können. Man kann sie in theoretische, instrumentale und persönliche Fehler einteilen.

Werden z. B. beobachtete Sternörter von dem Betrag der Refraktion und Aberration befreit und hierbei unrichtige Werte der Refraktionskonstanten und der Aberrationskonstanten benutzt, so wird eine Vermehrung der Beobachtungen und eine wie immer gestaltete Ausgleichung nicht imstande sein, den richtigen Wert finden zu lassen. Ebenso wird der Fehler einer Winkelmessung nicht beseitigt werden können, wenn das Instrument an der Stelle des Kreises, welche abgelesen wird, fehlerhaft geteilt ist. Und ebenso wird die Beobachtung immer nach derselben Seite hin gefälscht werden, wenn einem Beobachter der Fadenantritt eines Sternes immer erst einige Zehntel-Sekunden, nachdem er erfolgt ist, zum Bewußtsein kommt oder wenn ihm bei Einstellung eines Sternes zwischen zwei Horizontalfäden eine Halbierung des Intervalles stattzufinden scheint, wenn das obere Intervall etwas kleiner ist als das untere. Fehler solcher Art lassen sich nur erkennen und in Wegfall bringen durch Änderung der Methode, durch Benutzung verschiedener Instrumente usw.

Auf sie bezieht sich, wie gesagt, die Ausgleichsrechnung nicht, sondern nur auf die zweite Klasse, die sogenannten zufälligen Fehler. Auch sie haben natürlich ihre Ursache wie jedes Ereignis, das man wegen Unkenntnis seiner Ursache dem Zufall in die Schuhe schiebt, aber die Ursachen wirken in diesem Fall nicht immer in demselben Sinn, sondern vergrößern bald das Resultat, bald verkleinern sie es. Hierher gehören z. B. Unregelmäßigkeiten der Refraktion, welche bei der einen Beobachtung die Höhe zu groß, bei der andern zu klein erscheinen lassen, Störungen der Aufmerksamkeit des Beobachters, Abgespanntheit desselben, Erschütterungen des Instrumentes u. dgl. Nur mit solchen Fehlern, die in ganz „zufälliger“ Weise das Resultat bald nach der einen, bald nach der andern Seite beeinflussen, beschäftigt sich die Ausgleichsrechnung.

§ 3. Das arithmetische Mittel als wahrscheinlichster Wert.

Wenn zwei von einander abweichende Werte für eine gesuchte Größe gefunden sind, etwa bei einer Längenmessung, und man keinen Grund hat, den einen für zuverlässiger zu halten als den andern, so wird man, da eine Abweichung vom wahren Werte nach der einen Seite von vornherein nicht wahrscheinlicher sein wird als nach der andern, das arithmetische Mittel der beiden Beobachtungsresultate als den Wert, welcher der Wahrheit am nächsten kommt, zu betrachten geneigt sein. Jeder andere Wert würde, weil er dem einen Resultat näher liegt als dem andern, eine Bevorzugung des einen Resultates bedeuten.

Immerhin ist es keine unbedingte Notwendigkeit, das arithmetische Mittel als den wahrscheinlichsten Wert anzunehmen, man könnte z. B. auch das geometrische Mittel wählen. Bei Schätzung von Helligkeiten nimmt man in der Tat nicht das arithmetische Mittel der Strahlungsintensitäten, wenn man diejenige Helligkeit bestimmt, die in der Mitte zwischen den beiden Helligkeiten zu liegen scheint. Denn unsere Lichtempfindung wächst nicht proportional mit der Lichtstärke sondern nach dem *Fechner*schen psycho

physischen Grundgesetz proportional mit dem Logarithmus derselben. Wenn daher von zwei Sternen der eine eine sechsmal so große Strahlungsintensität besitzt als der andere, so macht nicht ein Stern von der 3,5 fachen, sondern von der 2,45fachen Strahlungsintensität des letzteren uns den Eindruck mittlerer Helligkeit, da $\sqrt{1 \cdot 6} = 2{,}45$.

Hat man das arithmetische Mittel zweier Messungsergebnisse als den der Wahrheit vermutlich am nächsten kommenden Wert anerkannt, so wird man, falls mehr als zwei gemessene Werte vorliegen, auch in diesem Fall das arithmetische Mittel als den besten Wert anerkennen müssen.

§ 4. Beziehung zwischen dem arithmetischen Mittel und der Summe der Fehlerquadrate.

Vom arithmetischen Mittel läßt sich folgende wichtige Eigenschaft beweisen: Es ist die Summe der Quadrate der Abweichungen vom arithmetischen Mittel kleiner als die Summe der Quadrate der Abweichungen von irgendwelchem anderen Wert.

Die m vorliegenden Messungen seien

$$n' n'', \ldots n^{(m)},$$

das Mittel sei

$$x_0 = \frac{n' + n'' + \ldots + n^{(m)}}{m}.$$

Die Abweichungen der Einzelmessungen vom arithmetischen Mittel bezeichnen wir mit

$$\Delta' = n' - x_0; \quad \Delta'' = n'' - x_0; \ldots \Delta^{(m)} = n^{(m)} - x_0;$$

dann ist

$$\Delta' + \Delta'' + \ldots + \Delta^{(m)} = 0$$

oder, wie wir abkürzend schreiben wollen,

$$[\Delta] = 0.$$

Analog werden wir für die Summe der Quadrate der Abweichungen schreiben

$$[\Delta^2] \text{ oder } [\Delta\Delta].$$

Es sei nun x_1 ein von x_0 verschiedener Wert und

$$\Delta'_1 = n' - x_1; \quad \Delta_1'' = n'' - x_1; \ldots \Delta_1^{(m)} = n^{(m)} - x_1;$$

dann ist nach unserer Behauptung

$$[\Delta\Delta] < [\Delta_1\Delta_1].$$

Es ist nämlich

$$[\Delta\Delta] = (n' - x_0)^2 + (n'' - x_0)^2 + \ldots = [nn] - 2[n]x_0 + m x_0^2.$$

Da aber

$$x_0 = \frac{[n]}{m},$$

so kommt

$$[\Delta\Delta] = [nn] - 2\frac{[n][n]}{m} + m\frac{[n]^2}{m^2} = [nn] - \frac{[n]^2}{m}.$$

Ferner ist

$$[\Delta_1\Delta_1] = (n' - x_1)^2 + (n'' - x_1)^2 + \ldots = [nn] - 2\,[n]x_1 + m x_1^2 .$$

Führen wir hier den für $[nn]$ aus der Gleichung für $[\Delta\Delta]$ sich ergebenden Wert ein, so bekommen wir

$$[\Delta_1\Delta_1] = [\Delta\Delta] + \frac{[n]^2}{m} - 2\,[n]x_1 + m x_1^2$$

$$= [\Delta\Delta] + m\left(\frac{[n]^2}{m^2} - 2\frac{[n]}{m}x_1 + x_1^2\right)$$

$$= [\Delta\Delta] + m\left(\frac{[n]}{m} - x_1\right)^2$$

$$= [\Delta\Delta] + m(x_0 - x_1)^2 .$$

Da das zweite Glied der rechten Seite positiv ist, so ist

$$[\Delta_1\Delta_1] > [\Delta\Delta] ,$$

oder mit Worten: Die Summe der Fehlerquadrate ist ein Minimum, wenn das arithmetische Mittel als der richtige Wert betrachtet wird.

Dieser Eigenschaft des arithmetischen Mittels verdankt die Ausgleichsrechnung den Namen der Methode der kleinsten Quadrate.

Das der Rechnung zugrunde gelegte Prinzip des arithmetischen Mittels können wir daher durch das andere, ihm gleichwertige ersetzen: Es ist der Wert für die unbekannte Größe zu finden, oder falls mehrere Größen gesucht werden, es sind diejenigen Werte zu finden, welche die Summe der Quadrate der Abweichungen von den gemessenen Werten zu einem Minimum machen.

§ 5. Eigenschaften der zufälligen Fehler.

So wenig man von einer einzelnen vorliegenden Messung sagen kann, daß ihr zufälliger Fehler positiv oder negativ oder von der oder jener Größe sei, so lassen sich doch über die bei einer Messungsreihe vorkommenden Fehler im ganzen gewisse Behauptungen aufstellen, welche zur Ableitung eines Gesetzes der Fehlerverteilung führen, indem die behaupteten Eigenschaften der Fehler die Bedingungen darstellen, denen die abzuleitende Funktion der Fehlerverteilung genügen muß. Diese Behauptungen sind:

1. Positive und negative Fehler sind gleich wahrscheinlich.

Die Richtigkeit dieses Satzes nahmen wir schon an, als wir (§ 3) das arithmetische Mittel als den dem wahren vermutlich am nächsten liegenden Wert erklärten.

Bezeichnen wir die Wahrscheinlichkeit eines Fehlers Δ mit $\varphi(\Delta)$, so nehmen wir also an, daß $\varphi(+\Delta) = \varphi(-\Delta)$.

Drücken wir uns etwas schärfer aus, indem wir mit $\varphi(\Delta)$ die Wahrscheinlichkeit bezeichnen, daß ein Fehler liege zwischen $\Delta - \frac{1}{2}$ und $\Delta + \frac{1}{2}$, wo als Fehlereinheit die kleinste, noch in Betracht gezogene Maßeinheit, z. B. *mm*, μ, Bogensekunde, Zehntel Zeitsekunde usw. genommen worden sei, so ist $\varphi(\Delta) \cdot d\Delta$ die Wahrscheinlichkeit, daß der Fehler liege zwischen $\Delta - \frac{1}{2}d\Delta$ und $\Delta + \frac{1}{2}d\Delta$.

Geben wir dem Δ der Reihe nach die Werte 0, $d\Delta$, $2\,d\Delta \ldots a$, so ist die Wahrscheinlichkeit, daß der Fehler liege zwischen $-\frac{1}{2}d\Delta$ und $a + \frac{1}{2}\,d\Delta$, gleich

$$\varphi(0)d\Delta + \varphi(d\Delta)d\Delta + \varphi(2d\Delta)d\Delta + \ldots + \varphi(a)d\Delta\,.$$

Nehmen wir die $d\Delta$ immer kleiner und kleiner an, so geht diese Summe in das Integral über

$$\int_0^a \varphi(\Delta)\cdot d\Delta,$$

welches also die Wahrscheinlichkeit ausdrückt, daß der Fehler falle zwischen 0 und a. Die Wahrscheinlichkeit eines Fehlers innerhalb der Grenzen a und b wird daher ausgedrückt werden durch

$$\int_a^b \varphi(\Delta)d\Delta,$$

und die Gleichheit der Wahrscheinlichkeit positiver und negativer Fehler wird demnach mathematisch auszudrücken sein durch

$$\int_a^b \varphi(\Delta)d\Delta = \int_{-b}^{-a} \varphi(\Delta)d\Delta.$$

Wir haben das Integral auf der rechten Seite von $-b$ bis $-a$ und nicht von $-a$ bis $-b$ erstreckt, weil es sonst, $a < b$ vorausgesetzt, einen negativen Wert erhielte, wie spätere Betrachtungen erkennen lassen werden.

Es ist beispielsweise die Wahrscheinlichkeit, daß der bei einer Längenmessung begangene Fehler zwischen 7 und 9 *mm* liegt, gerade so groß wie die Wahrscheinlichkeit, daß er zwischen -9 und -7 *mm* liegt.

2. Die Fehler sind um so wahrscheinlicher, je kleiner ihr Betrag ist.

Da der Beobachter bemüht ist, den richtigen Wert zu finden, so werden seine Messungsresultate sich besonders um den wahren Wert herum anhäufen. Große Fehler werden seltener sein als kleine, und wenn er z. B. bei einer Längenmessung noch Millimeter schätzen kann, so werden Abweichungen von 1 *mm* häufiger sein als solche von 2 *mm*, diese häufiger als solche von 3 *mm* usw. Die größte Wahrscheinlichkeit kann der Fehler Null beanspruchen, freilich nicht der Fehler, welcher streng gleich Null ist, sondern der, welcher in dem die Null einschließenden, durch die Genauigkeit der Beobachtung gegebenen Intervall liegt. Es wird also, wenn bei einer Längenmessung noch Millimeter angegeben werden, ein Fehler zwischen $-\frac{1}{2}$ *mm* und $+\frac{1}{2}$ *mm* wahrscheinlicher sein als ein solcher zwischen $+\frac{1}{2}$ *mm* und $+\frac{3}{2}$ *mm* usw.

Mathematisch dargestellt, lautet die Bedingung

$$\int_0^a \varphi(\Delta)d\Delta > \int_a^{2a} \varphi(\Delta)d\Delta > \int_{2a}^{3a} \varphi(\Delta)d\Delta > \ldots$$

3. Fehler über eine gewisse Größe hinaus kommen überhaupt nicht vor.

Mißt man z. B. mit einem Millimeter-Maßstabe eine Strecke von 1 m, so werden Messungsresultate unter 95 und über 105 cm nicht vorkommen.

Man kann bei Aufstellung eines Gesetzes der Fehlerverteilung in der Tat dem Umstand, daß das Intervall, in welchem die Fehler liegen, ein begrenztes ist, recht wohl Rechnung tragen; *Gauß* hat jedoch, um ein einfaches, mathematisch leicht zu behandelndes Gesetz zu erhalten, die Möglichkeit aller Fehler von $-\infty$ bis $+\infty$ zugelassen, und es wird dadurch der Wirklichkeit nicht einmal besonders großer Zwang angetan, wenn, wie es durch das *Gauß*sche Gesetz geschieht, die Wahrscheinlichkeit der tatsächlich nicht vorkommenden großen Fehler so gering angenommen wird, daß sie praktisch als mit Null zusammenfallend angesehen werden kann. Das *Gauß*sche Fehlergesetz $\varphi(\Delta)$ erfüllt also die Bedingung

$$\int_{-\infty}^{\infty} \varphi(\Delta) d\Delta = 1 .$$

§ 6. Das Gesetz der Fehlerverteilung.

Auf Grund der eben aufgeführten Eigenschaften der zufälligen Fehler hat *Gauß* eine Formel aufgestellt für die Wahrscheinlichkeit des Vorkommens eines Fehlers von gegebener Größe in einer Reihe von Messungen.

Liegen m gemessene Werte vor

$$n' \, n'' \, n''' \ldots n^{(m)},$$

so ist der der Wahrheit vermutlich am nächsten kommende, aus ihnen abzuleitende Wert das arithmetische Mittel

$$x = \frac{n' + n'' + \ldots + n^{(m)}}{m} .$$

Die Abweichungen der einzelnen Messungen vom wahrscheinlichsten Werte oder, wie wir, das arithmetische Mittel als den wahren Wert ansehend, kurz sagen wollen, die einzelnen Fehler sind dann

$$n' - x, \; n'' - x, \; \ldots$$

Bezeichnen wir die gesuchte Funktion, welche die Wahrscheinlichkeit für das Vorkommen eines gewissen Fehlers in einer Beobachtungsreihe angeben soll, mit φ, so daß also $\varphi(n' - x)$ die Wahrscheinlichkeit des Fehlers $n' - x$ bedeutet, so ist die Wahrscheinlichkeit für das gleichzeitige Vorkommen der Fehler $n' - x$, $n'' - x \ldots$ in der Messungsreihe

$$W = \varphi(n' - x) \cdot \varphi(n'' - x) \ldots$$

Es wird aber das Zusammentreffen der Abweichungen der Einzelmessungen vom wahren Wert größere Wahrscheinlichkeit besitzen als das Zusammentreffen der Abweichungen der Einzelmessungen von einem anderen Wert. Wenn x in dem Ausdruck für W also der wahre Wert ist, so hat W sein Maximum. Es erhält aber W, und da die Zahlen und ihre Logarithmen gleichzeitig zu-

nehmen, auch lW den größten Wert, wenn der nach x genommene Differentialquotient von W oder von lW gleich Null ist.

Es ist aber

$$lW = l\varphi(n' - x) + l\varphi(n'' - x) + \ldots,$$

folglich, wenn wir mit φ' den Differentialquotienten der Funktion φ nach ihrem Argument bezeichnen,

$$\frac{dW}{W} = -\frac{\varphi'(n' - x)}{\varphi(n' - x)} - \frac{\varphi'(n'' - x)}{\varphi(n'' - x)} - \ldots = 0.$$

Schreiben wir für $n' - x$ kürzer Δ', für $n'' - x$ ebenso Δ'' usw., so ist demnach

$$\frac{\varphi'(\Delta')}{\varphi(\Delta')} + \frac{\varphi'(\Delta'')}{\varphi(\Delta'')} + \ldots = 0,$$

oder wenn wir ein neues Funktionszeichen χ einführen,

$$\chi(\Delta') + \chi(\Delta'') + \cdots + \chi(\Delta^{(m)}) = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

Andererseits ist aber

$$\Delta' + \Delta'' + \cdots + \Delta^{(m)} = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

Es würde nun, wenn auch naheliegend, so doch durchaus unzulässig sein, wenn wir aus dem Grunde, daß in den einzelnen Gliedern der beiden letzten Gleichungen immer nur ein bestimmtes Δ, nämlich entweder Δ' oder Δ'' usw. vorkommt, die einzelnen Glieder dieser Gleichungen, oder wenigstens die Glieder der einen Gleichung den mit einem konstanten Faktor, etwa mit $2k$ multiplizierten Gliedern der andern Gleichung gleichsetzen wollten, also $\chi(\Delta') = 2k\Delta'$; $\chi(\Delta'') = 2k\Delta''$ usw., denn die verschiedenen Δ sind nicht unabhängig von einander, vielmehr ist ihre Summe gleich Null, jedes derselben also durch die $m - 1$ anderen Δ ausdrückbar.

Im vorliegenden Fall wird sich allerdings die Gleichsetzung $\chi(\Delta') = 2k\Delta'$ usw. als das richtige Resultat ergeben, und zwar auf Grund folgender Ableitung. Drücken wir mittels Gleichung (2) eines der Δ, z. B. $\Delta^{(m)}$ durch die übrigen aus, setzen also

$$\Delta^{(m)} = -\Delta' - \Delta'' - \cdots - \Delta^{(m-1)},$$

so bekommen wir aus Gleichung (1)

$$\chi(\Delta') + \chi(\Delta'') + \cdots + \chi(\Delta^{(m-1)}) + \chi(-\Delta' - \Delta'' - \cdots - \Delta^{(m-1)}) = 0.$$

Die in dieser Gleichung jetzt noch vorhandenen Δ', Δ'', $\ldots$ $\Delta^{(m-1)}$ sind von einander unabhängig.

Differentiieren wir die letzte Gleichung nach dem nur im ersten und letzten Glied vorkommenden Δ' und bezeichnen die nach ihrem Argument differentiierte Funktion χ mit χ', so erhalten wir

$$\chi'(\Delta') = \chi'(-\Delta' - \Delta'' - \cdots - \Delta^{(m-1)})$$

und ebenso

$$\chi'(\Delta'') = \chi'(-\Delta' - \Delta'' - \cdots - \Delta^{(m-1)}),$$

folglich

$$\chi'(\Delta') = \chi'(\Delta'') = \cdots = \chi'(\Delta^{(m-1)}).$$

Da die $m-1$ verschiedenen Δ aber von einander unabhängig sind, so können die letzten Gleichungen nur bestheen, wenn in den mit χ' bezeichneten Funktionen überhaupt kein Δ mehr vorkommt, wenn also für alle Fehler Δ die Gleichung gilt

$$\chi'(\Delta) = 2k.$$

Den konstanten Wert, dem die χ' gleich sind, haben wir mit $2k$ und nicht mit k bezeichnet, um in der Endformel den Faktor $\frac{1}{2}$ zu vermeiden.

Aus

$$\frac{d\chi(\Delta)}{d\Delta} = 2k$$

ergibt sich aber

$$\chi(\Delta) = 2k\Delta + C.$$

Wendet man diese Gleichung auf die m einzelnen Δ der vorausgesetzten Messungsreihe an und addiert die m Gleichungen, so erkennt man, daß wegen der Gleichungen (1) und (2) die Integrations-Konstante C gleich Null sein muß.

Es war aber

$$\chi(\Delta) = \frac{\varphi'(\Delta)}{\varphi(\Delta)} = \frac{dl\varphi(\Delta)}{d\Delta},$$

also

$$dl\varphi(\Delta) = 2k\Delta d\Delta,$$

woraus

$$l\varphi(\Delta) = k\Delta^2 + C,$$

wo C die Integrationskonstante ist, oder

$$\varphi(\Delta) = e^{k\Delta^2 + C}.$$

Setzen wir

$$e^C = N,$$

so kommt

$$\varphi(\Delta) = N e^{k\Delta^2}.$$

N ist seiner Natur nach ein positiver Wert. Nähmen wir auch k positiv, so würde sich $\varphi(\Delta)$, also die Wahrscheinlichkeit eines Fehlers Δ, um so größer ergeben, je größer der Fehler Δ selbst wäre. Wie wir aus § 5 aber wissen, ist die Wahrscheinlichkeit eines Fehlers um so geringer, je größer der Fehler ist. Es muß demnach k ein negativer Wert sein. Wir wollen daher setzen $k = -h^2$ und bekommen sonach

$$\varphi(\Delta) = N \cdot e^{-h^2 \Delta^2}.$$

Die Konstante N läßt sich aber auf Grund der Tatsache, daß ein Fehler Δ jedenfalls zwischen $-\infty$ und $+\infty$ liegen muß, daß die Wahrscheinlichkeit hierfür demnach gleich Eins ist, durch h ausdrücken.

Multiplizieren wir nämlich beide Seiten mit $d\Delta$ und integrieren von $-\infty$ bis $+\infty$, so bekommen wir

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(\Delta)\, d\Delta = N \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-h^2\Delta^2} d\Delta$$

oder
$$1 = \frac{N}{h} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-h^2\Delta^2} d(h\Delta).$$

Führen wir jetzt die neue Veränderliche $t = h\Delta$ ein, so bleiben die Grenzen des Integrals dieselben, und wir erhalten

$$1 = \frac{N}{h} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-t^2} dt.$$

Es ist aber, wie im nächsten Paragraphen gezeigt werden soll,

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-t^2} dt = \sqrt{\pi};$$

folglich
$$N = \frac{h}{\sqrt{\pi}}$$

und demnach
$$\varphi(\Delta) = \frac{h}{\sqrt{\pi}}\, e^{-h^2\Delta^2}.$$

§ 7. Beweis, daß $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-t^2} dt = \sqrt{\pi}$.

Wir haben im vorhergehenden Paragraphen von der Formel

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-t^2} dt = \sqrt{\pi}$$

Gebrauch machen müssen und wollen nun nachträglich ihre Richtigkeit beweisen. Man pflegt dieses Integral, weil *Euler* der erste war, der es auszuwerten verstand, das *Euler*sche Integral zu nennen.

Da die unter dem Integralzeichen stehende Funktion für positive und negative t gleiche Werte annimmt, so ist

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-t^2} dt = 2 \int_{0}^{+\infty} e^{-t^2} dt.$$

Das letztere Integral wollen wir mit I bezeichnen, wir setzen also

$$I = \int_{0}^{\infty} e^{-t^2} dt.$$

Da es in einem bestimmten Integral auf die Bezeichnung der Variabeln nicht ankommt, weil sie bei Einsetzung der Grenzen herausfällt, so ist auch

$$I = \int_{0}^{\infty} e^{-v^2} dv.$$

Euler hat nun gefunden, daß das Doppelintegral I^2, dessen Berechnung man für noch schwieriger als die des einfachen Integrales halten möchte, sich in der Tat auswerten läßt.

Es ist $$I^2 = \int_0^\infty dt\, e^{-t^2} \int_0^\infty dv\, e^{-v^2} = \int_0^\infty\int_0^\infty dt\, dv\, e^{-(t^2+v^2)},$$

wo die Ordnung, nach welcher man die Integration nach den beiden Veränderlichen vornimmt, gleichgültig ist.

Führen wir statt v eine neue Veränderliche u ein durch die Gleichung $v = t \cdot u$, wobei t als konstant anzusehen ist, so haben wir $dv = t \cdot du$; die Integrations-Grenzen werden auch für u wieder 0 und ∞.

Folglich $$I^2 = \int_0^\infty\int_0^\infty du\, dt \cdot t\, e^{-t^2(1+u^2)}.$$

Zunächst wollen wir die Integration nach t vornehmen, was wir durch folgende Schreibweise des Doppelintegrales ausdrücken:

$$I^2 = \int_0^\infty du \int_0^\infty dt \cdot t \cdot e^{-t^2(1+u^2)}.$$

u spielt bei der Integration nach t die Rolle einer Konstanten.

Führen wir wiederum eine neue Veränderliche z ein durch die Gleichung $t^2 = z$, so wird $t\,dt = \frac{1}{2}dz$; da für $t = 0$ auch $z = 0$ wird und für $t = \infty$ auch $z = \infty$, so bleiben die Grenzen dieselben. Es wird demnach

$$I^2 = \int_0^\infty du \int_0^\infty \tfrac{1}{2} dz \cdot e^{-z(1+u^2)}.$$

Nun setzen wir noch $z(1 + u^2) = y$, wodurch $dz = \dfrac{dy}{1+u^2}$ wird, während die Grenzen wiederum dieselben bleiben. Wir erhalten demnach

$$I^2 = \int_0^\infty du\, \tfrac{1}{2} \frac{1}{1+u^2} \int_0^\infty dy\, e^{-y}.$$

Es ist aber $$\int_0^\infty dy e^{-y} = [-e^{-y}]_0^\infty = -e^{-\infty} + e^0 = 1,$$

folglich $$I^2 = \tfrac{1}{2}\int_0^\infty \frac{du}{1+u^2} = \tfrac{1}{2}[\operatorname{arctg} u]_0^\infty = \tfrac{1}{2}[\operatorname{arctg}\infty - \operatorname{arctg} 0] = \tfrac{1}{2} \cdot \frac{\pi}{2},$$

$$I = \frac{\sqrt{\pi}}{2}.$$

Es ist demnach in der Tat der Wert des im vorigen Paragraphen zur Bestimmung der Konstanten N gebrauchten Integrales

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-t^2} dt = \sqrt{\pi}.$$

Nachdem man einmal weiß, daß der Wert des Integrales I sich finden läßt, wenn man es mit sich selbst multipliziert, kann man auch die geometrische Betrachtungsweise zu seiner Auswertung verwenden.

Es ist $4I^2 = \left[\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-t^2} dt\right]^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2} dx \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-y^2} dy = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-(x^2+y^2)} dx\, dy$.

Faßt man x und y als rechtwinklige Koordinaten auf, so besagen die Grenzen $-\infty$ und $+\infty$ für x und y, daß man das Integral über die ganze unendliche xy-Ebene erstrecken soll und daß die zu integrierende Funktion in dem Punkte xy den Wert $e^{-(x^2+y^2)}$ besitzt.

Anstatt die Integration über die xy-Ebene so auszuführen, daß man bei einem konstanten Werte von x die Integration nach y von $-\infty$ bis $+\infty$ vornimmt und nun das x immer um dx von $-\infty$ bis $+\infty$ ändert, kann man die Ebene aber auch in eine unendliche Menge konzentrischer schmaler Kreisringe, deren Mittelpunkt der Koordinatenanfang ist, zerlegen. Die Fläche eines solchen Kreisringes läßt sich durch $2\varrho\pi d\varrho$ ausdrücken, wenn ϱ der innere Radius des Ringes ist. Die zu integrierende Funktion $e^{-(x^2+y^2)}$ wird $e^{-\varrho^2}$, und die Integration ist von $\varrho = 0$ bis $\varrho = \infty$ zu erstrecken.

Demnach wird

$$4I^2 = \int_0^{\infty} 2\varrho\pi d\varrho\, e^{-\varrho^2} = \pi \int_0^{\infty} e^{-\varrho^2} d(\varrho^2) = \pi \int_0^{\infty} e^{-t} dt = \pi \left[-e^{-t}\right]_0^{\infty} = \pi .$$

Recht anschaulich kann man sich den Wert des Doppelintegrales

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2-y^2} dx\, dy$$

als die Masse des auf der unendlichen xy-Ebene lagernden Goldstaubes vorstellen, wenn die Dichtigkeit desselben an der Stelle x, y gleich $e^{-x^2-y^2}$ ist. Im Koordinaten-Anfang ist die Dichtigkeit des Goldstaubes gleich Eins. Wäre der Geldwert des Goldstaubes auf dem den Koordinaten-Anfang umschließenden und die Seitenlänge Eins besitzenden Quadrate, falls die Dichtigkeit überall dieselbe wäre wie im Koordinaten-Anfang, gleich 1 ℳ, so betrüge der Wert des auf der unendlichen Ebene liegenden Goldstaubes 3,14 ℳ.

Auch als einen Rotationskörper, der im Punkte x, y die Höhe $e^{-x^2-y^2}$ hat, kann man das Doppelintegral, welches gleich $4I^2$ gesetzt war, auffassen; dann kann man seinen Wert durch eine Volumbestimmung finden.

§ 8. Graphische Darstellung der Wahrscheinlichkeits-Funktion.

Kehren wir zu unsrer Fehler-Funktion oder, wie sie auch genannt wird, Wahrscheinlichkeits-Funktion

$$\varphi(\Delta) = \frac{h}{\sqrt{\pi}} e^{-h^2\Delta^2}$$

zurück.

Um ein anschauliches Bild von ihr zu bekommen, wollen wir sie durch eine Kurve darstellen, indem wir die Δ als Abszissen, die Werte von $\varphi(\Delta)$ als Ordinaten nehmen.

Da Δ in dem Ausdruck für $\varphi(\Delta)$ nur in einer geradzahligen Potenz vorkommt, also — was wir früher bereits (§ 5) als Bedingung aufgestellt hatten — $\varphi(+\Delta) = \varphi(-\Delta)$ ist, so liegt die Kurve zur Ordinatenachse symmetrisch. Mit größer werdendem Δ nimmt $\varphi(\Delta)$ fortwährend ab, die Kurve nähert sich stetig der Abszissenachse, wodurch die von uns gestellte Forderung zum Ausdruck kommt, daß die Wahrscheinlichkeit eines Fehlers um so geringer sein soll, je größer dieser selbst ist.

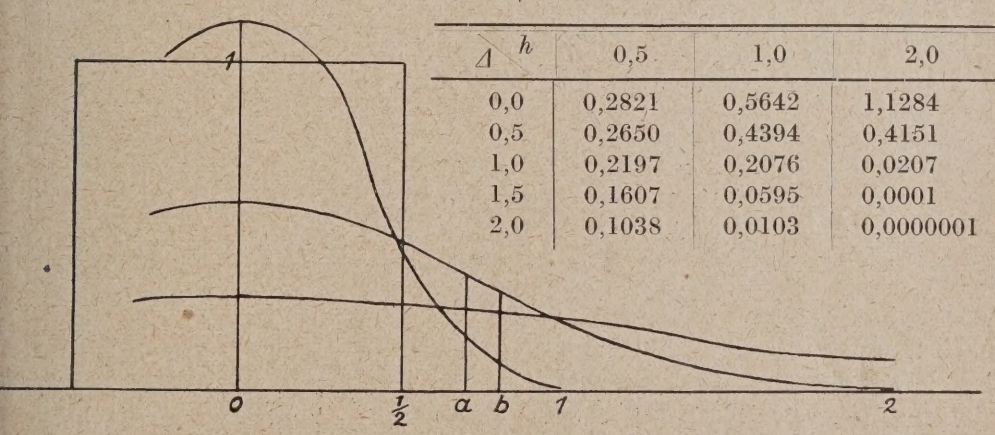
Für $\Delta = \pm\infty$ wird $\varphi(\Delta) = 0$, die Abszissenachse berührt die Kurve asymptotisch, d. h. in ihren unendlich fernen Punkten.

Aus $\frac{d\varphi(\Delta)}{d\Delta} = -2\frac{h^3}{\sqrt{\pi}}\Delta e^{-h^2\Delta^2}$ ergibt sich ferner, daß für $\Delta = 0$ auch $\frac{d\varphi(\Delta)}{d\Delta} = 0$, daß die Kurve also für $\Delta = 0$ ein Maximum hat.

Setzen wir $\frac{d^2\varphi(\Delta)}{d\Delta^2} = 0$, so finden wir $\Delta = \pm\frac{1}{h\sqrt{2}}$. Für diese beiden Werte von Δ hat die Kurve also einen Wendepunkt.

Das folgende Täfelchen gibt für die in beistehender Figur eingezeichneten, zu $h = 0{,}5$, $h = 1$, $h = 2$ gehörigen Kurven einige zusammengehörige Werte von Δ und $\varphi(\Delta)$.

$$\varphi(\Delta) = \frac{h}{\sqrt{\pi}} e^{-h^2\Delta^2}.$$



Δ \ h	0,5	1,0	2,0
0,0	0,2821	0,5642	1,1284
0,5	0,2650	0,4394	0,4151
1,0	0,2197	0,2076	0,0207
1,5	0,1607	0,0595	0,0001
2,0	0,1038	0,0103	0,0000001

Die Flächen unterhalb der drei den verschiedenen h entsprechenden Kurven haben alle den Inhalt Eins, sind also dem eingezeichneten Quadrate inhaltsgleich. Denn es ist, gleichgültig, welchen Wert h besitzt, $\frac{h}{\sqrt{\pi}}\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-h^2\Delta^2} d\Delta = 1$, mit Worten: Die Wahrscheinlichkeit, daß der Fehler liege zwischen $-\infty$ und $+\infty$, ist für die verschiedensten Messungsreihen gleich der Gewißheit. Je größer aber h ist, um so größer ist das in der Nähe der Ordinatenachse liegende Stück der Fläche, d. h. um so größer ist die Wahrscheinlichkeit kleiner und um so

geringer die Wahrscheinlichkeit großer Fehler. Die geometrische Darstellung der Wahrscheinlichkeit, daß ein Fehler liege zwischen a und b, liefert uns das Flächenstück zwischen den beiden zu den Abszissen a und b gehörigen Ordinaten.

Gibt man $\varphi(\Delta)$ als die Wahrscheinlichkeit des Fehlers Δ an, so ist das eine kurze ungenaue Ausdrucksweise, worauf schon in § 5 hingewiesen wurde. Denn eigentlich ist $\varphi(\Delta)$ die Wahrscheinlichkeit, daß der Fehler zwischen $\Delta - \frac{1}{2}$ und $\Delta + \frac{1}{2}$ liegt, unter der nicht zutreffenden Annahme, daß $\varphi(\Delta)$ innerhalb dieses Intervalles konstant sei. Die Ordinate $\varphi(\Delta)$ ist eine Linie oder, wenn wir sie als Fläche auffassen wollen, eine solche vom Flächeninhalt Null, und in der Tat ist auch die Wahrscheinlichkeit, daß ein Fehler eine ganz bestimmte Größe von absoluter Genauigkeit habe, also innerhalb eines unendlich kleinen Intervalles liege, gleich Null. Für gleiche Fehlerintervalle ist die Wahrscheinlichkeit eines Fehlers um so größer, je kleiner er ist, am wahrscheinlichsten ist der Fehler Null.

§ 9. Das Wahrscheinlichkeits-Integral.

Nachdem wir in $\varphi(\Delta) = \frac{h}{\sqrt{\pi}} e^{-h^2 \Delta^2}$ die Wahrscheinlichkeit eines bestimmten Fehlers Δ oder, wie wir auch sagen können, das Gesetz der Fehlerverteilung kennen gelernt haben, wollen wir jetzt eine Formel aufstellen, welche uns die Wahrscheinlichkeit, daß ein Fehler zwischen $-\delta$ und $+\delta$ liegt, berechnen läßt. Wir haben zu diesem Zweck das Integral $\frac{h}{\sqrt{\pi}} \int_{-\delta}^{+\delta} e^{-h^2 \Delta^2} d\Delta$ auszuwerten.

Setzen wir $h\Delta = t$, so werden die Grenzen des Integrals für die neue Veränderliche t gleich $-h\delta$ und $+h\delta$, und wir erhalten demnach die gesuchte Wahrscheinlichkeit gleich

$$\frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-h\delta}^{+h\delta} e^{t^2} dt \quad \text{oder} \quad \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{0}^{h\delta} e^{-t^2} dt .$$

Unsere Aufgabe besteht also in der Auswertung des Integrales

$$\int_0^t e^{-t^2} dt$$

von der unteren Grenze Null bis zu einem beliebigen Endwerte.

In geschlossener Form den Wert des Integrales zu erhalten, ist nicht möglich. Es liegt aber nahe, e^{-t^2} in einer Reihe zu entwickeln und diese zu integrieren. Es ist

$$e^{-t^2} = 1 - \frac{t^2}{1} + \frac{t^4}{1 \cdot 2} - \frac{t^6}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \cdots,$$

folglich

$$\int_0^t e^{-t^2} dt = t - \frac{t^3}{3} + \frac{1}{1 \cdot 2} \frac{t^5}{5} - \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3} \frac{t^7}{7} + \cdots$$

Wenn auch diese Reihe für beliebige Werte von t konvergiert, so tut sie das für große Werte von t doch allzu langsam. Zwei andere Reihen sind in den „Anfangsgründen der höheren Analysis“ in diesem Werke, Beispiel 43, S. 66, für unser Integral abgeleitet, von denen sich die eine ebenfalls für kleinere, die andere für

große Werte von t eignet. *Laplace* hat, worauf aber hier nicht näher eingegangen sei, den Wert des Integrals in einem Kettenbruch entwickelt. Am bequemsten wertet man das Integral in den meisten Fällen durch mechanische Quadratur aus.

In vielen Tafelwerken und Lehrbüchern der Methode der kleinsten Quadrate finden sich ausführliche Tabellen, welche die numerischen Werte des Integrales

$$W = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{h\delta} e^{-t^2} dt$$

für seine obere Grenze als Argument geben. Auch hier sei eine kurze Tabelle gebracht, aus welcher sich also die Wahrscheinlichkeit für das Vorkommen eines Fehlers innerhalb der Grenzen $-\delta$ und $+\delta$ entnehmen läßt, wenn man das der betreffenden Messungsreihe zugehörige h kennt.

$h\,\delta$	W	$h\,\delta$	W
0,0	0,0000	1,1	0,8802
0,1	0,1125	1,2	0,9103
0,2	0,2227	1,3	0,9340
0,3	0,3286	1,4	0,9523
0,4	0,4284	1,5	0,9661
0,5	0,5205	1,6	0,9764
0,6	0,6039	1,7	0,9838
0,7	0,6778	1,8	0,9891
0,8	0,7421	1,9	0,9928
0,9	0,7969	2,0	0,9953
1,0	0,8427	3,0	0,99998

§ 10. Das Maß der Genauigkeit.

Aus § 8 konnten wir erkennen, daß, je größer die in der Wahrscheinlichkeits-Funktion

$$\varphi(\Delta) = \frac{h}{\sqrt{\pi}} e^{-h^2\Delta^2}$$

auftretende Konstante h ist, um so größer die Wahrscheinlichkeit für geringe und um so kleiner die Wahrscheinlichkeit für große Fehler ist. Der Wert von h wird daher offenbar durch die Genauigkeit der Messungsreihe bestimmt.

Ist in der einen von zwei Messungsreihen ein Fehler zwischen $-\delta$ und $+\delta$ gerade so wahrscheinlich wie ein Fehler zwischen $-\delta'$ und $+\delta'$ in der andern, und werden mit h und h' die den beiden Messungsreihen zukommenden Konstanten bezeichnet, so ist der mathematische Ausdruck für gleiche Wahrscheinlichkeit in den beiden Messungsreihen

$$\frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{h\delta} e^{-t^2} dt = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{h'\delta'} e^{-t^2} dt .$$

Es muß folglich sein

$$h\delta = h'\delta' \quad \text{oder} \quad h : h' = \delta' : \delta .$$

Die den zwei Messungsreihen zugehörigen Konstanten h und h' verhalten sich demnach umgekehrt wie gleichwahrscheinliche Fehler. Dem Sprachgebrauche gemäß, wonach man eine Beobachtungsreihe, die einen Fehler bis zu einer bestimmten Größe mit der doppelten Wahrscheinlichkeit erwarten läßt als eine andere, als doppelt so genau bezeichnet, hat *Gauß* die Größe h das Maß der Genauigkeit (*mensura praecisionis*) genannt.

Da ein bestimmtes Integral, wenn wir auch seinen Wert uns oft durch einen Flächeninhalt oder Voluminhalt zu veranschaulichen pflegen, doch stets eine absolute Zahl ist und ebenso die obere Grenze desselben, so muß, damit $h\delta$ eine absolute Zahl werde, h von der -1. Dimension der Maßeinheit sein.

Wie wir aus einer vorliegenden Messungsreihe h zahlenmäßig finden können, werden wir später lernen. Für die folgenden Beispiele sei das als möglich angenommen.

Beispiel. Aus 470 *Bradley*schen Beobachtungen der Rektaszensionen von Sirius und Atair leitete *Bessel* $h = \frac{1}{0'',5529}$ ab. Von wie vielen der 470 Beobachtungen ist dann ein kleinerer Fehler als $0'',2$, $0'',4$, $0'',6$, $0'',8$, $1'',0$ zu erwarten?

Um die Wahrscheinlichkeit eines Fehlers zwischen $-0'',2$ und $+0'',2$ zu finden, müssen wir mit dem Argumente $h\delta = \frac{0,2}{0,5529} = 0,362$ in die Tabelle des § 9 für W eingehen, welche, wenn sie etwas ausführlicher gegeben wäre, 0,3910 liefern würde. Wenn aber die Wahrscheinlichkeit eines Fehlers zwischen $-0'',2$ und $+0'',2$ gleich 0,3910 ist, so werden unter 470 Beobachtungen vermutlich $0,3910 \cdot 470 = 184$ Beobachtungen einen solchen Fehler besitzen. In Wirklichkeit waren es 182 Beobachtungen, welche weniger als $0'',2$ vom arithmetischen Mittel abwichen. Ohne weiteres wird jetzt die folgende Zusammenstellung verständlich sein.

δ	$h\delta$	W	$W \cdot 470$	*Tatsächl. Zahl*
$0'',2$	0,362	0,3910	184	182
0 ,4	0,723	0,6937	326	318
0 ,6	1,085	0,8751	412	405
0 ,8	1,447	0,9593	451	445
1 ,0	1,808	0,9895	465	462
∞	∞	1,0000	470	470

Größer als $0'',6$ und kleiner als $0'',8$ waren 39 Fehler zu erwarten, in Wirklichkeit waren es 40. Über $1''$ waren 5 Fehler zu erwarten, während es in Wirklichkeit 8 waren. Es zeigt sich hier wie häufig, daß große Fehler in Wirklichkeit öfter auftreten, als es der Theorie nach der Fall sein sollte. Im allgemeinen ist aber die Übereinstimmung zwischen Beobachtung und Theorie recht befriedigend zu nennen.

§ 11. Der wahrscheinliche, der durchschnittliche und der mittlere Fehler.

Die Güte einer Messungsreihe läßt sich, wie aus der Größe von h, so auch aus der Größe eines bestimmten, definierten Fehlers beurteilen. Wir werden später sogar die Beziehung, welche zwischen einem solchen Fehler und h besteht, zur Berechnung der letzteren Größe benutzen.

Drei Fehler sind von *Gauß* zur Beurteilung der Güte einer Messungsreihe eingeführt und als wahrscheinlicher, durchschnittlicher und mittlerer Fehler bezeichnet worden.

Der wahrscheinliche Fehler ist dadurch definiert, daß kleinere Fehler als er ebenso wahrscheinlich sind wie größere. Bezeichnen wir ihn mit ϱ, so ist die Wahrscheinlichkeit eines Fehlers zwischen $-\varrho$ und $+\varrho$ gleich $\frac{1}{2}$.

Demnach ist

$$\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^{h\varrho} e^{-t^2}dt = \tfrac{1}{2}\,.$$

Aus unserer Tabelle (Seite 83) oder vielmehr aus einer etwas ausführlicheren finden wir aber zu $W = \frac{1}{2}$ den Wert $h\varrho = 0{,}47694$; folglich

$$\varrho = \frac{0{,}47694}{h}\,.$$

Unter dem durchschnittlichen Fehler ist das arithmetische Mittel aller absolut genommenen Fehler zu verstehen. Suchen wir auch hier die Beziehung zwischen dem mit η bezeichneten durchschnittlichen Fehler und h.

Schreiben wir die absoluten Fehler, welche bei einer Reihe von m Messungen vorkommen, der Größe nach geordnet hin,

$$\Delta'\ \Delta''\ \Delta'''\ldots$$

und sei die Anzahl der einzelnen Fehler

$$2a'\quad 2a''\quad 2a'''\ldots,$$

nämlich a' für positive Δ' und a' für negative Δ' usw., so ist das arithmetische Mittel der absoluten Fehler

$$\frac{\Delta' 2a' + \Delta'' 2a'' + \Delta''' 2a''' + \cdots}{m}\,.$$

Es ist aber $\frac{a'}{m}$ die Wahrscheinlichkeit für das Vorkommen des Fehlers $+\Delta'$ unter den m Messungen, also gleich $\varphi(\Delta')$, ebenso $\frac{a''}{m} = \varphi(\Delta'')$ usw., folglich das arithmetische Mittel der absoluten Fehler gleich

$$2\Delta'\varphi(\Delta') + 2\Delta''\varphi(\Delta'') + \cdots$$

Nehmen wir jetzt die Fehlerintervalle gleich $d\Delta$, so wird die Wahrscheinlichkeit für das Vorkommen des Fehlers Δ gleich $\varphi(\Delta)\cdot d\Delta$; und lassen wir endlich

die Fehler stetig aufeinander folgen, so wird das arithmetische Mittel der absolut genommenen Fehler

$$\eta = 2\int_0^\infty \Delta\varphi(\Delta)\,d\Delta = \frac{2h}{\sqrt{\pi}}\int_0^\infty \Delta e^{-h^2\Delta^2}d\Delta.$$

Setzen wir $h^2\Delta^2 = t$, so wird $2h^2\Delta d\Delta = dt$, folglich $2h\Delta d\Delta = \frac{dt}{h}$; da für $\Delta = 0$ auch $t = 0$ und für $\Delta = \infty$ auch $t = \infty$ sich ergibt, bleiben die Integrationsgrenzen dieselben, und wir erhalten

$$\eta = \frac{1}{h\sqrt{\pi}}\int_0^\infty e^{-t}\,dt = \frac{1}{h\sqrt{\pi}}\left[-e^{-t}\right]_0^\infty = \frac{1}{h\sqrt{\pi}}.$$

Der mittlere Fehler ist dadurch definiert, daß sein Quadrat gleich dem arithmetischen Mittel der Fehlerquadrate ist, also, wenn wir ihn mit ε bezeichnen,

$$\varepsilon^2 = \frac{\Delta'^2 + \Delta''^2 + \cdots + \Delta^{(m)2}}{m}.$$

Ganz analoge Beobachtungen, wie wir sie eben bei Herleitung der Formel für den durchschnittlichen Fehler angestellt haben, führen uns dazu, das Quadrat des mittleren Fehlers folgendermaßen auszudrücken:

$$\varepsilon^2 = 2\int_0^\infty \Delta^2\varphi(\Delta)\,d\Delta = \frac{2h}{\sqrt{\pi}}\int_0^\infty \Delta^2 e^{-h^2\Delta^2}d\Delta.$$

Setzt man $\Delta = u$ und $e^{-h^2\Delta^2} = v$, also $du = d\Delta$ und $dv = -2h^2\Delta e^{-h^2\Delta^2}d\Delta$, so bekommen wir den Wert des letzten Integrales durch partielle Integration. Es wird nämlich

$$\int \Delta 2h\Delta e^{-h^2\Delta^2}d\Delta = -\int u\frac{dv}{h} = -\frac{1}{h}uv + \frac{1}{h}\int v\,du = -\frac{\Delta e^{-h^2\Delta^2}}{h} + \frac{1}{h}\int e^{-h^2\Delta^2}d\Delta;$$

demnach

$$\varepsilon^2 = \left[-\frac{\Delta e^{-h^2\Delta^2}}{h\sqrt{\pi}}\right]_0^\infty + \frac{1}{h^2\sqrt{\pi}}\int_0^\infty e^{-h^2\Delta^2}d(h\Delta).$$

Das erste Glied der rechten Seite erscheint aber, wenn man $\Delta = \infty$ setzt, zunächst in der unbestimmten Form $\frac{\infty}{\infty}$; seinen wahren Wert bekommt man bekanntlich, wenn man Zähler und Nenner nach Δ differentiiert und dann $\Delta = \infty$ setzt. Man findet so seinen Wert für $\Delta = \infty$ gleich Null; ebenso ist es für $\Delta = 0$ gleich Null, fällt also überhaupt weg. $\int_0^\infty e^{-h^2\Delta^2}d(h\Delta)$ ist aber nach § 7 gleich $\frac{\sqrt{\pi}}{2}$.

Folglich $$\varepsilon^2 = \frac{1}{h^2 \cdot 2}$$

und $$\varepsilon = \frac{1}{h\sqrt{2}}.$$

Wir haben demnach, wenn wir die drei Fehler durch Elimination von h auch zueinander in Beziehung besetzen,

$$\varrho = \frac{0{,}4769}{h} = 0{,}8453\,\eta = 0{,}6745\,\varepsilon.$$

$$\eta = \frac{1}{h\sqrt{\pi}} = 1{,}1829\,\varrho = 0{,}7979\,\varepsilon.$$

$$\varepsilon = \frac{1}{h\sqrt{2}} = 1{,}4826\,\varrho = 1{,}2533\,\eta.$$

$$h = \frac{0{,}4769}{\varrho} = \frac{0{,}5642}{\eta} = \frac{0{,}7071}{\varepsilon}.$$

Um den wahrscheinlichen Fehler einer Messungsreihe direkt zu finden, würden wir die sämtlichen Fehler ihrer absoluten Größe nach geordnet hinschreiben und dann vorn und hinten immer einen Fehler streichen müssen. Der in der Mitte übrig bleibende Fehler oder, falls es eine gerade Anzahl von Messungen ist, das arithmetische Mittel aus den beiden zuletzt noch übrigen wäre dann der wahrscheinliche Fehler.

Den durchschnittlichen Fehler findet man nach der Definition, indem man von sämtlichen, absolut genommenen Fehlern das arithmetische Mittel nimmt.

Den mittleren Fehler endlich erhält man, indem man die sämtlichen Fehler auf das Quadrat erhebt, die Summe der Quadrate durch die Anzahl der Beobachtungen dividiert und aus dem Quotienten die Quadratwurzel zieht.

Hat man einen der drei Fehler gefunden, so kann man die beiden anderen aus ihm ableiten.

Dem Vorgang von *Gauß* folgend, pflegt man zunächst den mittleren Fehler zu bestimmen und sodann den wahrscheinlichen und den durchschnittlichen, wenn man sich ihrer zur Beurteilung der Messungsgenauigkeit bedienen will, durch Multiplikation mit 0,6745 (näherungsweise $\frac{2}{3}$) und 0,7979 aus ihm zu berechnen.

Wir werden daher im folgenden meist nur von der Bestimmung des mittleren Fehlers handeln.

Das zur direkten Bestimmung des wahrscheinlichen Fehlers angegebene Verfahren wird zweifellos als ein sehr rohes bezeichnet werden müssen, da die Messungsfehler gar nicht mit ihren genauen Beträgen in Rechnung gezogen werden. Bei der direkten Bestimmung des durchschnittlichen Fehlers muß man vom Vorzeichen der Messungsfehler absehen, während man bei der Herleitung des mittleren Fehlers durch die Quadrierung einer Umänderung des Vorzeichens überhoben wird.

Man könnte allerdings auch daran denken, den mittleren Fehler so zu definieren, daß seine 4. oder irgendwelche geradzahlige Potenz gleich dem arith-

metischen Mittel der gleich hohen Potenzen der Fehler sein solle. Die zweite Potenz empfiehlt sich aber vor allem durch die geringere Rechenarbeit, die sie erfordert. Quadrattafeln findet man den 5- und 4stelligen Logarithmentafeln beigegeben.

Als ein Grund für die Bevorzugung des mittleren Fehlers dürfte auch die Eigentümlichkeit desselben sich anführen lassen, daß er größere Wahrscheinlichkeit besitzt als ein gleich großer Fehler in einer Messungsreihe von anderer, sei es größerer oder geringerer, Genauigkeit. Mit anderen Worten: Ein Fehler von bestimmter Größe besitzt in derjenigen Messungsreihe die größte Wahrscheinlichkeit, in welcher er mittlerer Fehler ist. Dies geht aus folgendem hervor.

Die Wahrscheinlichkeit eines bestimmten Fehlers Δ in einer Messungsreihe von der Genauigkeit h ist $\varphi(\Delta) = \frac{h}{\sqrt{\pi}} e^{-h^2\Delta^2}$.

Um zu wissen, wieviel sich diese Wahrscheinlichkeit ändert, wenn sich h ändert, bilden wir

$$\frac{d\varphi(\Delta)}{dh} = \frac{e^{-h^2\Delta^2}}{\sqrt{\pi}} (1 - 2h^2\Delta^2).$$

Dieser Wert wird zu Null, die Wahrscheinlichkeit des Fehlers Δ also ein Maximum, wenn der Genauigkeitswert h der Messungsreihe die Gleichung erfüllt $1 - 2h^2\Delta^2 = 0$. Dann ist aber $\Delta = \frac{1}{h\sqrt{2}}$, d. h. Δ ist der mittlere Fehler dieser Messungsreihe.

Wenn die Genauigkeit von Null an allmählich vergrößert wird, so wächst die Wahrscheinlichkeit eines Fehlers Δ, bis $h = \frac{1}{\Delta\sqrt{2}}$ geworden ist. Wächst h weiter, so nimmt die Wahrscheinlichkeit von Δ wieder ab.

Hiernach ist z. B. die Wahrscheinlichkeit des Fehlers $\Delta = \frac{1}{2}$ für diejenige Messungsreihe ein Maximum, für welche $h = 1{,}41$ ist. In der Tat erkennen wir aus der Figur in § 8 und dem beigefügten Wertetäfelchen, daß die Ordinate $\varphi(\frac{1}{2})$ größer geworden ist, wenn h von 0,5 bis 1,0 wuchs, dagegen nicht dauernd weiter gewachsen ist, wenn h von 1,0 bis 2,0 zunahm, sondern — nachdem sie nämlich für $h = 1{,}41$ ihr Maximum gehabt hat — wieder etwas abnahm. Dieses Maximum von $\varphi(\Delta)$ ist gleich $\frac{1}{\Delta\sqrt{2}\sqrt{\pi}} e^{-\frac{\Delta^2}{2\Delta^2}} = \frac{1}{\Delta\sqrt{2\pi e}} = \frac{0{,}2420}{\Delta}$; für $\Delta = \frac{1}{2}$ also 0,484.

Einen weiteren Grund, der für die Bevorzugung des mittleren Fehlers spricht, werden wir in § 15 (S. 95) kennen lernen.

§ 12. Der mittlere Fehler, abgeleitet aus den Abweichungen vom arithmetischen Mittel.

Zur Aufstellung einer Formel für den mittleren Fehler, wenn nicht der wahre, sondern nur der wahrscheinlichste Wert der gesuchten Größe, das arith-

metische Mittel der Einzelmessungen, bekannt ist, gelangen wir auf folgende Weise.

Die m gemessenen Werte seien n', n'' ... $n^{(m)}$.

Dann ist $\frac{n' + n'' + \ldots n^{(m)}}{m}$ das arithmetische Mittel.

Der wahre, vom arithmetischen Mittel etwas abweichende Wert heiße N und die wahren Messungsfehler Δ', Δ'', ... $\Delta^{(m)}$.

Es ist also

$$\begin{aligned} n' - \Delta' &= N, \\ n'' - \Delta'' &= N, \\ &\vdots \end{aligned}$$

demnach

$$\frac{n' + n'' + \ldots}{m} - \frac{\Delta' + \Delta'' + \ldots}{m} = N,$$

ferner

$$\begin{aligned} n' &= N + \Delta' = \text{dem bei der 1. Messung erhaltenen Wert,} \\ n'' &= N + \Delta'' = \quad ,, \quad ,, \quad ,, \quad 2. \quad ,, \quad ,, \quad ,, \\ &\vdots \end{aligned}$$

und $N + \frac{\Delta' + \Delta'' + \ldots}{m}$ das arithmetische Mittel und $\frac{\Delta' + \Delta'' + \ldots}{m}$ der Fehler des arithmetischen Mittels.

Die Abweichungen der Einzelmessungen vom arithmetischen Mittel, welche mit v', v'' ... bezeichnet seien, werden daher folgende:

$$v' = N + \Delta' - N - \frac{\Delta' + \Delta'' + \ldots}{m}$$

oder

$$v' = \Delta' - \frac{\Delta' + \Delta'' + \ldots}{m}$$

ebenso

$$v'' = \Delta'' - \frac{\Delta' + \Delta'' + \ldots}{m}.$$

$$\vdots$$

Führen wir zur Bezeichnung der Summen wieder die eckigen Klammern ein, so bekommen wir, wenn wir die m Gleichungen für v', v'' ... quadrieren und dann addieren:

$$[v^2] = [\Delta^2] + \frac{[\Delta]^2}{m} - 2\frac{[\Delta][\Delta]}{m} = [\Delta^2] - \frac{[\Delta]^2}{m}.$$

Es ist aber $[\Delta]^2 = (\Delta' + \Delta'' + \ldots)^2 = [\Delta^2] + 2\,(\Delta'\Delta'' + \Delta'\Delta''' + \ldots)$.

Die Summe der Produkte je zweier Fehler wird positiv oder negativ sein können; jedenfalls werden sich, weil positive und negative Fehler gleich wahrscheinlich sind, die Glieder zum großen Teil aufheben; als wahrscheinlichsten Wert der Produktsumme werden wir sogar Null betrachten müssen, so daß wir schreiben können:

$$[v^2] = [\Delta^2] - \frac{[\Delta^2]}{m}$$

$$= (m-1)\frac{[\Delta^2]}{m}$$

$$= (m-1)\,\varepsilon^2\,,$$

folglich $$\varepsilon = \sqrt{\frac{[v^2]}{m-1}}\,.$$

Diese Formel trägt dem auf Grund des in § 4 bewiesenen Satzes leicht zu machenden Einwurf Rechnung, daß der mittlere Fehler sich zu klein ergeben würde, wenn wir in die Formel $\varepsilon = \sqrt{\frac{[\Delta^2]}{m}}$ für Δ die Abweichungen vom arithmetischen Mittel einsetzen wollten. Sie gibt auch ein vernünftiges Resultat in dem Fall, daß nur eine Messung vorliegt, nämlich $\frac{0}{0}$, d. h. der mittlere Fehler ist in diesem Fall unbestimmbar.

Der wahrscheinliche Fehler ergibt sich aus den Abweichungen vom arithmetischen Mittel durch die Formel

$$\varrho = 0{,}6745\sqrt{\frac{[v^2]}{m-1}}$$

und der durchschnittliche Fehler

$$\eta = 0{,}7979\sqrt{\frac{[v^2]}{m-1}}\,.$$

§ 13. Der mittlere Fehler der Summe mehrerer gemessener Größen und der mittlere Fehler des arithmetischen Mittels.

Gegeben seien die Messungsresultate n_1 und n_2 mit ihren mittleren Fehlern ε_1 und ε_2; und zwar seien die Messungen der ersten Größe, welche n_1 als Resultat geliefert haben, unabhängig von denen der zweiten Größe. Dies ist z. B. der Fall, wenn sich die Messungen auf zwei verschiedene Strecken beziehen. Wie groß ist dann der mittlere Fehler der Summe $n_1 + n_2$?

n_1 sei m_1 mal gemessen, und die wahren Fehler der Einzelmessungen seien

$$\Delta_1',\ \Delta_1'' \ldots \Delta_1^{(m_1)}\,.$$

n_2 sei m_2 mal gemessen, und die wahren Fehler der Einzelmessungen seien

$$\Delta_2',\ \Delta_2'' \ldots \Delta_2^{(m_2)}\,.$$

Die sämtlichen aus den Einzelmessungen von n_1 und n_2 für die Summe $n_1 + n_2$ sich ergebenden Werte erhalten wir, wenn wir jede Einzelmessung von n_1 mit jeder Einzelmessung von n_2 verbinden, wodurch wir $m_1 m_2$ Werte für

$n_1 + n_2$ erhalten. Die Fehler dieser $m_1 m_2$ Einzelwerte sind

$$\begin{array}{llll} \Delta_1' + \Delta_2' & \Delta_1' + \Delta_2'' & \Delta_1' + \Delta_2''' & \ldots\ldots \Delta_1' + \Delta_2^{(m_2)} \\ \Delta_1'' + \Delta_2' & \Delta_1'' + \Delta_2'' & \Delta_1'' + \Delta_2''' & \ldots\ldots \Delta_1'' + \Delta_2^{(m_2)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \Delta_1^{(m_1)} + \Delta_2' & \Delta_1^{(m_1)} + \Delta'' & \Delta_1^{(m_1)} + \Delta_2''' & \ldots\ldots \Delta_1^{(m_1)} + \Delta_2^{(m_2)} \end{array}$$

Das arithmetische Mittel aus den Quadraten dieser $m_1 m_2$ Fehler wird als das Quadrat des mittleren Fehlers von $n_1 + n_2$ anzusehen sein.

Wenn wir wieder, wie im vorigen Paragraphen, annehmen, daß die Produkte der $\Delta_1 \Delta_2$ wegen der teils positiven, teils negativen Vorzeichen sich gegenseitig aufheben — irgendwelcher angenommene positive oder negative Wert würde unwahrscheinlicher sein als Null —, so erhalten wir das Quadrat des mittleren Fehlers von $n_1 + n_2$ gleich

$$\begin{aligned} &\frac{m_2 [\Delta_1^2] + m_1 [\Delta_2^2]}{m_1 m_2} \\ &= \frac{[\Delta_1^2]}{m_1} + \frac{[\Delta_2^2]}{m_2} \\ &= \varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 , \end{aligned}$$

demnach den mittleren Fehler selbst gleich

$$\sqrt{\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2} .$$

Den mittleren Fehler der Differenz $n_1 - n_2$ bekommen wir aus den Fehlern der $m_1 m_2$ möglichen Einzelwerte

$$\Delta'_1 - \Delta'_2 ; \; \Delta'_1 - \Delta''_2 \ldots$$

auf ganz dieselbe Weise.

Bilden wir die Summe der Quadrate und setzen hierbei wieder die Summe der Produkte gleich Null, so ergibt sich der mittlere Fehler der Differenz $n_1 - n_2$ ebenfalls zu $\sqrt{\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2}$.

Ist der mittlere Fehler von n gleich ε, so ist der von an offenbar a mal so groß, also gleich $a\varepsilon$.

Die gefundenen Sätze zusammenfassend, können wir sagen:

Der mittlere Fehler von

$$n = a_1 n_1 \pm a_2 n_2 \pm a_3 n_3 \pm \ldots$$

ist

$$\varepsilon = \sqrt{a_1^2 \varepsilon_1^2 + a_2^2 \varepsilon_2^2 + a_3^2 \varepsilon_3^2 + \ldots} .$$

Im Anschluß hieran ergibt sich der Satz, daß der mittlere Fehler des arithmetischen Mittels gleich ist dem mittleren Fehler einer Einzelmessung, dividiert durch die Quadratwurzel aus der Anzahl der Messungen.

Sind nämlich $n_1, n_2 \ldots n_m$ die gemessenen Werte, welchen die mittleren Fehler $\varepsilon_1, \varepsilon_2 \ldots \varepsilon_m$ zugehören, so ist der mittlere Fehler der Summe $n_1 + n_2 + \ldots + n_m$ gleich $\pm \sqrt{\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 + \ldots + \varepsilon^2_m}$.

Sind die m Messungen alle gleichwertig, so ist $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \ldots = \varepsilon_m$, folglich der mittlere Fehler gleich $\pm\sqrt{m\,\varepsilon^2}$, wenn mit ε der mittlere Fehler einer Einzelmessung bezeichnet wird. Der mittlere Fehler des $m$ten Teiles jener Summe, also der mittlere Fehler des arithmetischen Mittels ist demnach gleich

$$\frac{\sqrt{m\,\varepsilon^2}}{m} = \frac{\varepsilon}{\sqrt{m}}.$$

Durch Einführung des im vorigen Paragraphen gefundenen Ausdruckes $\varepsilon = \sqrt{\frac{[v^2]}{m-1}}$ für den mittleren Fehler einer Messung, wobei die v die Abweichungen der m Messungen vom arithmetischen Mittel bedeuten, erhalten wir daher
den mittleren Fehler des arithmetischen Mittels

$$_0 = \sqrt{\frac{[v^2]}{m\,(m-1)}},$$

den wahrscheinlichen Fehler des arithmetischen Mittels

$$\varrho_0 = 0{,}6745\sqrt{\frac{[v^2]}{m\,(m-1)}},$$

den durchschnittlichen Fehler des arithmetischen Mittels

$$\eta_0 = 0{,}7979\sqrt{\frac{[v^2]}{m\,(m-1)}}.$$

§ 14. Das Gewicht der Messungen.

Die verschiedenen Messungen einer Reihe sind oft nicht von gleicher Güte, da unvorhergesehene Umstände die eine Messung günstig, die andere ungünstig beeinflußt haben. Oder die vorliegenden Messungsergebnisse, aus welchen der beste Wert für das Resultat gefunden werden soll, sind mit Instrumenten von verschiedener Genauigkeit angestellt worden und daher nicht von gleicher Zuverlässigkeit. Es kann vorkommen, daß die eine Messung doppelt oder dreimal, im allgemeinen n mal soviel wert ist wie eine andere. Man sagt in diesem Fall, die Messung habe das doppelte, dreifache, $n$fache Gewicht von jener.

Das Gewicht einer Messung gibt also an, wie vielen Messungen gewöhnlicher Art oder Messungen vom Gewichte Eins jene Messung gleichwertig ist.

Liegen m Messungen $n', n'' \ldots n^{(m)}$ vor, welche die Gewichte $p', p'' \ldots p^{(m)}$ haben mögen, so können wir den besten Wert für die gesuchte Größe offenbar dadurch finden, daß wir jede Messung so oft hinschreiben, als ihr Gewicht besagt, und dann das arithmetische Mittel x_0 aus sämtlichen Einzelwerten, die

nun alle gleichberechtigt sind, ziehen. Das Verfahren würde sich demnach folgendermaßen gestalten:

$$\left.\begin{array}{l} x = n' \\ x = n' \\ \vdots \\ \vdots \end{array}\right\} p'$$

$$\left.\begin{array}{l} x = n'' \\ x = n'' \\ \vdots \\ \vdots \end{array}\right\} p''$$

mithin $$x_0 = \frac{p' n' + p'' n'' + \ldots + p^{(m)} n^{(m)}}{p' + p'' + \ldots + p^{(m)}}$$

oder $$x_0 = \frac{[p\,n]}{[p]}.$$

Man nennt das mit Berücksichtigung der Gewichte genommene Mittel das allgemeine Mittel. **Man findet das allgemeine Mittel demnach, indem man die Summe der mit ihren Gewichten multiplizierten Einzelmessungen durch die Summe der Gewichte dividiert.**

Das Gewicht einer Messung braucht nicht eine ganze Zahl zu sein; ist z. B. eine Messung von einer solchen Zuverlässigkeit, daß drei Messungen dieser Art gleich zwei Messungen gewöhnlicher Art wären, so würde man jener Messung das Gewicht $\frac{2}{3}$ zuzuschreiben haben.

Man kann sich auch Zähler und Nenner des Ausdruckes für x_0 mit einem beliebigen Faktor f multipliziert denken und dann fp', $fp'' \ldots$, welche nicht mehr ganze Zahlen zu sein brauchen, als Gewichte betrachten.

§ 15. Der mittlere Fehler einer Messung vom Gewichte p und der mittlere Fehler des allgemeinen Mittels.

Liegen p Messungen vom Gewichte Eins vor, so ist nach § 13 der mittlere Fehler des arithmetischen Mittels dieser p Messungen, wenn ε der mittlere Fehler einer Messung vom Gewichte Eins ist, gleich $\frac{\varepsilon}{\sqrt{p}}$.

Eine Messung vom Gewichte p ist aber gleichwertig p Messungen vom Gewicht Eins und somit gleichwertig dem aus diesen p Messungen zu ziehenden Ergebnisse, d. h. dem arithmetischen Mittel dieser p Messungen. Demnach ist der mittlere Fehler einer Messung vom Gewichte p gleich $\frac{\varepsilon}{\sqrt{p}}$.

Liegen mehrere Messungen von den Gewichten p', $p'' \ldots$ vor, so können wir sie ersetzen durch $p' + p'' + \ldots$ Messungen vom Gewichte Eins. Ist wieder

ε der mittlere Fehler einer Messung vom Gewichte Eins, so hat das Mittel der $p' + p'' + \ldots$ Messungen und demnach auch das allgemeine Mittel der mit den Gewichten p', $p'' \ldots$ behafteten Messungen den mittleren Fehler

$$\varepsilon_0 = \frac{\varepsilon}{\sqrt{p' + p'' + \ldots}}$$

oder

$$\varepsilon_0 = \frac{\varepsilon}{\sqrt{[p]}}.$$

Es wird sich nun aber noch darum handeln, wenn m Messungen von den Gewichten p', $p'' \ldots p^{(m)}$ vorliegen, in ähnlicher Weise wie in § 12 aus den Abweichungen der Einzelwerte vom allgemeinen Mittel den mittleren Fehler ε einer Messung vom Gewichte Eins herzuleiten.

Ehe wir diese Ableitung vornehmen, wollen wir jedoch erst zeigen, daß wir den wahren Fehler einer Messung vom Gewicht p, den wir ja allerdings nicht kennen, am besten durch $\frac{\varepsilon}{\sqrt{p}}$ ersetzen, wenn wir in einer Formel seinen Wert einzuführen haben.

Ist eine Größe $p$mal gemessen und sind die wahren Fehler der Einzelmessungen n', $n'' \ldots n^{(p)}$ gleich Δ', $\Delta'' \ldots \Delta^{(p)}$, während N der wahre Wert ist, so haben wir

$$\begin{aligned} n' - N &= \Delta' \\ n'' - N &= \Delta'' \\ &\vdots \\ n^{(p)} - N &= \Delta^{(p)} \end{aligned}$$

folglich

$$\frac{n' + n'' + \ldots}{p} - N = \frac{\Delta' + \Delta'' + \ldots}{p}$$

oder

$$n - N = \Delta,$$

wenn n und Δ die arithmetischen Mittel der p Einzelmessungen und deren Fehler bezeichnen.

Auch können wir n als den Wert einer Messung vom Gewichte p und Δ als deren wahren Fehler betrachten.

Das Quadrat des mittleren Fehlers einer Einzelmessung, d. h. einer Messung vom Gewichte Eins, ist aber

$$\varepsilon^2 = \frac{\Delta'^2 + \Delta''^2 + \ldots + \Delta^{(p)2}}{p}.$$

Um nun den mittleren Fehler ε einer Messung vom Gewichte Eins mit dem Fehler Δ einer Messung vom Gewichte p in Verbindung zu bringen, erheben wir

$$\Delta = \frac{\Delta' + \Delta'' + \ldots + \Delta^{(p)}}{p}$$

aufs Quadrat und erhalten, da die doppelten Produkte sich gegenseitig aufheben werden,

$$\Delta^2 = \frac{\Delta'^2 + \Delta''^2 \ldots + \Delta^{(n)2}}{p^2}$$

oder

$$\Delta^2 = \frac{\varepsilon^2}{p},$$

mithin

$$\Delta = \frac{\varepsilon}{\sqrt{p}}.$$

Aus der Herleitung dieser Gleichung, wobei die Summe der doppelten Produkte gleich Null gesetzt wurde, weil ein von Null verschiedener Wert weniger wahrscheinlich gewesen wäre, ergibt sich als ihr Sinn, daß der Wert $\frac{\varepsilon}{\sqrt{p}}$ am wahrscheinlichsten den uns unbekannten wahren Fehler Δ einer Messung vom Gewichte p ausdrückt.

Nehmen wir das Gewicht p gleich 1, so ergibt sich, daß der uns unbekannte wahre Fehler einer Messung am besten durch ihren mittleren Fehler ersetzt wird, wenn es gilt, für den etwa in einer Formel auftretenden wahren Fehler einen Wert einzuführen. Man sollte daher zur Charakterisierung der Genauigkeit eines Wertes immer seinen mittleren Fehler, nicht seinen wahrscheinlichen angeben.

Nach dieser für die folgende Ableitung nötigen Abschweifung kehren wir zu unserer Aufgabe zurück, den mittleren Fehler ε einer Messung vom Gewichte Eins zu finden, wenn m Beobachtungen von verschiedenem Gewichte gegeben sind.

Es seien $n', n'' \ldots n^{(m)}$

die gemessenen Werte und $p', p'' \ldots p^{(m)}$

ihre Gewichte, dann ist $\frac{p'n' + p''n'' + \ldots}{p' + p'' + \ldots}$

das allgemeine Mittel.

Ferner sei N der wahre Wert der gemessenen Größe, welcher vom allgemeinen Mittel etwas abweichen wird, und zwar seien

$\Delta', \Delta'' \ldots \Delta^{(m)}$ die wahren Fehler der m Messungen.

Sie besitzen also die Gewichte $p', p'' \ldots$ im Gegensatz zu den vorhin so bezeichneten mittleren Fehlern, welche das Gewicht Eins besaßen.

Es ist nun $n' - \Delta' = N$, folglich $n' = N + \Delta'$ der 1. gemessene Wert

und ebenso $n'' = N + \Delta''$ „ 2. „ „

$$\vdots \qquad \vdots$$

folglich $$\frac{p'n' + p''n'' + \ldots}{p' + p'' + \ldots} = N + \frac{p'\Delta' + p''\Delta'' + \ldots}{p' + p'' + \ldots}$$

das allgemeine Mittel.

Die Abweichungen der Einzelmessungen vom allgemeinen Mittel sind dann

$$N+\Delta'-N-\frac{p'\Delta'+p''\Delta''+\dots}{p'+p''+\dots}=\Delta'-\frac{p'\Delta'+p''\Delta''+\dots}{p'+p''+\dots}=v' \quad | \; p'$$

$$\Delta''-\frac{p'\Delta'+p''\Delta''+\dots}{p'+p''+\dots}=v'' \quad | \; p''$$

$$\vdots \qquad\qquad \vdots \quad \vdots$$

Werden die Ausdrücke für v quadriert, mit den beigeschriebenen Gewichten multipliziert und dann addiert, so kommt

$$[pv^2]=[p\Delta^2]+\left(\frac{p'\Delta'+p''\Delta''+\dots}{p'+p''+\dots}\right)^2(p'+p''+\dots)-$$

$$-2\frac{p'\Delta'+p''\Delta''+\dots}{p'+p''+\dots}(p'\Delta'+p''\Delta''+\dots)=[p\Delta^2]-\frac{(p'\Delta'+p''\Delta''+\dots)^2}{p'+p''+\dots}.$$

Führen wir die Quadrierung im Zähler des letzten Gliedes aus, so wird die Summe der doppelten Produkte wie früher gleich Null gesetzt werden können, ja, gesetzt werden müssen, da jeder von Null verschiedene Wert weniger Wahrscheinlichkeit besitzt als die Null selbst. Wir bekommen demnach

$$[pv^2]=[p\Delta^2]-\frac{p'p'\Delta'^2+p''p''\Delta''^2+\dots}{p'+p''+\dots}.$$

Es ist aber, wie vorhin bewiesen, wenn Δ' der wahre Fehler einer Messung vom Gewichte p' ist, zu setzen $\Delta'=\frac{\varepsilon}{\sqrt{p'}}$ oder $p'\Delta'^2=\varepsilon^2$ und ebenso auch $p''\Delta''^2=\varepsilon^2$ usw., so daß wir bekommen

$$[pv^2]=m\varepsilon^2-\varepsilon^2,$$

folglich

$$\varepsilon=\sqrt{\frac{[pv^2]}{m-1}}.$$

Der mittlere Fehler ε_0 des allgemeinen Mittels von m Messungen mit den Gewichten p', p'' ... wird aber nach dem Obigen aus dem mittleren Fehler ε einer Messung vom Gewichte Eins gefunden durch die Formel

$$\varepsilon_0=\frac{\varepsilon}{\sqrt{[p]}},$$

folglich

$$\varepsilon_0=\sqrt{\frac{[pv^2]}{[p](m-1)}}.$$

Beispiel. Aus der Beobachtung eines Paares gleich weit nördlich und südlich vom Zenit kulminierender Sterne ergaben sich an 22 Abenden für die geographische Breite der Jenaer Universitäts-Sternwarte die Werte φ. Welches ist der aus ihnen folgende definitive Wert φ_0 und sein mittlerer Fehler?

φ	p	$p\cdot(\varphi - 50°\,55'\,34'')$	$v = \varphi - \varphi_0$	v^2	pv^2
50° 55′ 34″.46	1	0″.46	− 0″.49	0.2401	0.2401
35 .47	1	1 .47	+ 0 .52	0.2704	0.2704
35 .73	1	1 .73	+ 0 .78	0.6084	0.6084
34 .70	1	0 .70	− 0 .25	0.0625	0.0625
36 .10	1	2 .10	+ 1 .15	1.3225	1.3225
34 .08	1	0 .08	− 0 .87	0.7569	0.7569
34 .85	1	0 .85	− 0 .10	0.0100	0.0100
35 .34	2	2 .68	+ 0 .39	0.1521	0.3042
35 .18	1	1 .18	+ 0 .23	0.0529	0.0529
34 .95	1	0 .95	0 .00	0.0000	0.0000
35 .26	2	2 .52	+ 0 .31	0.0961	0.1922
35 .20	2	2 .40	+ 0 .25	0.0625	0.1250
34 .35	2	0 .70	− 0 .60	0.3600	0.7200
35 .73	2	3 .46	+ 0 .78	0.6084	1.2168
35 .43	2	2 .86	+ 0 .48	0.2304	0.4608
35 .75	1	1 .75	+ 0 .80	0.6400	0.6400
34 .71	2	1 .42	− 0 .24	0.0576	0.1152
34 .14	2	0 .28	− 0 .81	0.6561	1.3122
34 .87	3	2 .61	− 0 .08	0.0064	0.0192
34 .55	3	1 .65	− 0 .40	0.1600	0.4800
34 .70	2	1 .40	− 0 .25	0.0625	0.1250
34 .39	2	0 .78	− 0 .56	0.3136	0.6272
$\varphi_0 = 50°\,55'\,34''.95$	$\Sigma = 36$	$\Sigma = 34.03$			$\Sigma = 9.6615$

Bei der Berechnung des allgemeinen Mittels ist zur Vereinfachung der Rechnung von den Werten φ der Betrag $50°55'34''$ abgespalten und nur der kleine Betrag gesucht worden, welcher an diesen Wert noch anzubringen ist.

Es ergibt sich das allgemeine Mittel

$$\varphi_0 = 50°55'34'' + \frac{34'',03}{36} = 50°55'34'',95,$$

der mittlere Fehler einer Beobachtung vom Gewicht Eins

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{9{,}6615}{21}} = 0'',678\,,$$

der mittlere Fehler des allgemeinen Mittels

$$\varepsilon_0 = \sqrt{\frac{9{,}6615}{36 \cdot 21}} = 0'',113\,,$$

folglich

$$\varphi_0 \pm \varepsilon_0 = 50°55'34'',95 \pm 0'',113\,.$$

Das Resultat für die gesuchte Größe kommt natürlich identisch heraus, mag man es aus einer Reihe von Einzelmessungen direkt ableiten oder mag man diese letzteren in Gruppen zusammenfassen und jeder Gruppe als Gewicht die Zahl der in ihr vereinigten Messungen zuerteilen. Nicht aber ist dies im allgemeinen mit dem mittleren Fehler der Fall. Es würde dazu eine ideale Fehlerverteilung sowohl in der Reihe der Einzelmessungen wie innerhalb der Gruppen, in die sie zusammengefaßt sind, nötig sein. Es empfiehlt sich daher, wo es möglich ist, immer auf die Einzelmessungen zurückzugreifen.

§ 16. Vermittelnde Beobachtungen.

Häufig wird die gesuchte Größe, und besonders, wenn es deren mehrere sind, werden dieselben oft nicht direkt beobachtet, sondern Funktionen derselben, Größen also, welche in einem Abhängigkeitsverhältnis zu den gesuchten Größen stehen. So mißt man z. B., wenn man die Bahn eines Kometen bestimmen will, nicht die Länge des aufsteigenden Knotens, den Neigungswinkel der Bahnebene gegen die Ekliptik, den Perihelabstand und die sonstigen zur Kenntnis des Kometenlaufes nötigen Stücke, sondern man mißt Rektaszensionen und Deklinationen, welche durch gewisse sehr komplizierte Formeln mit den gesuchten Größen in Beziehung stehen.

In der Regel sind sehr viel mehr derartige Messungen angestellt worden, als zur eindeutigen Bestimmung jener unbekannten Größen nötig sind. Je nachdem man nun diese oder jene Messungen benutzte, würde man für die Unbekannten verschiedene Werte erhalten; nur in dem tatsächlich nie vorkommenden Fall, daß die sämtlichen Messungen nicht mit den geringsten Fehlern behaftet wären, würden sich dieselben Werte der Unbekannten ergeben. Es ist nun die Frage, welches System der für die Unbekannten zu findenden Werte ist das beste, das wahrscheinlichste? Die Antwort wird nach dem am Schluß des § 4 von uns aufgestellten Prinzip lauten: dasjenige Wertsystem ist das wahrscheinlichste, für welches die Summe der Quadrate der Abweichungen der beobachteten Größen von den durch Rechnung aus den gefundenen Werten hervorgehenden ein Minimum ist.

Die gesuchten Größen seien X, Y, Z . . ., und die gemessenen Werte, welche Funktionen dieser Unbekannten sind, seien l', l'', l''' . . . Wären die Messungen ganz genau richtig, so wäre

$$l' = f'(X, Y, Z \ldots),$$
$$l'' = f''(X, Y, Z \ldots),$$
usw.

Da die gemessenen Größen aber mit Fehlern behaftet sind, so ist

$$l' - f'(X, Y, Z \ldots) = v',$$
$$l'' - f''(X, Y, Z \ldots) = v'',$$
usw.

Es ist nun unserem Prinzip gemäß X, Y, Z . . . so zu bestimmen, daß $v'^2 + v''^2 + \ldots$ ein Minimum wird.

Da durch die beobachteten Werte l die gesuchten Größen X, Y, Z . . . in Beziehung zueinander gesetzt werden, so spricht man hier von vermittelnden Beobachtungen. Die durch geeignete Wahl der Unbekannten möglichst gut zu erfüllenden Gleichungen $l = f(X, Y, Z \ldots)$ werden die Beobachtungsgleichungen und die Gleichungen $l - f(X, Y, Z \ldots) = v$ die Fehlergleichungen genannt.

Wenn die Funktionen f nicht ganz einfacher Art sind, so wird die Aufgabe, die wir uns eben gestellt haben, mindestens erhebliche Schwierigkeiten machen. Nun sind aber in der Praxis immer Näherungswerte der gesuchten Größen

entweder bereits vorhanden oder doch leicht zu erhalten, indem man die Unbekannten aus so vielen Beobachtungsgleichungen, als zu ihrer eindeutigen Bestimmung nötig sind, berechnet. Mit Hilfe der Näherungswerte, die wir $X_0, Y_0, Z_0 \ldots$ nennen wollen, kommen wir nämlich auf folgende Weise zum Ziel.

Nach dem *Taylor*schen Lehrsatze ist, wenn wir uns auf Glieder 1. Ordnung beschränken und die an $X_0, Y_0, Z_0 \ldots$ anzubringenden gesuchten Korrektionen mit $x, y, z \ldots$ bezeichnen, so daß z. B. $X = X_0 + x$,

$$f'(X, Y, Z \ldots) = f'(X_0, Y_0, Z_0 \ldots) + x\frac{\partial f'}{\partial X_0} + y\frac{\partial f'}{\partial Y_0} + z\frac{\partial f'}{\partial Z_0} + \ldots$$

oder

$$l' = f'(X_0, Y_0, Z_0 \ldots) + x\frac{\partial f'}{\partial X_0} + y\frac{\partial f'}{\partial Y_0} + z\frac{\partial f'}{\partial Z_0} + \ldots,$$

wo $\frac{\partial f'}{\partial X_0}, \frac{\partial f'}{\partial Y_0}, \frac{\partial f'}{\partial Z_0}$ die Differentialquotienten $\frac{\partial f'}{\partial X}, \frac{\partial f'}{\partial Y}, \frac{\partial f'}{\partial Z}$ bedeuten, nachdem in ihnen X, Y, Z durch X_0, Y_0, Z_0 ersetzt sind.

Werden die Glieder anders geordnet, nämlich in der Weise

$$\frac{\partial f'}{\partial X_0} \cdot x + \frac{\partial f'}{\partial Y_0} \cdot y + \frac{\partial f'}{\partial Z_0} \cdot z + \ldots + f'(X_0, Y_0, Z_0) - l' = 0,$$

und zur abkürzenden Bezeichnung für gegebene Zahlenwerte die Buchstaben $a', b', c' \ldots n'$ eingeführt, so bekommen wir

$$a'x + b'y + c'z + \ldots + n' = 0$$

und analog

$$a''x + b''y + c''z + \ldots + n'' = 0,$$

$$\vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots$$

wo die $a, b, c \ldots n$ also gegebene Zahlenwerte sind.'

Jede Beobachtung liefert eine solche Beobachtungsgleichung, welche die Unbekannten — oder die gesuchten Korrektionen der Näherungswerte — nur in der ersten Potenz enthält. Übersteigt die Zahl der Beobachtungsgleichungen die Zahl der Unbekannten, so sind nach dem Prinzip der Ausgleichsrechnung die letzteren so zu bestimmen, daß durch Einsetzung ihrer Werte in die Fehlergleichungen

$$a'x + b'y + c'z + \ldots + n' = v'$$
$$a''x + b''y + c''z + \ldots + n'' = v''$$
$$\vdots$$

die Summe $v'^2 + v''^2 + \ldots$ zu einem Minimum wird.

§ 17. Die Normalgleichungen.

Da die Summe der Fehlerquadrate von den Größen $x, y, z \ldots$ abhängig ist, diese selbst aber von einander unabhängig sind, so müssen die partiellen Differentialquotienten der zu einem Minimum zu machenden Summe der v^2 nach den verschiedenen Veränderlichen $x, y, z \ldots$ gleich Null sein. Es muß also sein

$$\frac{\partial [v^2]}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial [v^2]}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial [v^2]}{\partial z} = 0 \ldots$$

Aus diesen Gleichungen, deren es so viele sind als Unbekannte, lassen sich die besten Werte der $x, y, z \ldots$ eindeutig finden.

Sollten die gesuchten Größen nicht von einander unabhängig sein, — welcher Fall z. B. statthat, wenn die drei gesuchten Größen die drei Winkel eines Dreiecks sind und demnach zusammen 180° betragen müssen, oder wenn sie die um einen Punkt herumliegenden Winkel sind und daher 360° ausmachen müssen, — so würde sich eine oder mehrere der gesuchten Größen durch die andere ausdrücken lassen, und wir hätten dann eine geringere Zahl der Unbekannten. Auf diesen in der Geodäsie eine große Rolle spielenden Fall, wo zu den Beobachtungsgleichungen noch strenge zu erfüllende Bedingungsgleichungen treten, sei hier wegen seiner geringeren Bedeutung für die Astronomie nicht näher eingegangen.

Die von der Gleichung $\frac{\partial [v^2]}{\partial x} = 0$ verlangte Differentiation ergibt

$$2 v' \frac{\partial v'}{\partial x} + 2 v'' \frac{\partial v''}{\partial x} + \ldots = 0$$

oder

$$v' \cdot a' + v'' \cdot a'' + \ldots = 0$$

oder, wenn wir für die v ihre Ausdrücke einsetzen

$$\left.\begin{array}{l} a' a' x + a' b' y + a' c' z + \ldots + a' n' \\ + a'' a'' x + a'' b'' y + a'' c'' z + \ldots + a'' n'' \\ + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{array}\right\} = 0$$

oder

$$[a a] x + [a b] y + [a c] z + \ldots + [a n] = 0 .$$

In analoger Weise lassen sich die Gleichungen $\frac{\partial [v^2]}{\partial y} = 0$, $\frac{\partial [v^2]}{\partial z} = 0 \ldots$ darstellen, so daß wir zur Bestimmung der Unbekannten die durch ihre symmetrische Form sich auszeichnenden sogenannten Normalgleichungen oder Finalgleichungen haben

$$\begin{array}{l} [a a] x + [a b] y + [a c] z + \ldots + [a n] = 0 \\ [a b] x + [b b] y + [b c] z + \ldots + [b n] = 0 \\ [a c] x + [b c] y + [c c] z + \ldots + [c n] = 0 \\ \vdots \qquad\qquad\qquad\qquad \vdots \end{array}$$

Um bei Berechnung der Koeffizienten sich vor Fehlern zu hüten, tut man gut, sich gewisser Kontrollformeln zu bedienen. Setzt man

$$\begin{array}{l} a' + b' + c' + \ldots + n' = s' \\ a'' + b'' + c'' + \ldots + n'' = s'' \\ \vdots \qquad\qquad\qquad \vdots \end{array}$$

so muß sein

$$\begin{array}{l} [a a] + [a b] + [a c] + \ldots + [a n] = [a s] \\ [a b] + [b b] + [b c] + \ldots + [b n] = [b s] \\ \vdots \qquad\qquad\qquad\qquad \vdots \\ [a n] + [b n] + [c n] + \ldots + [n n] = [n s] . \end{array}$$

Sind die Koeffizienten zweier Normalgleichungen paarweise einander nahezu gleich oder nahezu einander proportional, so wird die Bestimmung der Unbekannten unsicher, welcher Umstand jedoch nicht der Methode der kleinsten Quadrate, sondern den der Rechnung zugrunde liegenden Beobachtungsgleichungen zur Last zu legen ist. Bei völliger Gleichheit oder Proportionalität würde man eine Unbekannte willkürlich annehmen, die Korrektion des einen Näherungswertes z. B. gleich Null setzen können. Die Determinante der Normalgleichungen würde in diesem Fall Null sein.

Häufig sind die Koeffizienten der Unbekannten von sehr verschiedener Größe, beispielsweise die Koeffizienten von y durchschnittlich nur der zwanzigste Teil der Koeffizienten der x; des bequemeren Rechnens wegen empfiehlt es sich dann, durch Einführung neuer Unbekannter den Koeffizienten gleiche Größenordnung zu geben, beispielsweise also $\eta = \frac{1}{20} y$ als neue Unbekannte einzuführen.

§ 18. Beobachtungsgleichungen von verschiedenen Gewichten.

Nehmen wir an, die erste Beobachtungsgleichung habe das Gewicht p'. Offenbar können wir bei Bildung der Normalgleichungen in der gleichen Weise, wie im vorigen Paragraphen angegeben, verfahren, wenn wir die erste Beobachtungsgleichung p' mal hinschreiben. Dann wird in der ersten Normalgleichung

der Koeffizient von x gleich $p'a'a' + a''a'' + a'''a''' + \ldots$
der Koeffizient von y gleich $p'a'b' + a''b'' + a'''b''' + \ldots$
der Koeffizient von z gleich $p'a'c' + a''c'' + a'''c''' + \ldots$
$\vdots \qquad \vdots \qquad \vdots$

In der zweiten Normalgleichung wird

der Koeffizient von x gleich $p'a'b' + a''b'' + a'''b''' + \ldots$
der Koeffizient von y gleich $p'b'b' + b''b'' + b'''b''' + \ldots$
der Koeffizient von z gleich $p'b'c' + b''c'' + b'''c''' + \ldots$
$\vdots \qquad \vdots \qquad \vdots$

Auf ganz dieselben Koeffizienten würde man aber gekommen sein, wenn man die erste Beobachtungsgleichung, statt sie p'mal hinzuschreiben, mit $\sqrt{p'}$ multipliziert hätte. Wenn daher die Beobachtungsgleichungen verschiedenes Gewicht haben, so multipliziert man zunächst eine jede **mit der Wurzel aus ihrem Gewichte** und verfährt dann behufs Bildung der Normalgleichungen in gewohnter Weise.

Wir wollen den Fall noch von einer anderen Seite aus betrachten.

Wenn die Beobachtungsgleichung $a'x + b'y + c'z + \ldots + n' = 0$ das Gewicht p' hat und der mittlere Fehler einer Beobachtung vom Gewichte Eins mit ε bezeichnet wird, so ist nach § 15 der mittlere Fehler jener Beobachtungsgleichung $\varepsilon' = \frac{\varepsilon}{\sqrt{p'}}$. Wenn wir aber der Beobachtungsgleichung diesen mittleren Fehler zuschreiben, so besagt das nichts anderes, als daß der durch die Beobachtung erhaltene Wert n' mit diesem mittleren Fehler ε' behaftet ist. Der mittlere Fehler ε und das Gewicht Eins kommt dann der Größe $n'\sqrt{p'}$ zu. Die Gleichung $a'\sqrt{p'}x + b'\sqrt{p'}y + c'\sqrt{p'}z + \ldots + n'\sqrt{p'} = 0$ besitzt demnach das Gewicht Eins.

Multiplizieren wir die Beobachtungsgleichungen mit den Wurzeln aus ihren Gewichten, so erhalten sie daher alle das Gewicht Eins und können nun, wie in § 17 angegeben, zur Bildung der Normalgleichungen verwandt werden.

§ 19. Das Gewicht der einzelnen Unbekannten.

Der mittlere Fehler der Unbekannten wird von den Koeffizienten, die sie in den Beobachtungsgleichungen besitzen, abhängig sein. Nehmen wir beispiels-

weise an, die Koeffizienten von x seien im allgemeinen zehnmal so groß als die von y, so wird eine Änderung von x den Betrag der linken Seite der Beobachtungsgleichungen, welchen wir wieder mit v bezeichnen werden, zehnmal so stark ändern als eine gleich große Änderung von y. Wenn wir die Summe der v^2 zu einem Minimum machen, wird sich x demnach viel schärfer bestimmen lassen als y. Der mittlere Fehler von x muß sich daher kleiner ergeben als der von y und sein Gewicht größer als das Gewicht von y.

Wir wollen nun unter der Annahme, daß die vorliegenden Beobachtungsgleichungen alle das Gewicht Eins haben oder, wenn dies von vornherein nicht der Fall ist, auf das Gewicht Eins gebracht worden sind, zunächst die Gewichte der gesuchten Größen bestimmen. Lernen wir im nächsten Paragraphen dann noch den mittleren Fehler einer Beobachtung vom Gewichte Eins berechnen, so können wir mittels der Formel $\varepsilon_x = \frac{\varepsilon}{\sqrt{p_x}}$ auch die mittleren Fehler der Unbekannten finden.

Denken wir uns aus den Normalgleichungen

$$[a\,a]\,x + [a\,b]\,y + [a\,c]\,z + \ldots + [a\,n] = 0$$
$$[a\,b]\,x + [b\,b]\,y + [b\,c]\,z + \ldots + [b\,n] = 0$$

die Unbekannten bis auf x eliminiert, so wird sich x als eine lineare Funktion der Absolutglieder $n', n'' \ldots$ darstellen, also sich durch eine Gleichung von der Form ausdrücken lassen

$$x + a'\,n' + a''\,n'' + \ldots = 0\,, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

wo die Koeffizienten a der n von den $a, b, c \ldots$ abhängen.

Wird der mittlere Fehler einer Beobachtungsgleichung mit ε bezeichnet, haben also $n', n'' \ldots$ diesen mittleren Fehler ε, so ist der mittlere Fehler ε_x von x nach § 13

$$\varepsilon_x = \sqrt{a'^2\,\varepsilon^2 + a''^2\,\varepsilon^2 + \ldots}$$

oder

$$\varepsilon_x = \varepsilon\sqrt{[a\,a]}\,.$$

Da andererseits nach § 15, wenn mit p_x das Gewicht des für x resultierenden Wertes bezeichnet wird,

$$\varepsilon_x = \frac{\varepsilon}{\sqrt{p_x}}\,,$$

so ist

$$p_x = \frac{1}{[a\,a]} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

Die a lassen sich bei Auflösung der Normalgleichungen als die Koeffizienten von $n', n'' \ldots$ in der die Unbekannte x liefernden Gleichung (1) finden; infolge der Symmetrie der Normalgleichungen erhält man aber $[a\,a]$ und somit das Gewicht p_x bequemer nach folgenden drei verschiedenen Methoden.

Erste Methode zur Berechnung des Gewichtes.

Um x in der Form $x + a' n' + a'' n'' + \ldots = 0$ darzustellen, wollen wir die Elimination der übrigen Unbekannten mittels der sogenannten unbestimmten Faktoren bewirken, indem wir die erste Normalgleichung mit Q', die zweite mit Q'' usw. multiplizieren und diese Faktoren dann durch die Gleichungen bestimmen:

$$\left.\begin{array}{l} [a\,a]\,Q' + [a\,b]\,Q'' + [a\,c]\,Q''' + \ldots = 1 \\ [a\,b]\,Q' + [b\,b]\,Q'' + [b\,c]\,Q''' + \ldots = 0 \\ [a\,c]\,Q' + [b\,c]\,Q'' + [c\,c]\,Q''' + \ldots = 0 \\ \vdots \qquad\qquad \vdots \qquad\qquad \vdots \end{array}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (3)$$

Dann wird der Koeffizient von x gleich Eins, der von y gleich Null, ebenso der von z usw., und wir erhalten

$$x + [a\,n]\,Q' + [b\,n]\,Q'' + [c\,n]\,Q''' + \ldots = 0 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

Die Anzahl der Q ist gerade so groß wie die der Normalgleichungen oder auch der Unbekannten. Sie lassen sich aus dem Gleichungssystem (3) finden, welches große Ähnlichkeit hat mit dem System der Normalgleichungen. Es geht nämlich aus letzterem hervor, dadurch, daß an die Stelle des Absolutgliedes der ersten Normalgleichung -1 und an die Stelle der übrigen Absolutglieder Null gesetzt wird.

Vergleichen wir (1) mit (4), so ergibt sich

$$\left.\begin{array}{l|lll} a' = a'\,Q' + b'\,Q'' + c'\,Q''' + \ldots & a' & b' & c' \\ a'' = a''\,Q' + b''\,Q'' + c''\,Q''' + \ldots & a'' & b'' & c'' \\ a''' = a'''\,Q' + b'''\,Q'' + c'''\,Q''' + \ldots & a''' & b''' & c''' \\ \vdots \qquad\qquad \vdots \qquad\qquad \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{array}\right\} \quad \ldots \quad (5)$$

Multiplizieren wir diese Gleichungen der Reihe nach mit den beigeschriebenen Größen $a', a'', a''' \ldots$, sodann mit $b', b'', b''' \ldots, c', c'', c''' \ldots$ usw. und addieren sie, so bekommen wir mit Rücksicht auf das Gleichungssystem (3)

$$\left.\begin{array}{lll} a'\,a' + a''\,a'' + a'''\,a''' + \ldots = 1 & \text{oder} & [a\,a] = 1 \\ b'\,a' + b''\,a'' + b'''\,a''' + \ldots = 0 & & [b\,a] = 0 \\ c'\,a' + c''\,a'' + c'''\,a''' + \ldots = 0 & & [c\,a] = 0 \\ \vdots \qquad\qquad \vdots \qquad\qquad \vdots & & \vdots \end{array}\right\} \quad \ldots \quad (6)$$

und wenn wir jetzt die Gleichungen (5) der Reihe nach mit $a', a'', a''' \ldots$ multiplizieren, so bekommen wir auf Grund der Gleichungen (6)

$$a'\,a' + a''\,a'' + a'''\,a''' + \ldots = Q' \quad \text{oder} \quad [a\,a] = Q' .$$

Es ist demnach wegen (2)

$$p_x = \frac{1}{Q'} .$$

Natürlich hat man zur Bestimmung von p_x nicht nötig, die Buchstaben $Q', Q'' \ldots$ einzuführen. Ersetzt man das absolute Glied in der ersten Normal-

gleichung durch -1 und in den übrigen durch Null, so erhält man in dem Resultat für die erste Unbekannte den reziproken Wert des Gewichtes der ersten Unbekannten der Normalgleichungen. Um den reziproken Wert des Gewichtes der zweiten Unbekannten zu erhalten, muß man das absolute Glied in der zweiten Normalgleichung durch -1 und in den übrigen durch Null ersetzen und dann nach der zweiten Unbekannten auflösen.

Zweite Methode zur Berechnung des Gewichtes.

Setzen wir

$$\left.\begin{array}{l|l} [a\,a]\,x + [a\,b]\,y + [a\,c]\,z + \ldots + [a\,n] = A & Q' \\ [a\,b]\,x + [b\,b]\,y + [b\,c]\,z + \ldots + [b\,n] = B & Q'' \\ [a\,c]\,x + [b\,c]\,y + [c\,c] + \ldots + [c\,n] = C & Q''' \\ \vdots \qquad\qquad \vdots \qquad\qquad \vdots & \vdots \end{array}\right\} \quad \ldots \quad (7)$$

und multiplizieren die Gleichungen mit den oben definierten Größen $Q', Q'' \ldots$, so bekommen wir

$$x + [a\,n]\,Q' + [b\,n]\,Q'' + \ldots = Q'A + Q''B + Q'''C + \ldots$$

Der Koeffizient von A ist also der reziproke Wert des Gewichtes der ersten Unbekannten.

Handelt es sich um die erste Unbekannte, so brauchen wir die Größen $B, C \ldots$ gar nicht einzuführen. Es ergibt sich die Vorschrift: Um das Gewicht der ersten Unbekannten zu bestimmen, setze man auf der rechten Seite der ersten Normalgleichung statt Null den Buchstaben A und löse nach der ersten Unbekannten auf. Der Koeffizient von A in dem Resultat für x ist der reziproke Wert des Gewichtes der ersten Unbekannten. Der von A freie Teil des Resultates ist der Wert der ersten Unbekannten selbst.

Um das Gewicht der zweiten Unbekannten zu bestimmen, hat man auf der rechten Seite der zweiten Normalgleichung statt der Null den Buchstaben B zu setzen und erhält dann in dem Koeffizienten von B in dem Resultat für die zweite Unbekannte den reziproken Wert des Gewichtes der zweiten Unbekannten.

Dritte Methode zur Berechnung des Gewichtes.

Denkt man sich die Gleichungen (7) wieder mit $Q', Q'' \ldots$ multipliziert und zunächst aus der letzten Gleichung die letzte Unbekannte durch die übrigen ausgedrückt und in die vorletzte eingesetzt, sodann aus der vorletzten Gleichung die vorletzte Unbekannte durch die vorhergehenden ausgedrückt usw., so kommt man schließlich, wenn man in der ersten Gleichung die Unbekannten durch die erste Unbekannte x ausgedrückt und die Koeffizienten aller x enthaltenden Glieder zusammengezogen hat, ohne jedoch die Gleichung etwa durch einen gemeinsamen Teiler zu dividieren, zu einer Gleichung von der Form

$$Rx = S + A + \text{Glieder mit } B, C \ldots \quad \ldots \quad (8)$$

woraus folgt

$$x = \frac{S}{R} + \frac{A}{R} + \text{Glieder mit } B, C \ldots$$

Während $\frac{S}{R}$ der Wert der Unbekannten x selbst ist, da er sich für $A = B = C = \ldots = 0$ ergibt, so ist der Koeffizient R von x in der auf die angegebene Weise gefundenen Gleichung (8) das Gewicht von x, denn nach dem bei der vorigen Methode der Gewichtsbestimmung Gesagten muß der Koeffizient von A der reziproke Wert des Gewichtes von x sein.

Bei der Rechnung selbst wird man von den Buchstaben A, B, C ... gar keinen Gebrauch machen, sondern die durch x ausgedrückten übrigen Unbekannten in die erste Normalgleichung einsetzen. Der Koeffizient, welchen x dann erhält, wenn man keine sonstigen Änderungen an der Gleichung vorgenommen hat, ist das Gewicht von x.

Als Gewicht der zweiten Unbekannten y ergibt sich der Koeffizient von y in der zweiten Normalgleichung, wenn man die durch y ausgedrückten Werte der übrigen Unbekannten in ihr substituiert hat.

Auf analoge Weise findet man die Gewichte der übrigen Unbekannten.

§ 20. Der mittlere Fehler einer Messung vom Gewichte Eins.

Um die mittleren Fehler der einzelnen Unbekannten zu finden, nachdem wir die Gewichte der Unbekannten zu bestimmen gelernt haben, müssen wir noch den mittleren Fehler einer Messung vom Gewichte Eins kennen, denn dann haben wir

$$\varepsilon_x = \frac{\varepsilon}{\sqrt{p_x}}; \quad \varepsilon_y = \frac{\varepsilon}{\sqrt{p_y}}; \quad \ldots$$

Die den m Beobachtungsgleichungen vom Gewichte Eins oder den nötigenfalls auf das Gewicht Eins gebrachten m Beobachtungsgleichungen

$$\begin{aligned} a' x + b' y + \ldots + n' &= 0 \\ a'' x + b'' y + \ldots + n'' &= 0 \\ &\vdots \end{aligned}$$

am besten genügenden Werte von x, y ... finden sich aus den Normalgleichungen

$$\begin{aligned} [a\,a]\,x + [a\,b]\,y + \ldots + [a\,n] &= 0 \\ [a\,b]\,x + [b\,b]\,y + \ldots + [b\,n] &= 0 \\ &\vdots \end{aligned}$$

Die Beobachtungsgleichungen werden aber durch die so gefundenen Werte von x, y ... nicht erfüllt; es bleiben die Fehler v übrig

$$\left.\begin{array}{llll} a' x + b' y + \ldots + n' = v' & u' & v' \\ a'' x + b'' y + \ldots + n'' = v'' & u'' & v'' \\ \vdots & \vdots & \vdots \end{array}\right\} \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

Die v erfüllen die Bedingung, daß $[v\,v]$ ein Minimum ist.

Wenn wir die wahren Werte der Unbekannten, die wir mit $x + \Delta x$, $y + \Delta y$ ... bezeichnen wollen, wüßten, so würden in den Beobachtungsgleichungen nicht die Fehler v', v'' ..., sondern u', u'' ... übrig bleiben, deren

Quadrate, addiert, eine größere Summe ergäben. Wir würden haben

$$\left.\begin{array}{l} a'(x+\Delta x)+b'(y+\Delta y)+\ldots+n'=u' \\ a''(x+\Delta x)+b''(y+\Delta y)+\ldots+n''=u'' \\ \quad\vdots \end{array}\right| \begin{array}{c|c|c} u' & v' & a' \\ u'' & v'' & a'' \\ \vdots & \vdots & \vdots \end{array} \Bigg\} \quad . \quad . \quad (2)$$

und es würde sein $[u\,u] > [v\,v]$.

Es wird sich nun darum handeln, $[u\,u]$ durch $[v\,v]$ auszudrücken; denn da der mittlere Fehler ε mit $[u\,u]$ in engem Zusammenhang steht, indem nach der Definition des mittleren Fehlers $\varepsilon^2 = \frac{[u\,u]}{m}$ ist, so haben wir damit auch die gesuchte Beziehung zwischen ε und $[v\,v]$ gefunden.

Multiplizieren wir die Gleichungen (2) mit den beigeschriebenen u', u'' ... und addieren, so bekommen wir

$$\left.\begin{array}{l} [a\,u]\,x+[b\,u]\,y+\ldots+[n\,u] \\ +[a\,u]\,\Delta x+[b\,u]\,\Delta y+\ldots \end{array}\right\} = [u\,u].$$

Die obere Zeile der linken Seite dieser Gleichung ist aber gleich $[v\,u]$; denn multiplizieren wir die Gleichungen (1) der Reihe nach mit u', u'' ... und addieren sie dann, so bekommen wir in der Tat

$$[a\,u]\,x+[b\,u]\,y+\ldots+[n\,u]=[v\,u].$$

Es ist also

$$[u\,u]=[v\,u]+[a\,u]\,\Delta x+[b\,u]\,\Delta y+\ldots.$$

$[v\,u]$ können wir aber ersetzen durch $[v\,v]$, indem wir nachweisen, daß

einerseits $[n\,v]=[v\,u]$,
andererseits $[n\,v]=[v\,v]$,
folglich $[v\,u]=[v\,v]$ ist.

Multiplizieren wir nämlich die Gleichungen (2) mit v', v'' ... und addieren sie, so erhalten wir

$$[a\,v]\,(x+\Delta x)+[b\,v]\,(y+\Delta y)+\ldots+[n\,v]=[v\,u].$$

Nach § 17 (Seite 100) ist aber

$$[a\,v]=0;\quad [b\,v]=0\ \ldots$$

folglich $[n\,v]=[v\,u]$.

Multiplizieren wir ferner die Gleichungen (1) mit v', v'' ... und addieren sie, so bekommen wir

$$[a\,v]\,x+[b\,v]\,y+\ldots+[n\,v]=[v\,v]$$

oder $[n\,v]=[v\,v]$,
folglich $[v\,u]=[v\,v]$.
Demnach $[u\,u]=[v\,v]+[a\,u]\,\Delta x+[b\,u]\,\Delta y+\ldots$

$[a\,u]$ finden wir aus den Gleichungen (2) durch Multiplikation mit a', a'' ... und Addition, nämlich

$$\begin{aligned}[a\,u] &= [a\,a]\,(x + \Delta x) + [a\,b]\,(y + \Delta y) + \ldots + [a\,n]\\ &= [a\,a]\,x + [a\,b]\,y + \ldots + [a\,n]\\ &\quad + [a\,a]\,\Delta x + [a\,b]\,\Delta y + \ldots\\ &= [a\,a]\,\Delta x + [a\,b]\,\Delta y + \ldots\end{aligned}$$

weil $[a\,a]\,x + [a\,b]\,y + \ldots + [a\,n] = 0$ als erste Normalgleichung.

Es ist demnach

$$[a\,a]\,\Delta x + [a\,b]\,\Delta y + \ldots - [a\,u] = 0$$

und ebenso

$$[a\,b]\,\Delta x + [b\,b]\,\Delta y + \ldots - [b\,u] = 0$$

$$\vdots \qquad\qquad \vdots \qquad\qquad \vdots$$

Diese Gleichungen ähneln sehr den Normalgleichungen, nur haben wir an Stelle der $x, y \ldots$ hier $\Delta x, \Delta y \ldots$ und an Stelle von $[a\,n], [b\,n] \ldots$ hier $-[a\,u], -[b\,u] \ldots$. Benutzen wir die in § 19 durch Gleichung (1) eingeführten Größen $\alpha', \alpha'' \ldots$ und ebenso Größen $\beta', \beta'' \ldots$ von entsprechender Bedeutung, so haben wir

$$\begin{aligned}\Delta x - \alpha' u' - \alpha'' u'' - \ldots &= 0\\ \Delta y - \beta' u' - \beta'' u'' - \ldots &= 0\end{aligned}$$

Demnach wird

$$[u\,u] = [v\,v] + [a\,u]\,[\alpha\,u] + [b\,u]\,[\beta\,u] + \ldots$$

Es ist aber

$$\begin{aligned}[a\,u]\,[\alpha\,u] &= (a'u' + a''u'' + \ldots)\,(\alpha'u' + \alpha''u'' + \ldots)\\ &= a'\alpha'u'u' + a''\alpha''u''u'' + \ldots\end{aligned}$$

unter Weglassung der Glieder, welche die Produkte je zweier verschiedener u enthalten und sich wegen der bald positiven, bald negativen Vorzeichen der u vermutlich aufheben werden, wenigstens würde jeder positive oder negative dafür einzusetzende Wert eine geringere Wahrscheinlichkeit haben als der Wert Null.

Die wahren Werte $u', u'' \ldots$ kennen wir zwar nicht, wir wissen aber, daß der Durchschnittswert der Quadrate der wahren Fehler gleich dem Quadrate des mittleren Fehlers ist; daß also

$$\varepsilon^2 = \frac{u'^2 + u''^2 + \ldots}{m},$$

wo m die Anzahl der Messungen bedeutet.

Setzen wir also für $u'u', u''u'' \ldots$ den Durchschnittswert $\varepsilon\,\varepsilon$, so kommt

$$\begin{aligned}[a\,u]\,[a\,u] &= a'a'\varepsilon^2 + a''a''\varepsilon^2 + \ldots\\ &= (a'a' + a''a'' + \ldots)\,\varepsilon^2.\end{aligned}$$

Es ist aber nach § 19 (6)

$$a'a' + a''a'' + \ldots = 1$$

und analog werden wir zu setzen haben:

$$b'\beta' + b''\beta'' + \ldots = 1$$

$$\vdots \qquad\qquad \vdots \qquad\qquad \vdots$$

folglich $[a\,u]\,[a\,u] = \varepsilon^2$; ebenso $[b\,u]\,[\beta\,u] = \varepsilon^2$; ...

Demnach wird, wenn μ die Anzahl der Unbekannten ist,

$$[u\,u] = [v\,v] + \mu\,\varepsilon^2$$
$$m\,\varepsilon^2 = [v\,v] + \mu\,\varepsilon^2$$

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{[vv]}{m-\mu}}.$$

Die in § 12 (Seite 90) für den Fall einer einzigen Unbekannten abgeleitete Formel $\varepsilon = \sqrt{\frac{[v\,v]}{m-1}}$ ergibt sich aus der jetzt erhaltenen als ein besonderer Fall.

Sind die Beobachtungsgleichungen nicht alle von gleichem Gewicht, so braucht man nur, um den mittleren Fehler einer Beobachtungsgleichung vom Gewichte Eins zu erhalten, jede Gleichung so oft hinzuschreiben, als ihr Gewicht besagt. Man erkennt dann sofort als die in diesem Fall für den mittleren Fehler einer Beobachtung vom Gewicht Eins gültige Formel

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{[pvv]}{m-\mu}}.$$

§ 21. Numerisches Beispiel.

Als Beispiel sei das von *Gauß* in der *Theoria motus, Art. 184* gegebene mit einer kleinen Änderung benutzt.

Gegeben seien die Beobachtungsgleichungen

	v	vv	pvv	
$x - y + 20z - 3 = 0$	$-0{,}250$	$0{,}0625$	$0{,}0625$	
$3x + 2y - 50z - 5 = 0$	$-0{,}067$	$0{,}0045$	$0{,}0045$	(1)
$4x + y + 40z - 21 = 0$	$+0{,}094$	$0{,}0088$	$0{,}0088$	
$-2x + 6y + 60z - 28 = 0$ (Gewicht $= \frac{1}{4}$)	$-0{,}140$	$0{,}0196$	$0{,}0049$	
			$[pvv] = 0{,}0807$	

Damit die Koeffizienten der drei Unbekannten von gleicher Größenordnung werden, setzen wir $10z = z_1$; außerdem multiplizieren wir, um die Beobachtungsgleichungen auf gleiches Gewicht zu bringen, die letzte der Gleichungen mit $\sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$. Die Beobachtungsgleichungen gehen dann über in

$$\left.\begin{aligned} x - y + 2z_1 - 3 &= 0 \\ 3x + 2y - 5z_1 - 5 &= 0 \\ 4x + y + 4z_1 - 21 &= 0 \\ -x + 3y + 3z_1 - 14 &= 0 \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

Um Näherungswerte der Unbekannten zu bekommen und dann mittels der Methode der kleinsten Quadrate nur die Korrektionen dieser Näherungswerte

berechnen zu müssen, lösen wir die drei ersten Gleichungen allein nach x, y, z_1 auf und finden

$$x = \frac{18}{7}; \quad y = \frac{23}{7}; \quad z_1 = \frac{13}{7}.$$

Wir wollen daher als Näherungswerte für die drei Unbekannten nehmen 2, 3, 2, also setzen

$$x = 2 + \xi; \quad y = 3 + \eta; \quad z_1 = 2 + \zeta.$$

Die nach der Methode der kleinsten Quadrate aufzulösenden Beobachtungsgleichungen sind jetzt

	v	vv
$\xi - \eta + 2\zeta = 0$	$-0{,}250$	$0{,}0625$
$3\xi + 2\eta - 5\zeta - 3 = 0$	$-0{,}067$	$0{,}0045$
$4\xi + \eta + 4\zeta - 2 = 0$	$+0{,}094$	$0{,}0088$
$-\xi + 3\eta + 3\zeta - 1 = 0$	$-0{,}070$	$0{,}0049$
	$[vv] = 0{,}0807$	

. . . (3)

Als Normalgleichungen bekommen wir

$$\begin{aligned} 27\xi + 6\eta - 16 &= 0 \\ + 6\xi + 15\eta + \zeta - 11 &= 0 \\ \eta + 54\zeta + 4 &= 0 \end{aligned}$$

Es ergibt sich

$$\xi = +0{,}470; \quad \eta = +0{,}551; \quad \zeta = -0{,}0843;$$

folglich

$$\begin{aligned} x &= +2{,}470; \quad y = +3{,}551; \quad z_1 = +1{,}9157; \\ & \qquad\qquad\qquad\quad z = +0{,}1916. \end{aligned}$$

Bestimmung der Gewichte.

1. Methode.

Bezeichnen wir in den für Anwendung dieser Methode abgeänderten Normalgleichungen die zur Gewichtsbestimmung dienenden gesuchten Größen mit ξ', η', ζ', so erhalten wir das Gewicht der ersten Unbekannten ξ aus den Gleichungen

$$\begin{aligned} 27\xi' + 6\eta' - 1 &= 0 \\ 6\xi' + 15\eta' + \zeta' &= 0 \\ \eta' + 54\zeta' &= 0. \end{aligned}$$

Es folgt $\xi' = \frac{809}{19899}$, folglich $p_\xi = \frac{19899}{809} = 24{,}597$.

Zur Bestimmung des Gewichtes der zweiten Unbekannten η haben wir die Normalgleichungen in folgender Weise abzuändern:

$$\begin{aligned} 27\,\xi' + 6\,\eta' &= 0 \\ 6\,\xi' + 15\,\eta' + \zeta' - 1 &= 0 \\ \eta' + 54\,\zeta' &= 0\,. \end{aligned}$$

Es kommt $\eta' = \frac{54}{737}$, folglich $p_\eta = \frac{737}{54} = 13{,}648\,.$

Endlich ergibt sich aus

$$\begin{aligned} 27\,\xi' + 6\,\eta' &= 0 \\ 6\,\xi' + 15\,\eta' + \zeta' &= 0 \\ \eta' + 54\,\zeta' - 1 &= 0\,. \end{aligned}$$

$$\zeta' = \frac{41}{2211}\,, \text{ folglich } p_\xi = \frac{2211}{41} = 53{,}927\,.$$

Nach der 2. Methode der Gewichtsbestimmung setzen wir zunächst

$$\begin{aligned} 27\,\xi + 6\,\eta - 16 &= A \\ 6\,\xi + 15\,\eta + \zeta - 11 &= 0 \\ \eta + 54\,\zeta + 4 &= 0\,. \end{aligned}$$

Es folgt $$\xi = \frac{9356}{19899} + \frac{809}{19899}\,A\,;$$

folglich die erste Unbekannte

$$\xi = \frac{9356}{19899} = 0{,}470 \text{ und } p_\xi = \frac{19899}{809} = 24{,}597\,.$$

Ferner liefert

$$\begin{aligned} 27\,\xi + 6\,\eta - 16 &= 0 \\ 6\,\xi + 15\,\eta + \zeta - 11 &= B \\ \eta + 54\,\zeta + 4 &= 0 \end{aligned}$$

$$\eta = \frac{406}{737} + \frac{54}{737}\,B\,;$$

folglich die zweite Unbekannte $\eta = \frac{406}{737} = 0{,}551$ und $p_\eta = \frac{737}{54} = 13{,}648.$

Endlich gibt

$$\begin{aligned} 27\,\xi + 6\,\eta - 16 &= 0 \\ 6\,\xi + 15\,\eta + \zeta - 11 &= 0 \\ \eta + 54\,\zeta + 4 &= C \end{aligned}$$

$$\zeta = -\frac{559}{6633} + \frac{123}{6633}\,C\,;$$

folglich die dritte Unbekannte

$$\zeta = -\frac{559}{6633} = -0{,}0843 \text{ und } p_\xi = \frac{6633}{123} = 53{,}927\,.$$

3. Methode der Gewichtsbestimmung.

Aus den Normalgleichungen

$$\begin{aligned} 27\,\xi + 6\,\eta \qquad\quad - 16 &= 0 \\ 6\,\xi + 15\,\eta + \zeta - 11 &= 0 \\ \eta + 54\,\zeta + 4 &= 0 \end{aligned}$$

findet sich, wenn man das in der ersten Gleichung vorkommende η durch ξ ausdrückt,

$$\frac{19899}{809}\,\xi - \frac{9356}{809} = 0\,;$$

der Koeffizient von ξ in dieser Gleichung ist gleich dem Gewichte von ξ, also

$$p_\xi = \frac{19899}{809} = 24{,}597\,.$$

Die zweite Normalgleichung liefert, wenn ξ und ζ durch η ausgedrückt werden,

$$\frac{737}{54}\,\eta - \frac{406}{54} = 0\,,$$

demnach

$$p_\eta = \frac{737}{54} = 13{,}648\,.$$

Die dritte Normalgleichung endlich gibt, nachdem η durch ζ ersetzt ist,

$$\frac{2211}{41}\,\zeta + \frac{559}{128} = 0\,,$$

folglich

$$p_\zeta = \frac{2211}{41} = 53{,}927\,.$$

Berechnung der mittleren Fehler.

Setzen wir die gefundenen Werte $\xi = +0{,}470$; $\eta = +0{,}551$; $\zeta = -0{,}0843$ in die auf gleiches Gewicht Eins gebrachten Beobachtungsgleichungen (3) ein, so bleiben die den Gleichungen beigeschriebenen v übrig, und es ist $[v\,v] = 0{,}0807$; folglich, da $m = 4$ und $\mu = 3$ ist,

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{0{,}0807}{4-3}} = 0{,}284\,;$$

ferner

$$e_\xi = \frac{0{,}284}{\sqrt{24{,}597}} = 0{,}057;\quad \varepsilon_\eta = \frac{0{,}284}{\sqrt{13{,}648}} = 0{,}077;\quad \varepsilon_\zeta = \frac{0{,}284}{\sqrt{53{,}927}} = 0{,}039$$

und

$$\varepsilon_x = 0{,}057;\ \varepsilon_y = 0{,}077;\ \varepsilon_z = 0{,}0039\,.$$

Die gesuchten Werte und ihre mittleren Fehler sind demnach

$$\begin{aligned} x &= 2{,}470 \pm 0{,}057 \\ y &= 3{,}551 \pm 0{,}077 \\ z &= 0{,}1916 \pm 0{,}0039\,. \end{aligned}$$

Man hätte die mittleren Fehler auch erhalten können, wenn man in die ursprünglichen Beobachtungsgleichungen (1) $x = 2{,}470$; $y = 3{,}551$; $z = 0{,}1916$ eingesetzt hätte. Es wären dann die dort beigeschriebenen v übrig geblieben, $[p\,v\,v]$ wäre wieder gleich 0,0807 geworden und daher auch ε wieder gleich 0,284.

Es ist aber offenbar $p_x = p_\xi$; $p_y = p_\eta$; $p_{z1} = p_\zeta$.

Ferner war $10\,z = z_1$ gesetzt, folglich ist $\varepsilon_z = \frac{1}{10}\,\varepsilon_{z1}$, und da $\varepsilon_z : \varepsilon_{z1} = \sqrt{p_{z1}} : \sqrt{p_z}$, so ist $p_z = 100\,p_{z1}$.

Es ergeben sich sonach dieselben mittleren Fehler wie vorhin.

O. Knopf.

Interpolationsrechnung.

§ 1. Die Aufgabe der Interpolationsrechnung.

Dem praktischen Rechner kommt es oft vor, daß er zu einer Reihe von Argumenten die zugehörigen numerischen Funktionswerte kennt, aber auch noch für andere Argumente die Funktionswerte wissen will, ohne die Art der Abhängigkeit des Funktionswertes vom Argument, ohne also die Funktion selbst zu kennen oder wenigstens anwenden zu wollen.

Beispielsweise möge jemand, da er im Besitz einer sechsstelligen logarithmisch-trigonometrischen Tafel ist; zu den von 10 zu 10 Sekunden fortschreitenden Argumenten $6°0'0''$, $6°0'10''$ ... $6°1'0''$ die sechsstelligen Werte von log sin kennen. Diese Funktionswerte, denen wir ihre Differenzen beifügen wollen, sind in üblicher Schreibweise:

log sin 6°	0′	0″	9,019235	
				200
		10	9,019435	
				200
		20	9,019635	
				200
		30	9,019835	
				200
		40	9,020035	
				200
		50	9,020235	
				200
6	1	0	9,020435	

Man will nun aber auch zu einem andern Argument, etwa zu $6°0'24''$, den zugehörigen Funktionswert, d. h. den log sin haben, und zwar, ohne die Formel anwenden zu müssen, welche den log sin zu einem gegebenen Winkel berechnen läßt. Man will ihn direkt finden aus der Kenntnis der Funktionswerte für jene anderen Argumente.

Bekanntlich verfährt man in diesem Fall so, daß man sagt: Wenn der Winkel $6°0'20''$ um $10''$ zunimmt, nimmt der log sin $6°0'20''$ um 200 Einheiten der 6. Dezimalstelle zu. Nimmt der Winkel nur um $1''$ zu, so wird der log sin auch nur um den 10. Teil, also um 20 Einheiten der 6. Stelle zunehmen.

Bei einer Zunahme des Winkels $6°0'20''$ um $4''$ wird daher der log sin um 80 Einheiten der 6. Dezimale zunehmen. Demnach ist $\log\sin 6°0'24'' = 9{,}019715$.

Man nennt dieses Verfahren, durch welches ohne Benutzung einer die Abhängigkeit ausdrückenden Formel ein numerischer Funktionswert zu einem Argument gefunden wird, welches zwischen den Argumenten liegt, zu denen bereits Funktionswerte gegeben sind, Interpolation, vom lateinischen *interpolare*, anders gestalten, verändern, und die Tätigkeit selbst interpolieren.

Verlangt man den Funktionswert für ein Argument, welches außerhalb der Reihe von Argumenten liegt, für welche die Funktionswerte bereits bekannt sind, so spricht man von Extrapolation und extrapolieren. Würde z. B., wenn nur obige Reihe der log sin von $6°0'0''$ bis $6°1'0''$ vorliegt, der log sin $6°1'2''$ verlangt, so müßte eine Extrapolation vorgenommen werden.

Wir wollen hier nur von der Interpolation handeln, die im allgemeinen mit geringerer Sicherheit auszuführende Extrapolation bedingt kein neues Verfahren.

In dem obigen Beispiel war die Interpolation so leicht auszuführen, weil die Differenzen zwischen den gegebenen, aufeinander folgenden Funktionswerten alle einander gleich waren, nämlich gleich 200 Einheiten der 6. Stelle. Schwieriger wird die Sache z. B. in folgendem Fall, wo die ersten und auch noch die folgenden höheren Differenzen einander nicht gleich sind.

	Funktionswert	1. Diff.	2. Diff.	3. Diff.	4. Diff.
log sin $0°2'0''$	6,764756				
		+ 34762			
10	6,799518		— 2577		
		+ 32185		+ 355	
20	6,831703		— 2222		— 67
		+ 29963		+ 288	
30	6.861666		— 1934		— 54
		+ 28029		+ 234	
40	6,889695		— 1700		— 40
		+ 26329		+ 194	
50	6,916024		— 1506		
		+ 24823			
0 3 0	6,940847				

Aus den hier gegebenen, zu 7 Argumenten, nämlich den Winkeln $0°2'0''$ bis $0°3'0''$ gehörenden Funktionswerten den zu einem andern Argument, etwa zu $0°2'34''$, gehörenden Funktionswert zu erhalten, ist offenbar weniger einfach. Die dazu nötigen Kenntnisse werden wir uns in den nächsten Abschnitten verschaffen, so daß wir mit geringer Mühe finden können, daß $\log\sin 0°2'34'' = 6{,}873096$.

In beiden obigen Beispielen schritten die Argumente, für welche die zugehörigen Funktionswerte gegeben waren, immer in gleichen Intervallen fort, nämlich von 10 zu 10 Sekunden. Den zweifellos schwierigeren, in der Praxis zum Glück viel seltener vorkommenden Fall, daß die Argumente um ungleiche Intervalle fortschreiten, daß beispielsweise $\log\sin 0°2'0''$, $0°2'15''$, $0°2'20''$,

$0°2'30''$ gegeben und log sin $0°2'18''$ gesucht wäre, werden wir hier nicht vornehmen. *Gauß* hat ihn im Jahre 1812 in einer Universitätsvorlesung behandelt und *Encke*, einer der Zuhörer, die elegante Durchführung dieses Falles im *Berl. Astr. Jahrb. für 1830* wiedergegeben*).

Man kann der Interpolation leicht eine geometrische Deutung geben. Stellt man nämlich die Argumente als Abszissen, die Funktionswerte als Ordinaten dar, so besteht die Aufgabe der Interpolationsrechnung darin, zu einer gegebenen Abszisse den zugehörigen Punkt einer Kurve zu bestimmen, die durch eine Anzahl gegebener Punkte hindurchgeht; und zwar pflegt man von den unendlich vielen möglichen Kurven die einfachste sogenannte parabolische Kurve zu wählen, welche die Gleichung hat

$$y = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \ldots + a_{\mu-1} x^{\mu-1},$$

von welcher Gleichung die μ Koeffizienten durch die μ gegebenen Punkte bestimmt sind. Die Abszisse, zu der der neue Kurvenpunkt gesucht werden soll, liegt bei der Interpolation innerhalb der Grenzwerte der Abszissen der gegebenen Punkte.

§ 2. Die Newtonsche Interpolationsformel.

Zunächst wollen wir uns über die im folgenden zu benutzende Bezeichnungsweise verständigen.

Die Argumente, zu denen die numerischen Funktionswerte bekannt sind, mögen der Reihe nach sein

$$\ldots\ a - 2w,\quad a - w,\quad a,\quad a + w,\quad a + 2w\ \ldots,$$

so daß mit w also das Intervall der Argumente bezeichnet werde. Die bekannten Funktionswerte sind demnach

$$\ldots\ f(a-2w),\quad f(a-w),\quad f(a),\quad f(a+w),\quad f(a+2w)\ \ldots$$

Die Differenzen zwischen je einem Funktionswert und dem ihm vorhergehenden seien mit f^{I} bezeichnet, wobei als Argument das arithmetische Mittel der Argumente der beiden Funktionswerte hinzugefügt werde. Es sei also

$$\begin{aligned} f(a-w) - f(a-2w) &= f^{\mathrm{I}}\left(a - \tfrac{3}{2}w\right) \\ f(a) \quad\ - f(a-w) &= f^{\mathrm{I}}\left(a - \tfrac{1}{2}w\right) \\ f(a+w) - f(a) &= f^{\mathrm{I}}\left(a + \tfrac{1}{2}w\right) \end{aligned}$$

usw.

Die Differenzen dieser sogenannten ersten Differenzen, welche aus diesen ebenso gebildet sind wie die ersten Differenzen aus den Funktionswerten selbst, seien mit f^{II} bezeichnet unter Hinzufügung wieder des arithmetischen Mittels der beiden Argumente jener ersten Differenzen als Argument für die zweite

*) Wieder abgedruckt in den *Gesammelten mathem. und astron. Abhandlungen von J. F. Encke. 1. Bd. Berlin 1888, Dümmlersche Verlagsbuchhandlung.*

Differenz. Wir schreiben also

$$f^{\mathrm{I}}(a - \tfrac{1}{2}w) - f^{\mathrm{I}}(a - \tfrac{3}{2}w) = f^{\mathrm{II}}(a - w)$$
$$f^{\mathrm{I}}(a + \tfrac{1}{2}w) - f^{\mathrm{I}}(a - \tfrac{1}{2}w) = f^{\mathrm{II}}(a)$$
usw.

Bildet man in derselben Weise die dritten und höheren Differenzen, so gelangt man zu folgendem Differenzenschema:

Argument	Funktionswert	1. Diff.	2. Diff.	3. Diff.	4. Diff.
$a - 2w$	$f(a - 2w)$		$f^{\mathrm{II}}(a - 2w)$		$f^{\mathrm{IV}}(a - 2w)$
		$f^{\mathrm{I}}(a - \frac{3}{2}w)$		$f^{\mathrm{III}}(a - \frac{3}{2}w)$	
$a - w$	$f(a - w)$		$f^{\mathrm{II}}(a - w)$		$f^{\mathrm{IV}}(a - w)$
		$f^{\mathrm{I}}(a - \frac{1}{2}w)$		$f^{\mathrm{III}}(a - \frac{1}{2}w)$	
a	$f(a)$		$f^{\mathrm{II}}(a)$		$f^{\mathrm{IV}}(a)$
		$f^{\mathrm{I}}(a + \frac{1}{2}w)$		$f^{\mathrm{III}}(a + \frac{1}{2}w)$	
$a + w$	$f(a + w)$		$f^{\mathrm{II}}(a + w)$		$f^{\mathrm{IV}}(a + w)$
		$f^{\mathrm{I}}(a + \frac{3}{2}w)$		$f^{\mathrm{III}}(a + \frac{3}{2}w)$	
$a + 2w$	$f(a + 2w)$		$f^{\mathrm{II}}(a + 2w)$		$f^{\mathrm{IV}}(a + 2w)$

(1)

Das Schema läßt sich leicht im Gedächtnis behalten, da die in horizontalen Zeilen stehenden Werte stets dasselbe Argument haben.

Zur Ableitung einer Formel für die Interpolation gehen wir von der *Taylor*schen Reihe aus, welche ja aus der zu einem gewissen Argument gehörigen Funktion den Wert einer zu einem benachbarten Argument gehörigen Funktion zu finden gestattet.

Damit ist natürlich auch sogleich der Gültigkeitsbereich der abzuleitenden Interpolationsformeln gleich dem der *Taylor*schen Reihe festgesetzt; die Funktion muß in dem betreffenden Gebiet eindeutig, endlich und stetig sein.

Die *Taylor*sche Reihe heißt

$$f(a + h) = f(a) + h\frac{df(a)}{da} + \frac{h^2}{1 \cdot 2}\frac{d^2f(a)}{da^2} + \frac{h^3}{1 \cdot 2 \cdot 3}\frac{d^3f(a)}{da^3} + \cdots$$

Das Symbol $\frac{df(a)}{da}$ ist, woran hier kurz erinnert werden möge, so zu verstehen, daß die Funktion f nach der in ihr enthaltenen Veränderlichen differentiiert und sodann für die Veränderliche der Wert a eingesetzt ist; analoge Bedeutung haben $\frac{d^2f(a)}{da^2}$ usw.

Die ihrem numerischen Betrag nach als bekannt vorauszusetzenden Größen $f(a)$, $\frac{df(a)}{da}$, $\frac{d^2f(a)}{da^2}$, $\frac{d^3f(a)}{da^3}$ ... wollen wir der Kürze halber mit α, β, γ, δ ... bezeichnen und nun die *Taylor*sche Reihe auf den Fall anwenden, daß das Argument der verlangten Funktion $a + nw$ ist, wo n eine beliebige ganze oder gebrochene Zahl sein kann, wofern nur nw nicht so groß ist, daß der Geltungsbereich der *Taylor*schen Reihe überschritten wird.

Wir haben demnach

$$f(a+nw) = a + nw\beta + \frac{n^2w^2}{1\cdot 2}\gamma + \frac{n^3w^3}{1\cdot 2\cdot 3}\delta + \frac{n^4w^4}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4}\varepsilon + \ldots\ldots \quad (2)$$

Es gilt nun, die Differentialquotienten α, β, γ, δ, ε durch die Differenzen unseres Differenzenschemas (1) zu ersetzen.

Setzen wir n der Reihe nach gleich 0, 1, 2, 3, ..., so bekommen wir

$$\left.\begin{aligned}
f(a) &= \alpha \\
f(a+w) &= \alpha + w\beta + \frac{w^2}{1\cdot 2}\gamma + \frac{w^3}{1\cdot 2\cdot 3}\delta + \frac{w^4}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4}\varepsilon + \ldots \\
f(a+2w) &= \alpha + 2w\beta + \frac{4w^2}{1\cdot 2}\gamma + \frac{8w^3}{1\cdot 2\cdot 3}\delta + \frac{16w^4}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4}\varepsilon + \ldots \\
f(a+3w) &= \alpha + 3w\beta + \frac{9w^2}{1\cdot 2}\gamma + \frac{27w^3}{1\cdot 2\cdot 3}\delta + \frac{81w^4}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4}\varepsilon + \ldots \\
f(a+4w) &= \alpha + 4w\beta + \frac{16w^2}{1\cdot 2}\gamma + \frac{64w^3}{1\cdot 2\cdot 3}\delta + \frac{256w^4}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4}\varepsilon + \ldots
\end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (3)$$

Durch Subtraktion jeder Gleichung von der nächsten erhalten wir

$$f^{\mathrm{I}}(a+\tfrac{1}{2}w) = w\beta + \frac{w^2}{1\cdot 2}\gamma + \frac{w^3}{1\cdot 2\cdot 3}\delta + \frac{w^4}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4}\varepsilon + \ldots$$

$$f^{\mathrm{I}}(a+\tfrac{3}{2}w) = w\beta + \frac{3w^2}{1\cdot 2}\gamma + \frac{7w^3}{1\cdot 2\cdot 3}\delta + \frac{15w^4}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4}\varepsilon + \ldots$$

$$f^{\mathrm{I}}(a+\tfrac{5}{2}w) = w\beta + \frac{5w^2}{1\cdot 2}\gamma + \frac{19w^3}{1\cdot 2\cdot 3}\delta + \frac{65w^4}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4}\varepsilon + \ldots$$

$$f^{\mathrm{I}}(a+\tfrac{7}{2}w) = w\beta + \frac{7w^2}{1\cdot 2}\gamma + \frac{37w^3}{1\cdot 2\cdot 3}\delta + \frac{175w^4}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4}\varepsilon + \ldots$$

Ferner auf dieselbe Weise

$$f^{\mathrm{II}}(a+w) = w^2\gamma + \frac{6w^3}{1\cdot 2\cdot 3}\delta + \frac{14w^4}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4}\varepsilon + \ldots$$

$$f^{\mathrm{II}}(a+2w) = w^2\gamma + \frac{12w^3}{1\cdot 2\cdot 3}\delta + \frac{50w^4}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4}\varepsilon + \ldots$$

$$f^{\mathrm{II}}(a+3w) = w^2\gamma + \frac{18w^3}{1\cdot 2\cdot 3}\delta + \frac{110w^4}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4}\varepsilon + \ldots$$

$$f^{\mathrm{III}}(a+\tfrac{3}{2}w) = w^3\delta + \frac{36w^4}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4}\varepsilon + \ldots$$

$$f^{\mathrm{III}}(a+\tfrac{5}{2}w) = w^3\delta + \frac{60w^4}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4}\varepsilon + \ldots$$

$$f^{\mathrm{IV}}(a+2w) = w^4\varepsilon + \ldots$$

Hieraus ergibt sich, daß, wenn wir zunächst bei den vierten Differenzen stehen bleiben, $w^4\,\varepsilon = f^{IV}(a + 2w)$ ist.

Setzen wir diesen Wert für $w^4\,\varepsilon$ in die erste Gleichung der vorigen Gruppe von Gleichungen, d. i. die Gleichung für $f^{III}(a + \frac{3}{2}w)$ ein, so erhalten wir $w^3\,\delta$ als lineare Funktion von $f^{IV}(a + 2w)$ und $f^{III}(a + \frac{3}{2}w)$.

Setzen wir hierauf die für $w^4\,\varepsilon$ und $w^3\,\delta$ gefundenen Werte wieder in die erste Gleichung der vorhergehenden Gruppe ein, so ergibt sich $w^2\,\gamma$ als lineare Funktion von $f^{IV}(a + 2w)$, $f^{III}(a + \frac{3}{2}w)$ und $f^{II}(a + w)$.

Und wenn wir endlich die für $w^4\,\varepsilon$, $w^3\,\delta$, $w^2\,\gamma$ gefundenen Werte in die Gleichung für $f^{I}(a + \frac{1}{2}w)$ einsetzen, so bekommen wir $w\,\beta$ als lineare Funktion von $f^{IV}(a + 2w)$, $f^{III}(a + \frac{3}{2}w)$, $f^{II}(a + w)$, $f^{I}(a + \frac{1}{2}w)$, so daß auf Grund unserer Reihe (2) auch $f(a + nw)$ sich als lineare Funktion von $f(a)$ und den Differenzen $f^{I}(a + \frac{1}{2}w)$, $f^{II}(a + w)$, $f^{III}(a + \frac{3}{2}w)$, $f^{IV}(a + 2w)$ darstellen läßt. Wir erhalten somit, wenn wir unter $A, B, C, D \ldots$ von n abhängige Werte verstehen,

$$f(a + nw) = f(a) + Af^{I}(a + \tfrac{1}{2}w) + Bf^{II}(a + w) + Cf^{III}(a + \tfrac{3}{2}w) + Df^{IV}(a + 2w) + \ldots \quad (4)$$

Um die Koeffizienten $A, B, C \ldots$ zu finden, wollen wir uns vergegenwärtigen, wie der Funktionswert $f(a + nw)$ aus der Funktion $f(a)$ und den Differenzen $f^{I}(a + \frac{1}{2}w)$, $f^{II}(a + w)$, $f^{III}(a + \frac{3}{2}w) \ldots$ hervorgeht.

Wir werden das Bildungsgesetz bereits erkennen können, wenn wir die dritten Differenzen unseres Differenzenschemas (1) konstant, die vierten und höheren Differenzen also gleich Null annehmen. Der Einfachheit halber wollen wir für $f(a)$ kurz f, für $f^{I}(a + \frac{1}{2}w)$ kurz f^{I}, für $f^{II}(a + w)$ nur f^{II} und für $f^{III}(a + \frac{1}{2}w)$ nur f^{III} schreiben.

Aus f^{II} und f^{III} baut sich, wie das folgende Schema zeigt, die Reihe der 2. Differenzen auf, z. B. $f^{II}(a + 2w) = f^{II} + f^{III}$; $f^{II}(a + 3w) = f^{II} + 2f^{III}$ usw., aus den so erhaltenen 2. Differenzen und dem Anfangsgliede der 1. Differenzen die Reihe der 1. Differenzen und aus diesen und dem Ausgangsfunktionswert f die Reihe der Funktionswerte.

Funktionswerte	1. Differenzen	2. Differenzen	3. Diff.
$f(a) = f$			
	f^{I}		
$f(a + w) = f + f^{I}$		f^{II}	
	$f^{I} + f^{II}$		f^{III}
$f(a + 2w) = f + 2f^{I} + f^{II}$		$f^{II} + f^{III}$	
	$f^{I} + 2f^{II} + f^{III}$		f^{III}
$f(a + 3w) = f + 3f^{I} + 3f^{II} + f^{III}$		$f^{II} + 2f^{III}$	
	$f^{I} + 3f^{II} + 3f^{III}$		f^{III}
$f(a + 4w) = f + 4f^{I} + 6f^{II} + 4f^{III}$		$f^{II} + 3f^{III}$	
	$f^{I} + 4f^{II} + 6f^{III}$		f^{III}
$f(a + 5w) = f + 5f^{I} + 10f^{II} + 10f^{III}$		$f^{II} + 4f^{III}$	
	$f^{I} + 5f^{II} + 10f^{III}$		
$f(a + 6w) = f + 6f^{I} + 15f^{II} + 20f^{III}$			

(5)

Die in den Reihen, welche wir für die Funktionswerte erhalten und der leichteren Übersicht wegen mit f^{III} abgebrochen haben, auftretenden Koeffi-

zienten von $f, f^{\mathrm{I}}, f^{\mathrm{II}}, f^{\mathrm{III}}$ sind aber, wie man unschwer erkennen wird, wie nachher aber noch schärfer bewiesen werden soll, identisch mit den Binomialkoeffizienten. In der Tat bekommt man, wenn man in die allgemeinen Ausdrücke für die Binomialkoeffizienten $1,\ n,\ \frac{n\,(n-1)}{1\cdot 2},\ \frac{n\,(n-1)\,(n-2)}{1\cdot 2\cdot 3},\ \ldots$ für n der Reihe nach die natürlichen Zahlen einsetzt, die in den Ausdrücken für die Funktionswerte auftretenden Koeffizienten; die allgemeine Formel lautet demnach

$$f(a+nw) = f(a) + n f^{\mathrm{I}}(a+\tfrac{1}{2}w) + \frac{n\,(n-1)}{1\cdot 2} f^{\mathrm{II}}(a+w) + \frac{n\,(n-1)\,(n-2)}{1\cdot 2\cdot 3} f^{\mathrm{III}}(a+\tfrac{3}{2}w) + \frac{n\,(n-1)\,(n-2)\,(n-3)}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4} f^{\mathrm{IV}}(a+2w) + \ldots \quad (6)$$

Um eine analoge, für negative n geeignete Formel, welche dann die Form haben würde

$$f(a-nw) = f(a) + A_1 f^{\mathrm{I}}(a-\tfrac{1}{2}w) + B_1 f^{\mathrm{II}}(a-w) + C_1 f^{\mathrm{III}}(a-\tfrac{3}{2}w) + D_1 f^{\mathrm{IV}}(a-2w) + \ldots,$$

zu erhalten, wollen wir den Aufbau der Funktionen von $f(a)$ bis $f(a-6w)$, wie er aus nachstehendem Täfelchen ersichtlich ist, betrachten. Zur Abkürzung ist darin geschrieben

f^{I} für $f^{\mathrm{I}}(a-\frac{1}{2}w)$; f^{II} für $f^{\mathrm{II}}(a-w)$; f^{III} für $f^{\mathrm{III}}(a-\frac{3}{2}w)$.

Funktionswerte	1. Differenzen	2. Differenzen	3. Differenzen
$f(a-6w) = f - 6f^{\mathrm{I}} + 15f^{\mathrm{II}} - 20f^{\mathrm{III}}$			
	$f^{\mathrm{I}} - 5f^{\mathrm{II}} + 10f^{\mathrm{III}}$		
$f(a-5w) = f - 5f^{\mathrm{I}} + 10f^{\mathrm{II}} - 10f^{\mathrm{III}}$		$f^{\mathrm{II}} - 4f^{\mathrm{III}}$	
	$f^{\mathrm{I}} - 4f^{\mathrm{II}} + 6f^{\mathrm{III}}$		f^{III}
$f(a-4w) = f - 4f^{\mathrm{I}} + 6f^{\mathrm{II}} - 4f^{\mathrm{III}}$		$f^{\mathrm{II}} - 3f^{\mathrm{III}}$	
	$f^{\mathrm{I}} - 3f^{\mathrm{II}} + 3f^{\mathrm{III}}$		f^{III}
$f(a-3w) = f - 3f^{\mathrm{I}} + 3f^{\mathrm{II}} - f^{\mathrm{III}}$		$f^{\mathrm{II}} - 2f^{\mathrm{III}}$	
	$f^{\mathrm{I}} - 2f^{\mathrm{II}} + f^{\mathrm{III}}$		f^{III}
$f(a-2w) = f - 2f^{\mathrm{I}} + f^{\mathrm{II}}$		$f^{\mathrm{II}} - f^{\mathrm{III}}$	
	$f^{\mathrm{I}} - f^{\mathrm{II}}$		f^{III}
$f(a-w) = f - f^{\mathrm{I}}$		f^{II}	
	f^{I}		
$f(a) = f$			

Wie leicht zu erkennen, wird die gesuchte Formel:

$$f(a-nw) = f(a) - n f^{\mathrm{I}}(a-\tfrac{1}{2}w) + \frac{n\,(n-1)}{1\cdot 2} f^{\mathrm{II}}(a-w) - \frac{n\,(n-1)\,(n-2)}{1\cdot 2\cdot 3} f^{\mathrm{III}}(a-\tfrac{3}{2}w) + \ldots \quad (7)$$

Die beiden Formeln (6) und (7) können wir zusammenfassend schreiben

$$\left.\begin{aligned} f(a \pm nw) = f(a) \pm n f^{\mathrm{I}}(a \pm \tfrac{1}{2}w) + \frac{n(n-1)}{1 \cdot 2} f^{\mathrm{II}}(a \pm w) \pm \\ \pm \frac{n(n-1)(n-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3} f^{\mathrm{II}}(a \pm \tfrac{3}{2}w) + \\ + \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} f^{\mathrm{IV}}(a \pm 2w) \pm \dots \end{aligned}\right\} . \quad (8)$$

Man bezeichnet diese Formel als die *Newton*sche Interpolationsformel.

§ 3. Identität der Koeffizienten der Newtonschen Interpolationsformel und der Binomial-Koeffizienten.

Wir wollen uns nun noch in zwingenderer Weise von der Übereinstimmung der Koeffizienten der *Newton*schen Interpolationsformel mit den Binomial-Koeffizienten überzeugen.

Wie das Gleichungssystem (3) zeigt, sind $f(a)$, $f(a+w)$, ... lineare Funktionen von α, $w\beta$, $w^2\gamma$, $w^3\delta$ .... Ebenso sind aber auch α, $w\beta$, $w^2\gamma$ ... lineare Funktionen von $f(a)$, $f(a+w)$ ..., denn jede der Größen α, $w\beta$ ... würde sich nach Elimination der übrigen Größen als lineare Funktion von $f(a)$, $f(a+w)$ ... darstellen lassen. Gleichung (2) kann daher auch folgende Form annehmen:

$$\left.\begin{aligned} f(a+nw) = \pi f(a) + \chi f(a+w) + \varrho f(a+2w) + \sigma f(a+3w) + \\ + \tau f(a+4w) + \dots \end{aligned}\right\} . \quad (9)$$

$\pi, \chi, \varrho, \dots$ sind von n abhängige Werte, die wir auf Grund folgender Erwägungen finden können.

Für $n=0$ muß sein	$\pi=1$;	$\chi=0$;	$\varrho=0$;	$\sigma=0$;	$\tau=0$ ...
„ $n=1$ „ „	$\pi=0$;	$\chi=1$;	$\varrho=0$;	$\sigma=0$;	$\tau=0$ ...
„ $n=2$ „ „	$\pi=0$;	$\chi=0$;	$\varrho=1$;	$\sigma=0$;	$\tau=0$ ...
„ $n=3$ „ „	$\pi=0$;	$\chi=0$;	$\varrho=0$;	$\sigma=1$;	$\tau=0$ ...
„ $n=4$ „ „	$\pi=0$;	$\chi=0$;	$\varrho=0$;	$\sigma=0$;	$\tau=1$ ...

Damit aber $\pi = 0$ wird, wenn $n = 1, 2, 3, 4$ ist, muß sowohl $n-1$, wie $n-2$, wie $n-3$, wie $n-4$ als Faktor in dem Ausdruck für π enthalten sein. Andererseits kann n aber nicht in einer höheren Potenz als der vierten darin vorkommen, denn wenn wir in Reihe (9) zur Darstellung von $f(a+nw)$ uns auf die fünf Funktionswerte $f(a)$, $f(a+w)$, $f(a+2w)$, $f(a+3w)$, $f(a+4w)$ beschränken, so lassen sich aus den fünf Gleichungen (3) nur $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon$, nicht aber noch höhere Differentialquotienten bestimmen, und es ist dann in Formel (2) die vierte Potenz die höchste, in welcher n vorkommt. Demnach hat π die Form

$$\pi = \lambda (n-1)(n-2)(n-3)(n-4),$$

wo λ eine Konstante ist.

Diese Konstante λ finden wir aber aus der Bedingung, daß für $n = 0$ die Größe π gleich 1 sein muß, also

$$1 = \lambda\,(0-1)\,(0-2)\,(0-3)\,(0-4),$$

demnach

$$\pi = \frac{(n-1)\,(n-2)\,(n-3)\,(n-4)}{(0-1)\,(0-2)\,(0-3)\,(0-4)}.$$

Durch analoge Erwägungen finden wir

$$\chi = \frac{(n-0)\,(n-2)\,(n-3)\,(n-4)}{(1-0)\,(1-2)\,(1-3)\,(1-4)}; \quad \varrho = \frac{(n-0)\,(n-1)\,(n-3)\,(n-4)}{(2-0)\,(2-1)\,(2-3)\,(2-4)};$$

$$\sigma = \frac{(n-0)\,(n-1)\,(n-2)\,(n-4)}{(3-0)\,(3-1)\,(3-2)\,(3-4)}; \quad \tau = \frac{(n-0)\,(n-1)\,(n-2)\,(n-3)}{(4-0)\,(4-1)\,(4-2)\,(4-3)}.$$

Demnach ist

$$\left.\begin{aligned} f(a+nw) = {} & \frac{(n-1)\,(n-2)\,(n-3)\,(n-4)}{(0-1)\,(0-2)\,(0-3)\,(0-4)}\,f(a) + \\ & + \frac{(n-0)\,(n-2)\,(n-3)\,(n-4)}{(1-0)\,(1-2)\,(1-3)\,(1-4)}\,f(a+w) + \\ & + \frac{(n-0)\,(n-1)\,(n-3)\,(n-4)}{(2-0)\,(2-1)\,(2-3)\,(2-4)}\,f(a+2w) + \\ & + \frac{(n-0)\,(n-1)\,(n-2)\,(n-4)}{(3-0)\,(3-1)\,(3-2)\,(3-4)}\,f(a+3w) + \\ & + \frac{(n-0)\,(n-1)\,(n-2)\,(n-3)}{(4-0)\,(4-1)\,(4-2)\,(4-3)}\,f(a+4w) + \dots \end{aligned}\right\} \quad . \quad (10)$$

Wir wollen nun aber, um auf die *Newton*sche Interpolationsformel zu kommen, $f(a + nw)$ darstellen durch eine Reihe von der Form

$$\left.\begin{aligned} f(a+nw) = {} & f(a) + A f^{\mathrm{I}}(a+\tfrac{1}{2}w) + B f^{\mathrm{II}}(a+w) + \\ & + C f^{\mathrm{III}}(a+\tfrac{3}{2}w) + D f^{\mathrm{IV}}(a+2w) + \dots \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad (11)$$

Ersetzen wir die Differenzen $f^{\mathrm{I}}(a+\frac{1}{2}w)$, $f^{\mathrm{II}}(a+w)$, $f^{\mathrm{III}}(a+\frac{3}{2}w)$, $f^{\mathrm{IV}}(a+2w)$ durch die Funktionswerte $f(a)$, $f(a+w)$, $f(a+2w)$, $f(a+3w)$, $f(a+4w)$, so müssen in der zu bildenden Reihe und in Reihe (10) die Koeffizienten gleicher Funktionswerte einander gleich sein, da die Funktionswerte $f(a)$, $f(a+w)\dots$ ja von einander unabhängig sind.

Es ist aber, wie aus unserem Differenzen-Schema (1) ersichtlich,

$$\begin{aligned} f^{\mathrm{I}}(a+\tfrac{1}{2}w) &= f(a+w) - f(a) \\ f^{\mathrm{II}}(a+w) &= f^{\mathrm{I}}(a+\tfrac{3}{2}w) - f^{\mathrm{I}}(a+\tfrac{1}{2}w) \\ &= f(a+2w) - f(a+w) - [f(a+w) - f(a)] \\ &= f(a+2w) - 2f(a+w) + f(a) \end{aligned}$$

$$f^{III}(a+\tfrac{3}{2}w) = f^{II}(a+2w) - f^{II}(a+w)$$
$$= f(a+3w) - 2f(a+2w) + f(a+w) -$$
$$- [f(a+2w) - 2f(a+w) + f(a)]$$
$$= f(a+3w) - 3f(a+2w) + 3f(a+w) - f(a)$$

$$f^{IV}(a+2w) = f^{III}(a+\tfrac{5}{2}w) - f^{III}(a+\tfrac{3}{2}w)$$
$$= f(a+4w) - 3f(a+3w) + 3f(a+2w) - f(a+w)$$
$$- [f(a+3w) - 3f(a+2w) + 3f(a+w) - f(a)]$$
$$= f(a+4w) - 4f(a+3w) + 6f(a+2w) - 4f(a+w) + f(a).$$

Reihe (11) geht demnach über in

$$f(a+nw) = f(a)[1 - A + B - C + D - \ldots] + f(a+w)[A - 2B + 3C - 4D + \ldots]$$
$$+ f(a+2w)[B - 3C + 6D - \ldots] + f(a+3w)[C - 4D + \ldots] +$$
$$+ f(a+4w)[D - \ldots] + \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (12)$$

Man hätte nun die Koeffizienten von $f(a)$ in den Reihen (10) und (12), ebenso die von $f(a+w)$ usw. einander gleichzusetzen, daraus A, B, C, D ... zu berechnen, d. h. durch n auszudrücken und das Gesetz ihrer Bildung zu erkennen zu suchen. Viel einfacher führt aber folgende Überlegung zum Ziel.

Wenn wir bei der Entwicklung von $f(a+nw)$ in eine Reihe, wie es in Reihe (11) geschehen, bis zur Differenz $f^{IV}(a+2w)$ gehen, so brauchen wir zur Bildung der Differenzen, wie wir eben bei der Umwandlung von (11) in (12) gesehen haben, die Funktionswerte $f(a)$, $f(a+w)$, $f(a+2w)$, $f(a+3w)$, $f(a+4w)$. Von den für die Reihe (11) zu bestimmenden Koeffizienten A, B, C, D ist aber D leicht zu erhalten, weil es in (12) der Koeffizient von $f(a+4w)$ ist und demnach dem Koeffizienten von $f(a+4w)$ in (10) gleich sein muß.

Wir haben also $D = \dfrac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4}$ und somit beispielsweise zunächst für D bewiesen, daß es gleich dem fünften Binomialkoeffizienten ist.

Wären wir bei der Entwicklung der Reihe (11) nur bis $f^{III}(a+\frac{3}{2}w)$ gegangen, so würden zur Bildung der Differenzen nur die Funktionswerte $f(a)$, $f(a+w)$, $f(a+2w)$, $f(a+3w)$ nötig gewesen sein, und wir hätten nur A, B, C zu bestimmen gehabt. Der Koeffizient des letzten Gliedes in (12), nämlich von $f(a+3w)$, wäre dann C gewesen, welches gleich dem Koeffizienten von $f(a+3w)$ in (10) hätte sein müssen. Dieser Koeffizient wäre aber, wie aus der Herleitung der Reihe (10) aus (9) hervorgeht, wenn wir bei $f(a+3w)$ abgebrochen hätten, $\dfrac{(n-0)(n-1)(n-2)}{(3-0)(3-1)(3-2)}$ gewesen; wir haben sonach $C = \dfrac{n(n-1)(n-2)}{1\cdot 2\cdot 3}$.

Ganz gleiche Überlegungen führen uns dazu, daß $B = \dfrac{n(n-1)}{1\cdot 2}$ und $A = n$ ist. Andererseits geht aus der Bildung der Koeffizienten π, χ, ϱ, σ, τ hervor, daß bei Hinzunahme eines weiteren Gliedes in Gleichung (10) der Koeffizient von $f(a+5w)$ gewesen wäre

$$(n-0)(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)$$
$$(5-0)(5-1)(5-2)(5-3)(5-4)$$

oder

$$n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)$$
$$1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5$$

Dies wäre demnach in Gleichung (12) der mit E zu bezeichnende Koeffizient von $f(a+5w)$ und infolgedessen auch in der um ein Glied vermehrten Formel (11) der Koeffizient E von $f(a+\frac{5}{2}w)$ geworden.

Man erkennt so, daß die Koeffizienten der Reihe (11) in der Tat gleich den Binomialkoeffizienten sind.

1. Beispiel. Zur Anwendung der *Newton*schen Interpolationsformel werde aus den im *Berliner Astronomischen Jahrbuch für 1921* von Mitternacht zu Mitternacht gegebenen Rektaszensionen des Mondes die Rektaszension für 1921 Dez. 13 6^h abends gesucht.

Dem *Berliner Astronomischen Jahrbuch für 1921* entnehmen wir die folgende Reihe von Rektaszensionen und fügen die Differenzen bei.

		f	f^{I}	f^{II}	f^{III}	f^{IV}
1921 Dez.	10,5	$1^h41^m23^s$				
			$+50^m57^s$			
	11,5	2 32 20		$+2^m49^s$		
			+53 46		+ 3s	
	12,5	3 26 6		+2 52		−30s
			+56 38		−27	
	13,5	4 22 44		+2 25		−31
			+59 3		−58	
	14,5	5 21 47		+1 27		−16
			+60 30		−74	
	15,5	6 22 17		+0 13		+5
			+60 43		−69	
	16,5	7 23 0		−0 56		
			+59 47			
	17,5	8 22 47				

Nehmen wir das Datum Dez. 12,5 als das Argument a, so ist das Intervall bis zum Datum Dez. 13,25, für welches die Rektaszension des Mondes gesucht wird, gleich $\frac{3}{4}$ Tagen, also, da das Intervall der Argumente gleich 1 Tag ist, $= \frac{3}{4}$, folglich

$$\frac{n(n-1)}{1\cdot 2} = -\frac{3}{32}; \quad \frac{n(n-1)(n-2)}{1\cdot 2\cdot 3} = +\frac{5}{128};$$
$$\frac{(n-1)(n-2)(n-3)}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4} = -\frac{45}{2048}; \quad f^{\mathrm{I}}(a+\tfrac{1}{2}w) = +56^m38^s; \quad f^{\mathrm{II}}(a+w) =$$
$$+2^m25^s; \quad f^{\mathrm{III}}(a+\tfrac{3}{2}w) = -58^s; \quad f^{\mathrm{IV}}(a+2w) = -16^s.$$

Wir erhalten

$f(a)$	$= 3^h\,26^m\,6^s$
$n f^{I}(a + \frac{1}{2} w)$	$= +42\;28.5$
$\frac{n(n-1)}{1\cdot 2} f^{II}(a + w)$	$= -\;13.6$
$\frac{n(n-1)(n-2)}{1\cdot 2\cdot 3} f^{III}(a + \frac{3}{2} w)$	$= -\;2.3$
$\frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4} f^{IV}(a + 2w)$	$= +\;0.4$
folglich $f(a + n w)$	$= 4^h\;8^m\;19^s.$

§ 4. Die Gaußische Interpolationsformel.

Bei der *Newton*schen Interpolationsformel werden die Differenzen gebraucht, die im Differenzen-Schema in einer von $f(a)$ nach rechts unten gezogenen Diagonale stehen, nämlich

$$f^{I}(a + \tfrac{1}{2} w),\ f^{II}(a + w),\ f^{III}(a + \tfrac{3}{2} w),\ f^{IV}(a + 2w) \text{ usw.}$$

In manchen Fällen werden gar nicht so viele von $f(a)$ abliegende Funktionswerte gegeben sein, daß man diese Differenzen bilden könnte, wohl aber genügend Funktionswerte mit größerem und kleinerem Argument, so daß man mehrere in horizontaler Richtung von $f(a)$ liegende Differenzen bilden kann. Es empfiehlt sich daher, eine Interpolationsformel aufzustellen, in welcher nur Differenzen mit den Argumenten a und $a + \frac{1}{2} w$ vorkommen, welche also zu beiden Seiten eines durch das Differenzen-Schema gezogenen horizontalen Striches liegen. Die gesuchte Reihe soll also die Form haben

$$f(a + n w) = f(a) + A_2 f^{I}(a + \tfrac{1}{2} w) + B_2 f^{II}(a) + C_2 f^{III}(a + \tfrac{1}{2} w) + D_2 f^{IV}(a) + E_2 f^{V}(a + \tfrac{1}{2} w) + \ldots \quad (13)$$

Die Koeffizienten A_2, B_2, C_2 . . ., denen wir den Index 2 angehängt haben, um ihre Verschiedenheit von den in früheren Reihen vorkommenden Koeffizienten auszudrücken, werden wir leicht erhalten können, wenn wir die in (6) auf S. 119 vorkommenden Differenzen mittels deren, welche in (13) vorkommen, darstellen.

Wie unser Differenzen-Schema (1) zeigt, ist

$$f^{II}(a + w) = f^{II}(a) + f^{III}(a + \tfrac{1}{2} w);$$

$$\begin{aligned} f^{III}(a + \tfrac{3}{2} w) &= f^{III}(a + \tfrac{1}{2} w) + f^{IV}(a + w) \\ &= f^{III}(a + \tfrac{1}{2} w) + f^{IV}(a) + f^{V}(a + \tfrac{1}{2} w); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f^{IV}(a + 2w) &= f^{IV}(a + w) + f^{V}(a + \tfrac{3}{2} w) \\ &= f^{IV}(a) + f^{V}(a + \tfrac{1}{2} w) + f^{V}(a + \tfrac{1}{2} w) + f^{VI}(a + w) \\ &= f^{IV}(a) + 2 f^{V}(a + \tfrac{1}{2} w) + f^{VI}(a) + f^{VII}(a + \tfrac{1}{2} w); \end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
f^{V}(a+\tfrac{5}{2}w) &= f^{V}(a+\tfrac{3}{2}w) + f^{VI}(a+2w)\\
&= f^{V}(a+\tfrac{1}{2}w) + f^{VI}(a+w) + f^{VI}(a+w) + f^{VII}(a+\tfrac{3}{2}w)\\
&= f^{V}(a+\tfrac{1}{2}w) + 2f^{VI}(a+w) + f^{VII}(a+\tfrac{1}{2}w) + f^{VIII}(a+w)\\
&= f^{V}(a+\tfrac{1}{2}w) + 2f^{VI}(a) + 3f^{VII}(a+\tfrac{1}{2}w) + f^{VIII}(a) + f^{IX}(a+\tfrac{1}{2}w).
\end{aligned}
$$

Es wird nun z. B. D_2, weil bei der eben angeführten Zurückführung der Differenzen der Formel (6) in solche der Formel (13) sich $f^{IV}(a)$ als in $f^{III}(a+\frac{1}{2}w)$ und $f^{IV}(a+2w)$ vorkommend ergeben hat, gleich der Summe der Koeffizienten dieser beiden Differenzen in Formel (6) sein.

Wir erhalten:

$$A_2 = n$$

$$B_2 = \frac{n(n-1)}{1\cdot 2}$$

$$C_2 = \frac{n(n-1)}{1\cdot 2} + \frac{n(n-1)(n-2)}{1\cdot 2\cdot 3} = \frac{(n+1)n(n-1)}{1\cdot 2\cdot 3}$$

$$D_2 = \frac{n(n-1)(n-2)}{1\cdot 2\cdot 3} + \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4} = \frac{(n+1)n(n-1)(n-2)}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4}$$

$$E_2 = \frac{n(n-1)(n-2)}{1\cdot 2\cdot 3} + 2\cdot\frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4} + \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5}$$

$$= \frac{(n+2)(n+1)n(n-1)(n-2)}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5}$$

folglich

$$f(a+nw) = f(a) + nf^{I}(a+\tfrac{1}{2}w) + \frac{n(n-1)}{1\cdot 2}f^{II}(a) + \frac{(n+1)n(n-1)}{1\cdot 2\cdot 3}f^{III}(a+\tfrac{1}{2}w) +$$

$$+ \frac{(n+1)n(n-1)(n-2)}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4}f^{IV}(a) + \frac{(n+2)(n+1)n(n-1)(n-2)}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5}f^{V}(a+\tfrac{1}{2}w) + \ldots \quad (14)$$

Das Gesetz, nach welchem die Koeffizienten fortschreiten, ist unschwer zu erkennen; der strenge Beweis desselben würde freilich etwas umständlich sein und kann hier um so eher wegbleiben, als man in der Praxis kaum höhere Differenzen als die fünften zu berücksichtigen haben wird.

Will man eine Interpolationsformel haben, wo statt der Differenzen mit den Argumenten a und $a+\frac{1}{2}w$ solche mit den Argumenten a und $a-\frac{1}{2}w$ vorkommen und die daher folgende Form hat:

$$f(a+nw) = f(a) + A_3 f^{I}(a-\tfrac{1}{2}w) + B_3 f^{II}(a) + C_3 f^{III}(a-\tfrac{1}{2}w) + D_3 f^{IV}(a) + \ldots,$$

so wird man in Formel (14) zu setzen haben

$$
\begin{aligned}
f^{I}(a+\tfrac{1}{2}w) &= f^{I}(a-\tfrac{1}{2}w) + f^{II}(a)\\
f^{III}(a+\tfrac{1}{2}w) &= f^{III}(a-\tfrac{1}{2}w) + f^{IV}(a)\\
f^{V}(a+\tfrac{1}{2}u) &= f^{V}(a-\tfrac{1}{2}w) + f^{VI}(a)
\end{aligned}
$$

Durch Vergleich mit Formel (14) finden wir

$$A_3 = n$$

$$B_3 = n + \frac{n(n-1)}{1 \cdot 2} = \frac{n(n+1)}{1 \cdot 2}$$

$$C_3 = \frac{(n-1)\,n\,(n+1)}{1 \cdot 2 \cdot 3}$$

$$D_3 = \frac{(n+1)\,n\,(n-1)}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{(n+1)\,n\,(n-1)\,(n-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = \frac{(n-1)\,n\,(n+1)\,(n+2)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4}$$

$$\vdots \qquad \vdots$$

folglich

$$f(a+nw) = f(a) + n f^{\mathrm{I}}(a - \tfrac{1}{2}w) + \frac{n(n+1)}{1 \cdot 2} f^{\mathrm{II}}(a) + \frac{(n-1)\,n\,(n+1)}{1 \cdot 2 \cdot 3} f^{\mathrm{III}}(a - \tfrac{1}{2}w) + \frac{(n-1)\,n\,(n+1)\,(n+2)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} f^{\mathrm{IV}}(a) + \ldots$$

Die Anwendung dieser Formel wird sich bei negativem n empfehlen. Wenn wir in diesem Fall für n schreiben $-n_1$, wo n_1 also eine positive Zahl bedeutet, so geht die letzte Formel über in

$$f(a - n_1 w) = f(a) - n_1 f^{\mathrm{I}}(a - \tfrac{1}{2}w) + \frac{n_1(n_1-1)}{1 \cdot 2} f^{\mathrm{II}}(a) - \frac{(n_1+1)\,n_1\,(n_1-1)}{1 \cdot 2 \cdot 3} f^{\mathrm{III}}(a - \tfrac{1}{2}w) + \frac{(n_1+1)\,n_1\,(n_1-1)\,(n_1-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} f^{\mathrm{IV}}(a) - \ldots \quad (15)$$

Man wird diese Formel zum Rückwärts-Interpolieren benutzen, während Formel (14) zum Vorwärts-Interpolieren dient. Und zwar wird man n, bez. n_1 nie größer als $\frac{1}{2}$ zu nehmen brauchen, indem man als $f(a)$ denjenigen Funktionswert nimmt, dessen Argument dem Argumente des gesuchten Funktionswertes am nächsten liegt.

Formel (14) und (15), in welch letzterer der Index als unnötig wieder wegfallen kann, lassen sich zusammenfassen:

$$f(a \pm nw) = f(a) \pm n f^{\mathrm{I}}(a \pm \tfrac{1}{2}w) + \frac{n(n-1)}{1 \cdot 2} f^{\mathrm{II}}(a) \pm \frac{(n+1)\,n(n-1)}{1 \cdot 2 \cdot 3} f^{\mathrm{III}}(a \pm \tfrac{1}{2}w) + \frac{(n+1)\,n(n-1)\,(n-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} f^{\mathrm{IV}}(a) \pm \ldots \quad (16)$$

Dies ist die *Gaußische* Interpolationsformel.

Setzt man die gemeinsamen Faktoren vor Klammern, so erhält man, wenn man die Formeln für Vorwärts- und Rückwärts-Interpolieren wieder getrennt schreibt,

$$f(a+nw) = f(a) + n\,[f^{\mathrm{I}}(a + \tfrac{1}{2}w) + \frac{n-1}{2}[f^{\mathrm{II}}(a) + \frac{n+1}{3}[f^{\mathrm{III}}(a + \tfrac{1}{2}w) + \frac{n-2}{4}[f^{\mathrm{IV}}(a) + \frac{n+2}{5}[f^{\mathrm{V}}(a + \tfrac{1}{2}w) + \ldots \quad (17)$$

$$f(a-nw) = f(a) - n\,[f^{I}(a-\tfrac{1}{2}w) - \frac{n-1}{2}\,[f^{II}(a) - \frac{n+1}{3}\,[f^{III}(a-\tfrac{1}{2}w) -$$

$$\frac{n-2}{4}\,[f^{IV}(a) - \frac{n+2}{5}\,[f^{V}(a-\tfrac{1}{2}w) - \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (18)$$

Bei der Rechnung beginnt man mit der höchsten Differenz, die man noch mitnehmen will, und verbessert der Reihe nach die vorhergehenden Differenzen.

Nach einer Bemerkung von *Gauß* braucht man dabei auf das Vorzeichen gar nicht zu achten, sondern einfach jede Differenz so zu korrigieren, daß sie sich der jenseits des horizontalen Striches nähert, welchen man, wie beistehend angegeben, zwischen die zu benutzenden Differenzen zieht.

$f(a-w)$		$f^{II}(a-w)$		$f^{IV}(a-w)$
	$f^{I}(a-\frac{1}{2}w)$		$f^{III}(a-\frac{1}{2}w)$		$f^{V}(a-\frac{1}{2}w)$
$f(a)$		$f^{II}(a)$		$f^{IV}(a)$
	$f^{I}(a+\frac{1}{2}w)$		$f^{III}(a+\frac{1}{2}w)$		$f^{V}(a+\frac{1}{2}w)$
$f(a+w)$		$f^{II}(a+w)$		$f^{IV}(a+w)$

Es sind nämlich, wenn n zwischen 0 und 1 liegt, die Koeffizienten n, $\frac{n-1}{2}$, $\frac{n+1}{3}$ ... abwechselnd positiv und negativ, und zwar sind die, welche mit den ungeradzahligen Differenzen zu multiplizieren sind, positiv, die mit den geradzahligen zu multiplizierenden negativ.

Ist in der Formel für Vorwärts-Interpolieren beispielsweise $f^{III}(a+\frac{1}{2}w)$ positiv, so ist auch $\frac{n+1}{3}\,f^{III}(a+\frac{1}{2}w)$, welches an $f^{II}(a)$ anzubringen ist, positiv. $f^{II}(a)$ wird aber dadurch in der Tat nach dem jenseits des Striches liegenden Wert $f^{II}(a+w)$ korrigiert, weil letzteres wegen des positiven $f^{III}(a+\frac{1}{2}w)$ größer ist als $f^{II}(a)$. Ist dagegen $f^{III}(a+\frac{1}{2}w)$ negativ, so wird auch die an $f^{II}(a)$ anzubringende Korrektion negativ, und auch in diesem Falle muß $f^{II}(a)$ nach dem jenseits des Striches liegenden Wert hin korrigiert werden, da $f^{II}(a+w)$ wegen des negativen $f^{III}(a+\frac{1}{2}w)$ jetzt kleiner ist als $f^{II}(a)$.

Ist — wieder in der Formel für Vorwärts-Interpolieren — $f^{II}(a)$ positiv, so ist die an $f^{I}(a+\frac{1}{2}w)$ anzubringende Korrektion $\frac{n-1}{2}\,f^{II}(a)$ negativ, und da wegen des positiven $f^{II}(a)$ nun $f^{I}(a-\frac{1}{2}w) < f^{I}(a+\frac{1}{2}w)$, so wird durch jene Korrektion $f^{I}(a+\frac{1}{2}w)$ nach dem Strich hin korrigiert.

Ist dagegen $f^{II}(a)$ negativ, so ist $f^{I}(a-\frac{1}{2}w) > f^{I}(a+\frac{1}{2}w)$, die Korrektion $\frac{n-1}{2}\,f^{II}(a)$ ist positiv und $f^{I}(a+\frac{1}{2}w)$ auch in diesem Fall nach dem Strich hin zu korrigieren.

Durch analoge Betrachtungen erkennt man die Gültigkeit der Gaußischen Strichregel auch für die Formel für Rückwärtsinterpolation.

Schreiben wir die Werte der vor den Klammern in der *Gauß*ischen Interpolationsformel stehenden Koeffizienten für $n = 0$, $n = 1$, $n = \frac{1}{2}$ hin, ohne dabei das Vorzeichen zu berücksichtigen,

	n	$\frac{n-1}{2}$	$\frac{n+1}{3}$	$\frac{n-2}{4}$	$\frac{n+2}{5}$	$\frac{n-3}{6}$	$\frac{n+3}{7}$	$\frac{n-4}{8}$	$\frac{n+4}{9}$
$n=0$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{4}{9}$
$n=1$	1	0	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{5}{9}$
$n=\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{7}{16}$	$\frac{1}{2}$

so erkennen wir, daß, wenn n zwischen 0 und 1 liegt, die Koeffizienten von $\frac{n+1}{3}$ an, und wenn n zwischen 0 und $\frac{1}{2}$ liegt, die Koeffizienten schon von $\frac{n-1}{2}$ an näher an $\frac{1}{2}$ als an 0 liegen. Man wird daher, wenn n zwischen 0 und 1 liegt, von der 2. Differenz an, und wenn n zwischen 0 und $\frac{1}{2}$ liegt, schon von der 1. Differenz an für diejenige Differenz, die man bei der Rechnung als letzte noch mitnehmen will, am besten das arithmetische Mittel der beiden oberhalb und unterhalb des Striches stehenden Differenzen nehmen, denn dies hat die Wirkung, als ob die nächstfolgende Differenz noch mitgenommen und mit dem Faktor $\frac{1}{2}$ multipliziert worden wäre; dies ist aber, wie eben gezeigt, richtiger als wenn sie ganz vernachlässigt worden wäre.

2. Beispiel. Es soll mittels Formel (17) die Rektaszension des Mondes für 1921 Dez. 13,0 gefunden werden.

Es ist, wenn wir uns um das Vorzeichen nicht kümmern, $n = \frac{1}{2}$; $\frac{n-1}{2} = \frac{1}{4}$; $\frac{n+1}{3} = \frac{1}{2}$; $\frac{n-2}{4} = \frac{3}{8}$. Auch bei den Differenzen nehmen wir auf das Vorzeichen keine Rücksicht und korrigieren sie stets nach der benachbarten Differenz jenseits des Striches.

	f	f^{I}	f^{II}	f^{III}	f^{IV}
1921 Dez. 10.5	$1^{\mathrm{h}}41^{\mathrm{m}}23^{\mathrm{s}}$				
		$+ 50^{\mathrm{m}}57^{\mathrm{s}}$			
11,5	2 32 20		$+ 2^{\mathrm{m}}49^{\mathrm{s}}$		
		$+ 53\ 46$		$+ 3^{\mathrm{s}}$	
12,5	3 26 6		$+ 2\ 52$		$- 30^{\mathrm{s}}$
		$+ 56\ 38$		$- 27$	
13,5	4 22 44		$+ 2\ 25$		$- 31$
		$+ 59\ 3$		$- 58$	
14,5	5 21 47		$+ 1\ 27$		
		$+ 60\ 30$			
15,5	6 22 17				

Von den beiden durch das Täfelchen gezogenen Strichen kommt hier der obere in Betracht.

Von der letzten, der 4. Differenz, die wir als höchstens noch von Einfluß berücksichtigen wollen, nehmen wir das arithmetische Mittel der Werte zu

beiden Seiten des Striches, also 30,5. Wir haben nun $\frac{3}{8} \cdot 30{,}5 = 11{,}4$; $\frac{1}{2}(27 - 11{,}4) = 7{,}8$; $\frac{1}{4}(172 - 7{,}8) = 41{,}0$; $\frac{1}{2}(56^m\,38^s - 41^s{,}0) = 27^m\,58^s{,}5$; demnach Resultat: $3^h\,26^m\,6^s + 27^m\,58^s{,}5 = 3^h\,54^m\,4^s{,}5$.

3. Beispiel. Es sei mittels der Formel (18) die Rektaszension des Mondes für 1921 Dez. 13,0 zu berechnen.

Wir haben hier von Dez. 13,5 rückwärts zu interpolieren und demnach die Differenzen zu beiden Seiten des unteren Striches in obigem Täfelchen zu benutzen.

Wie vorhin ist, abgesehen vom Vorzeichen, $n = \frac{1}{2}$; $\frac{n-1}{2} = \frac{1}{4}$; $\frac{n+1}{3} = \frac{1}{2}$; $\frac{n-2}{4} = \frac{3}{8}$. Die Rechnung gestaltet sich demnach: $\frac{3}{8} \cdot 30{,}5 = 11{,}4$; $\frac{1}{2}(27 + 11{,}4) = 19{,}2$; $\frac{1}{4}(145 + 19{,}2) = 41{,}0$; $\frac{1}{2}(56^m\,38^s + 41^s{,}0) = 28^m\,39^s{,}5$. Resultat: $4^h\,22^m\,44^s - 28^m\,39^s{,}5 = 3^h\,54^m\,4^s{,}5$ wie vorhin.

4. Beispiel. Es soll durch Rückwärts-Interpolation die im 1. Beispiel (S. 123) bereits durch Vorwärts-Interpolation nach der *Newton*schen Interpolationsformel berechnete Rektaszension des Mondes für 1921 Dez. 13,25 gefunden werden.

Hier ist, abgesehen vom Vorzeichen, $n = \frac{1}{4}$; $\frac{n-1}{2} = \frac{3}{8}$; $\frac{n+1}{3} = \frac{5}{12}$; $\frac{n-2}{4} = \frac{7}{16}$. Die Rechnung gibt: $\frac{7}{16} \cdot 30{,}5 = 13{,}3$; $\frac{5}{12}(27 + 13{,}3) = 16{,}8$; $\frac{3}{8}(145 + 16{,}8) = 60{,}7$; $\frac{1}{4}(56^m\,38^s + 1^m\,0^s{,}7) = 14^m\,24^s{,}7$. Resultat: $4^h\,22^m\,44^s - 14^m\,24^s{,}7 = 4^h\,8^m\,19^s$, übereinstimmend mit dem Resultat im 1. Beispiel.

§ 5. Die Stirlingsche und die Besselsche Interpolationsformel.

Zum Verständnis der beiden Interpolationsformeln, welche im folgenden noch gegeben werden sollen, müssen wir zunächst eine neue, auch weiterhin noch gebrauchte Bezeichnung kennen lernen.

Es sei nämlich das arithmetische Mittel zweier Differenzen derselben Ordnung mit aufeinander folgendem Argument als Differenz mit dem arithmetischen Mittel der Argumente bezeichnet, also beispielsweise

$$f^{I}(a) = \tfrac{1}{2}[f^{I}(a - \tfrac{1}{2}w) + f^{I}(a + \tfrac{1}{2}w)] \qquad f^{II}a + \tfrac{1}{2}w) = \tfrac{1}{2}[f^{II}(a) + f^{II}(a+1)]$$
$$f^{I}(a + w) = \tfrac{1}{2}[f^{I}(a + \tfrac{1}{2}w) + f^{I}(a + \tfrac{3}{2}w)] \qquad f^{II}(a + \tfrac{3}{2}w) = \tfrac{1}{2}[f^{II}(a + 1) + f^{II}(a + 2)]$$
$$\vdots \qquad\qquad \vdots \qquad\qquad \vdots \qquad\qquad \vdots$$

Ersetzt man nun in Formel (14) auf S. 125 die Differenzen mit dem Argument $a + \frac{1}{2}w$ in folgender Weise

$$f^{I}(a + \tfrac{1}{2}w) = f^{I}(a) + \tfrac{1}{2}f^{II}(a)$$
$$f^{III}(a + \tfrac{1}{2}w) = f^{III}(a) + \tfrac{1}{2}f^{IV}(a)$$
$$\vdots \qquad\qquad \vdots$$

so bekommt man eine Interpolationsformel von der Form

$$f(a + n\,w) = f(a) + A_4\,f^{I}(a) + B_4 f^{II}(a) + C_4 f^{III}(a) + D_4 f^{IV}(a) + E_4 f^{V}(a) + \ldots,$$

wo $A_4 = n$

$$B_4 = \frac{n}{2} + \frac{n(n-1)}{1 \cdot 2} = \frac{n^2}{1 \cdot 2}$$

$$C_4 = \frac{(n+1)\, n\, (n-1)}{1 \cdot 2 \cdot 3}$$

$$D_4 = \tfrac{1}{2} \cdot \frac{(n+1)\, n\, (n-1)}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{(n+1)\, n\, (n-1)\, (n-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = \frac{(n+1)\, n^2\, (n-1)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \quad 4}$$

$$E_4 = \frac{(n+2)\, (n+1)\, n (n-1)\, (n-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}$$

Es ist daher

$$f(a + n\,w) = f(a) + n\, f^{\mathrm{I}}(a) + \frac{n^2}{1 \cdot 2} f^{\mathrm{II}}(a) + \frac{(n+1)\, n\, (n-1)}{1 \cdot 2 \cdot 3} f^{\mathrm{III}}(a)$$

$$+ \frac{(n+1)\, n^2\, (n-1)}{1 \cdot 2 \quad 3 \cdot 4} f^{\mathrm{IV}}(a) + \frac{(n+2)\, (n+1)\, n\, (n-1)\, (n-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} f^{\mathrm{V}}(a) + \ldots . \quad (19)$$

und allgemein, wie ohne weiteres als richtig zu erkennen,

$$f(a \pm n\,w) = f(a) \pm n f^{\mathrm{I}}(a) + \frac{n^2}{1 \cdot 2} f^{\mathrm{II}}(a) \pm \frac{(n+1)\, n\, (n-1)}{1 \cdot 2 \cdot 3} f^{\mathrm{III}}(a)$$

$$+ \frac{(n+1)\, n^2\, (n-1)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} f^{\mathrm{IV}}(a) \pm \frac{(n+2)\, (n+1)\, n\, (n-1)\, (n-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} f^{\mathrm{V}}(a) + \ldots . \quad (20)$$

Diese Interpolationsformel wird gewöhnlich nach *James Stirling* (1696? bis 1770, Agent einer schottischen Bergbaugesellschaft) benannt, obwohl sie schon von *Newton* aufgestellt worden ist.

Auf ähnliche Weise findet sich die *Bessel*sche Interpolationsformel

$$f(a \pm n\,w) = f(a) \pm n\, f^{\mathrm{I}}(a \pm \tfrac{1}{2} w) + \frac{n(n-1)}{1 \cdot 2} f^{\mathrm{II}}(a \pm \tfrac{1}{2} w) \pm$$

$$\frac{n(n-1)\, (n-\frac{1}{2})}{1 \cdot 2 \cdot 3} f^{\mathrm{III}}(a \pm \tfrac{1}{2} w) + \frac{(n+1)\, n\, (n-1)\, (n-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} f^{\mathrm{IV}}(a \pm \tfrac{1}{2} w) \pm \ldots . \quad (21)$$

Die *Stirling*sche Formel empfiehlt sich, wenn n in der Nähe von Null, die *Bessel*sche, wenn n in der Nähe von $\frac{1}{2}$ liegt. Sind die dritten Differenzen unmerklich, so rechnet man am besten nach den Formeln:

n nahe 0: $f(a \pm n\,w) = f(a) \pm n \left[f^{\mathrm{I}}(a) \pm \frac{n}{2} f^{\mathrm{II}}(a) \right]$ . . . . . (22)

n nahe $\frac{1}{2}$: $f(a \pm n\,w) = f(a) \pm n \left[f^{\mathrm{I}}(a \pm \tfrac{1}{2} w) \mp \frac{1-n}{2} f^{\mathrm{II}}(a \pm \tfrac{1}{2} w) \right]$, . . (23)

wobei man wieder die Strichregel benutzen kann. Eine Anwendung der Formel (23) findet sich in § 11 des Abschnittes über Berechnung einer Kometenbahn.

§ 6. Interpolation in die Mitte.

Der Umstand, daß man bei der Interpolation in die Mitte des Intervalles mit gleicher Bequemlichkeit die Formel für Vorwärts- wie für Rückwärts-

Interpolation benutzen kann, erlaubt durch die Verbindung der beiden Formeln für diesen Fall eine besonders vorteilhafte Formel aufzustellen.

Den durch Interpolation in die Mitte zu erhaltenden, zum Argument $a + \frac{1}{2}w$ gehörigen Funktionswert wollen wir mit $f_i(a + \frac{1}{2}w)$ bezeichnen, indem wir den Index i dem Funktionszeichen beifügen, weil wir nach der vorhin festgesetzten Bezeichnungsweise unter $f(a + \frac{1}{2}w)$ das arithmetische Mittel zwischen $f(a)$ und $f(a + w)$ verstehen wollen.

Wir erhalten, wenn wir die *Gaußische* Interpolationsformel (16) auf S. 126 für $n = \frac{1}{2}$ zunächst zur Vorwärts-Interpolation und sodann, indem wir vom Argument $a + w$ ausgehen, zur Rückwärts-Interpolation benutzen,

$$f_i(a + \tfrac{1}{2}w) = f(a) + \tfrac{1}{2}f^{\mathrm{I}}(a + \tfrac{1}{2}w) - \tfrac{1}{8}f^{\mathrm{II}}(a) - \tfrac{1}{16}f^{\mathrm{III}}(a + \tfrac{1}{2}w) + \tfrac{3}{128}f^{\mathrm{IV}}(a) + \tfrac{3}{256}f^{\mathrm{V}}(a + \tfrac{1}{2}w) - \tfrac{5}{1024}f^{\mathrm{VI}}(a) - \ldots$$

$$f_i(a + \tfrac{1}{2}w) = f(a + w) - \tfrac{1}{2}f^{\mathrm{I}}(a + \tfrac{1}{2}w) - \tfrac{1}{8}f^{\mathrm{II}}(a + w) + \tfrac{1}{16}f^{\mathrm{III}}(a + \tfrac{1}{2}w) + \tfrac{3}{128}f^{\mathrm{IV}}(a + w) - \tfrac{3}{256}f^{\mathrm{V}}(a + \tfrac{1}{2}w) - \tfrac{5}{1024}f^{\mathrm{VI}}(a + w) + \ldots$$

Als arithmetisches Mittel der beiden Gleichungen kommt sodann

$$f_i(a + \tfrac{1}{2}w) = f(a + \tfrac{1}{2}w) - \tfrac{1}{8}f^{\mathrm{II}}(a + \tfrac{1}{2}w) + \tfrac{3}{128}f^{\mathrm{IV}}(a + \tfrac{1}{2}w) - \tfrac{5}{1024}f^{\mathrm{VI}}(a + \tfrac{1}{2}w) + \ldots \quad (24)$$

oder

$$f_i(a + \tfrac{1}{2}w) = f(a + \tfrac{1}{2}w) - \tfrac{1}{8}[f^{\mathrm{II}}(a + \tfrac{1}{2}w) - \tfrac{3}{16}[f^{\mathrm{IV}}(a + \tfrac{1}{2}w) - \tfrac{5}{24}[f^{\mathrm{VI}}(a + \tfrac{1}{2}w) - \ldots] \quad (25)$$

Daß die vor den Klammern stehenden Koeffizienten der letzten Formel als Zähler die Reihe der ungeraden Zahlen und als Nenner die Vielfachen der 8 haben, läßt sich leicht daraus ersehen, daß in der *Gaußischen* Formel (14) auf S. 125 die Koeffizienten der geradzahligen Differenzen

$$1;\ \frac{n(n-1)}{1 \cdot 2};\ \frac{(n+1)n(n-1)(n-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4};\ \frac{(n+2)(n+1)n(n-1)(n-2)(n-3)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6} \cdots$$

dadurch entstehen, daß man die vorhergehende mit $\frac{(n+m-1)(n-m)}{(2m-1)2m}$ multipliziert und dabei m von 1 an immer um 1 wachsen läßt.

Bei der Interpolation in die Mitte, also für $n = \frac{1}{2}$, wird dieser Faktor gleich

$$-\frac{(m-\frac{1}{2})(m-\frac{1}{2})}{2(m-\frac{1}{2})2m} = -\frac{2m-1}{8m}.$$

Werden für m die natürlichen Zahlen eingesetzt, so liefert der Zähler die Reihe der ungeraden Zahlen und der Nenner die Vielfachen der 8. Der Faktor hat vor der Klammer zu stehen, welche mit der $2m$. Differenz beginnt.

5. Beispiel. Es sei das folgende, schon für das 1. Beispiel auf S. 123 gebrauchte Täfelchen der Rektaszensionen des Mondes benutzt, um die Rektaszensionen von Dez. 11,5 bis Dez. 16,5 in die Mitte zu interpolieren.

		f	f^{I}	f^{II}	f^{III}	f^{IV}
1921 Dez.	10,5	$1^{\mathrm{h}}41^{\mathrm{m}}23^{\mathrm{s}}$				
			$+50^{\mathrm{m}}57^{\mathrm{s}}$			
	11,5	2 32 20		$+2^{\mathrm{m}}49^{\mathrm{s}}$		
			+53 46		$+3^{\mathrm{s}}$	
	12,5	3 26 6		+2 52		-30^{s}
			+56 38		−27	
	13,5	4 22 44		+2 25		−31
			+59 3		−58	
	14,5	5 21 47		+1 27		−16
			+60 30		−74	
	15,5	6 22 17		+0 13		+ 5
			+60 43		−69	
	16,5	7 23 0		−0 56		
			+59 47			
	17,5	8 22 47				

Die zur Rechnung gebrauchten arithmetischen Mittel der Funktionswerte und der Differenzen seien durch ein dem f angehängtes m bezeichnet.

Die Differenzen f^{IV} sind für Dez. 11,5 bis Dez. 16,5, wenn wir die äußersten Werte extrapolieren, was zwar mit ziemlich geringer, aber immerhin genügender Genauigkeit möglich ist, folgende

	−15	−30	−31	−16	+5	+30
demnach die arithm. Mittel f^{IV}_m	−22,5	−30,5	−23,5	−5,5	+17,5	
folglich $-\frac{3}{16} f^{\mathrm{IV}}_m$	+ 4,2	+ 5,7	+ 4,4	+1,0	− 3,3	
die arithm. Mittel f^{II}_m d. 2. Differ. s.	+2 50,5	+2 38,5	+1 56,0	+50,0	−21,5	
$f^{\mathrm{II}}_m - \frac{3}{16} f^{\mathrm{IV}}_m$	+2 54,7	+2 44,2	+2 0,4	+51,0	−24,8	
$-\frac{1}{8}[f^{\mathrm{II}}_m - \frac{3}{16} f^{\mathrm{IV}}_m]$	−21,8	−20,5	−15,1	−6,4	+3,1	
d. arithm. Mit. f_m d. Funkionsw. s.	2 59 13	3 54 25	4 52 15,5	5 52 2	6 52 38,5	
demnach $f_m - \frac{1}{8}[f^{\mathrm{II}}_m - \frac{3}{16} f^{\mathrm{IV}}_m]$	2 58 51	3 54 5	4 52 0	5 51 56	6 52 42	

Die interpolierte Reihe der Rektaszensionen wird demnach

		f	f^{I}	f^{II}	f^{III}
1921 Dez.	11,5	$2^{\mathrm{h}}32^{\mathrm{m}}20^{\mathrm{s}}$			
			$+26^{\mathrm{m}}31^{\mathrm{s}}$		
	12,0	2 58 51		$+44^{\mathrm{s}}$	
			+27 15		0^{s}
	12,5	3 26 6		+44	
			+27 59		− 4
	13,0	3 54 5		+40	
			+28 39		− 3
	13,5	4 22 44		+37	
			+29 16		− 6
	14,0	4 52 0		+31	
			+29 47		− 9

		f	f^{I}	f^{II}	f^{III}
1921 Dez.	14,5	$5^{\mathrm{h}}\,21^{\mathrm{m}}\,47^{\mathrm{s}}$		$+\,22^{\mathrm{s}}$	
			$+\,30^{\mathrm{m}}\,9^{\mathrm{s}}$		-10^{s}
	15,0	5 51 56		$+\,12$	
			$+\,30\;21$		$-\,8$
	15,5	6 22 17		$+\,4$	
			$+\,30\;25$		-11
	16,0	6 52 42		$-\,7$	
			$+\,30\;18$		
	16,5	7 23 0			

Im vorliegenden Fall hätten sich die vierten Differenzen der gegebenen Rektaszensionen noch mit genügender Sicherheit um zwei Werte nach jeder Seite hin extrapolieren lassen, so daß wir auch die Rektaszensionen von Dez. 11,0 und 17,0 durch Interpolation in die Mitte auf die Sekunde genau hätten erhalten können. Im allgemeinen wird jedoch eine auf extrapolierten Werten fußende Rechnung nicht sehr zuverlässig sein, weshalb in der Aufgabe nur die Rektaszensionen von Dez. 12,0 bis 16,0 durch Interpolation in die Mitte zu finden verlangt war.

Die Differenzen der neuen Reihe liefern ein bequemes und zuverlässiges Prüfungsmittel für die Richtigkeit der Interpolation. Ein Fehler in einem der Funktionswerte tritt nämlich in den Differenzen, je höher deren Ordnung ist, immer stärker vergrößert auf. Man ersieht dies aus folgendem Täfelchen, wo der Fehler mit ε bezeichnet sein möge.

$f(a-2w)$			
	$f^{\mathrm{I}}(a-\frac{3}{2}w)$		
$f(a-w)$		$f^{\mathrm{II}}(a-2w)$	
	$f^{\mathrm{I}}(a-\frac{1}{2}w)+\varepsilon$		$f^{\mathrm{IV}}(a-2w)+\varepsilon$
$f(a)+\varepsilon$		$f^{\mathrm{II}}(a-w)+\varepsilon$	
	$f^{\mathrm{I}}(a+\frac{1}{2}w)-\varepsilon$		$f^{\mathrm{IV}}(a-w)-4\varepsilon$
$f(a+w)$		$f^{\mathrm{II}}(a)-2\varepsilon$	
	$f^{\mathrm{I}}(a+\frac{3}{2}w)$		$f^{\mathrm{IV}}(a)+6\varepsilon$
$f(a+2w)$		$f^{\mathrm{II}}(a+w)+\varepsilon$	
			$f^{\mathrm{IV}}(a+w)-4\varepsilon$
		$f^{\mathrm{II}}(a+2w)$	
			$f^{\mathrm{IV}}(a+2w)+\varepsilon$

	$f^{\mathrm{III}}(a-\frac{3}{2}w)+\varepsilon$	
		$f^{\mathrm{IV}}(a-w)-4\varepsilon$
	$f^{\mathrm{III}}(a-\frac{1}{2}w)-3\varepsilon$	
		$f^{\mathrm{IV}}(a)+6\varepsilon$
	$f^{\mathrm{III}}(a+\frac{1}{2}w)+3\varepsilon$	
		$f^{\mathrm{IV}}(a+w)-4\varepsilon$
	$f^{\mathrm{III}}(a+\frac{3}{2}w)-\varepsilon$	
		$f^{\mathrm{IV}}(a+2w)+\varepsilon$

Zugleich erkennt man, daß der fehlerhafte Funktionswert in horizontaler Richtung von der Stelle zu suchen ist, wo die Differenzen am unregelmäßigsten laufen.

§ 7. Darstellung der Differentialquotienten durch Differenzwerte.

Entwickeln wir die Funktion $f(a+nw)$ nach dem *Taylor*schen Lehrsatz

$$f(a+nw)=f(a)+nw\frac{df(a)}{da}+\frac{n^2w^2}{1\cdot 2}\frac{d^2f(a)}{da^2}+\frac{n^3w^3}{1\cdot 2\cdot 3}\frac{d^3f(a)}{da^3}+\cdots,$$

so treten in der Reihe die Differentialquotienten als Faktoren der verschiedenen Potenzen von n auf.

Formen wir nun irgendeine unserer Interpolationsformeln so um, daß die Glieder auf der rechten Seite ebenfalls nach Potenzen von n geordnet sind, so müssen die Faktoren gleicher Potenzen von n einander gleich sein und daher die Differentialquotienten sich ohne weiteres durch die in der Interpolationsformel vorkommenden Differenzen ausdrücken lassen.

Benutzen wir zu dem Zweck die *Stirling*sche Formel.

Es ist

$$(n+1)\,n\,(n-1) = n^3 - n$$
$$(n+2)\,(n+1)\,n\,(n-1)\,(n-2) = n^5 - 5\,n^3 + 4\,n$$
$$(n+3)\,(n+2)\,(n+1)\,n\,(n-1)\,(n-2)\,(n-3) = n^7 - 14\,n^5 + 49\,n^3 - 36\,n\,.$$

Wir bekommen daher

$$\begin{aligned} f(a+nw) = f(a) &+ n\,[f^{\mathrm{I}}(a) - \tfrac{1}{6} f^{\mathrm{III}}(a) + \tfrac{1}{30} f^{\mathrm{V}}(a) - \tfrac{1}{140} f^{\mathrm{VII}}(a) + \ldots] \\ &+ \frac{n^2}{1\cdot 2}\,[f^{\mathrm{II}}(a) - \tfrac{1}{12} f^{\mathrm{IV}}(a) + \tfrac{1}{90} f^{\mathrm{VI}}(a) - \ldots] \\ &+ \frac{n^3}{1\cdot 2\cdot 3}\,[f^{\mathrm{III}}(a) - \tfrac{1}{4} f^{\mathrm{V}}(a) + \tfrac{7}{120} f^{\mathrm{VII}}(a) - \ldots] \\ &+ \frac{n^4}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4}\,[f^{\mathrm{IV}}(a) - \tfrac{1}{6} f^{\mathrm{VI}}(a) + \ldots] \\ &+ \frac{n^5}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5}\,[f^{\mathrm{V}}(a) - \tfrac{1}{3} f^{\mathrm{VII}}(a) + \ldots] \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{aligned}$$

Ein Vergleich mit der *Taylor*schen Reihe liefert sofort

$$\left.\begin{aligned} \frac{df(a)}{da} &= \frac{1}{w}\,[f^{\mathrm{I}}(a) - \tfrac{1}{6} f^{\mathrm{III}}(a) + \tfrac{1}{30} f^{\mathrm{V}}(a) - \tfrac{1}{140} f^{\mathrm{VII}}(a) + \ldots] \\ \frac{d^2 f(a)}{da^2} &= \frac{1}{w^2}\,[f^{\mathrm{II}}(a) - \tfrac{1}{12} f^{\mathrm{IV}}(a) + \tfrac{1}{90} f^{\mathrm{VI}}(a) - \ldots] \\ \frac{d^3 f(a)}{da^3} &= \frac{1}{w^3}\,[f^{\mathrm{III}}(a) - \tfrac{1}{4} f^{\mathrm{V}}(a) + \tfrac{7}{120} f^{\mathrm{VII}}(a) - \ldots] \\ \frac{d^4 f(a)}{da^4} &= \frac{1}{w^4}\,[f^{\mathrm{IV}}(a) - \tfrac{1}{6} f^{\mathrm{VI}}(a) + \ldots] \\ \frac{d^5 f(a)}{da^5} &= \frac{1}{w^5}\,[f^{\mathrm{V}}(a) - \tfrac{1}{3} f^{\mathrm{VII}}(a) + \ldots]\,. \end{aligned}\right\} \quad (26)$$

6. Beispiel. Es sei aus der auf S. 132 gegebenen, dem *Berliner Astr. Jahrb. f. 1921* entnommenen Ephemeride die stündliche Geschwindigkeit und Beschleunigung des Mondes in Rektaszension für 1921 Dez. 13,5 zu finden.

Wir entnehmen der Ephemeride den folgenden für uns in Betracht kommenden Teil:

	f	f^{I}	f^{II}	f^{III}	f^{IV}	f^{V}	f^{VI}
		$+ 56^{\mathrm{m}}\,38^{\mathrm{s}}$		$- 27^{\mathrm{s}}$		$- 1^{\mathrm{s}}$	
1921 Dez. 13,5	$4^{\mathrm{h}}\,22^{\mathrm{m}}\,44^{\mathrm{s}}$		$+ 2^{\mathrm{m}}\,25^{\mathrm{s}}$		$- 31^{\mathrm{s}}$		$+ 16^{\mathrm{s}}$
		+ 59 3		− 58		+ 15	

Die stündliche Geschwindigkeit in Rektaszension erhalten wir durch den ersten Differentialquotienten $\frac{df(a)}{da}$, wenn wir $w = 24$ setzen.

Es ist

$$\begin{array}{rl}
f^{\mathrm{I}}(a) & = 57^{\mathrm{m}}50^{\mathrm{s}},5 \\
-\frac{1}{6} f^{\mathrm{III}}(a) = -\frac{1}{6}(-42,5) & = + \quad 7,1 \\
+\frac{1}{30} f^{\mathrm{V}}(a) = +\frac{1}{30} \cdot 7 & = + \quad 0,2 \\
\hline
w \dfrac{df(a)}{da} & = 57 \quad 57,8 \\
\dfrac{df(a)}{da} & = 2 \quad 24,91.
\end{array}$$

Die Beschleunigung des Mondes in Rektaszension liefert uns der zweite Differentialquotient $\frac{d^2 f(a)}{da^2}$.

Es ist

$$\begin{array}{rl}
f^{\mathrm{II}}(a) & = + 2^{\mathrm{m}}\,25^{\mathrm{s}} \\
-\frac{1}{12} f^{\mathrm{IV}}(a) = +\frac{31}{12} & = + \quad 2,57 \\
+\frac{1}{90} f^{\mathrm{VI}}(a) = +\frac{16}{90} & = + \quad 0,18 \\
\hline
w^2 \dfrac{d^2 f(a)}{da^2} & = + 2 \quad 27,75 \\
\dfrac{d^2 f(a)}{da^2} & = + \quad 0,256.
\end{array}$$

Die stündliche Geschwindigkeit des Mondes in Rektaszension für 1921 Dez. 13,5 beträgt demnach $+ 2^{\mathrm{m}}\,24^{\mathrm{s}},91$ und die stündliche Beschleunigung $+ 0^{\mathrm{s}},256$.

Würde uns die Aufgabe gestellt, die Geschwindigkeit und Beschleunigung des Mondes in Rektaszension für eine Zeit zu finden, welche nicht Argument der Ephemeride ist, z. B. für Dez. 13,0, so müßten wir erst entweder $\frac{df(a+nw)}{da}$ und $\frac{d^2 f(a+nw)}{da^2}$ durch Reihen ausdrücken, welche nur Differenzen und arithmetische Mittel von Differenzen mit dem Argument a enthalten, oder wir könnten für mehrere aufeinander folgende Argumente, etwa $a-w$, a, $a+w$, $a+2w$, die numerischen Werte der beiden ersten Differentialquotienten nach den Formeln (26) ausrechnen und dann durch Interpolation zwischen ihnen $\frac{df(a+nw)}{da}$ und $\frac{d^2 f(a+nw)}{da^2}$ finden. Da der letzte Weg sich kaum weniger empfiehlt als der erste, so sei von der Aufstellung jener Reihen abgesehen.

O. Knopf.

Die Berechnung einer Kometenbahn.

§ 1. Einleitung.

Drei beobachtete Örter sind — von Ausnahmefällen abgesehen — genügend zur Bestimmung der Bahn eines um die Sonne sich bewegenden Himmelskörpers. Da bei weitem die meisten Kometen parabolische Bahnen beschreiben und die Berechnung einer solchen bequemer ist als die einer elliptischen Bahn, so pflegt man bei der Entdeckung eines Kometen zunächst stets eine Parabel als seine Bahnkurve zu berechnen und erst, wenn man — besonders durch weitere Beobachtungen — erkannt hat, daß eine solche Bahn nicht genügt, die spezielle Annahme, daß die numerische Exzentrizität gleich Eins sei, fallen zu lassen und eine Ellipse zu berechnen.

Von Vorteil ist es, wenn die Zwischenzeiten zwischen den Beobachtungen nicht allzu verschieden sind. Als Zeitraum, über den sich die drei Beobachtungen erstrecken, genügen wegen der raschen Ortsveränderung der Kometen am Himmelsgewölbe wenige Tage.

§ 2. Die Bahnelemente.

Zur Bestimmung der parabolischen Bahn sind fünf Bestimmungsstücke oder Bahnelemente nötig. Zur Angabe der Lage der durch den Sonnenmittelpunkt gehenden Ebene, in welcher die Parabel liegt, dienen die Länge des aufsteigenden Knotens und die Neigung, d. h. der angulare Abstand des Punktes der Ekliptik, wo der Komet von der südlichen auf die nördliche Seite der Ekliptik übergeht, vom Widderpunkt und der Neigungswinkel der Bahnebene gegen die Ekliptik. Die beiden Winkel seien mit Ω und i bezeichnet.

Um aus der Angabe von i gleich die Rechtläufigkeit oder Rückläufigkeit des Kometen erkennen zu können, bezeichnet man denjenigen der beiden Winkel, unter welchen Ekliptik und Bahnebene sich schneiden, mit i, welcher zwischen der Richtung der zunehmenden Längen und der Bewegungsrichtung des Kometen liegt. Bei den rechtläufigen Kometen ist demnach $i < 90°$, bei den rückläufigen Kometen $i > 90°$.

Ferner muß man die Richtung der Achse der Parabel kennen, d. h. den Punkt des Himmelsgewölbes, auf welchen, von der Sonne aus gesehen, der sonnennächste Punkt der Bahn, das Perihel, sich projiziert. Den Abstand dieses Punktes vom aufsteigenden Knoten, gemessen in der Richtung der Bewegung des Kometen vom aufsteigenden Knoten aus, bezeichnen wir mit ω.

Die Form der Parabel wird durch die Angabe der Periheldistanz q, welche bekanntlich gleich dem halben Parameter p ist, gekennzeichnet.

Endlich ist noch der Ort, den der Komet zu einer bestimmten Zeit in seiner Bahn innegehabt hat, zu wissen nötig, wenn man seinen Ort für eine beliebige gegebene Zeit finden will. Man pflegt zu diesem Zweck die Zeit des Perihel-durchganges T anzugeben.

Diese 5 Bahnelemente Ω, i, ω, q, T sind aus drei beobachteten Örtern des Kometen zu berechnen.

§ 3. Vorbereitende Rechnung.

Gewöhnlich besteht die dem Rechner gelieferte Beobachtung in der Angabe der scheinbaren Rektaszension und Deklination des Kometen. Die drei α und δ beziehen sich demnach auf drei verschiedene Lagen des Äquators, nämlich die an den drei Beobachtungstagen, und müssen daher erst auf ein gemeinsames Äquinoktium gebracht werden, wozu man das mittlere Äquinoktium des Jahresanfanges nimmt. Den drei Kometenörtern wird dadurch ein gemeinsames Koordinatensystem zugrunde gelegt. Die hierfür dienenden Formeln sind*), wie die sphärische Astronomie lehrt,

$$\left.\begin{aligned} \alpha_{app} &= \alpha_{med} + f + g \sin(G + \alpha) \operatorname{tg}\delta + h \sin(H + \alpha) \sec\delta \\ \delta_{app} &= \delta_{med} + g \cos(G + \alpha) + h \cos(H + \alpha) \sin\delta + i \cos\delta \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

Die Werte f, g, G, h, H, i sind dem *Berliner Astronomischen Jahrbuch* zu entnehmen, wo sie von Tag zu Tag verzeichnet sind.

Sind bereits genäherte Bahnelemente vorhanden, so daß man die Entfernung des Kometen von der Erde zu den Beobachtungszeiten kennt, so berücksichtigt man die Aberration am besten dadurch, daß man die Beobachtungszeiten um die sogenannten Aberrationszeiten, d. s. die Zeiten, welche das Licht braucht, um vom Kometen zur Erde zu gelangen, vermindert und die Glieder $h \sin(H + \alpha) \sec\delta$ in der Reduktionsformel für α und $h \cos(H + \alpha) \sin\delta + i \cos\delta$ in der Formel für δ wegläßt. —

Da wir in den beiden Elementen Ω und i die Lage der Bahnebene zur Ekliptik und nicht zum Äquator suchen, so haben wir die gegebenen α und δ erst in Länge und Breite, λ und β, zu verwandeln, wozu folgende Formeln dienen, wenn ε die Schiefe der Ekliptik bedeutet,

$$\left.\begin{aligned} \cos\beta \cos\lambda &= \cos\delta \cos\alpha \\ \cos\beta \sin\lambda &= \cos\delta \sin\alpha \cos\varepsilon + \sin\delta \sin\varepsilon \\ \sin\beta &= -\cos\delta \sin\alpha \sin\varepsilon + \sin\delta \cos\varepsilon. \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

Es ist für

1920: $\varepsilon = 23°26'58'',89$
1930: $\varepsilon = 23\ 26\ 54\ ,21$
1940: $\varepsilon = 23\ 26\ 49\ ,52$
1950: $\varepsilon = 23\ 26\ 44\ ,84.$

*) Eine Verwechslung des in dieser Formel auftretenden i mit der Neigung i ist wohl nicht zu befürchten.

Die für die Verwandlung der α, δ in λ, β angegebenen Formeln können aus der Fig. 1 leicht als richtig erkannt werden. AA' sei der Äquator, EE' die Ekliptik, Υ sei der Widderpunkt, P der Pol des Äquators, Q der der Ekliptik und C der Kometenort. Dann ist $\Upsilon PC = \alpha$; $PC = 90° - \delta$; $\Upsilon QC = \lambda$; $QC = 90° - \beta$; $PQ = \varepsilon$. Die erste der drei Umwandlungsformeln ergibt sich durch Anwendung des Sinussatzes, die dritte durch Anwendung des Kosinussatzes auf das Dreieck PQC. Die zweite Formel leitet man dadurch ab, daß man in der wiederum durch Anwendung des Kosinussatzes sich ergebenden Formel $\sin\delta = \sin\beta\cos\varepsilon + \cos\beta\sin\varepsilon\sin\lambda$ für $\sin\beta$ seinen durch die dritte Gleichung gegebenen Wert setzt.

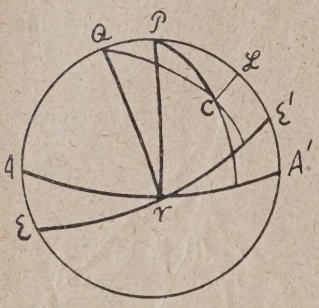


Fig. 1.

Die Formeln (2) lassen sich für die logarithmische Rechnung etwas bequemer gestalten, wenn man zwei Hilfsgrößen M und m einführt, welche die geometrische Bedeutung haben, daß m der Kosinus des Lotes CL ist, welches sich von C auf den durch die Pole von Äquator und Ekliptik gehenden Kreis fällen läßt und kleiner als 90° ist, während das auf jenem Kreis abgeschnittene Stück PL gleich $90° - M$ ist.

Denn dann ist nach der *Neper*schen Regel

$$\cos PC = \cos CL \cos PL$$

oder
$$\sin\delta = m\sin M;$$

und ferner
$$\cos CPL = \operatorname{ctg} PC \operatorname{tg} PL$$

oder
$$\sin\alpha = \operatorname{tg}\delta \operatorname{ctg} M = \frac{\sin\delta}{\cos\delta}\cdot\frac{\cos M}{\sin M};$$

oder, da $\sin\delta = m\sin M$,

$$\cos\delta\sin\alpha = m\cos M.$$

Führt man in die Formeln (2) ein

$$\left.\begin{aligned}\sin\delta &= m\sin M\\ \cos\delta\sin\alpha &= m\cos M,\end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

so gehen sie über in

$$\left.\begin{aligned}\cos\beta\cos\lambda &= \cos\delta\cos\alpha\\ \cos\beta\sin\lambda &= m\cos(M-\varepsilon)\\ \sin\beta &= m\sin(M-\varepsilon).\end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

Zur Kontrolle der nach den Gleichungen (3) und (4) erfolgten Koordinatenverwandlung können die Formeln dienen

$$\left.\begin{aligned}\cos\beta\sin(\lambda-\alpha) &= 2\cos\alpha\, m\sin\tfrac{1}{2}\varepsilon\sin(M-\tfrac{1}{2}\varepsilon)\\ \sin\tfrac{1}{2}(\delta-\beta) &= \frac{m\sin\frac{1}{2}\varepsilon\cdot\cos(M-\frac{1}{2}\varepsilon)}{\cos\frac{1}{2}(\delta+\beta)}\end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (5)$$

Die erste dieser Kontrollformeln erhält man, wenn man die erste der Gleichungen (4) mit $-\sin\alpha$, die zweite mit $\cos\alpha$ multipliziert und dann die beiden Gleichungen addiert. Die zweite Kontrollformel ergibt sich durch Subtraktion der letzten der Gleichungen (4) von der ersten der Gleichungen (3).

§ 4. Die Beziehung zwischen der wahren Anomalie und der seit dem Perihelduchgange verflossenen Zeit.

Mit k wollen wir wie üblich die *Gauß*sche Gravitations-Konstante bezeichnen. Es gibt bekanntlich die Zahl $k = 0{,}0172021$ die Länge des Bogens an, welchen die Erde im Laufe eines mittleren Sonnentages durchschnittlich um die Sonne zurücklegt, ausgedrückt in der mittleren Entfernung der Erde von der Sonne als Längeneinheit; und der numerische Wert von k^2 ist gleich der Beschleunigung, welche die Sonne einem Körper in der mittleren Entfernung der Erde von der Sonne, die als Längeneinheit gilt, im Laufe eines mittleren Sonnentages erteilt.

Wie aus dem *Newton*schen Gravitationsgesetz folgt, ist das Doppelte der Fläche, welche vom Leitstrahl eines um die Sonne laufenden Himmelskörpers in dem als Zeiteinheit geltenden mittleren Sonnentag überstrichen wird, gleich $k\sqrt{p}$, wo p der Parameter des Kegelschnittes ist. Es ist demnach, wenn mit v die wahre Anomalie des Kometen bezeichnet wird, d. h. der Winkel zwischen der Richtung von der Sonne nach dem Perihel und dem Leitstrahl r des Kometen,

$$r^2\, dv = k\sqrt{p}\, dt.$$

Für die Parabel ist aber $p = 2q$ und $r = \dfrac{q}{\cos^2\dfrac{v}{2}}$,

folglich

$$\frac{dv}{\cos^4\dfrac{v}{2}} = \frac{k\sqrt{2}}{q^{\frac{3}{2}}} \cdot dt.$$

Da aber

$$dtg\frac{v}{2} = \frac{dv}{2\cos^2\dfrac{v}{2}},$$

so geht die vorige Gleichung über in

$$\frac{dtg\dfrac{v}{2}}{\cos^2\dfrac{v}{2}} = \frac{k}{\sqrt{2}q^{\frac{3}{2}}} \cdot dt$$

oder

$$\left(1 + tg^2\frac{v}{2}\right) dtg\frac{v}{2} = \frac{k}{\sqrt{2}q^{\frac{3}{2}}} \cdot dt,$$

woraus

$$tg\frac{v}{2} + \tfrac{1}{3}tg^3\frac{v}{2} = \frac{k\,(t-T)}{\sqrt{2}\cdot q^{\frac{3}{2}}},$$

wenn $t = T$ für $v = 0$ sein soll, wenn also die Perihelzeit mit T bezeichnet wird.

Diese Gleichung liefert uns, wenn die Bahnelemente und demnach auch q und T bekannt sind, die wahre Anomalie des Kometen für jede gegebene Zeit t. Für die uns als Aufgabe vorliegende Bahnbestimmung werden wir sie später, wenn wir die wahre Anomalie des Kometen zur Beobachtungszeit t und den Perihelabstand q gefunden haben, dazu benutzen, die zu v gehörige, seit dem Periheldurchgang verflossene Zeit $t - T$ und somit die Zeit T des Durchgangs durch das Perihel zu erhalten.

Nach den für die Auflösung einer kubischen Gleichung geltenden Regeln läßt sich v stets finden; eine bequemere Methode ist in dem Abschnitt „Anfangsgründe der höheren Analysis“ angegeben, wo (S. 34) Beispiel 4 genau unsere Gleichung behandelt. Um aber jeder Rechnung, abgesehen von einer leichten Interpolation, überhaupt enthoben zu sein, hat man eine Tafel berechnet, welche zu $(t - T) : q^{\frac{3}{2}}$ sofort v liefert. Umgekehrt läßt sie auch $(t-T) : q^{\frac{3}{2}}$ entnehmen, wenn v gegeben ist. Sie befindet sich auf S. 156 und 157 als Tafel I am Schluß dieses Abschnittes; das Argument v schreitet von 30 zu 30 Minuten fort, $(t-T) : q^{\frac{3}{2}}$, oder von $v = 10°$ an sein Logarithmus, ist bis auf fünf Dezimalstellen gegeben. In der im *Oppolzer*schen Lehrbuch der Bahnbestimmung befindlichen Tafel schreitet v von 10 zu 10 Sekunden fort, während $(t-T) : q^{\frac{3}{2}}$, bez. der Logarithmus dieses Wertes bis auf 7 Ziffern gegeben ist.

§ 5. Die Eulersche Gleichung.

Wendet man die letztgefundene Gleichung auf zwei verschiedene Beobachtungen an, so läßt sich daraus die *Euler*sche Gleichung ableiten, in welcher das Beobachtungsintervall ausgedrückt wird durch die Summe der Leitstrahlen zu den beiden Beobachtungszeiten und der Sehne zwischen den beiden Kometenörtern. Da wir das Intervall zwischen der ersten und dritten Beobachtung in die *Euler*sche Gleichung einzuführen haben werden, so wollen wir die beiden Beobachtungszeiten mit t_1 und t_3 und die beiden zugehörigen wahren Anomalien mit v_1 und v_3 bezeichnen.

Subtrahiert man die für die erste Beobachtungszeit geltende Gleichung von der für die dritte Beobachtungszeit geltenden, so bekommt man

$$\begin{aligned} k(t_3 - t_1) \sqrt{2q} &= 2q^2 \left\{ \operatorname{tg} \tfrac{1}{2} v_3 - \operatorname{tg} \tfrac{1}{2} v_1 + \tfrac{1}{3} (\operatorname{tg}^3 \tfrac{1}{2} v_3 - \operatorname{tg}^3 \tfrac{1}{2} v_1) \right\} \\ &= 2q^2 (\operatorname{tg} \tfrac{1}{2} v_3 - \operatorname{tg} \tfrac{1}{2} v_1) \left\{ 1 + \tfrac{1}{3} \operatorname{tg}^2 \tfrac{1}{2} v_3 + \tfrac{1}{3} \operatorname{tg} \tfrac{1}{2} v_3 \operatorname{tg} \tfrac{1}{2} v_1 + \tfrac{1}{3} \operatorname{tg}^2 \tfrac{1}{2} v_1 \right\} \\ &= 2q^2 (\operatorname{tg} \tfrac{1}{2} v_3 - \operatorname{tg} \tfrac{1}{2} v_1) \left\{ 1 + \tfrac{1}{3} (\operatorname{tg} \tfrac{1}{2} v_3 - \operatorname{tg} \tfrac{1}{2} v_1)^2 + \operatorname{tg} \tfrac{1}{2} v_3 \operatorname{tg} \tfrac{1}{2} v_1 \right\} \end{aligned}$$

Es ist aber $r = q : \cos^2 \frac{v}{2}$, folglich, wenn wir $\frac{1}{2}(v_3 - v_1) = f$ setzen,

$$1 + \operatorname{tg} \tfrac{1}{2} v_3 \operatorname{tg} \tfrac{1}{2} v_1 = \frac{\cos \frac{1}{2} v_3 \cos \frac{1}{2} v_1 + \sin \frac{1}{2} v_3 \sin \frac{1}{2} v_1}{\cos \frac{1}{2} v_3 \cos \frac{1}{2} v_1} = \frac{\cos f \sqrt{r_1 r_3}}{q};$$

ferner ist

$$\operatorname{tg} \tfrac{1}{2} v_3 - \operatorname{tg} \tfrac{1}{2} v_1 = \frac{\sin \frac{1}{2} v_3 \cos \frac{1}{2} v_1 - \cos \frac{1}{2} v_3 \sin \frac{1}{2} v_1}{\cos \frac{1}{2} v_3 \cos \frac{1}{2} v_1} = \frac{\sin f \sqrt{r_1 r_3}}{q},$$

folglich

$$k(t_3 - t_1)\sqrt{2q} = 2r_1 r_3 \sin f \cos f + \tfrac{2}{3}\frac{(r_1 r_3)^{\frac{3}{2}} \sin^3 f}{q}.$$

$$k(t_3 - t_1) = \frac{r_1 r_3 \sqrt{2} \sin f \cos f}{\sqrt{q}} + \frac{(r_1 r_3)^{\frac{3}{2}} \sqrt{2} \sin^3 f}{3q^{\frac{3}{2}}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

In dieser Gleichung haben wir nicht mehr die wahren Anomalien selbst, sondern nur ihre Differenzen, deren Sinus und Kosinus leicht durch r_1, r_3 und die Sehne s zwischen den beiden Kometenörtern ausgedrückt werden können.

Es soll nun zunächst gezeigt werden, daß die Wegschaffung von q möglich ist.

Es ist

$$\begin{aligned}
\sin^2 f &= \sin^2 \tfrac{1}{2} v_3 \cos^2 \tfrac{1}{2} v_1 - 2 \sin \tfrac{1}{2} v_3 \cos \tfrac{1}{2} v_1 \cos \tfrac{1}{2} v_3 \sin \tfrac{1}{2} v_1 + \cos^2 \tfrac{1}{2} v_3 \sin^2 \tfrac{1}{2} v_1 \\
&= \cos^2 \tfrac{1}{2} v_1 + \cos^2 \tfrac{1}{2} v_3 - 2 \cos^2 \tfrac{1}{2} v_1 \cos^2 \tfrac{1}{2} v_3 - 2 \cos \tfrac{1}{2} v_1 \cos \tfrac{1}{2} v_3 \sin \tfrac{1}{2} v_1 \sin \tfrac{1}{2} v_3 \\
&= \frac{q}{r_1} + \frac{q}{r_3} - 2 \cos \tfrac{1}{2} v_1 \cos \tfrac{1}{2} v_3 (\cos \tfrac{1}{2} v_1 \cos \tfrac{1}{2} v_3 + \sin \tfrac{1}{2} v_1 \sin \tfrac{1}{2} v_3) \\
&= \frac{q}{r_1} + \frac{q}{r_3} - 2 \cos f \frac{q}{\sqrt{r_1 r_3}} \\
&= \frac{q}{r_1 r_3}(r_1 + r_3 - 2 \cos f \sqrt{r_1 r_3}) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)
\end{aligned}$$

Wenn dieser Wert für $\sin^2 f$ in Gleichung (1) eingesetzt wird, so fällt q in der Tat aus der Gleichung heraus.

Es ist jetzt noch $\cos f$ durch r_1, r_3, s zu ersetzen.

Es ist
$$\begin{aligned}
s^2 &= r_1 + r_3 - 2 r_1 r_3 \cos 2f \\
&= r_1 + r_3 + 2 r_1 r_3 - 4 r_1 r_3 \cos^2 f, \\
&= (r_1 + r_3)^2 - 4 r_1 r_3 \cos^2 f,
\end{aligned}$$

demnach
$$\cos f = \sqrt{\frac{(r_1 + r_3)^2 - s^2}{4 r_1 r_3}}.$$

Setzen wir
$$(r_1 + r_3 + s)^{\frac{1}{2}} = m$$
und
$$(r_1 + r_3 - s)^{\frac{1}{2}} = n,$$

wo m und n positive Zahlen, also die positiven Quadratwurzeln sein mögen, — es ist daher $m > n$ — so wird

$$\cos f = \pm \frac{m n}{2\sqrt{r_1 r_3}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (3)$$

Das obere Vorzeichen gilt, wenn $f < 90°$, das untere, wenn $f > 90°$.

Führen wir diesen Wert von $\cos f$ in Gleichung (2) ein, so erhalten wir

$$\sin f = \frac{\sqrt{q}}{\sqrt{r_1 r_3}} \sqrt{r_1 + r_3 \mp m n},$$

oder, da $r_1 + r_3 = \frac{1}{2}(m^2 + n^2)$,

$$\sin f = \frac{\sqrt{q}}{\sqrt{2\, r_1\, r_3}}\,(m \mp n) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

Da $\sin f$ stets positiv ist, so war nur das positive Vorzeichen beim Ausziehen der Wurzel zu benutzen.

Mithin wird Gleichung (1)

$$\begin{aligned} k\,(t_3 - t_1) &= \pm \tfrac{1}{2}\, m n\, (m \mp n) + \tfrac{1}{6}\,(m \mp n)^3 \\ 6\,k\,(t_3 - t_1) &= m^3 \mp 3\, m^2\, n + 3\, m\, n^2 \mp n^3 \pm 3\, m^2\, n - 3\, m n^2 \\ &= m^3 \mp n^3 \\ &= (r_1 + r_3 + s)^{\frac{3}{2}} \mp (r_1 + r_3 - s)^{\frac{3}{2}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (5) \end{aligned}$$

Dies ist die *Euler*sche Gleichung, durch welche die Zwischenzeit zwischen zwei Beobachtungen durch die Summe der den beiden Beobachtungszeiten zugehörigen Leitstrahlen und der Sehne zwischen den beiden Kometenörtern ausgedrückt wird. Es gilt das obere oder das untere Vorzeichen, je nachdem f kleiner oder größer als 90° ist, mit anderen Worten: je nachdem die heliozentrische Bewegung des Kometen kleiner oder größer als 180° ist.

§ 6. Die Enckesche Umformung der Eulerschen Gleichung.

Die *Euler*sche Gleichung ist für die numerische Rechnung nicht sehr geeignet und daher von *Encke* in eine für diesen Zweck passendere Form übergeführt worden.

Encke setzt $$\frac{s}{r_1 + r_3} = \sin\gamma\,,$$

wo γ stets im ersten Quadranten genommen werden kann. Folglich wird, wenn wir der kürzeren Schreibweise wegen $t_3 - t_1$ durch t ersetzen,

$$\frac{6\,kt}{(r_1 + r_3)^{\frac{3}{2}}} = (1 + \sin\gamma)^{\frac{3}{2}} \mp (1 - \sin\gamma)^{\frac{3}{2}}.$$

Es ist aber

$$(\cos\tfrac{1}{2}\gamma \pm \sin\tfrac{1}{2}\gamma)^2 = 1 \pm 2\sin\tfrac{1}{2}\gamma\cos\tfrac{1}{2}\gamma = 1 \pm \sin\gamma\,,$$

folglich $$\cos\tfrac{1}{2}\gamma \pm \sin\tfrac{1}{2}\gamma = \sqrt{1 \pm \sin\gamma}\,.$$

Da die linke Seite der Gleichung für $\gamma < 90°$ stets positiv ist, so kommt nur das positive Vorzeichen vor der Wurzel in Betracht.

Demnach ist

$$\begin{aligned} \frac{6\,kt}{(r_1 + r_3)^{\frac{3}{2}}} &= (\cos\tfrac{1}{2}\gamma + \sin\tfrac{1}{2}\gamma)^3 \mp (\cos\tfrac{1}{2}\gamma - \sin\tfrac{1}{2}\gamma)^3 \\ &= \cos^3\tfrac{1}{2}\gamma + 3\cos^2\tfrac{1}{2}\gamma\sin\tfrac{1}{2}\gamma + 3\cos\tfrac{1}{2}\gamma\sin^2\tfrac{1}{2}\gamma + \sin^3\tfrac{1}{2}\gamma \\ &\mp (\cos^3\tfrac{1}{2}\gamma - 3\cos^2\tfrac{1}{2}\gamma\sin\tfrac{1}{2}\gamma + 3\cos\tfrac{1}{2}\gamma\sin^2\tfrac{1}{2}\gamma - \sin^3\tfrac{1}{2}\gamma)\,. \end{aligned}$$

Wir behandeln nun die durch das Vorzeichen der Klammergröße sich unterscheidenden beiden Fälle besonders.

1. Fall. Oberes Vorzeichen; $v_3 - v_1 < 180°$.

Es wird

$$\frac{6\,kt}{(r_1 + r_3)^{\frac{3}{2}}} = 6\cos^2\tfrac{1}{2}\gamma \sin\tfrac{1}{2}\gamma + 2\sin^3\tfrac{1}{2}\gamma$$
$$= 6\sin\tfrac{1}{2}\gamma - 4\sin^3\tfrac{1}{2}\gamma.$$

Um die rechte Seite auf die Form $3\sin\alpha - 4\sin^3\alpha$ zu bringen, wofür dann $\sin 3\alpha$ gesetzt werden könnte, dividieren wir die Gleichung mit $2^{\frac{3}{2}}$ und erhalten

$$\frac{6\,kt}{2^{\frac{3}{2}}(r_1 + r_3)^{\frac{3}{2}}} = 3\frac{\sin\frac{1}{2}\gamma}{\sqrt{2}} - 4\left(\frac{\sin\frac{1}{2}\gamma}{\sqrt{2}}\right)^3$$
$$= 3\sin\alpha - 4\sin^3\alpha \qquad \left[\frac{\sin\frac{1}{2}\gamma}{\sqrt{2}} = \sin\alpha \text{ gesetzt}\right]$$
$$= \sin 3\alpha$$
$$= \sin\beta, \qquad [3\alpha = \beta \text{ gesetzt}].$$

Die Grenzen, innerhalb deren β liegen muß, bestimmen sich dadurch, daß $\sin\frac{1}{2}\gamma = \sqrt{2}\cdot\sin\frac{1}{3}\beta$ ist.

Da $0 < \gamma < 90°$,

so ist $0 < \sin\frac{1}{2}\gamma < \frac{\sqrt{2}}{2}$;

folglich $0 < \sin\frac{1}{3}\beta < \frac{1}{2}$

$0 < \frac{1}{3}\beta < 30°$

$0 < \beta < 90°$.

Um s durch $r_1 + r_3$ auszudrücken, haben wir $s = (r_1 + r_3)\sin\gamma$. Ersetzt wir γ durch β und setzen ferner, wie sich aus der Gleichung für $\sin\beta$ ergibt,

$$r_1 + r_3 = \frac{6\,kt}{2^{\frac{3}{2}}\sqrt{r_1 + r_3}} \cdot \frac{1}{\sin\beta},$$

so bekommen wir

$$s = (r_1 + r_3)\cdot 2\sin\tfrac{1}{2}\gamma\sqrt{1 - \sin^2\tfrac{1}{2}\gamma}$$
$$= \frac{2\,kt}{\sqrt{r_1 + r_3}} \frac{3\sin\frac{1}{3}\beta}{\sin\beta}\sqrt{\cos^2\tfrac{2}{3}\beta}$$
$$= \frac{2\,kt}{\sqrt{r_1 + r_3}} \cdot \mu, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

wo $\frac{3\sin\frac{1}{3}\beta}{\sin\beta}\sqrt{\cos^2\frac{2}{3}\beta} = \mu$ gesetzt worden ist.

μ ist eine von β abhängige, nahe bei 1 liegende und sich langsam ändernde Größe, die aus Tafel II des Anhanges dieses Abschnittes (S. 157) entnommen werden kann. Damit der Rechner nicht mehr Größen, als unbedingt nötig ist, aus-

zurechnen hat, ist als Argument der Tafel II nicht β oder $\sin\beta = \frac{6\,kt}{2^{\frac{3}{2}}(r_1+r_3)^{\frac{3}{2}}}$, sondern $\eta = \frac{2\,kt}{(r_1+r_3)^{\frac{3}{2}}}$ gewählt worden.

2. Fall. Unteres Vorzeichen; $v_3 - v_1 > 180°$.

Hier bekommen wir

$$\frac{6\,kt}{(r_1+r_3)^{\frac{3}{2}}} = 2\cos^3\tfrac{1}{2}\gamma + 6\cos\tfrac{1}{2}\gamma\sin^2\tfrac{1}{2}\gamma$$
$$= 6\cos\tfrac{1}{2}\gamma - 4\cos^3\tfrac{1}{2}\gamma$$

und analog dem Früheren

$$\frac{6\,kt}{2^{\frac{3}{2}}(r_1+r_3)^{\frac{3}{2}}} = \frac{3\cos\frac{1}{2}\gamma}{\sqrt{2}} - 4\left(\frac{\cos\frac{1}{2}\gamma}{\sqrt{2}}\right)^3$$
$$= 3\sin\alpha - 4\sin^3\alpha \qquad \left[\frac{\cos\frac{1}{2}\gamma}{\sqrt{2}} = \sin\alpha \text{ gesetzt}\right]$$
$$= \sin 3\alpha$$
$$= \sin\beta. \qquad [3\alpha = \beta \text{ gesetzt}]$$

Die Grenzen, innerhalb deren β in diesem Falle liegen muß ergeben sich folgendermaßen:

Es ist $0 < \gamma < 90°$,

folglich $1 > \cos\frac{1}{2}\gamma > \frac{\sqrt{2}}{2}$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} > \frac{\cos\frac{1}{2}\gamma}{\sqrt{2}} > \tfrac{1}{2}$$
$$\frac{1}{\sqrt{2}} > \sin\alpha > \tfrac{1}{2}$$
$$45° > \alpha > 30°$$
$$135° > \beta > 90°.$$

β liegt beim zweiten Fall also zwischen 90 und 135°.

Analog dem ersten Fall haben wir

$$r_1 + r_3 = \frac{6\,kt}{2^{\frac{3}{2}}\sqrt{r_1+r_3}} \cdot \frac{1}{\sin\beta}$$

und

$$s = (r_1+r_3)\sin\gamma$$
$$= (r_1+r_3)\,2\cos\tfrac{1}{2}\gamma\sqrt{1-\cos^2\tfrac{1}{2}\gamma}$$
$$= (r_1+r_3)\,2^{\frac{3}{2}}\sin\tfrac{1}{3}\beta\sqrt{\cos\tfrac{2}{3}\beta}$$
$$= \frac{2\,kt}{\sqrt{r_1+r_3}} \cdot \frac{3\sin\frac{1}{3}\beta}{\sin\beta}\sqrt{\cos\tfrac{2}{3}\beta} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

Da β im ersten Falle zwischen 0° und 90° und im zweiten zwischen 90° und 135° liegt, so ergibt sich:

Ist $\frac{6\,kt}{2^{\frac{3}{2}}(r_1+r_3)^{\frac{3}{2}}} < \frac{1}{\sqrt{2}}$, so liegt zweifellos der 1. Fall vor; ist dagegen $\frac{6\,kt}{2^{\frac{3}{2}}(r_1+r_3)^{\frac{3}{2}}} > \frac{1}{\sqrt{2}}$, — es muß immer <1 sein —, so kann auch der 2. Fall vorliegen. Denn es kann dann β zwischen 45° und 90° liegen, was noch zum 1. Fall gehört, oder zwischen 90° und 135°, was den 2. Fall ausmacht.

Die Tafel II gilt nur für den 1. Fall.

Wenn mehr als eine Lösung der Aufgabe, die Bahn eines Kometen zu bestimmen, möglich ist, so sind, wie *Oppolzer* gefunden, stets deren drei möglich. Ein Beispiel hierfür findet sich bei *Kreutz, Untersuchung über das System der Kometen 1843 I, 1880 I und 1882 II; 3. Teil, Ergänzungsheft Nr. 1 zu den Astr. Nachr., Kiel 1901*, und betreffs Komet 1910*a* in *Astr. Nachr. 184*$_{205}$.

§ 7. Der Weg zur Bestimmung der geozentrischen Distanzen.

Die Gleichungen

$$s = \frac{2\,kt}{\sqrt{r_1+r_3}} \cdot \mu \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

und (für den selteneren Fall, daß $v_3 - v_1 > 180°$)

$$s = \frac{2\,kt}{\sqrt{r_1+r_3}} \cdot \frac{3\sin\frac{1}{3}\beta}{\sin\beta}\sqrt{\cos\tfrac{2}{3}\beta}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1a)$$

welche s liefern, wenn r_1 und r_3 bekannt sind, sind aus dem Gravitationsgesetz hergeleitet; r_1 und r_3 lassen sich aber leicht durch die Distanzen ϱ_1 und ϱ_3 des Kometen von der Erde und andere, sei es durch die Beobachtung gelieferte, sei es aus den astronomischen Jahrbüchern zu entnehmende Größen ausdrücken.

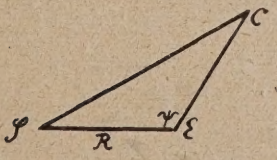


Fig. 2.

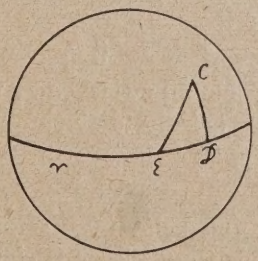


Fig. 3.

Bezeichnet man (s. Fig. 2) in dem Dreieck Sonne-Erde-Komet, *SEC*, den Winkel zwischen der Richtung von der Erde nach der Sonne und nach dem Kometen mit ψ und die Entfernung der Erde von der Sonne mit R, so haben wir

$$r^2 = \varrho^2 + R^2 - 2\,\varrho\,R\cos\psi.$$

ψ findet man aber (s. Fig. 3) aus dem rechtwinkligen sphärischen Dreieck CDE, wo jetzt E der heliozentrische Erdort und C der geozentrische Kometenort ist, wo E und C also die beiden Punkte der Himmelskugel sind, nach welchen die in Fig. 2 mit SE und EC bezeichneten Strecken hinzielen, und CD das Lot von C auf die Ekliptik ist. Hier ist offenbar $CE = 180° - \psi$; $CD = \beta$ und $ED = \lambda - L$, wenn L die heliozentrische Länge der Erde bedeutet.

Folglich $$\cos(180 - \psi) = \cos\beta \cos(\lambda - L).$$

Wir haben demnach für die beiden Beobachtungszeiten t_1 und t_3

$$r_1^2 = \varrho_1^2 + 2\varrho_1 R_1 \cos\beta_1 \cos(\lambda_1 - L_1) + R_1^2$$
$$r_3^2 = \varrho_3^2 + 2\varrho_3 R_3 \cos\beta_3 \cos(\lambda_3 - L_3) + R_3^2.$$

Außer der auf dem Gravitationsgesetz beruhenden Beziehung zwischen s und den beiden geozentrischen Distanzen ϱ_1 und ϱ_3 haben wir aber auch eine rein geometrische Beziehung, nämlich, wenn die rechtwinkligen heliozentrischen Koordinaten des Kometen mit x, y, z bezeichnet werden,

$$s^2 = (x_3 - x_1)^2 + (y_3 - y_1)^2 + (z_3 - z_1)^2. \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

x, y, z lassen sich auf ϱ und bekannte Größen zurückführen durch die Gleichungen

$$x_1 = \varrho_1 \cos\beta_1 \cos\lambda_1 + R_1 \cos L_1 \qquad x_3 = \varrho_3 \cos\beta_3 \cos\lambda_3 + R_3 \cos L_3$$
$$y_1 = \varrho_1 \cos\beta_1 \sin\lambda_1 + R_1 \sin L_1 \qquad y_3 = \varrho_3 \cos\beta_3 \sin\lambda_3 + R_3 \sin L_3$$
$$z_1 = \varrho_1 \sin\beta_1 \qquad z_3 = \varrho_3 \sin\beta_3,$$

so daß wir zwei Gleichungen besitzen, in welchen s durch ϱ_1 und ϱ_3 dargestellt ist.

Wenn wir nun noch eine Gleichung zwischen ϱ_1 und ϱ_3 besäßen, so könnten wir eine Annahme für ϱ_1 machen und ϱ_3 unter Zugrundelegung dieser Annahme berechnen. Setzten wir diese Werte von ϱ_1 und ϱ_3 in die beiden Gleichungen für s ein und fänden aus ihnen denselben Wert für s, so wäre unsre Annahme für ϱ_1 richtig gewesen. Im Falle der Nichtübereinstimmung der beiden Werte für s müßten wir die Annahme für ϱ_1 so lange ändern, bis eine Übereinstimmung erzielt wäre.

§ 8. Die Olberssche Gleichung.

Die Beziehung zwischen ϱ_1 und ϱ_3, welche wir brauchen, um die im vorigen Paragraphen skizzierte Rechnung auszuführen, wird geliefert durch die *Olbers*sche Gleichung

$$\varrho_3 = M\varrho_1,$$

wo M nur von bekannten Größen abhängt.

Zur Ableitung dieser Gleichung diene Fig. 4, wo S die Sonne, E_1, E_2, E_3 die drei Erdörter und C_1, C_2, C_3 die drei Kometenörter darstellen.

Bekanntlich verhalten sich die von dem Radiusvektor der Erde, sowie die von dem Radiusvektor des Kometen überstrichenen Sektoren wie die dazu gebrauchten Zeiten. Ziehen wir die Sehnen E_1E_3 und C_1C_3 und nennen die Schnittpunkte derselben mit den mittleren Radienvektoren Q und q, so werden daher zwar nicht ganz streng, aber doch näherungsweise die an SQ anliegenden

beiden Dreiecke und ebenso die an Sq anliegenden in dem Verhältnis der betreffenden Zeitintervalle zueinander stehen. Die beiden Dreiecksflächen in der Erdbahnebene verhalten sich aber wie $E_1Q : QE_3$ und analog die beiden Dreiecke in der Kometenbahnebene wie $C_1q : qC_3$,

also $E_1Q : QE_3 = t_2 - t_1 : t_3 - t_2$

und $C_1q : qC_3 = t_2 - t_1 : t_3 - t_2$,

folglich $E_1Q : QE_3 = C_1q : qC_3$.

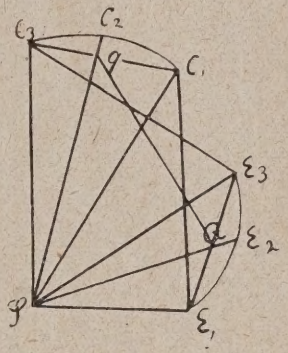


Fig. 4.

Denken wir uns nun senkrecht zu der Verbindungslinie Qq eine Ebene gelegt und auf diese sowohl die beiden Sehnen E_1E_3 und C_1C_3, wie auch die beiden geozentrischen Distanzen E_1C_1 und E_3C_3 projiziert, so entsteht die Fig. 5 (S. 148), in welcher die Projektionen von E_1, E_3, C_1, C_3, Q, q mit überstrichenen Buchstaben bezeichnet werden mögen. Die Projektionen von Q und q fallen natürlich zusammen. Da ferner die Projektionen der Teilstrecken von E_1E_3 und desgleichen von C_1C_3 sich ebenso verhalten wie die Teilstrecken selbst, so ist

$$\bar{E}_1\bar{Q} : \bar{Q}\bar{E}_3 = C_1q : qC_3,$$

woraus sich die Ähnlichkeit der beiden Dreiecke $C_1\bar{E}_1\bar{Q}$ und $C_3\bar{E}_3\bar{Q}$ ergibt. Demnach verhält sich auch

$$\bar{E}_1\bar{C}_1 : \bar{E}_3\bar{C}_3 = t_2 - t_1 : t_3 - t_2,$$

folglich

$$\bar{E}_3\bar{C}_3 = \frac{t_3 - t_2}{t_2 - t_1} \cdot \bar{E}_1\bar{C}_1.$$

Die Neigungswinkel der geozentrischen Distanzen E_1C_1 und E_3C_3 mit der Projektions-Ebene wollen wir mit *Klinkerfues* Quasibreiten nennen und mit (β_1) und (β_3) bezeichnen. Fiele die Projektions-Ebene zufällig mit der Ekliptik zusammen, so würden die Quasibreiten mit den von der Beobachtung gelieferten Breiten identisch sein.

Es ist demnach

$$\bar{E}_1\bar{C}_1 = E_1C_1 \cos(\beta_1) = \varrho_1 \cos(\beta_1)$$

und

$$\bar{E}_3\bar{C}_3 = E_3C_3 \cos(\beta_3) = \varrho_3 \cos(\beta_3),$$

folglich

$$\varrho_3 = \frac{t_3 - t_2}{t_2 - t_1} \cdot \frac{\cos(\beta_1)}{\cos(\beta_3)} \cdot \varrho_1 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{(I)}$$

Drücken wir die Quasibreiten (β_1) und (β_3) noch durch bekannte Größen aus, so haben wir die gesuchte *Olbers*sche Gleichung.

Aus der Ähnlichkeit der beiden Dreiecke in der Projektions-Figur 5 ergibt sich, daß E_1C_1 parallel $\bar{E}_3\bar{C}_3$. Die beiden durch E_1C_1 und E_3C_3 gehenden, auf der Projektions-Ebene senkrecht stehenden Ebenen sind demnach einander parallel, und da sie endlichen Abstand voneinander haben, so schneiden sie das Himmelsgewölbe in demselben größten Kreise. In diesem liegen die Quasi-

breiten (β_1) und (β_3) und auch der Punkt, in welchem die verlängerte Gerade Qq das Himmelsgewölbe trifft und welcher als Pol der Projektions-Ebene zu bezeichnen ist.

In Fig. 6 sei S_2 der geozentrische zweite Sonnenort, ferner seien C_1, C_2, C_3

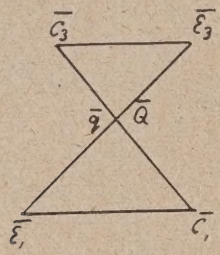


Fig. 5.

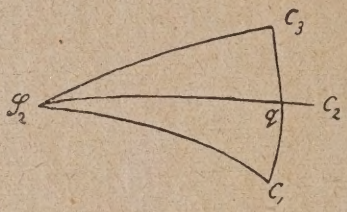


Fig. 6.

die drei geozentrischen Kometenörter und q der Pol der Projektions-Ebene. Dann sind qC_1 und qC_3 die Komponenten der Quasibreiten (β_1) und (β_3).

Es ist demnach

$$\frac{\cos(\beta_1)}{\cos(\beta_3)} = \frac{\sin qC_1}{\sin qC_3} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (2)$$

Es ist aber

$$\frac{\sin qC_1}{\sin S_2C_1} = \frac{\sin C_1S_2q}{\sin C_1qS_2} \quad \text{und} \quad \frac{\sin qC_3}{\sin S_2C_3} = \frac{\sin C_3S_2q}{\sin C_3qS_2};$$

folglich

$$\frac{\sin qC_1}{\sin qC_3} = \frac{\sin S_2C_1}{\sin S_2C_3} \cdot \frac{\sin C_1S_2q}{\sin C_3S_2q} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (3)$$

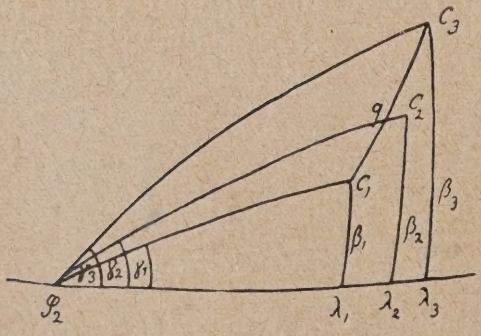


Fig. 7.

Die auf der rechten Seite auftretenden Größen lassen sich aber mittels der durch die Beobachtung gelieferten geozentrischen Länge und Breiten des Kometen und mittels der Sonnenlänge zur Zeit der zweiten Beobachtung, welche mit ⊙ bezeichnet sei, ausdrücken.

Führen wir, wie in Fig. 7 geschehen, für die zwischen der Ekliptik und den Bogen S_2C_1, S_2C_2, S_2C_3 liegenden Winkel die Buchstaben γ_1, γ_2, γ_3 ein und fällen von C_1, C_2, C_3 die Lote auf die Ekliptik, welche natürlich nichts anderes sind als die geozentrischen Breiten des Kometen, so haben wir

$$\sin S_2C_1 = \frac{\sin \beta_1}{\sin \gamma_1} \quad \text{und} \quad \sin S_2C_3 = \frac{\sin \beta_3}{\sin \gamma_3};$$

ferner $\operatorname{tg}\gamma_1 = \dfrac{\operatorname{tg}\beta_1}{\sin(\lambda_1 - \odot_2)}$; $\operatorname{tg}\gamma_2 = \dfrac{\operatorname{tg}\beta_2}{\sin(\lambda_2 - \odot_2)}$; $\operatorname{tg}\gamma_3 = \dfrac{\operatorname{tg}\beta_3}{\sin(\lambda_3 - \odot_2)}$;

oder, wenn wir die Sonnenlänge $\odot_2$ durch die heliozentrische Erdlänge L_2 ersetzen — es ist $\odot_2 = 180° + L_2$ —

$$\operatorname{tg}\gamma_1 = \frac{\operatorname{tg}\beta_1}{\sin(L_2 - \lambda_1)}; \quad \operatorname{tg}\gamma_2 = \frac{\operatorname{tg}\beta_2}{\sin(L_2 - \lambda_2)}; \quad \operatorname{tg}\gamma_3 = \frac{\operatorname{tg}\beta_3}{\sin(L_2 - \lambda_3)}.$$

Ferner ist

$$\frac{\sin C_1 S_2 q}{\sin C_3 S_2 q} = \frac{\sin(\gamma_2 - \gamma_1)}{\sin(\gamma_3 - \gamma_2)} = \frac{\sin\gamma_2\cos\gamma_1 - \cos\gamma_2\sin\gamma_1}{\sin\gamma_3\cos\gamma_2 - \cos\gamma_3\sin\gamma_2}$$

und demnach

$$\begin{aligned}\frac{\sin q C_1}{\sin q C_3} &= \frac{\sin\beta_1}{\sin\beta_3}\cdot\frac{\sin\gamma_3}{\sin\gamma_1}\cdot\frac{\sin\gamma_2\cos\gamma_1 - \cos\gamma_2\sin\gamma_1}{\sin\gamma_3\cos\gamma_2 - \cos\gamma_3\sin\gamma_2} \\ &= \frac{\sin\beta_1}{\sin\beta_3}\cdot\frac{\operatorname{ctg}\gamma_1 - \operatorname{ctg}\gamma_2}{\operatorname{ctg}\gamma_2 - \operatorname{ctg}\gamma_3} \\ &= \frac{\cos\beta_1}{\cos\beta_3}\cdot\frac{\operatorname{tg}\beta_2\sin(L_2-\lambda_1) - \operatorname{tg}\beta_1\sin(L_2-\lambda_2)}{\operatorname{tg}\beta_3\sin(L_2-\lambda_2) - \operatorname{tg}\beta_2\sin(L_2-\lambda_3)} \quad \ldots\ (4)\end{aligned}$$

Setzen wir noch

$$\frac{\operatorname{tg}\beta_2}{\sin(L_2-\lambda_2)} = m, \quad \ldots\ (5)$$

so geht Gleichung (1) über in

$$\varrho_3 = \frac{t_3 - t_2}{t_2 - t_1}\cdot\frac{\cos\beta_1}{\cos\beta_3}\cdot\frac{m\sin(L_2-\lambda_1) - \operatorname{tg}\beta_1}{\operatorname{tg}\beta_3 - m\sin(L_2-\lambda_3)}\cdot\varrho_1 \quad \ldots\ (6)$$

oder

$$\varrho_3 = M\cdot\varrho_1.$$

In dem Ausdruck für M kommen die von der zweiten Beobachtung gelieferten Werte λ_2, β_2 nur insofern vor, als sie in m, welches gleich $\operatorname{tg}\gamma_2$ ist, enthalten sind. Für jedes beliebige Wertepaar λ_2, β_2, welches denselben Winkel γ_2 liefert, erhält daher M den nämlichen Wert. Wie aber aus dem in § 7 gegebenen Überblick über den Gang der Rechnung hervorgeht, wird sonst von der zweiten Beobachtung überhaupt kein Gebrauch gemacht. Es ergeben sich daher stets dieselben Bahnelemente, wenn auch statt des zweiten Kometenortes irgendein anderer Ort genommen wird, der auf dem den zweiten Sonnenort mit dem zweiten Kometenort verbindenden Bogen S_2C_2 liegt, weil in diesem Fall der Winkel γ_2 derselbe ist.

Dieser Umstand bietet eine Kontrolle dafür, ob durch die drei beobachteten Örter sich überhaupt eine Parabel legen läßt. Hat man nämlich die Elemente abgeleitet und rechnet die drei Örter nach, so werden der erste und der dritte genau dargestellt werden, als zweiter Ort aber wird sich ein Punkt des den zweiten Sonnenort mit dem zweiten Kometenort verbindenden Bogens ergeben, der nur dann mit dem zweiten Kometenort zusammenfallen wird, wenn dieser einer parabolischen Bahn genügt.

§ 9. Die Gaußische Umformung der Olbersschen Methode.

Aus der im § 7 gegebenen Darstellung des Rechnungsganges läßt sich entnehmen, daß man im allgemeinen erst nach mehreren unrichtigen Annahmen denjenigen Wert von ϱ_1 finden wird, welcher die Übereinstimmung der beiden Werte s aus der phoronomischen, d. h. der Bewegungslehre entstammenden Gleichung (1), bez. (1a) und aus der geometrischen Gleichung (2) des § 7 liefert. *Gauß* hat nun die *Olbers*sche Methode so umgestaltet, daß bei der Durchrechnung der verschiedenen Hypothesen nur eine möglichst geringe Zahl von Werten immer wieder neu berechnet werden muß. Die Methode kommt darauf hinaus, daß man nicht für ϱ_1, sondern für s einen Wert annimmt.

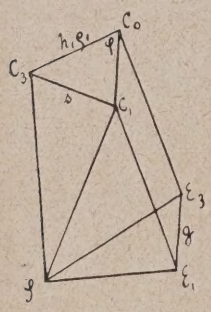


Fig. 8.

In Fig. 8 werde durch den Kometenort C_1 eine Parallele zur Erdsehne E_1E_3 gezogen und $C_1C_0 = E_1E_3$ gemacht. Die Erdsehne werde mit g bezeichnet und die Länge des ersten Erdortes, vom dritten Erdort aus gesehen, mit G. Dann ist auch $C_0C_1 = g$ und die Länge des ersten Kometenortes, von C_0 aus gesehen, gleich G.

Bezeichnen wir die rechtwinkligen Koordinaten des ersten und dritten Kometenortes mit $x_1, y_1, z_1, x_3, y_3, z_3$ und die des Punktes C_0 mit x_0, y_0, z_0, so ist wegen der Parallelität und Gleichheit von C_1C_0 mit E_1E_3

$$\left.\begin{aligned} x_1 - x_0 &= R_1 \cos L_1 - R_3 \cos L_3 = g \cos G \\ y_1 - y_0 &= R_1 \sin L_1 - R_3 \sin L_3 = g \sin G \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots (1)$$

aus welchen Gleichungen sich g und G finden lassen.

Ferner sei Länge und Breite des dritten Kometenortes, von C_0 aus gesehen, mit H und ζ bezeichnet und die Strecke C_0C_3 gleich $h_1 \varrho_1$ gesetzt.

Die Projektion von C_0C_3 auf die drei Koordinatenachsen ist aber gleich der Projektion von E_3C_3 auf diese Achsen weniger der Projektion von E_3C_0 oder, da die Projektionen von E_1C_1 denen von E_3C_0 gleich sind, weniger der Projektion von E_1C_1 auf die drei Achsen. Wir haben demnach

$$\left.\begin{aligned} x_3 - x_0 &= \varrho_3 \cos\beta_3 \cos\lambda_3 - \varrho_1 \cos\beta_1 \cos\lambda_1 = h_1 \varrho_1 \cos\zeta \cos H \\ y_3 - y_0 &= \varrho_3 \cos\beta_3 \sin\lambda_3 - \varrho_1 \cos\beta_1 \sin\lambda_1 = h_1 \varrho_1 \cos\zeta \sin H \\ z_3 - z_0 &= \varrho_3 \sin\beta_3 \qquad - \varrho_1 \sin\beta_1 \qquad = h_1 \varrho_1 \sin\zeta. \end{aligned}\right\} \quad \ldots (2)$$

Diese drei Gleichungen liefern, nachdem man ϱ_3 durch $M\varrho_1$ ersetzt und dann durch ϱ_1 dividiert hat, h_1, ζ, H.

Im folgenden wollen wir die in § 7 eingeführten Winkel ψ_1 und ψ_3 wieder benutzen, welche zwischen den Richtungen von der Erde nach der Sonne und nach dem Kometen liegen.

Sind die Sonnenlängen bei der ersten und dritten Beobachtung $\odot_1$ und $\odot_3$ so ist

$$\cos\psi_1 = \cos\beta_1 \cos(\lambda_1 - \odot_1)$$
$$\cos\psi_3 = \cos\beta_3 \cos(\lambda_3 - \odot_3).$$

Durch eine analoge Formel wird auch der Winkel $C_1C_0C_3$, welcher φ heißen möge, auf bekannte Größen bezogen; es ist

$$\cos\varphi = \cos\zeta\cos(G-H).$$

Mit Benutzung dieser drei in den verschiedenen Hypothesen ungeändert bleibenden Winkel haben wir

$$s^2 = h_1^2\,\varrho_1^2 + g^2 - 2\,h_1\,\varrho_1\,g\cos\varphi$$

oder

$$s^2 = (h_1\varrho_1 - g\cos\varphi)^2 + g^2\sin^2\varphi \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (3)$$

und ebenso

$$\left.\begin{aligned} r_1^2 &= (\varrho_1 - R_1\cos\psi_1)^2 + R_1^2\sin^2\psi_1 \\ r_3^2 &= (M\varrho_1 - R_3\cos\psi_3)^2 + R_3^2\sin^2\psi_3 \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (4)$$

Anstatt nun einen Wert ϱ_1 anzunehmen und zuzusehen, ob der sich durch Gleichung (3) ergebende Wert der Sehne s mit dem aus der Formel

$$s = \frac{2\,k\,(t_3 - t_1)}{\sqrt{r_1 + r_3}}\cdot\mu \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (5)$$

hervorgehenden übereinstimmt, macht *Gauß* gleich eine Schätzung für s, berechnet ϱ_1 aus (3), sodann r_1 und r_3 aus (4), und sieht nunmehr zu, ob sich aus Formel (5) derselbe Wert von s ergibt.

Zu diesem Zweck wird zur Abkürzung gesetzt

$$g\sin\varphi = A; \quad R_1\sin\psi_1 = B_1; \quad R_3\sin\psi_3 = B_3;$$

$$g\cos\varphi - h_1 R_1\cos\psi_1 = c_1$$

$$g\cos\varphi - h_3 R_3\cos\psi_3 = c_3, \quad \text{wobei } h_3 = \frac{h_1}{M},$$

$$h_1\varrho_1 - g\cos\varphi = u.$$

Die Formeln (3) und (4) gehen dann über in

$$s^2 = u^2 + A^2$$

$$r_1^2 = \left(\frac{u + c_1}{h_1}\right)^2 + B_1^2$$

$$r_3^2 = \left(\frac{u + c_3}{h_3}\right)^2 + B_3^2.$$

Hat man keinen näheren Anhalt für die Schätzung von s, so kann man $s = \frac{t_3 - t_1}{41}$ wählen als Näherungswert von $\frac{2\,k\,(t_3 - t_1)}{\sqrt{r_1 + r_3}}\cdot\mu$, wenn hier $r_1 + r_2 = 2$ und $\mu = 1$ gesetzt wird.

Man berechnet dann der Reihe nach

$$\sin\sigma = A : s; \qquad u = s\cdot\cos\sigma$$

$$\operatorname{tg}\tau_1 = (u + c_1) : h_1 B_1; \qquad r_1 = B_1\sec\tau_1$$

$$\operatorname{tg}\tau_3 = (u + c_3) : h_3 B_3; \qquad r_3 = B_3\sec\tau_3$$

$$\eta = \frac{2\,k\,(t_3 - t_1)}{(r_1 + r_3)^{\frac{3}{2}}}.$$

Mit diesem Argument η entnimmt man μ der μ-Tafel und bildet dann

$$s' = \frac{2\,k\,(t_3 - t_1)}{\sqrt{r_1 + r_3}} \cdot \mu .$$

Mit dem Werte s', welcher mit dem Ausgangswert s jedenfalls nicht übereinstimmen wird, — man könnte auch einen beliebigen andern Wert nehmen — rechnet man nun eine zweite Hypothese durch und kommt dadurch auf s'' als zweiten Endwert. Welchen Wert man für s annehmen muß, um wieder auf diesen selben Wert zu gelangen, ersieht man am besten, wenn man sich in ein rechtwinkliges Koordinatenkreuz die Ausgangswerte als Abszissen und die bei den zwei Hypothesen zwischen Ausgangswert und Endwert vorkommenden Differenzen als Ordinaten einzeichnet. Seien s und s' (Fig. 9) die beiden Ausgangswerte bei den beiden Hypothesen und Δ und Δ' die übrig bleibenden Differenzen, so wird man, indem man die Abweichung des Ausgangswertes vom wahren Wert proportional der Differenz zwischen Ausgangswert und Endwert annimmt, die Proportion ansetzen können

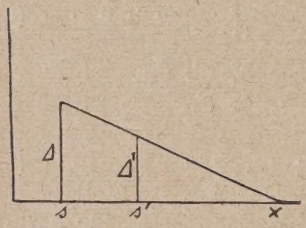


Fig. 9.

$$(x - s) : (x - s') = \Delta : \Delta',$$

woraus

$$x = \frac{s \cdot \Delta' - s' \Delta}{\Delta' - \Delta} ;$$

nimmt man den ersten Endwert als zweiten Ausgangswert, so daß $\Delta = s' - s$ und $\Delta' = s'' - s'$ ist, so ergibt sich als Verbesserung des bei der zweiten Hypothese gefundenen Endwertes s''

$$x - s'' = \frac{(s'' - s')^2}{(s' - s) - (s'' - s')} .$$

Hat man den richtigen Wert von s gefunden, so berechnet man

$$\varrho_1 = \frac{u + g \cos \varphi}{h_1}$$

und

$$\varrho_3 = M\,\varrho_1 .$$

§ 10. Ableitung der Bahnelemente.

Zur Ableitung der Bahnelemente benötigt man der heliozentrischen Längen und Breiten des Kometen für die erste und dritte Beobachtung, die demnach zunächst zu bestimmen sind.

Da die rechtwinkligen heliozentrischen Koordinaten des Kometen gleich den geozentrischen Koordinaten des Kometen, vermehrt um die Koordinaten der Erde sind, so ist

$$\begin{array}{lll} r_1 \cos b_1 \cos l_1 = \varrho_1 \cos \beta_1 \cos \lambda_1 + R_1 \cos L_1 & \cos L_1 & -\sin L_1 \\ r_1 \cos b_1 \sin l_1 = \varrho_1 \cos \beta_1 \sin \lambda_1 + R_1 \sin L_1 & \sin L_1 & \cos L_1 \\ r_1 \sin b_1 = \varrho_1 \sin \beta_1 . & & \end{array}$$

Mit etwas weniger Rechnung als aus diesen Gleichungen findet man l_1, b_1, r_1, wenn man die beiden ersten Gleichungen mit den beigeschriebenen Faktoren multipliziert und dann addiert, oder, was auf dasselbe hinauskommt, wenn man die Längen statt vom Widderpunkt vom heliozentrischen Erdort aus gezählt denkt. Die obigen Gleichungen gehen dann über in:

$$\begin{aligned} r_1 \cos b_1 \cos (l_1 - L_1) &= \varrho_1 \cos \beta_1 \cos (\lambda_1 - L_1) + R_1 \\ r_1 \cos b_1 \sin (l_1 - L_1) &= \varrho_1 \cos \beta_1 \sin (\lambda_1 - L_1) \\ r_1 \sin b_1 &= \varrho_1 \sin \beta_1 . \end{aligned}$$

Analog ist

$$\begin{aligned} r_3 \cos b_3 \cos (l_3 - L_3) &= \varrho_3 \cos \beta_3 \cos (\lambda_3 - L_3) + R_3 \\ r_3 \cos b_3 \sin (l_3 - L_3) &= \varrho_3 \cos \beta_3 \sin (\lambda_3 - L_3) \\ r_3 \sin b_3 &= \varrho_3 \sin \beta_3 . \end{aligned}$$

Die hier sich ergebenden r_1 und r_3 müssen mit den bei der Durchrechnung der letzten Hypothese erhaltenen übereinstimmen. Findet sich $l_3 > l_1$, so bewegt sich der Komet in der Richtung der zunehmenden Längen, er ist rechtläufig, und i ist demnach bei der jetzt gleich folgenden Bestimmung $< 90°$ zu nehmen. Ist dagegen $l_3 < l_1$, so muß i ein stumpfer Winkel sein.

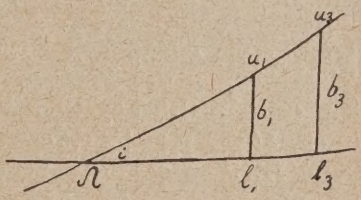


Fig. 10.

In Fig. 10, welche uns zur Ableitung der Formeln für die Bestimmung von Ω und i dienen soll, sind l_1 und l_3 die vom Widderpunkte aus gezählten heliozentrischen Längen und b_1 und b_3 die heliozentrischen Breiten; u_1 und u_3 sind die vom Ω aus gezählten sog. Argumente der Breite.

Die beiden in der Figur auftretenden rechtwinkligen Dreiecke liefern:

$$\operatorname{tg} i \sin (l_1 - \Omega) = \operatorname{tg} b_1 , \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

$$\operatorname{tg} i \sin (l_3 - \Omega) = \operatorname{tg} b_3 . \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

Die gesuchten Größen Ω und i würden bequem zu bekommen sein, wenn auf der linken Seite der letzten Gleichung $\operatorname{tg} i \cos (l_1 - \Omega)$ stände; dies können wir aber leicht bewirken, wenn wir für $l_3 - \Omega$ schreiben $l_3 - l_1 + l_1 - \Omega$. Dadurch bekommen wir

$$\operatorname{tg} i \,[\sin (l_3 - l_1) \cos (l_1 - \Omega) + \cos (l_3 - l_1) \sin (l_1 - \Omega)] = \operatorname{tg} b_3 ,$$

woraus, wenn $\operatorname{tg} i \sin (l_1 - \Omega) = \operatorname{tg} b_1$ gesetzt wird, folgt

$$\operatorname{tg} i \cos (l_1 - \Omega) = \frac{\operatorname{tg} b_3 - \operatorname{tg} b_1 \cos (l_3 - l_1)}{\sin (l_3 - l_1)} \quad \ldots\ldots\ldots (3)$$

Durch Division der Gleichungen (1) und (3) findet man zunächst Ω und dann i. Die Gleichung (2) kann als Kontrolle dienen.

Die Argumente der Breite, u_1 und u_3, erhält man aus

$$\left.\begin{aligned} \operatorname{tg} u_1 &= \operatorname{tg}(l_1 - \Omega)\sec i \\ \operatorname{tg} u_3 &= \operatorname{tg}(l_3 - \Omega)\sec i, \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

und zwar müssen u_1 und u_3 in denselben Quadranten liegen wie $l_1 - \Omega$ und $l_3 - \Omega$.

Als Kontrollformel bietet sich dar

$$s^2 = r_1^2 + r_3^2 - 2\, r_1\, r_3 \cos(u_3 - u_1).$$

Die wahren Anomalien v_1 und v_3 und den Perihelabstand q findet man aus den drei Gleichungen

$$v_3 - v_1 = u_3 - u_1$$

$$\frac{\cos\frac{1}{2}v_1}{\sqrt{q}} = \frac{1}{\sqrt{r_1}}$$

$$\frac{\sin\frac{1}{2}v_1}{\sqrt{q}} = \frac{\operatorname{ctg}\frac{1}{2}(v_3 - v_1)}{\sqrt{r_1}} - \frac{\operatorname{cosec}\frac{1}{2}(v_3 - v_1)}{\sqrt{r_3}},$$

deren zweite nichts weiter ist als die auf den ersten Kometenort angewandte Polargleichung der Parabel, während die dritte aus der entsprechenden, auf den dritten Ort angewandten Parabelgleichung hervorgeht, wenn man $\frac{1}{2}v_3$ durch $\frac{1}{2}(v_3 - v_1) + \frac{1}{2}v_1$ ersetzt und den Kosinus dieser Summe entwickelt. Durch Division der dritten Gleichung durch die zweite erhält man zunächst v_1, dann aus der zweiten oder dritten den Perihelabstand q und aus der ersten $v_3 = v_1 + u_3 - u_1$.

Der Abstand des Perihels vom aufsteigenden Knoten wird

$$\omega = u_1 - v_1 = u_3 - v_3.$$

Endlich wird die Perihelzeit T noch mittels der Tafel I erhalten, indem ihr mit dem Argument v der Wert $M = \frac{t - T}{q^{\frac{3}{2}}}$ oder, wenn $v > 10°$, der Wert $\log \frac{t - T}{q^{\frac{3}{2}}}$ entnommen wird. Es ist demnach

$$T = t_1 - M_1 q^{\frac{3}{2}};$$

als Kontrolle dient $\quad T = t_3 - M_3 q^{\frac{3}{2}}.$

§ 11. Nachrechnung des zweiten Kometenortes.

Um zu prüfen, ob durch die drei gegebenen Kometenörter sich überhaupt eine Parabel legen läßt, rechnet man zum Schluß noch den zweiten Ort nach, da nach § 8 bei der Bestimmung der Bahnelemente nur seine Lage auf dem durch den zweiten Sonnenort und zweiten Kometenort gelegten Kreisbogen in Betracht kam.

Mit $M_2 = \frac{t_2 - T}{\frac{3}{q^2}}$ entnimmt man der Tafel I die wahre Anomalie v_2*) und berechnet $r_2 = q : \cos^2 \frac{1}{2} v_2$ und $u_2 = \omega + v_2$.

Die heliozentrischen Coordinaten l_2, b_2 ergeben sich aus

$$\operatorname{tg}(l_2 - \Omega) = \operatorname{tg} u_2 \cos i \quad \text{und} \quad \sin b_2 = \sin u_2 \sin i$$

und sodann die geozentrischen Koordinaten λ_2, β_2 nebst dem hier nicht weiter in Betracht kommenden ϱ_2 aus den Gleichungen

$$\begin{aligned} \varrho_2 \cos \beta_2 \cos(\lambda_2 - L_2) &= r_2 \cos b_2 \cos(l_2 - L_2) - R_2 \\ \varrho_2 \cos \beta_2 \sin(\lambda_2 - L_2) &= r_2 \cos b_2 \sin(l_2 - L_2) \\ \varrho_2 \sin \beta_2 &= r_2 \sin b_2 . \end{aligned}$$

Läuft der Komet in der Tat in einer Parabel, so darf der beobachtete Ort λ_2, β_2 von dem durch die Nachrechnung erhaltenen nur innerhalb der Grenzen der Beobachtungsfehler, im allgemeinen also nur um wenige Sekunden abweichen.

O. Knopf.

---

*) Die Benutzung von Tafel I in diesem Fall möge an folgendem Beispiel gezeigt werden.

Es sei gegeben $\log M_2 = 1{,}00000$; gesucht v_2, welches offenbar zwischen 13° 30′ und 14° 0′ liegt und zwar näher der Mitte dieser beiden Werte als einem von diesen selbst. Wir benutzen daher, um zunächst die Stelle zu finden, welche $\log M_2$ in der Reihe der $\log M$ einnimmt, die Formel (23) des Abschnittes über Interpolationsrechnung

$$f(a - nw) = f(a) - n\left[f^{\mathrm{I}}(a - \tfrac{1}{2}w) + \frac{1-n}{2} f^{\mathrm{II}}(a - \tfrac{1}{2}w)\right]$$

und suchen den Wert n, wenn gegeben ist $a = 14° 0′$; $f(a - nw) = 1{,}00000$; $f(a) = 1{,}00625$; $f^{\mathrm{I}}(a - \frac{1}{2}w) = +\,0{,}01610$; $f^{\mathrm{II}}(a - \frac{1}{2}w) = -\,0{,}00056$.

Einen Näherungswert von n werden wir erhalten, wenn wir nur die erste Differenz berücksichtigen, nämlich $\frac{625}{1610} = 0{,}388$.

Mit diesem Näherungswerte wird

$$f^{\mathrm{I}}(a - \tfrac{1}{2}w) + \frac{1-n}{2} f^{\mathrm{II}}(a - \tfrac{1}{2}w) = +\,0{,}01593 ,$$

demnach das verbesserte

$$n = \frac{625}{1593} = 0{,}3924 .$$

Folglich

$$v_2 = 14° 0′ - n \cdot 30′ = 13° 48′{,}23.$$

v	M		v	$\log M$		v	$\log M$	
0° 0′	0.00000	35872	28 0	1.32061	834 12	57 0	1.69041	532
30	0.35872	35875 3	30	1.32895	822 12	30	1.69573	530
1 0	0.71747	35880 5	29 0	1.33717	810 12	58 0	1.70103	530
30	1.07627	35889 9	30	1.34527	799 11	30	1.70633	528
2 0	1.43516	35899 10	30 0	1.35326	788 11	59 0	1.71161	526
30	1.79415	35913 14	30	1.36114	778 10	30	1.71687	526
3 0	2.15328	35930 17	31 0	1.36892	767 11	60 0	1.72213	525
30	2.51258	35948 18	30	1.37659	758 9	30	1.72738	523
4 0	2.87206	35971 23	32 0	1.38417	749 9	61 0	1.73261	523
30	3.23177	35995 24	30	1.39166	740 9	30	1.73784	522
5 0	3.59172	36023 28	33 0	1.39906	731 9	62 0	1.74306	521
30	3.95195	36053 30	30	1.40637	723 8	30	1.74827	520
6 0	4.31248	36086 33	34 0	1.41360	714 9	63 0	1.75347	520
30	4.67334	36121 35	30	1.42074	707 7	30	1.75867	519
7 0	5.03455	36160 39	35 0	1.42781	700 7	64 0	1.76386	519
30	5.39615	36202 42	30	1.43481	692 8	30	1.76905	518
8 0	5.75817	36246 44	36 0	1.44173	685 7	65 0	1.77423	517
30	6.12063	36293 47	30	1.44858	679 6	30	1.77940	518
9 0	6.48356	36343 50	37 0	1.45537	671 8	66 0	1.78458	517
30	6.84699	36395 52	30	1.46208	666 5	30	1.78975	516
10 0	7.21094		38 0	1.46874	659 7	67 0	1.79491	517
v	$\log M$		30	1.47533	654 5	30	1.80008	516
10° 0′	0.85799	2142	39 0	1.48187	647 7	68 0	1.80524	517
30	0.87941	2044 98	30	1.48834	643 4	30	1.81041	516
11 0	0.89985	1956 88	40 0	1.49477	636 7	69 0	1.81557	517
30	0.91941	1874 82	30	1.50113	632 4	30	1.82074	516
12 0	0.93815	1800 74	41 0	1.50745	627 5	70 0	1.82590	517
30	0.95615	1732 68	30	1.51372	622 5	30	1.83107	517
13 0	0.97347	1668 64	42 0	1.51994	617 5	71 0	1.83624	517
30	0.99015	1610 58	30	1.52611	612 5	30	1.84141	518
14 0	1.00625	1556 54	43 0	1.53223	608 4	72 0	1.84659	517
30	1.02181	1505 51	30	1.53831	604 4	30	1.85176	519
15 0	1.03686	1459 46	44 0	1.54435	600 4	73 0	1.85695	519
30	1.05145	1414 45	30	1.55035	596 4	30	1.86214	519
16 0	1.06559	1372 42	45 0	1.55631	592 4	74 0	1.86733	520
30	1.07931	1334 38	30	1.56223	589	30	1.87253	521
17 0	1.09265	1298 36	46 0	1.56812	584	75 0	1.87774	522
30	1.10563	1263 35	30	1.57396	582	30	1.88296	522
18 0	1.11826	1231 32	47 0	1.57978	578	76 0	1.88818	523
30	1.13057	1201 30	30	1.58556	574	30	1.89341	524
19 0	1.14258	1171 30	48 0	1.59130	572	77 0	1.89865	525
30	1.15429	1144 27	30	1.59702	569	30	1.90390	526
20 0	1.16573	1118 26	49 0	1.60271	566	78 0	1.90916	527
30	1.17691	1093 25	30	1.60837	563	30	1.91443	528
21 0	1.18784	1070 23	50 0	1.61400	560	79 0	1.91971	529
30	1.19854	1048 22	30	1.61960	558	30	1.92500	531
22 0	1.20902	1027 21	51 0	1.62518	555	80 0	1.93031	532
30	1.21929	1006 21	30	1.63073	553	30	1.93563	533
23 0	1.22935	987 19	52 0	1.63626	550	81 0	1.94096	534
30	1.23922	968 19	30	1.64176	548	30	1.94630	536
24 0	1.24890	951 17	53 0	1.64724	546	82 0	1.95166	538
30	1.25841	934 17	30	1.65270	544	30	1.95704	539
25 0	1.26775	917 17	54 0	1.65814	543	83 0	1.96243	540
30	1.27692	903 14	30	1.66357	540	30	1.96783	543
26 0	1.28595	887 16	55 0	1.66897	537	84 0	1.97326	544
30	1.29482	873 14	30	1.67435	538	30	1.97870	546
27 0	1.30355	860 13	56 0	1.67972	535	85 0	1.98416	548
30	1.31215	846 14	30	1.68507	534	30	1.98964	549

v	$\log M$		v	$\log M$		v	$\log M$	
86 0	1.99513	552	108 0	2.26625	710 6	130 0	2.64989	1001 13
30	2.00065	554	30	2.27335	715 5	30	2.66089	1114 14
87 0	2.00619	555	109 0	2.28050	721 6	131 0	2.67203	1128 14
30	2.01174	558	30	2.28771	727 6	30	2.68331	1143 15
88 0	2.01732	561	110 0	2.29498	733 6	132 0	2.69474	1157 14
30	2.02293	562	30	2.30231	739 6	30	2.70631	1172 15
89 0	2.02855	565	111 0	2.30970	745 6	133 0	2.71803	1187 15
30	2.03420	567	30	2.31715	751 6	30	2.72990	1203 16
90 0	2.03987	570	112 0	2.32466	758 7	134 0	2.74193	1218 15
30	2.04557	572	30	2.33224	764 6	30	2.75411	1236 18
91 0	2.05129	575	113 0	2.33988	771 7	135 0	2.76647	1252 16
30	2.05704	578	30	2.34759	777 6	30	2.77899	1270 18
92 0	2.06282	580	114 0	2.35536	785 8	136 0	2.79169	1286 16
30	2.06862	583	30	2.36321	792 7	30	2.80455	1305 19
93 0	2.07445	586	115 0	2.37113	799 7	137 0	2.81760	1324 19
30	2.08031	589	30	2.37912	806 7	30	2.83084	1342 18
94 0	2.08620	592	116 0	2.38718	814 8	138 0	2.84426	1362 20
30	2.09212	595	30	2.39532	821 7	30	2.85788	1381 19
95 0	2.09807	599	117 0	2.40353	830 9	139 0	2.87169	1402 21
30	2.10406	601	30	2.41183	837 7	30	2.88571	1423 21
96 0	2.11007	605	118 0	2.42020	846 9	140 0	2.89994	1445 22
30	2.11612	608	30	2.42866	853 7	30	2.91439	1466 21
97 0	2.12220	612	119 0	2.43719	863 10	141 0	2.92905	1489 23
30	2.12832	615	30	2.44582	870 7	30	2.94394	1512 23
98 0	2.13447	619	120 0	2.45452	880 10	142 0	2.95906	1535 23
30	2.14066	622	30	2.46332	889 9	30	2.97441	1560 25
99 0	2.14688	627	121 0	2.47221	898 9	143 0	2.99001	1586 26
30	2.15315	630	30	2.48119	907 9	30	3.00587	1611 25
100 0	2.15945	634	122 0	2.49026	917 10	144 0	3.02198	1637 26
30	2.16579	638	30	2.49943	926 9	30	3.03835	1665 28
101 0	2.17217	642	123 0	2.50869	937 11	145 0	3.05500	1693 28
30	2.17859	647	30	2.51806	947 10	30	3.07193	1722 29
102 0	2.18506	651	124 0	2.52753	957 10	146 0	3.08915	1751 29
30	2.19157	655	30	2.53710	967 10	30	3.10666	1782 31
103 0	2.19812	659	125 0	2.54677	979 12	147 0	3.12448	1813 31
30	2.20471	665	30	2.55656	989 10	30	3.14261	1846 33
104 0	2.21136	669	126 0	2.56645	1001 12	148 0	3.16107	1880 34
30	2.21805	673	30	2.57646	1013 12	30	3.17987	1914 34
105 0	2.22478	679	127 0	2.58659	1024 11	149 0	3.19901	1950 36
30	2.23157	683 4	30	2.59683	1036 12	30	3.21851	1986 36
106 0	2.23840	689 6	128 0	2.60719	1048 12	150 0	3.23837	39
30	2.24529	693 4	30	2.61767	1061 13			
107 0	2.25222	699 6	129 0	2.62828	1074 13			
30	2.25921	704 5	30	2.63902	1087 13			

TAFEL II.

η	$\log \mu$		η	$\log \mu$		η	$\log \mu$	
0.00	0.00000	1	0.24	0.00106	19	0.48	0.00449	41
0.02	0.00001	2	0.26	0.00125	20	0.50	0.00490	44
0.04	0.00003	4	0.28	0.00145	22	0.52	0.00534	46
0.06	0.00007	5	0.30	0.00167	24	0.54	0.00580	49
0.08	0.00012	6	0.32	0.00191	26	0.56	0.00629	52
0.10	0.00018	8	0.34	0.00217	27	0.58	0.00681	54
0.12	0.00026	10	0.36	0.00244	29	0.60	0.00735	58
0.14	0.00036	11	0.38	0.00273	31	0.62	0.00793	60
0.16	0.00047	12	0.40	0.00304	33	0.64	0.00853	65
0.18	0.00059	14	0.42	0.00337	35	0,66	0.00918	67
0.20	0.00073	16	0.44	0.00372	37	0.68	0.00985	72
0.22	0.00089	17	0.46	0.00409	40	0.70	0.01057	

Farben der Fixsterne.

Erst seit *W. Herschel* auf die eigenartigen Farbengegensätze bei den Doppelsternen aufmerksam gemacht hatte, begannen sich die Beobachter mehr mit den Farben der Fixsterne zu beschäftigen. Leider fehlte den gewonnenen Beobachtungen zunächst die erforderliche Genauigkeit. Sie sind planlos angestellt und in Wortbeschreibungen ausgedrückt, meist unter Vergleichung mit den Farben von Blumen, Edelsteinen, Metallen u. dgl. Solche Maler- und Händlerbezeichnungen sind viel zu unbestimmt; nicht zwei Menschen werden sich darunter genau dieselben Farben vorzustellen vermögen.

Sollen die Farben rechnerisch verwertet werden, so müssen sie in irgendeiner bestimmten Weise miteinander verknüpft sein, in einer Folge, die leicht gestattet, sie in Zahlen anzugeben. Die Erfahrung hatte mir gezeigt, daß es sich bei den Sternfarben vorzugsweise um die Farben Weiß—Gelb—Rot handelt, also um die Farbenfolge, der ein in Weißglut befindlicher Körper unterliegt, wenn er sich allmählich abkühlt, um schließlich in dunkler Rotglut zu erlöschen. Nur in dieser Folge sind auch die Farben der Fixsterne miteinander gemischt; es gibt also weißgelbe und gelbrote Sterne, aber es gibt im allgemeinen keine weißroten.

Dadurch ergab sich sofort das Verfahren, die Farben der Fixsterne an Hand einer Abkühlungs-Farbenfolge zu bestimmen. Nach mehrfachen Änderungen habe ich dieser schließlich die folgende Form gegeben. Das der Farbenzahl oben rechts beigesetzte $c = color$ bezeichnet ebenso die Farbe, wie $m = magnitudo$ die scheinbare Größe.

0^c	W	Weiß
1	GW	Gelblichweiß (W überwiegt)
2	WG	Weißgelb (W und G zu gleichen Teilen)
3	HG	Hellgelb oder Blaßgelb
4	G	Reingelb
5	DG	Dunkelgelb, ein gesättigtes tiefes Gelb
6	RG	Rötlichgelb (G überwiegt)
7	O	G und R zu gleichen Teilen (Orange)
8	GR	Gelblichrot (R überwiegt)
9	R	Rot

Die Farben am brechbareren Ende des Spektrums brauchten nicht berücksichtigt zu werden, weil sie sich auf einige der kleinen Begleiter von Doppelsternen beschränken. Kamen sie — besonders Blau — doch einmal im Lichte der hellen Sterne vor, so ergab sich bei näherer Untersuchung stets, daß das Vorkommen lediglich eine Folge von Unvorsichtigkeit beim Beobachten gewesen war.

In einer Farbenreihung, die mit *W* beginnt und durch *G* bis *R* fortschreiten soll, ist eine Übergangsstufe $5c$ = dunkelgelb nicht nur einfach folgerecht, sondern die Stufe hat sich auch als notwendig erwiesen. Als ich im Jahre 1884 Farbenschätzungen mit einem kleinen terrestrischen Fernrohr begann, fand sich diese Stufe in vielen Sternen sehr deutlich ausgeprägt; und auch später beim Gebrauche eines vierzölligen Refraktors zeigte sich ihre Berechtigung. Sie setzt voraus, daß in den folgenden Stufen das Rot immer mit Dunkelgelb verbunden ist. Das war der Fall.

Trotzdem zwingen einige Umstände zur Erörterung der Frage, ob die Farbe $DG = 5c$ nicht etwa nur durch ungenügende Helligkeit der Sterne hervorgerufen wird oder auch vom Instrument abhängt. In der Tat kommt sehr viel auf das benutzte Beobachtungswerkzeug an. Wie in dem kleinen terrestrischen Fernrohr, stellen sich die Farben auch im Trieder von *Goerz* kräftig ausgeprägt, tief gesättigt dar (hier infolge des Lichtverlustes durch Spiegelung an den Prismen wie dort durch Absorption in den vielen Linsen). In beiden ist in den Mischungen $G + R$ das Rot stets mit einem kräftigen dunklen Gelb verbunden.

Die Art des *G*, die mit *R* gemischt ist, läßt sich am sichersten bei Stufe $6c$ erkennen, an der der Übergang von *G* zu *R* stattfindet. Gerade um diesen Übergang handelt es sich. Im Vierzöller ist fast durchweg das erste Auftreten von *R* mit einem dunklen *G* verbunden, insbesondere bei allen Sternen von geringer Helligkeit. Aber bei den hellsten Sternen dieser Färbung, wie *α Ursae*, *α Bootis*, sind gelegentlich auch Verbindungen der geringsten Menge *R* mit $4c$ gesehen worden. Am 6. November 1916 fand ich ausnahmsweise auch einmal *α Tauri* $4c$ mit einer Spur Rot verbunden. Da das aber die 5. Schätzung des Abends war, so mag die Ursache die noch nicht errreichte volle Dunkelanpassung des Auges gewesen sein.

Aber was im Trieder nie vorkommt und im Vierzöller nur als seltene Ausnahme auftritt, das ist in einem kleinen Opernglase und auch in einem sehr lichthellen Theaterglase von *Voigtländer* die Regel. In ihnen ist das Rot mit einem blassen Gelb $=3c$, auch $4c$ verbunden, d. h. also, der Übergang zu *R* wird nicht durch ein verdunkeltes *G* vermittelt.

Um nun solche ungewöhnlichen Abweichungen von der Abkühlungs-Farbenfolge bezeichnen zu können, muß man einen Zusatz anbringen. Die Skala bleibt unverändert, weil sie sich in der Hauptsache bewährt hat. Sieht man ausnahmsweise reines Rot mit einem helleren Gelb gemischt, als in meiner Farbenfolge vorausgesetzt, so muß man, um das in Zahlen anzugeben, die Hauptfarbe, angenommen $3c$, mit dem Zusatz $+R$ versehen, oder $+Or$, wenn es aussehen sollte, als sei der Grundton mit einem orangefarbenen Gemisch behaftet. Die Menge des beigemischten *R* ist dann durch eine Zahl besonders zu bezeichnen, wie folgt:

1. eben bemerkbarer rötlicher Hauch,
2. schwache, aber deutliche Beimischung,
3. ebenso viel R wie G,
4. starke Beimischung,
5. soviel R, daß der gelbe Grundton nur noch eben zu empfinden ist.

Die letzten drei Stufen kommen nicht in Betracht, soweit meine Erfahrungen bei den gewöhnlichen Fixsternen reichen. Die Färbung eines hellgelben Sterns mit schwacher, aber deutlicher Beimischung von Rot würde also zu bezeichnen sein durch $3c + R^2$.

Die von der Regel abweichenden Färbungen, auf welche diese Bezeichnungsweise Anwendung findet, werden aber nicht nur von verschiedenen Instrumenten hervorgerufen, sondern zeigen sich offenbar auch bei den Neuen Sternen. Bei diesen scheint der in kurzer Zeitspanne erfolgende Verlauf des Abkühlungs-Farbenwechsels von Weißglut durch blasses Gelb unmittelbar zu Rot vor sich zu gehen.

Es ist noch die Farbtonleiter zu erwähnen, nach der die Farben der Sterne der *Potsdamer Photometrischen Durchmusterung* bestimmt sind. Auch sie folgt dem Abkühlungsverlauf und lautete ursprünglich, von *Vogel* aufgestellt: $W—GW—WG—G—RG—GR—R$. Später hat man überall noch zwei Zwischenstufen eingeschoben, die man durch + und — unterschied.

Ganz abweichend von diesen und andern Abkühlungsskalen ist die Farbenfolge, deren sich die Beobachter der englischen astronomischen Gesellschaft bedienen. Sie besteht aus Aneinanderreihung der von *Newton* willkürlich wegen der Ähnlichkeit mit musikalischen Verhältnissen herausgegriffenen auffälligsten Farben des Sonnenspektrums, zwischen je zwei derselben man noch zwei Übergangsfarben eingeschoben hat. Jede dieser Farbenstufen wird dann noch in 4 Stärkegrade (Sättigungsstufen) zerlegt, welche bedeuten: 1 = blasseste Färbung; 2 = blaß; 3 = normal; 4 = kräftigst getönt.

Der grundlegende Unterschied dieser Spektral-Farbenreihe gegen die Abkühlungs-Farbenfolge liegt in der verschiedenen Bewertung des Weiß. Während Weiß in der letztgenannten Skala als selbständiger Farbenton einen großen Rang einnimmt, tritt es in der andern ganz zurück, indem es nur als Hilfsfarbe dient, um den geringsten Stärkegrad auszudrücken. Infolge dieser Grundverschiedenheit muß der Versuch aussichtslos erscheinen, die Skalen zu vereinen oder aufeinander zu „reduzieren".

Gegen die Farbenfolge $W—G—R$ ist von jeher derselbe Vorwurf erhoben worden: die ersten Stufen von W bis G seien nur Sättigungsabstufungen des einen Farbentons Gelb, während die folgenden nur Farbentöne darstellen, deren Sättigung völlig unbestimmt bleibe.

Die Beschaffenheit eines jeden Farbeneindrucks hängt von 3 veränderlichen Größen ab: Lichtstärke, Farbenton und Farbensättigung. Die Lichtstärke bleibt hier außer Betracht. Der Farbenton entspricht der Wellenlänge.

Über die Sättigung sagt *Helmholtz*:

„Die gesättigtesten objektiven Farben, die wir kennen, sind uns in der Reihe der Spektralfarben gegeben ... Die Unterschiede, welche zwischen den Empfin-

dungen dieser Farben bestehen, bezeichnen wir als solche des Farbentons. Denken wir uns eins dieser gesättigt farbigen Lichter mit mehr oder weniger Weiß gemischt, so bekommen wir Farbeneindrücke, die sich dem des Weiß mehr oder weniger nähern und als die weniger gesättigten oder weißlicheren Abstufungen derselben Farben zu bezeichnen sind."

Hiernach scheinen die soeben erwähnten Einwendungen gegen die Farbenfolge $W-G-R$ berechtigt.

Bei der Schätzung der Sternfarben bilden die Farben des Sonnenspektrums unsern einzigen Maßstab; man könnte sie als normal gesättigt bezeichnen. Sie sind aber von etwas verschiedenem Sättigungsgrade, wie man am leichtesten am blauen Teile wahrnehmen kann. *Helmholtz* unterscheidet selbst folgende Abstufungen:

Violett
Indigblau
Rot, Cyanblau
Orange, Grün
Gelb.

Violett ist am meisten gesättigt, die andern Farben nehmen in vorstehender Reihenfolge ab (*Helmholtz, Physiol. Optik, 3. Aufl., II 107. 108*). Sind auch die reinen Spektralfarben die gesättigtsten objektiven Farben überhaupt, so rufen sie im unermüdeten Auge doch noch nicht die gesättigtesten Farbenempfindungen hervor, die überhaupt möglich sind. Diese lassen sich erzeugen durch die Wirkung der Komplementärfarben.

Die vorhin angeführte *Helmholtz*sche Festsetzung des Begriffes der Sättigung ist nicht richtig, weil, wie *Hering* (*Grundzüge der Lehre vom Lichtsinn, S. 40*) sagt, *Helmholtz* „zum Kriterium einer gesättigten Farbe nur das Fehlen einer deutlichen Weißlichkeit oder Graulichkeit, nicht aber auch das Fehlen einer deutlichen Schwärzlichkeit gemacht hat".

Wundt (*Grundzüge der physiol. Psychologie I 482*) kennzeichnet die Sachlage folgendermaßen: „Wir nennen eine Farbe um so tiefer oder gesättigter, je weniger farbloses Licht (Weiß, Grau oder Schwarz) ihr beigemischt ist." (Ebenso *Brücke, Physiologie der Farben, S. 23.*)

Danach sind die wegen Lichtschwäche mehr oder weniger grau verschleierten kleinen roten Sterne keineswegs die gesättigtesten.

Man kann sich diese Verhältnisse am besten mit Hilfe der Farbenkugel klar machen, wie sie *Ph. O. Runge* entworfen hat. (*Die Farbenkugel, Hamburg 1810.*) In ihrem einen Pol steht Weiß, im andern Schwarz. Alle Farbentöne bilden Meridiane, und die Sättigungsstufen laufen dem Äquator parallel. Die bunten farbigen Meridiane beginnen blaß am Pol W und werden von da an mit zunehmender Entfernung kräftiger getönt. Die größte Reinheit oder Sättigung findet sich ausschließlich im Äquator. Und wie die Farben von hier aus nach W zu immer mehr weißverschleiert, also weniger gesättigt werden, so geht auch nach dem Pol S zu eine Abnahme der Sättigung vor sich durch zunehmende Grauverschleierung. Man kann auch den der Sättigung gleichbedeutenden

Ausdruck „Reinheit“ wörtlich auffassen: vom Äquator aus werden die Farben nach beiden Polen zu unrein.

Es ergibt sich, daß die Sättigung physikalisch gar nicht „definierbar“ ist.

Die Begriffe Farbenton, Sättigung und Helligkeit, deren sich jede Farbentheorie bedienen muß, sind nicht unabhängig voneinander; ändert sich einer der drei Teile, so ändern sich die beiden andern mit.

Alle Einwände gegen die astronomische Abkühlungsfarbenfolge gehen von der *Helmholtz-Newton*schen physikalischen Farbentheorie aus. Die physikalische Darstellung der Farben ist einfach, trifft aber nicht das Wesen der Sache. Sinneseindrücken ist physikalisch schwer beizukommen. Das Auge ist kein physikalisches Instrument, und beim Farbensehen wirken auch physiologische und psychophysische Ursachen mit. *Helmholtz* vermeinte, auf Grund seiner Theorie die Welt der Farben physikalisch erklären zu können und war infolgedessen gezwungen, die ungeheuer mannigfaltigen Farbenerscheinungen durch Sinnestäuschungen, Urteilstäuschungen, falsche Schlüsse zu deuten.

Aber es handelt sich keineswegs um Täuschungen. *E. Hering* hat vollkommen recht, wenn er die Welt der Farben durch die Art und Weise des äußeren Reizes, durch die jeweilige Stimmung des Auges und durch den Zustand des Nervensystems erklärt. Er hat deshalb der unzulänglichen *Helmholtz*schen Farbentheorie eine andere entgegengesetzt, in der Weiß eine selbständige einfache Empfindung bildet, wie überhaupt jedes Glied der ganzen tonlosen, unbunten Weiß-Grau-Schwarz-Reihe. Er hat sich auch an dieser Anschauung mit Recht nicht irre machen lassen durch den Einwand, daß ja in Weiß alle Farben enthalten seien.

Ein Seitenstück zu Weiß bietet Orange. Man vermag es aus Mischung von gelbem und rotem Licht entstehen zu lassen; es tritt aber im Spektrum als selbständiger „homogener“ Farbenton auf. Lichter, die physikalisch ganz verschieden sind, können uns doch völlig gleich erscheinen. Daß Weiß die Vereinigung von Strahlen aller Wellenlängen ist, schließt nicht aus, daß es auch auf anderem Wege im Auge zur Empfindung gelangen kann. Unter dieser Annahme, die ich von jeher vertreten habe, ist alles erklärt und gegen die Abkühlungsskala nichts einzuwenden.

Hering nennt übereinstimmend mit *Helmholtz* die „gleiche Qualität des bunten Merkmals“ einer Farbe ihren Ton. Er wendet jedoch den Ausdruck „Sättigung“ nicht an, sondern nennt reine bunte Farbentöne „freie“, hingegen solche, die Weiß oder Grau enthalten „verhüllte“.

Nach meinen Erfahrungen entspricht die *Hering*sche Theorie ausgezeichnet den an den Gestirnen wahrzunehmenden Färbungen, die *Helmholtz*sche nicht.

Die Reinheit oder Sättigung oder Verhüllung der Sternfarben kann man auch als ihr Aussehen bezeichnen. Dieses Aussehen hängt von der scheinbaren Helligkeit der Sterne ab, so, daß die Sterne jeder Größenklasse von gleichem Aussehen sind. Aber auch der Farbenton ist gleichzeitig von der scheinbaren Helligkeit abhängig, er kräftigt und verstärkt sich mit abnehmender Helligkeit. Damit hängt zum Teil der Umstand zusammen, daß auch das Instrument von Einfluß auf das Aussehen der Sternfarben ist.

Weißverhüllung des Orange (reines Rot kommt am Sternhimmel kaum vor) habe ich niemals gesehen, wohl aber das umgekehrte: Grauverhüllung. Sie tritt bei ungenügender Helligkeit ein und nimmt um so mehr zu, geht ins Schwärzliche über, je geringer die Helligkeit eines Sternes im angewandten Beobachtungswerkzeug ist. Das Ende dieser zunehmenden Grauverschleierung sehen wir nicht; lange bevor die Sterne schwarz werden, unterliegen sie andern Veränderungen: Gelb und Orange werden zu Braun in verschiedenen Abschattierungen. Das Auftreten von Braun und Grau ist ein Zeichen, daß man im angewandten Instrument die Grenzen des richtigen Farbenerkennens erreicht hat. Der letzte Lichtrest aber erscheint farblos, grau, genauer blaugrau. In dieser Tönung schimmert daher das ganze Heer der kleinsten Sterne; dahinter steckt ihre wahre Farbe. Damit stimmt überein, daß mir mit bloßem Auge alle helleren Sterne ebenfalls blaßbläulichgrau erscheinen, weiße auch reinblau, sobald sich keine bestimmte Abkühlungsfarbe an ihnen erkennen läßt.

Die ziffernmäßige Festsetzung der Grenze des sichern Farbenerkennens fällt je nach dem Beobachter recht verschieden aus. *F. Krüger* nennt in der Einleitung zu seinem *Neuen Katalog farbiger Sterne* (*Spec. Astr. Vat. VII, S. IX*) die 8,5. Größe als Grenze für seinen Refraktor von *Heele*, mit dem er nach *S. VI* alle Farbenschätzungen ausgeführt hat. Dieser besitzt eine Objektivöffnung von 172^{mm}. Wie *Krüger S. XVIII* angibt, hat er die Farbenzahlen zu lichtschwacher Sterne als unsicher eingeklammert; man findet in seinem Katalog die Klammer bei fast allen Sternen 9. Größe und auch schon 8,5. Größe. Bei den wenig gefärbten Sternen rät diese Unsicherheit bisweilen schon reichlich eine Größenklasse früher auf.

Lau meint, daß „Sterne 5. Größe schon für Farbenschätzungen an einem Vierzöller zu schwach sind". (*AN 205, 55.*)

Wirtz behauptet von den Farbenschätzungen der Doppelsterne durch *Dembowski*, für schwächere Sterne als 7. Größe „kann man selbst an dem stärkeren Fernrohr *Dembowskis*, dem Siebenzöller, eine zuverlässige Farbenauffassung nicht mehr erwarten". (*AN 210, 300.*)

Ich erkenne in meinem Vierzöller (108^{mm} Objektivöffnung) in der schlechten Luft der Großstadt mit dunkelangepaßtem Auge in voller Nacht jederzeit deutliche Farben bis einschließlich der 6. Größe. Bei den nur selten eintretenden günstigen Gelegenheiten erstreckt sich die Grenze sogar bis zur 7. Größe. Darunter erst wird Weiß zu Grau. Für rote Sterne ist die Grenze noch weiter gedeckt, bis zu 8.—9. Größe.

Bei den Sternfarben handelt es sich größtenteils um Mischfarben. In diese spielen eine solche Menge physiologischer Ursachen mit hinein, und die Verhandlungen, in denen dieselben Farben erscheinen können, sind so verschiedentig, daß wir mit der *Helmholtz*schen Farbentheorie nicht auskommen. Die Gleichheit der Sternfarben mit den Farben des Spektrums ist nur für eine bestimmte Helligkeit vorhanden. Was wir außerhalb dieser Grenzen sehen, sind keineswegs Täuschungen, sondern ebenfalls Farbenreize, die durch veränderte Einwirkungen auf die Netzhaut hervorgerufen werden.

Kurz zusammengefaßt: in der Abkühlungs-Farbenfolge ist *W* ein selbständiger Farbenton. Die hellsten Sterne — je nach dem Instrument beurteilt —

sind „normal" gefärbt, d. h. ihre Farbe liegt im Äquator der Farbenkugel. Bei ungenügender Helligkeit unterliegen alle Farben, also auch *W*, einer Grauverhüllung.

Mit der Abkühlungsfarbe der Sterne stimmt auch die Art ihres Spektrums annähernd überein. Schon die erste Einteilung der Spektra, die von *Secchi* herrührt, berücksichtigte die Farbe, ähnlich auch die *Vogel*sche. Beiden war die Entwicklung der Weltkörper zugrunde gelegt. Auch die eingehendere *Harvard*-Einteilung schloß sich dem an. *F. Krüger* fand, daß in jeder Spektralklasse die Sternfarbe nur innerhalb enger Grenzen schwankt und daß mit Zunahme der Spektrallinien und der dunklen Banden eine Vertiefung des Farbentons im Sinne der Abkühlungsfarbenfolge stattfindet. (*Publ. Vatic. III, S. 115.*)

Wenn nun auch das Farbenschätzen insofern eine einfache Sache ist, als jede einzelne Beobachtung frei für sich erhalten wird ohne Beziehung auf einen andern Stern und ohne weitere Umstände, so wirken doch dabei wie bei allen Tätigkeiten der Sinneswerkzeuge mancherlei Fehlerquellen mit, um die Ergebnisse mehr oder weniger zu trüben.

Vorab ist zu bemerken, daß natürlich viel von der Übung abhängt; je geringer diese, desto mehr schwanken die Ergebnisse hin und her.

Wie schon erwähnt, stellen die verschiedenen Instrumente durchaus nicht die Farben genau übereinstimmend dar, vielmehr fügt ein jedes der Farbe etwas Eigenes hinzu. Das zeigen deutlich die folgenden Vergleiche zwischen meinem vierzölligen Refraktor (4 *Z*) und dessen Sucher (*S*), beide von gleicher Konstruktion, aber der erste von 108^{mm}, der zweite von 27^{mm} Objektivöffnung. Daneben setze ich die Vergleichungen desselben Refraktors mit dem erwähnten ganz anders konstruierten kleinen terrestrischen Fernrohr (*t R*) von 34^{mm} Objektivöffnung.

F	4 *Z* — *S*	4 *Z* — *t R*	*S* — *t R*
1	—1.3	—1.4	—1.2
2	—0.3	—1.2	—0.8
3	—0.1	—1.0	—0.5
4	—1.0	—0.8	—0.2
5	—1.3	—0.7	+0.1
6	—0.8	—0.5	+0.5
7	—0.6	—0.4	+0.8
Mittel	—0.8	—	—

Ein Einfluß der Helligkeit der Sterne hat sich in keinem Falle sicher kennen lassen.

Während der Sucher wohl alle Farben um durchschnittlich 0.8 stärker getönt zeigt als der Refraktor, weisen die Vergleiche mit dem *t R* einen derartigen Gang mit den Farbenstufen auf.

Unsichtige Luft, Nebel, ganz besonders aber ein Federwolken-Schleier vertiefen den Farbenton ein wenig, Mondschein hellt ihn auf. Mit diesem Abblassen der roten Farbe auf erhelltem Himmelsgrunde hängt es zusammen, daß

Veränderliche im Mondschein etwas heller erscheinen als auf dunklem Hintergrunde.

Wie die Dicke der Atmosphäre auf die Sternfarben verstärkend wirkt, zeigt folgende Tafel. Sie enthält die Werte für 8 orangefarbene Sterne für den *4 Z*, und für das Opernglas die Zahlen des ebenso gefärbten *α Tauri* allein.

Zenitabstd.	Vertiefung der rötl. Farbe		Zenitabstd.	Vertiefung der rötl. Farbe	
	4 Z (8 Sterne)	*Op* (*α Tauri*)		*4 Z*	*Op*
36°	0ᵉ.0	0ᵉ.0	58°	+0ᵉ.3	+0ᵉ.2
37	+0.1	0.0	59	+0.3	+0.2
38	+0.1	0.0	60	+0.3	+0.3
39	+0.1	0.0	61	+0.3	+0.3
40	+0.1	0.0	62	+0.3	+0.3
41	+0.1	0.0	63	+0.3	+0.3
42	+0.1	0.0	64	+0.3	+0.3
43	+0.1	0.0	65	+0.3	+0.3
44	+0.1	0.0	66	+0.4	+0.3
45	+0.1	+0.1	67	+0.5	+0.3
46	+0.1	+0.1	68	+0.6	+0.3
47	+0.2	+0.1	69	+0.7	+0.4
48	+0.2	+0.1	70	+0.8	+0.4
49	+0.2	+0.1	71	+0.9	+0.5
50	+0.2	+0.1	72	+1.2	+0.5
51	+0.2	+0.1	73	+1.3	+0.6
52	+0.2	+0.2	74	—	+0.6
53	+0.2	+0.2	75	—	+0.7
54	+0.2	+0.2	76	—	+0.7
55	+0.2	+0.2	77	—	+0.8
56	+0.2	+0.2	78	—	+0.8
57	+0.3	+0.2	79	—	+0.8
			80	—	+1.0

Also auch hier eine deutliche Mitwirkung des Instruments.

Zur sicheren Feststellung eines Einflusses der scheinbaren Höhe auf weiße Sterne reichen die Refraktor-Schätzungen nicht ganz aus. Auch den weißen Sternen ist immer eine wechselnde Spur Gelb beigemischt, und es ist sicher, daß dieses Gelb bei Annäherung solcher Sterne an den Horizont an Stärke zunimmt. Ganz anders verhalten sich aber die Schätzungen mit dem Opernglase: *α Lyrae* z. B., dessen Farbe im Opernglase in großer Höhe 1ᵉ.5 ist, nimmt keineswegs mehr Gelb an. Zwischen seiner Kulmination und 21° Höhe — bis wohin die Schätzungen sich ausdehnen — bleibt die Gilbe in seinem Licht so gut wie unverändert. Aber dazu tritt mit abnehmender Höhe sich mehr und mehr ver-

stärkendes Blau auf. Mag auch ein Teil davon durch den hellen Himmelsgrund über der innern Stadt hervorgerufen sein, so ist doch die Bläue im allgemeinen sicherlich eine Folge der Abnahme der Helligkeit beim Sinken des Sternes, verstärkt durch eine leichte Neigung des kleinen Instruments, in weißen Sternen überhaupt ein sehr blasses Blau zu zeigen.

Weit größer als die äußerlichen Einflüsse auf die Farben sind die vom Auge ausgehenden, die physiologischen.

Sehr wichtig ist der Verlauf der Dunkelanpassung. Bei Beginn der Beobachtungen besitzt das Auge noch nicht die völlige Empfindlichkeit, es ist noch „hell adaptiert". Dann sieht es alle Farben zu blaß (durchschnittlich um ½ Stufe), in denen Rot enthalten ist. Aber bei dauerndem Aufenthalt im verdunkelten Beobachtungsraum vertieft sich die Farbe rasch, bis nach etwa ¾ Stunden die stärkste Tönung erreicht ist, die zugleich die volle Empfindlichkeit des Auges kennzeichnet. Von diesem Zeitpunkt an nehmen die roten Farbtöne im Verlaufe der folgenden Beobachtungsstunden bei dauernder Dunkelanpassung des Auges sehr langsam wieder ab. Die Schätzungen der weißen und hellgelben Sterne verlaufen mehr in einer der Abszissenachse parallelen Geraden. Die dunkelgelben bilden den Übergang.

Die folgende Tabelle enthält die Unterschiede: Farbe der an jedem Beobachtungstage abgezählten Schätzungen *minus* Katalog-Farbenmittel (4zölliger Refraktor), und zwar für Sterne, in deren Licht Rot enthalten ist, also die vereinigten Farbenstufen 6^c—8^c.

Nummer der Schätzung	Farben-Änderung	Nummer der Schätzung	Farben-Änderung	Nummer der Schätzung	Farben-Änderung	Nummer der Schätzung	Farben-Änderung
1— 5	—0.31	31—35	+0.10	61—65	+0.04	91— 95	—0.34
6—10	—0.06	36—40	+0.11	66—70	+0.04	96—100	—0.02
11—15	+0.12	41—45	+0.09	71—75	—0.14	101—105	—0.24
16—20	+0.16	46—50	—0.02	76—80	—0.13	106—110	—0.21
21—25	+0.15	51—55	—0.02	81—85	—0.17	111—115	—0.48
26—30	+0.17	56—60	—0.06	86—90	—0.25	116—120	—0.47

Die Zahlen sind nur aus den Beobachtungen heller, weit oberhalb der Farbenreizschwelle befindlicher Sterne abgeleitet, die ihre Farbe jederzeit deutlich und rein erkennen ließen. Für schwächere Sterne gelten die Werte nicht. Sie zeigen, solange die volle Dunkelanpassung nicht eingetreten ist, unreine und auch falsche Farben.

Da der Verlauf der Farbenempfindung während der Dunkelanpassung nur mit ununterbrochen fortgesetzten Farbenschätzungen ermittelt ist, so war eine Untersuchung ihres Laufes für den Fall einer Unterbrechung erforderlich. Es hat sich ergeben, daß die Zeit der Unterbrechung mitgezählt werden muß, solange dabei das Auge im Dunkel verweilt. Eine kurze, nicht zu starke Unterbrechung durch künstliche Beleuchtung hat nicht viel zu bedeuten. Durch das Nachsehen der von dem schmalen Lichtstreifen einer Blendlaterne nur schwach

beleuchteten Sternkarte stellte sich die Farbe des nächstfolgend beobachteten Sterns um nur 0ᵉ.1 blässer heraus.

So wenig die Empfindung für die Farben im Verlaufe einer Nacht dieselbe bleibt, so wenig bleibt sie sich von Tag zu Tag gleich. An manchen Abenden sind die Farbenschätzungen besonders der rötlichen Sterne sehr stark getönt ausgefallen, an andern (benachbarten sogar) viel weniger, ohne daß eine der bekannten äußern Ursachen zur Erklärung ausreichte. Der Unterschied kann sogar an aufeinander folgenden Tagen mehr als eine Stufe der Farbenfolge ausmachen.

In *Astr. Nachr. 178. 59* sind die Abweichungen der Tagesschätzungen vom allgemeinen Farbenmittel der einzelnen rötlichen Sterne für die Jahre 1894 bis 1898 zusammengestellt. Leider ist die Zahl der Beobachtungstage infolge der Ungunst unserer Witterung sowie der rauchigen und staubigen Luft der Großstadt gering, ebenso auch die Anzahl der beobachteten roten Sterne. Ein Überblick der Werte zeigt aber, daß die Vorzeichen keineswegs regellos wechseln, sondern zeitweise gleich bleiben. Das deutet etwas Periodisches an. Der ganze Wechsel nimmt offenbar einen epizyklischen Verlauf. Er hebt und senkt sich in einer Art, die ziemlich deutlich folgende Scheitelpunkte erkennen läßt:

positive Werte		negative Werte
1895 März		1894 Jan.
	2¼ Jahre	
1897 Juni		1896 Mai
		2½ „
		1898 Nov.

im Mittel rund 2⅓ Jahre Unterschied. Die Zeiten sind natürlich der Tafel nur ganz unsicher zu entnehmen, weil scharfe Wendepunkte fehlen und das fortwährende Auf- und Abzucken an den einzelnen Beobachtungstagen die Beurteilung erschwert. Auf diesen nur schwach angedeuteten flachen Wellen heben sich deutlich genug kleinere ab. Ein gleichmäßiger Verlauf scheint nicht stattzufinden. Es wechseln Zeiten des Schwankens mit Zeiten der Ruhe. Mitunter tritt plötzliche Änderung der Vorzeichen ein, während zu andern Zeiten sich der Übergang allmählich vollzieht. Sucht man die größten Abweichungen heraus, die zugleich durch die meisten Sterne gesichert sind und die nicht durch widersprechende Werte der Anschlußtage in Frage gestellt sind, so findet man folgende (an allen diesen Tagen weichen sämtliche Farbenschätzungen in gleicher Richtung vom Mittel ab):

			Tage
1895 III	22 + 0ᵉ.66	(6)	
	23 + 0 .82	(6)	
			209 = 7 × 30
X	16 + 0 .45	(9)	
			238 = 8 × 30

			Tage
1896	VI	10 + 0.55 (13)	
			89 = 3 × 30
	IX	7 + 0 .47 (15)	
			165 = 5,5 × 30
1897	II	19 + 0 .44 (15)	
			426 = 14 × 30
1898	IV	21 + 0 .37 (15)	

1894	I	28 — 0.48 (6)	
			215 = 7 × 30
	VIII	31 — 0 .42 (19)	
			227 = 8 × 30
1895	IV	15 — 0 .66 (13)	
			453 = 15 × 30
1896	VII	11 — 0 .53 (30)	
			476 = 16 × 30
1897	X	30 — 0 .65 (6)	

Lassen sich auch mit der kleinsten Zwischenzeit von 89 Tagen die Daten einigermaßen darstellen, so gelingt das durch den gemeinsamen Faktor 30 noch besser.

Durch diesen beständigen Wechsel der Farbenempfindung der Zapfen in der Netzhaut des Auges erklären sich die sogenannten farbenwechselnden Fixsterne. Von diesen ist am bekanntesten *α Ursae* durch *H. J. Klein* geworden. Er stellte eine Periode von 3—4 Wochen fest, innerhalb deren die Farbe des Sterns zwischen „chromgelb" und „schwach feuerrot" wechseln sollte. Nicht wenig Beobachter vermochten diesen Farbenwechsel zu bestätigen, andere allerdings nicht. Hauptsächlich verdienen davon die Schätzungen hervorgehoben zu werden, die *C. W. Wirtz* ausgeführt hat (*Sirius 1903, S. 193*). Danach vollzieht sich der Farbenwechsel zwischen hellgelb bis rötlichgelb in Perioden von 25, 29, 31, 32, 52, 55, 57, 58 Tagen, aus denen er als Mittel 41.1 Tage berechnet. Man sieht aber, daß die Periode doppelt ist und aus einer kleinen von im Mittel 29 und einer größeren von 55.5 Tagen besteht.

Diesen Farbenwechsel haben die Beobacher falsch gedeutet. Im Jahre 1908 konnte ich auf Grund meiner eigenen, sich über mehr als 20 Jahre erstreckenden Schätzungen den Nachweis führen (*AN. 4252*), daß solch ein Wechsel der Auffassung bei allen beobachteten Sternen von gleicher Farbe gleichzeitig stattfindet. Was die Beobachter an dem genannten einzelnen Stern fanden, sah ich an allen gleichgefärbten in gleicher Weise.

Von großer Wichtigkeit ist dabei die Periode von rund Monatslänge, die übereinstimmend von den genannten und auch andern Beobachtern ermittelt worden ist, innerhalb deren sich die Auffassungsänderung des Auges vollzieht. Sie ist keineswegs durch den Mondwechsel zu erklären, sondern hat ihren Ursprung im Innern des Körpers, sie ist biologisch. Wertvoll ist ferner die Ermittelung der Tatsache, daß dabei der sonst vorhandene Parallelismus zwischen Helligkeit und Farbe nicht stattfindet. *Wirtz* hat das a. a. O. an *α Ursae*

festgestellt, ich selbst an andern Sternen. Dieser physiologische Farbenwechsel übt keinen Einfluß auf die Helligkeitsempfindung aus, ein weiterer Beweis, daß er nicht „objektiv" ist, nicht von außen angeregt wird, nicht in den Sternen vor sich geht.

Einem wirklichen Farbenwechsel unterliegen nur die Neuen Sterne und die Veränderlichen. Er läßt sich am leichtesten an solchen Sternen durch einfache Schätzungen feststellen, deren Lichtwechsel mehr als eine Größenklasse umfaßt, wie der von β *Persei* (weiß) und o *Ceti* (rot). Aber es läßt sich dabei nicht angeben, wieviel von dem Farbenwechsel durch Veränderungen im Stern verursacht wird und wieviel eine Folge der bekannten physiologischen Tatsache ist, daß bei Lichtabnahme sich die Farbe vertieft. Durch objektive Verfahren, durch Ermittelung der Farbentönung auf photographischem Wege ist indessen bereits nachgewiesen, besonders durch *Hertzsprung*, daß bei den δ *Cephei*-Sternen ein Farbenwechsel tatsächlich besteht und nicht scheinbar ist.

Endlich unterliegt die Farbenauffassung auch jahrelang dauernden Änderungen. In meinen Schätzungen roter Sterne machte sich in den Jahren 1885 bis 1906 ein wellenförmiges Schwanken der Auffassung von etwa 10 Jahre langer Dauer bemerkbar, das von da an aber kleiner wurde und bald ganz erlosch. Auch die Gelbauffassung weist ein ähnliches Schwanken auf, jedoch in viel geringerem Umfange. Die Ursache wird im Stoffwechsel des Körpers zu suchen sein. Alle Empfindungen des Auges sind einem beständigen Wechsel unterworfen (beiläufig bemerkt nicht allein die Farben-, sondern auch die Helligkeitsempfindungen).

So ist auch der Wert, um den sich die Farbe ändert, wenn die Helligkeit herabgesetzt wird, keineswegs unveränderlich. Ich hatte ihn durch Abblendung des Fernrohrobjektivs mittels Sektorblenden zu ermitteln versucht und fand bei Lichtschwächung um 1 Größenklasse eine durchschnittliche Farbenvertiefung von $0^c.7$ für jede Farbe. Später erwiesen eingehende Untersuchungen die Veränderlichkeit des Wertes schon in kurzen Zeitspannen von einem Monat. Außerdem war die Farbenvertiefung an sich offenbar zu groß. Vermutlich haben Beugungsfarben zur Vertiefung der Sternfarben beigetragen, obwohl sie unmittelbar bei der Beobachtung nicht erkennbar waren. Sektorblenden scheinen für den vorliegenden Zweck nicht das geeignete Mittel zu sein. *H. E. Lau* hat durch Anwendung von Objektivgittern die Farbenvertiefung für jede Größenklasse zu $0^c.3$ für weiße und gelbe, $0^c.2$ für rote Sterne festgestellt. (*AN. 205. 65.*)

Ein Versuch, aus der Vergleichung der mit meinen verschiedenen Instrumenten erhaltenen Farbenschätzungen den gesuchten Wert zu ermitteln, führte wiederum nur zu dem deutlichen Nachweise einer Mitwirkung der optischen Kraft. Da sich die Lichtstärken zweier Fernrohre wie die Quadrate ihrer Objektivöffnungen verhalten, so ist der Unterschied meiner Instrumente

$$\frac{4Z}{S} = \frac{108}{27} \text{ zu } 3 \text{ Größenklassen und } \frac{4Z}{tR} = \frac{108}{34} \text{ zu } 2\tfrac{1}{2}$$

Größenklassen anzunehmen. Faßt man die Unterschiede der Farben gemäß der symmetrischen Einteilung meiner Skala zusammen, dann findet sich:

Farbenunterschied für 1 Größenklasse

	$S-4Z$	$tR-4Z$
W	$-0^{e}.18$	$+0^{e}.50$
G	$+0\ .25$	$+0\ .32$
Or	$+0\ .27$	$+0\ .20$

Nachdem bisher ausschließlich von den Abkühlungsfarben die Rede war, müssen wir in eine Erörterung über blaue und grüne Fixsterne eintreten, weil sie in der astronomischen Literatur sehr häufig vorkommen. Nach meinen Erfahrungen handelt es sich dabei vorzugsweise um Täuschungen, Folgen von Mängeln der Beobachtung und Außerachtlassung der nötigen Vorsichtsmaßregeln.

Blau entsteht in weißen, selbst noch in weißgelben Sternen, sobald während der Beobachtung fremdes Licht seitlich ins Auge dringt. Die Sterne erscheinen dann wie durch einen zarten blauen Schleier gesehen. Hier liegt tatsächlich der Fall vor, in welchem man eine Farbe durch eine andere hindurchsieht. Die Zufügung des im Auge entstandenen Blau zu der wahren Sternfarbe (1e, selbst gelegentlich 3e) hindert nicht, beide zugleich in einem und demselben Lichtpunkt vereint, und doch getrennt voneinander zu erkennen. Hierin beruht die Erklärung der Beobachtung von *Eginitis* an der *Nova Geminorum 1912*: „*La coloration de cette étoile nouvelle a presenté des phénoménes analogues à ceux de la Nova Lacertae (1910). On y distinguait surtout les couleurs rouge de rubis et bleu de ciel; elles étaient bien intenses et non pas mélées, mais nettement separées, l'une de l'autre, comme si on avait affaire à deux corps différents*“ (*AN 192. 242*). — Blau tritt ferner ganz bestimmt auf als Nachwirkung eines vorher ins Auge gefallenen Lichtreizes, so, wenn man sich vorher bei künstlicher Beleuchtung zu schaffen gemacht hat. Es verschwindet erst nach einiger Zeit. Am 22. Aug. 1897 hatte ich *β Cephei* zu 2e geschätzt und sah alsdann die Sternkarte nach. Als ich jetzt wieder ins Fernrohr blickte, in dessen Feld noch *β* stand, sah ich den Stern mit Blau verhüllt, von dem vorher keine Spur vorhanden gewesen war.

Dauernd können blaue Fixsterne auch durch Über-Korrektion der Fernrohr-Objektive hervorgerufen werden.

Aus dem bedeutsamen Umstande, daß ich auch unter sorgsamer Beachtung aller Vorsichtsmaßregeln in mancher Nacht überall Blau sehe, in andern (oft der folgenden) unter völlig gleichen äußeren Verhältnissen aber gar nicht, folgt als Ursache ohne Zweifel ein Wechsel der Blauempfindung.

In der Physiologie ist ferner längst die Tatsache bekannt, daß auf gelb ermüdeter Stelle der Netzhaut ein farbloses Licht gesättigt blau erscheinen kann. Daraus entsteht oft das Blau im Licht kleiner Nachbarn heller orange farbiger Sterne, wenn man diese vorher lange ins Auge gefaßt hatte. Die einzige Ausnahme von der Regel, daß die Farben des brechbareren Endes des Spektrums unter den Fixsternen nicht vorkommen, bilden die Begleiter mancher Doppelsterne. Ihr Licht ist tatsächlich blau. Oft scheint ihre Farbe nur auf Kontrast mit ihrem komplementär gefärbten Hauptstern zu beruhen; aber man sieht di

Begleiter auch in ihrer blauen Farbe, wenn man den orangefarbenen Hauptstern verdeckt. Ferner gibt es ja orangefarbene Sterne, deren Begleiter nicht blau sind.

Über das Auftreten des Grün und des noch seltener angewandten Lila ist ganz dasselbe zu sagen wie über Blau. In den *Outlines of Astronomy* sagt *John Herschel*: „*Insulated stars of red colour . . . occur in many parts of the heavens, but no green or blue star (of any decided hue) has, we believe, ever been noticed unassociated with a companion brighter than itself*“ (§ 851).

Da eine Erklärung der blauen Farbe von Doppelsternbegleitern durch Täuschungen nicht zutrifft, läßt sich vermuten, daß sie irgendwie eine Folge der Entwicklung der Doppelsterne sein muß. *H. E. Lau* hat gefunden (*AN 205. 29*), daß sich die goldgelben Doppelsterne nach ihrer Eigenbewegung in zwei Klassen teilen lassen: in Hauptsterne mit blauem Begleiter (γ *Andromedae*) und einer mittleren Eigenbewegung von 0″.025 und in Hauptsterne mit rötlichem Begleiter (η *Cassiopeiae*) und einer mittleren Eigenbewegung von 0″.39, oder, wenn man 61 *Cygni* mitnimmt, von 1″.02.

Der stärkste Farbengegensatz, der unter den helleren, einzeln stehenden Fixsternen vorkommt, Rot und Weiß, übt seine Wirkung dahin aus, daß rötliche Sterne röter werden, einerlei wie hell der weiße Stern ist. Gelbweiße Sterne werden weißer, als sie sind, jedoch zeigt sich hier eine Abhängigkeit von der Helligkeit des roten Sterns. Der weißliche erscheint nämlich um so farbloser, je mehr ihn der rote Stern an Helligkeit übertrifft. Die genauen Werte enthält folgende Übersicht:

Größenunterschied	Vertiefung der Farbe des rötlichen Sternes	Aufhellung der Farbe des weißlichen Sternes
weiß > rot bis $-0^m.6$	$+0^c.56$	$-0^c.05$
beide gleich hell $-0^m.5$ bis $+0^m.4$	$+0.45$	-0.38
weiß < rot von $+0^m.5$ an	$+0.55$	-0.75

Die Werte sind erhalten durch Refraktor-Schätzungen an verschieden gefärbten Sternen, die einander so nahe stehen, daß sie unmittelbar nacheinander beobachtet werden konnten, ohne daß das Auge vom Okular entfernt wurde. Stehen die Sterne aber weit genug voneinander entfernt, dann wird durch die Zeit, die das Niederschreiben der Beobachtung und das Einstellen des folgenden Sterns erfordert, die Nachwirkung der Farbe des vorhergehenden Sterns auf den folgenden gänzlich getilgt.

*

Die Sterne bis zur 5. Größe nördlich vom Äquator verteilen sich nach meinen Beobachtungen mit dem Vierzöller, auf 100 berechnet, in folgender Art auf die einzelnen Farbenstufen:

1^c	2^c	3^c	4^c	5^c	6^c	7^c	8^c
0.6	14.2	25.5	14.3	12.0	16.9	14.9	1.7

In der Milchstraße häufen sich die weißen Sterne, während die roten kaum eine Beziehung zu ihr aufweisen. Zu den weißesten Sternen gehören Sirius ($0^c.6$)

und Rigel (0ᵐ9). Die stärkst gefärbten findet man wohl unter den Veränderlichen, wie μ *Cephei* mit 8ᵐ0, *SS Virginis* mit 8ᵐ7, *Y Tauri* = 8ᵐ4, jedoch stehen ihnen unveränderliche Sterne nicht nach, wie z. B. *19 Piscium* = 8ᵐ4, *9 Equulei* = 8ᵐ0. Angaben über den rötesten Stern sind nur mit Vorbehalt zu machen. Die Stärke der Farbe hängt sowohl vom Instrument, von der Helligkeit des Sterns wie auch von der Stimmung des Auges ab.

*

Die Kenntnis der Sternfarben ist von hoher Wichtigkeit. Die durch einfache Schätzungen erhaltenen Zahlenwerte der Farben haben nicht nur schon zu mancherlei Untersuchungen gedient, sondern sie bilden auch eine Hilfe bei den Helligkeitsschätzungen, was erst in neuerer Zeit erkannt worden ist. Die Helligkeit ist von der Farbe abhängig. Mehrere Verzeichnisse von Sternfarben sind durch die Schätzungen zustande gekommen, unter denen als umfangreichstes die *Potsdamer Photometrische Durchmusterung* zu nennen ist mit den Farben der Sterne des nördlichen Himmels bis zur 7½. Größe.

Das Verfahren hat den Vorzug, am schnellsten zu einem Ergebnis zu führen, ohne weitere Umstände, ohne besondere Instrumente. Es gleicht darin den Helligkeitsschätzungen nach *Argelanders* Methode. Beide Verfahren beruhen lediglich auf den Licht- und Farbenempfindungen und der Urteilsfähigkeit des Beobachters. Darin aber liegt zugleich ihr Nachteil, sie sind „subjektiv".

Man hat deshalb schon vor Jahrzehnten versucht, diese persönlichen Schätzungen durch Anwendung von Kolorimetern ganz auszuschließen. Von diesen ist aber außer dem *Zöllner*schen, das der Erfinder von vornherein mit seinem Photometer verbunden hatte, wohl kaum eines über Konstruktionsvorschläge hinausgekommen. Auch das *Zöllner*sche hat nur sehr geringe Anwendung gefunden. Ihm wie allen andern haften zu viele Mängel an.

Ganz anders verhält es sich mit der Hilfe, die diesem Zweige der Astronomie neuerdings durch die Photographie zuteil geworden ist.

Bekanntlich wirken die einzelnen Farben auf die photographische Platte anders als auf die Netzhaut des Auges. Die roten Strahlen beeinflussen die Platte bedeutend weniger als die weißen. Zuerst wies *Schwarzschild* nach, daß der Unterschied zwischen photographischer und visueller Sternhelligkeit in naher Beziehung zur Farbe der Sterne steht. Der Unterschied wird als „Farbentönung" bezeichnet. *Schwarzschild* lieferte eine solche *Aktinometrie*, welche die photographischen Größen aller Sterne bis zur 7½. Größe in der Zone von 0° bis + 20° *Decl.* enthält. Dann folgte *Parkhurst* in der *Yerkes-Aktinometrie* mit den Sternen nördlich von + 73° *Decl.*, gleichfalls bis zu 7½. Größe. Er leitete die „Farbenindices" dadurch ab, daß er die Sterne zweimal photographierte, einmal mit einfacher Platte und dann mit Anwendung farbenempfindlicher Platten und eines Farbenfilters. Es hat sich durch Vergleich mit den zu Potsdam mit dem *Zöllner*schen Photometer gemessenen Sternhelligkeiten herausgestellt, daß die photographisch mit Hilfe von Farbenfiltern erhaltenen „photographisch-visuellen" Sterngrößen denen nahezu gleich sind, die das Auge un-

mittelbar empfindet. Die so ermittelten Farbenindices sind zwar frei von persönlicher Auffassung, aber sie hängen von den Platten und den Farbenfiltern ab.

Ein anderes Mittel, die Farbe eines Sternes objektiv zu bestimmen, ist von *Bergstrand* und *Hertzsprung* angewandt. Es besteht in der photographischen Bestimmung von effektiven Wellenlängen mittels Gitter vor dem Objektiv. Größere Gebiete des Himmels sind nach diesem Verfahren jedoch noch nicht bearbeitet worden. *Wirtz* hat die von *Bergstrand* und *Hertzsprung* erhaltenen effektiven Wellenlängen mit den *Osthoff*schen Farbenzahlen verglichen (*VJS. d. Astr. Ges. 54, S. 7*). Die folgende Tafel gibt die ausgeglichenen Werte an.

Geschätzte Farben	λ eff *Bergstrand*	λ eff *Hertzsprung*	Geschätzte Farben	λ eff *Bergstrand*	λ eff *Hertzsprung*
0.5^e	419$^{\mu\mu}$		4.5^e	431$^{\mu\mu}$	426$^{\mu\mu}$
1.0	420	414$^{\mu\mu}$	5.0	434	429
1.5	421	415	5.5	437	432
2.0	422	416	6.0	441	436
2.5	423	417	6.5	445	440
3.0	424	419	7.0	450	
3.5	426	421	7.5	455	
4.0	429	424	8.0	460	
4.5	431	426	8.5	466	

Alle Untersuchungen haben bis jetzt die Tatsache festgestellt, daß sowohl die effektiven Wellenlängen wie auch die Farbentönung in einfachem linearem Verhältnis zu den Spektralklassen stehen. Nach *King* ändert sich die Farbentönung von einer zur andern Klasse um $0^m.38$. Zugleich zeigen alle Vergleiche der objektiven Farben mit jenen Schätzungen, die an Hand der *Osthoff*schen Farbenskala ausgeführt sind, daß diese Farbenfolge richtig aufgebaut ist; nirgends tritt ein Sprung ein.

*

Wie heute noch *Argelander*s Methode zum Schätzen von Lichtunterschieden ihren vollen Wert besitzt, ungeachtet aller Photometer-Messungen, so auch die einfachen Schätzungen der Sternfarben an Hand einer Gedächtnis-Skala trotz der neuzeitlichen Hilfsmittel. Der Freund der Astronomie, der nicht über große oder kostspielige Instrumente verfügt, vermag mittels des alten Verfahrens noch immer wissenschaftlich Wertvolles zu leisten, nicht nur für die Astronomie, sondern auch, wie aus dem Vorhergehenden ersichtlich ist, für die physiologische Optik und die Biologie.

H. Osthoff.

Beobachtungen der Milchstraße.

Es wird angenommen, daß sich der Milchstraßengürtel einem Hauptkreise anschmiegt, dessen Pole (nach *Houzeau* und *Gould*) in $0^h\,45^m - 27°\,26'$ und $12^h\,45 + 27°\,26'$ für 1900,0 liegen, so daß sich der nördlichste Punkt nordöstlich von *α Cassiopeiae* in $0^h\,45^m + 62°34'$ befindet, der südlichste nahe bei *β Crucis* in $12^h\,45^m - 62°\,34'$, der aufsteigende (absteigende) Knoten auf dem Himmels-Äquator in $18^h\,45^m$ ($6^h 45^m$) im Grenzgebiete von *Aquila*, *Serpens* und *Scutum* (*Monoceros* unweit der Grenze des *Orion*). Der Winkel, den dieser Hauptkreis, der galaktische Äquator, mit dem Horizont bildet, wechselt in ähnlicher Weise wie die Neigung der Ekliptik gegen diesen. Der Leser wolle sich die diesen Gegenstand behandelnden Sätze am Anfange des Kapitels über das Tierkreislicht ansehen; er wird dann, wenn die Neigung des galaktischen Äquators gegen

τ^h	ϑ^h	k	ϑ^h	τ^h
6	$0^h.8$	100°36′	$0^h.8$	6
7	1.8	99 31	23.8	5
8	2.8	96 21	22.8	4
9	3.8	91 22	21.8	3
10	4.8	84 52	20.8	2
11	5.8	77 13	19.8	1
12	6.8	68 43	18.8	0
13	7.8	59 42	17.8	23
14	8.8	50 29	16.8	22
15	9.8	41 27	15.8	21
16	10.8	33 14	14.8	20
17	11.8	26 59	13.8	19
18	12.8	24 32	12.8	18

den Horizont mit k, seine Neigung gegen den Himmels-Äquator, also 62°34′, mit γ, die Sternzeit mit ϑ, die Größe $\vartheta - 18^h\,45^m$, oder der Stundenwinkel des aufsteigenden Knotens, mit τ bezeichnet wird, die Gleichung

$$\cos k = \cos\gamma \cdot \sin\varphi - \sin\gamma \cdot \cos\varphi \cdot \sin\tau$$

als richtig erkennen. Für $\varphi = 51°\,58'$ liefert sie die obenstehende Tafel, die sich von der a. a. O. für die Neigung der Ekliptik gegen den Horizont gegebenen hauptsächlich dadurch unterscheidet, daß jetzt die Neigung auch in unseren Breiten, nicht nur in den Tropen, über 90° hinausgehen kann, daß also für den nach Westen blickenden deutschen Beobachter der Milchstraßen-Äquator zwar gewöhnlich nach links, zeitweilig aber auch nach rechts aufsteigt. Dazwischen

liegen zwei Zeitpunkte, wo er durch das Zenit geht; setzt man in obiger Gleichung $k = 90°$, $\cos k = 0$, so kommt $\sin\tau = \tan\varphi : \tan\gamma$; $\tau = 2^h 46^m{,}3$ oder $9^h 13^m{,}7$; $\vartheta = 21^h 31^m{,}3$ oder $3^h 58^m{,}7$. Das sind die Rektaszensionen der Punkte des Milchstraßen-Äquators, welche $+51°58'$ Deklination haben. Berücksichtigt man die grosse Breite der Milchstraße, so sieht man, daß ungefähr die Sternzeiten von 19^h bis 7^h für ihre Auffassung im ganzen die günstigen, die von 7^h bis 19^h die ungünstigen sind. Wenn ihr Nordpol (in der *Coma*) um $12^h 45^m$ kulminiert, liegt ein sehr breites Gebiet den atmosphärischen Dünsten so nahe, daß es so gut wie ausgelöscht wird. Mit Rücksicht auf den wechselnden Unterschied zwischen Sternzeit und mittlerer Zeit findet man, daß etwa die Nächte im März und April die schlechtesten, die im September und Oktober die besten Bedingungen geben; wohlbemerkt, für die vergleichende Betrachtung der ganzen jeweils über dem Horizont befindlichen Milchstraßenhälfte, während jedes einzelne Gebiet natürlich in seiner oberen Kulmination am besten untersucht werden kann, es sei denn, das Gebiet komme so hoch, daß der Vorteil der reineren Luft durch den Nachteil der unbequemen Körperhaltung ausgeglichen wird. Handelt es sich endlich darum, zwei weitgetrennte Milchstraßengebiete nach ihrer Lichtfülle zu vergleichen, so wird man, am einfachsten mit Hilfe des Himmelsglobus, die Sternzeit ermitteln, zu der sie gleiche Höhe haben, woraus dann leicht zu finden ist, welche Jahres- und Tageszeiten in Betracht kommen.

Aus all diesem ist zu ersehen, daß eine schöne Milchstraßenzeichnung keine ganz leicht zu brechende Frucht ist. Die für einen einzelnen Abschnitt günstigste Sternzeit kann in den gewöhnlich mit gutem Wetter bedachten Jahreszeiten in den Tag oder in unbequeme Morgenstunden fallen und die Vergleichung der einzelnen Abschnitte dadurch erschwert werden, daß eine bestimmte Himmelsgegend allabendlich von aufdringlichem Lampenlichte erhellt wird. Eine gute Dunkel-Adaptation des Auges ist unbedingt vonnöten, außerdem, wenn das Auge kurzsichtig ist, eine sorgfältig ausgewählte Brille. Läßt diese nicht wenigstens das Reiterlein *g Ursae majoris* bequem erkennen, so hat eine Erforschung der Milchstraße, die über das Bestätigen der von anderen gefundenen Dinge hinausginge, wenig Aussicht auf Erfolg. Zum Schutze der Augen gegen fremdes Licht bediente sich *Heis* eines innen geschwärzten Zylinders aus Pappe von 30 *cm* Höhe und Durchmesser, in den er den Kopf steckte. Es versteht sich, daß die Erhellung des Himmelsgrundes selber dadurch nicht aufgehoben werden kann. Für den hier in besonders übler Lage befindlichen Großstädter, der auch mit Benutzung des Fahrrades nicht immer dem Lampenlichte entfliehen kann, mag es einen gewissen Trost bedeuten, daß der September und auch schon der August gute sphärische Bedingungen herbeiführen, also die Monate, die als Reisezeiten manchem die Gelegenheit bringen, im Gebirge, an der Wasserkante oder auch in den günstigen Verhältnissen der Kleinstadt zu beobachten.

Heis[1]), dem man die erste genauere Beschreibung des galaktischen Gürtels seit den Tagen des großen *Ptolemäus* verdankt, nahm als erster 5 verschiedene Lichtstufen an, die er durch Schattierungen wiedergab. Die fünfte reicht fast bis zum Nordpol des Himmels. Die südliche Grenze seiner Darstellung ist etwa der 35. südliche Parallelkreis; das meiste ist in Aachen und Münster, einiges auf

dem Rigi entstanden. Man kann das Gefüge der Milchstraße, wie es *Heis* wiedergibt, als mosaikartig bezeichnen.

Während diese Darstellung der Niederschlag einer über ein Vierteljahrhundert erstreckten Arbeit ist, hat *Houzeau*[2]) einen Aufenthalt in den Tropen benutzt, um in der fast unglaublich kurzen Zeit von etwas mehr als einem Jahr die ganze Milchstraße einschließlich der südlichsten Gebiete darzustellen. Vergleicht man die von ihm gezeichneten Formen mit den entsprechenden bei *Heis*, so tritt eine deutliche Vorliebe für reliefartige, buckelähnliche Gebilde zutage: um einen elliptischen Fleck der hellsten Stufe legt sich excentrisch ein etwas schwächerer, um diesen ein noch matterer. Die *Houzeau*sche Milchstraße ist trotz der scharfen Kritik, die sie erfahren hat, mehrfach zu statistischen Arbeiten benutzt worden, schon weil sie über den ganzen Himmel erstreckt ist.

Etwas später veröffentlichte der an dem berühmten Observatorium des *Earl of Rosse* zu Parsonstown in Irland wirkende deutsche Beobachter *Otto Boeddicker*[3]) seine auf etwa sechsjähriger Arbeit beruhende Zeichnung, die wieder einen ganz anderen Anblick gewährt, indem sie mit den vielen feinen von stärkeren Stämmen ausgehenden Strahlen fast an Gezweige, Gerippe und andere organische Bildungen erinnert. Die englische Kritik hat diese Zeichnung sehr gelobt und ihr hier und da den Vorrang gegenüber der angeblich zu skizzenhaften Darstellung von *Heis* zuerkannt. Sie geht bis $-10°$ und enthält in stereographischem Entwurfe eine Hauptkarte und drei vergrößerte Einzelkarten.

Die äußerst sorgfältige und durch einen ausführlichen Text erläuterte Darstellung von *C. Easton*[4]) nähert sich wieder merklich der von *Heis*, obschon auch ihr die strahligen Bildungen nicht ganz fremd sind. Der auch durch seine theoretischen Arbeiten über den Aufbau unserer Weltinsel bekannte holländische Astronom hat besonders auf das Verhältnis der Helligkeiten in den verschiedenen Gebieten und im ganzen galaktischen Gürtel Nachdruck gelegt.

Wunderbare Feinheiten enthält auch die Zeichnung, die ein zweiter Niederländer, *A. Pannekoek*[5]), herausgebracht hat. Sie geht wieder bis $\delta = -10°$ und gibt an mehreren Stellen ganz neue Aufschlüsse. So ist die auf den photographischen Aufnahmen von *Wolf* an einen Vogel („Wo ist der Spatz?“) erinnernde dunkle Furche in dem hellen, mit dem Halse und Schnabel des Schwanes zusammenfallenden Milchstraßenfleck, die *Heis* vielleicht aus zu großer Vorsicht nicht zu zeichnen gewagt hat, hier in ziemlich auffallender, etwa die Figur eines knienden Menschen andeutender Form zu finden, und wir müssen sagen, daß damit der Eindruck, den wir selbst haben, recht gut wiedergegeben wird. *Pannekoek* gibt zu jeder seiner drei Karten ein Isophotenblatt. Er hat ferner aus den Darstellungen, die er für die zuverlässigsten hält, nämlich außer den eigenen und denen von *Easton* und *Boeddicker* aus der unveröffentlichten, und nicht zugänglichen von *Julius Schmidt*, durch ein sorgfältiges rechnerisches Verfahren Mittelwerte gebildet, die er tabellarisch zusammenstellt, außerdem aber durch drei isophotische Karten wiedergibt. Es findet sich übrigens bei diesem Autor der gelegentlich wohl zu verwertende Hinweis, daß, obgleich es sich ja hier nicht eigentlich um einen teleskopischen Gegenstand handelt, doch die Auffassung hier und da durch Heranziehung des Feldstechers gewinnen kann.

Zu diesen fünf nach dem Anblick mit freiem Auge entworfenen Zeichnungen ist neuestens eine photometrische Darstellung durch *K. Graff*[6]) getreten, die, wie ausdrücklich von ihm betont wird, die Auffassungen von *Heis* und *Easton* mehrfach bestätigt.

Die große Verschiedenheit der veröffentlichten Milchstraßenbilder muß natürlich ihre Ursachen haben. Es versteht sich, daß diese weder auf astronomischem Gebiete liegen werden, indem an eine Veränderlichkeit des Gegenstandes im Laufe weniger Jahrfünfte nicht zu denken ist, noch auf meteorologischem, da z. B. die größere Klarheit der Luft in der heißen Zone höchstens eine weitere Ausdehnung des Phänomens zur Folge gehabt haben könnte, nicht aber einen so gänzlich verschiedenen Aufbau selbst der Teile, die, wie z. B. das Gebiet zwischen dem Schwan und dem Schützen, auch in unseren Sommern in gute Sichtbarkeit kommen. Der galaktische Schimmer rührt von der Unzahl schwacher und schwächster Sternchen her; aber wie dadurch die nervösen Elemente der Netzhaut des einzelnen Beobachters gereizt werden, ist schwer zu sagen. Geringere Empfindlichkeit bei guten Brechungsverhältnissen im Auge wird sich durch das Wegfallen der letzten und vielleicht auch noch der vorletzten Stufe geltend machen. Daneben spielt aber hier, wie beim Zeichnen von Planeten und Nebelflecken, der Umstand eine Rolle, daß der Beobachter sein Auge abwechselnd dem Gegenstande und dem von einer Lampe schwach beleuchteten Papier anpassen muß. Selbst Nachbilder können da störend auftreten. Namentlich aber wird jeder Beobachter seinen Stil haben, den er, bewußt oder unbewußt, der Zeichnung aufprägt.

Was nun besonders die Strahlen angeht, so werden sie hier und da den Sternketten ihren Ursprung verdanken. Man braucht in diesen geraden oder schwach gebogenen Linien, längs deren man manchmal fünf oder sechs hellere Sterne sieht, noch kein mechanisches Prinzip zu suchen; man kann sie für ein reines Zufallsergebnis ansehen, das sich dem Ordnungstriebe des Menschengeistes mehr aufdrängt als die sonstige Regellosigkeit; jedenfalls darf man glauben, daß beim Zeichnen der Milchstraße, auch wohl des Zodiakallichtes, solche Sternreihen, wenn sie auch im ganzen die Orientierung unterstützen, im einzelnen doch sehr stören und den Eindruck des Lichtschimmers entstellen werden. Unwillkürlich folgt das Auge diesen Perlenschnüren, es bleibt von ihnen gebannt und überträgt die Richtung leicht auf das Gebilde, das gezeichnet werden soll. In der Zeichnung von *Boeddicker* scheinen tatsächlich besonders die feineren Ausläufer häufig genug den Reihen hellerer oder schwächerer, jedoch dem freien Auge sichtbarer Sterne zu folgen.

Wie aber, wenn nun ein wirklicher Zusammenhang zwischen den Sternketten und den feinsten Milchstraßenzügen bestände? Auch in diesem Falle, der aber wohl selten eine große Wahrscheinlichkeit für sich haben wird, müßte der Zeichner möglichst sachlich zu verfahren und die Sterne nur zur Orientierung zu benutzen streben. Man könnte ja auch an ein Aufnehmen der Milchstraße nach Horizontalkoordinaten denken, ähnlich wie man wohl versucht hat, Sternschnuppen in dieser Weise mit sogenannten Meteoroskopen zu beobachten. Aber die auf diesem Gebiete herausgekommenen Erfahrungen locken nicht zur

Nachahmung. Immerhin halten wir es für möglich, besonders ausgezeichnete Milchstraßenpunkte, etwa Kreuzungen von drei oder vier Feldern, nach der Zeit des Verschwindens hinter einer Mauer oder einem ähnlichen Hindernis mit der Uhr zu beobachten und hinterher auf leicht ersichtliche Weise die äquatorialen Koordinaten solcher Punkte zu ermitteln, um die verführerische Orientierung gegen die Sterne zu vermeiden.

Die Photographie gibt sowohl bei kurzer als auch bei langer Belichtung wesentlich andere Milchstraßenbilder als die Zeichnung nach dem unmittelbaren Anblicke. Auch der Grad der Entwicklung des Bildes spielt hier seine Rolle. Es gibt jetzt so viele und schöne photographische Milchstraßenbilder, daß Höheres nur mit sehr erheblichen Mitteln zu erreichen sein wird. Eher möchte an eine Bestätigung und Erweiterung der von *Graff* erhaltenen photometrischen Resultate zu denken sein, da die hierzu erforderlichen Mittel noch wohl erschwinglich sein werden.

Während sich das vorliegende Buch im Druck befand, erschien ein monumentales Werk über die Milchstraße, das besonders da zur Anschaffung in Frage kommt, wo die Originalwerke nicht zugänglich sind. *(Die Milchstraße. Von F. Goos. Mit einem Geleitwort von M. Wolf. Acht Zeichnungen, auf vier Tafeln photographisch wiedergegeben, mit Textbeilage in Mappe im Format 30×40 qcm. Verlag von Henri Grand in Hamburg-Altrahlstedt. 1921. Preis zur Zeit des Erscheinens M. 112.)* Man findet darin zwei große Karten, in welchen ausgesuchte *Wolf*sche Aufnahmen der Milchstraße zu einem positiven und einem negativen Bild vereinigt sind, ferner Wiedergaben der oben erwähnten Zeichnungen von *Heis, Easton, Houzeau, Boeddicker* und der das südliche Gebiet darstellenden von *Gould*. Ausführlicheres über dieses herrliche Mappenwerk haben wir anderwärts gesagt *(Himmelswelt XXXI [1921] S. 83 ff.)*.

Man weiß heute, daß sich die Reihe der Lichtabstufungen in der Milchstraße von der hellsten sichtbaren noch weiter nach unten fortsetzt. Auf der Vatikanischen Sternwarte in Rom[7]) ist man mit einer planmäßigen Durchmusterung des Himmels auf dunkle Nebelmassen beschäftigt, wobei die zartesten Schleier mit I, die dichtesten Wolken mit V bezeichnet werden. Das benutzte Rohr hat 40.6 cm Öffnung und 611.3 cm Brennweite. Für den Liebhaber werden sich solche Arbeiten im allgemeinen verbieten.

Wollen unsere Freunde Zeichnungen nach dem Anblick mit freiem Auge liefern, so müssen sie sich Einzeichnungskarten beschaffen, die die Milchstraße nicht enthalten. Die *Rohrbach*schen Karten sind hierfür, weil sie sich über zu kleine Abschnitte des Himmels erstrecken, vielleicht etwas weniger geeignet, als z. B. die neuerdings von Herrn *Cuno Hoffmeister*[8]) herausgegebenen. Auch Dr. *C. Easton* in Rotterdam hat schon früher solche Karten hergestellt, die vielleicht noch zu haben sind. Die vorhandenen Atlanten, wie den von *Heis*, betrachte man nicht vor dem Beobachten.

Gewisse sehr feine Milchstraßenteile im Löwen und in der Jungfrau, also abgesprengte Gebiete gleich den hellen Wolken des Südhimmels, sind irrtümlich schon für den Gegenschein des Tierkreislichtes[9]) gehalten worden. In besonders günstigen klimatischen Verhältnissen lassen sie sich vielleicht genauer beobachten.

Viel heller sind die Wolken des Südhimmels *(Nubecula major, n. minor)*, große, nicht weit vom Südpol stehende, auch dem freien Auge zugängliche Ansammlungen von Sternhaufen und Nebelflecken. Sie sind besonders durch die gewaltige Zahl der in ihnen aufgefundenen veränderlichen Sterne berühmt. Auch sie rechnet man gewöhnlich als Milchstraßengebiete mit.

Wenn der Liebhaber Milchstraßenzeichnungen mit möglichster Unbefangenheit herstellt, unter genauer Angabe von Zeit, Klima und Breite, so wird er zur Aufklärung mancher Widersprüche zwischen den älteren Darstellungen beitragen, mindestens aber der Lehre von den Sinneswahrnehmungen und ihrer Deutung durch den Verstand Material zuführen können*). Schon jene älteren Bilder haben den Studien über den Aufbau unserer Weltinsel und ihre Ähnlichkeit mit den Sternhaufen und Spiralnebeln als Führer dienen können.

Unterwirft man die alte Volkssage, daß sich die Zugvögel nach der Milchstraße richten, einer näheren Betrachtung mit Rücksicht auf Klima, Lebensgewohnheiten der Tiere, Präzession, etwaige Variabilität usw., so bleibt wohl wenig Sicheres übrig. Aber ganz verwerflich ist der Gedanke vielleicht nicht. Einzelne helle Sterne kann man nicht gut als Führer annehmen, weil man da mit den Planeten ins Gedränge käme. Übrigens ist hier eines der vielen Gebiete, wo der astronomische Beobachter dem biologischen in die Hand arbeiten kann und wo auch negative Ergebnisse von Belang sind.

Die Milchstraße an sich ist jedenfalls das größte, gewaltigste Objekt in der sichtbaren Schöpfung, das mit freiem Auge betrachtet werden kann.

---

[1]) *Atlas coelestis novus. Coloniae 1872.* Vorzugspreis für die Mitglieder des *V.A.P.* 15 *M.* für das gebundene Stück einschließlich Sternverzeichnis.

[2]) *Houzeau, J. C., Uranométrie générale. Avec 5 planches. Bruxelles 1878. (Annales de l'Observatoire royal de Bruxelles. Nouvelle Série. Astronomie, T. I.)*

[3]) *The Milky Way. By Dr. O. Boeddicker. London, Longmans, Green & Co., 1892.* Friedenspreis 36 *M.*

[4]) *La Voie lactée dans l'hémisphère boréal. Paris, Gauthier Villars, 1893.*

[5]) *Die nördliche Milchstrasse. Von Dr. A. Pannekoek. Annalen van de Sterrewacht te Leiden, Deel XI, 3. Stuk. 1920.*

[6]) *Astronomische Abhandlungen der Hamburger Sternwarte in Bergedorf. Bd. II. Hamburg 1920.*

[7]) Vgl. *Vierteljahrsschrift der Astronomischen Gesellschaft, LV. [1920], S. 124 f.*, sowie die *Jubiläums-Nummer der Astronom. Nachr. [1921].*

[8]) Vgl. *Die Himmelswelt. Jahrg. 1920 [XXX], S. 42—43.*

[9]) *Die Himmelswelt. Jahrg. 1920 [XXX], S. 24—25.*

J. Plassmann.

*) Man vgl. unsere Ausführungen in der *Zeitschrift für Psychologie LXXXVIII*, 1921], S. 120—129.

Beobachtung des Tierkreislichtes.

Das Tierkreislicht oder Zodiakallicht ist, welches auch seine Ursache sein möge, ein Phänomen, das sich in der Ekliptik oder doch in deren nächster Nähe abspielt und für dessen Beobachtung darum die Neigung der Ekliptik zum Horizont in Betracht kommt. Dieser Winkel ist auch noch für andere Dinge von Bedeutung, so für die Lage der Hörnerlinie des Mondes zum Vertikalkreise. Er läßt sich bestimmen wie folgt.

In der Figur, die für einen nach Südwesten schauenden Beobachter gilt, sei HH der Horizont, EE die Ekliptik, AC der Äquator und C dessen kulmi. nierender Punkt, dessen Rektaszension ΥC die Sternzeit ϑ ist. Es ist noch Υ der Frühlingspunkt, W der Westpunkt, ε die Schiefe, i die gesuchte Neigung, φ die Polhöhe. Der sogenannte polare *Cosinus*-Satz der sphärischen Trigonometrie

$$\cos a = -\cos\beta \cdot \cos\gamma + \sin\beta \cdot \sin\gamma \cdot \cos\alpha$$

liefert, wenn $90° - \vartheta = a$, $180° - i = \alpha$, $\varepsilon = \beta$, $90° - \varphi = \gamma$ gesetzt wird, die offenbar auch auf der gegenüberliegenden Ostseite gültige Gleichung

$$\cos i = \cos\varepsilon \cdot \sin\varphi - \sin\varepsilon \cdot \cos\varphi \cdot \sin\vartheta.$$

Für $\varphi = +51°58'$, $\varepsilon = 23°27'$ gibt sie nach *Heis*[1]) folgende Werte:

$\vartheta =$	18^h	19^h	20	21^h	22^h	23^h	0^h	1^h	2^h	3^h	4^h	5^h	6^h
$i =$	14°35′	16°23′	20°47′	26°22′	32°19′	38°12′	43°44′	48°46′	53°8′	56°41′	59°19′	60°56′	61°29′
$\vartheta =$	18^h	17^h	16^h	15^h	14^h	13^h	12^h	11^h	10^h	9^h	8^h	7^h	6^h

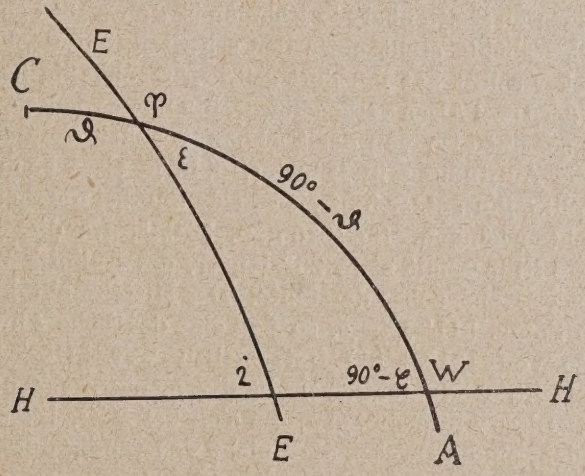
Auch der Globus und die drehbare Sternkarte lassen die starke Schwankung von i zwischen $90° - \varphi - \varepsilon$ und $90° - \varphi + \varepsilon$ leicht erkennen. Zuweilen stehen mehrere helle Planeten so, daß man die Lage der Ekliptik sofort übersieht. Die günstigste Sternzeit 6^h entspricht Jan. (Febr.) 21^d der mittleren Zeit 10^h (8^h). Die Zeit des Vorfrühlings ist also z. B. dadurch gekennzeichnet, daß der Hauptkreis, welcher die untergegangene Sonne mit der jungen Mondsichel verbindet, möglichst steil zum Horizonte steht, daß demnach die Sichel selber möglichst quer steht oder, wie man sagt, auf dem Rücken liegt[2]). Für deutsche Beobachtungsorte steigt die Ekliptik im Westen immer nach links auf, im Osten immer nach rechts. Vergl. dazu S. 174—175.

Nun ist das Zodiakallicht ein Schimmer, der sich in einigem Abstande von der Sonne zu beiden Seiten der Ekliptik ausbreitet und nach beiden Seiten spitz zuläuft. Für die Abstände der Spitze von der Sonne fand *Heis* aus seinen Beobachtungen (1847—1875) folgende Durchschnittswerte:

Östliche Elongation: Maximum 106°,0 (116°,0) Mittel 83°,0 (88°,1) Minimum 53°,5 (63°,5)
Westliche „ „ 94°,5 (112°,0) „ 66°,5 (87°,1) „ 50°,5 (56°,0)

Die eingeklammerten Zahlen beziehen sich auf die von *H. Weber* in Peckeloh ($\varphi = 52° 1'.5$, $\lambda = 25°47'$ östl. v. Ferro) 1864—1875 angestellten Beobachtungen; die von *Heis* sind bis 1852 in Aachen, dann in Münster gemacht. Es zeigt sich ein recht auffallender Unterschied; Münster war auch 1875 noch eine relativ kleine Stadt, und daß sich *Heis* vor dem Einflusse künstlicher Lichtquellen zu hüten wußte, zeigt seine klassische Darstellung der Milchstraße. Trotzdem hat *Weber* das Tierkreislicht in viel größerer Ausdehnung gesehen oder zu sehen geglaubt.

Da nun das Tierkreislicht zur Ekliptik in enger Beziehung steht und andererseits ein schwacher, durch die atmosphärischen Dünste leicht ausgelöschter



Lichtschimmer ist, so werden die Winter- und Vorfrühlingswochen etwa von Anfang Januar bis Ende Februar für die abendliche, die Spätherbstwochen etwa von Mitte Oktober bis Mitte Dezember für die frühe Pyramide die besten Bedingungen abgeben. Was das Zodiakallicht wirklich ist, wissen wir noch immer nicht. Gerade deshalb sind genaue Beobachtungen erwünscht, mit guter Angabe des Ortes nach Länge, Breite und Seehöhe, auch mit einer Zeitangabe, die so genau sein sollte, wie die auf das Einzeichnen verwandte Zeit gestatten mag. Das Objekt stellt keine scharf umrissene, gleichmäßig leuchtende geometrische Figur an der Himmelsfläche dar, ist vielmehr von einem körnigilbrigen Gefüge mit starker Lichtabnahme von Innen nach Außen. Ist diese Abnahme auch nicht so ausgesprochen wie etwa bei dem Schweife eines großen Kometen, und sind auch die Grenzen wohl noch etwas schärfer als die der Milchstraße, so sind sie eben doch an sich etwas verschwommen. Mehrere Beobachter haben die Zeichnung dadurch zu verbessern gestrebt, daß sie, wenigstens gegentlich, einen lichteren Kern und einen schwächeren Mantel (so *Weber*) darstellten. Die in Wahrheit kontinuierliche Abnahme hat *M. Wolf* mit dem Schnittphotometer nachgewiesen. Zum Einzeichnen der Umrisse des Schimmers, wie er sich dem freien Auge darstellt, sind die *Rohrbach*schen oder *Hoffmeister*-

schen Karten geeignet. *Heis*[3]) hat einen Atlas hergestellt, wo die Milchstraße in dem ganzen von ihm gesehenen Umfange durch eine gleichmäßige Schattierung wiedergegeben ist, um die Unterscheidung des Tierkreislichtes von jener, mit der es sich z. B. an den Abenden des März und April vermengt, etwas zu erleichtern. Neben der Milchstraße, deren Gefüge freilich ein ganz anderes ist, stört auch der Mond; *Heis* gibt an, daß eine schmale Sichel von $\pm$ 3 bis 4 Tagen Alter die Beobachtung noch ermögliche. Man lege besonderes Gewicht auf genaue Festsetzung der Lage der Spitze der Lichtpyramide und versuche dann, die Umrisse bis zu so großem Zenitabstande einzutragen, wie der Luftzustand gestatten mag. Die eigentliche Dämmerung muß abends erloschen sein und darf morgens noch nicht begonnen haben.

Der von *Brorsen* zu Senftenberg in Böhmen im Jahre 1854 entdeckte Gegenschein des Tierkreislichts stellt eines der schwierigsten Beobachtungsobjekte dar. Der Entdecker selbst hat ihn dort seitdem regelmäßig beobachtet, später aber, als er nach der Insel Alsen verzogen war, ihn nicht wieder auffinden können. Die Sichtbarkeit scheint also von der Seehöhe merklich abzuhängen; immerhin hat *Heis*, dem die Auffindung in Münster, d. h. in etwa 55 m Seehöhe, zuerst nicht gelingen wollte, ihn später im freien Felde und bei unerhelltem Südhimmel mehrfach beobachten können. So 1870 Jan. $30^d 11^h$, wo dieser Schimmer eine schwach begrenzte Ellipse mit etwa 20° langer, der Ekliptik paralleler Hauptachse und 8° langer Nebenachse darstellte. Der Mittelpunkt hatte 134° Länge, + 4° Breite, die Sonne 311° Länge, so daß eine deutliche Abweichung von der Gegensonne (also von 131° + 0°) festzustellen war. Übrigens weicht auch die Achse des eigentlichen Lichtkegels häufig genug mehr oder weniger von der Ekliptik ab. Diese Abweichungen, die sich bei *Heis*, *Weber*[4]) u. a. eifrigen Beobachtern finden, sind teilweise, aber nicht vollständig durch die Absorption des Lichtes in den unteren Luftschichten zu erklären, die die Lage der Achse desto mehr verändern wird, je geringer die Neigung i ausfällt. Fortlaufende Beobachtung an tropischen Höhenstationen wäre sehr erwünscht. Die von *Eylert*[4]) auf See in verschiedenen Breiten gemachten Wahrnehmungen scheinen übrigens zu ergeben, daß auch für südliche Polhöhen die Achse im Durchschnitt etwas nach Norden abweicht. *M. Wolf*[5]) hat durch die Beobachtungen mit dem Schnittphotometer eine Beziehung zum Äquator der Sonne zu finden geglaubt, der ja um einige Grade gegen die Ekliptik geneigt ist.

Während sich der Hauptkegel in den Gebieten des Durchschnittes von Ekliptik und galaktischem Äquator mit der Milchstraße vermengt, kommt der Gegenschein zu bestimmten Jahreszeiten gleichfalls in diese zu liegen, wodurch er wohl für die Beobachtung ausgelöscht wird. Außerdem aber scheint er mit gewissen kosmischen Lichtbanden im Löwen und in der Jungfrau, die *Searle*[6]) lange Zeit nach *Heis* beschrieben hat, im Frühjahr zusammenzutreffen, wie aus einer von seinen Gegenscheinbeobachtungen hervorgehen möchte[7]). Diese Banden sind anscheinend versprengte Milchstraßenstücke von äußerst geringer Lichtstärke. (Vergl. S. 178.)

In besonders günstigen Fällen, wie sie *Heis*, *Schiaparelli* u. a. erlebt haben, scheint die ganze über dem Horizont stehende Hälfte des Tierkreises von einem

feinen Lichtschimmer erfüllt zu sein. Die genauere Beschreibung solcher Fälle ist natürlich besonders erwünscht; allerdings wären gerade hier die meteorologischen Verhältnisse ebenso sorgfältig zu buchen wie der Eindruck, den der Durchschnitt des Phänomens mit der Milchstraße hervorrief. Bezüglich des Verhältnisses der Lichtstärke dieser zwei Gebilde liegen Feststellungen von *Graff* in Bergedorf[8]) vor, übrigens auch von den älteren Beobachtern. Welches auch die Ursache des Tierkreislichtes sein möge, man kann von ihm nicht dieselbe Beständigkeit erwarten wie von der Milchstraße.

Was die jahreszeitliche Verteilung angeht, so sind von den 73 Pentaden des Jahres nur 4 bei *Heis* nicht durch Beobachtungen vertreten, nämlich Mai 26—30, Juni 25—Juli 9. Wenn er mitteilt, daß die meisten Abenderscheinungen auf Anfang April treffen, die meisten Morgenbeobachtungen nach Mitte Dezember, so scheint das mit dem oben abgeleiteten geometrischen Optimum der Bedingungen nicht zu stimmen. Es ist aber zu bedenken, daß im nordwestlichen Deutschland der April der Monat ist, welcher im Durchschnitt die meisten klaren Abende hat, ferner daß im Oktober und selbst noch im November wegen des bekannten Ganges der Kurve der Zeitgleichung die Sonne noch ziemlich früh aufgeht, so daß selbst ein Frühaufsteher wie *Heis* in diesen Monaten nicht viele Morgenbeobachtungen erhalten haben wird. Überdies ist der November durchschnittlich ein trüber Monat.

Was die Erklärung des ganzen Phänomens angeht, so scheint die offenbare Beziehung, in der es zur Hauptebene des Planetensystems steht und der es seinen Namen verdankt, eine Verursachung durch Lichtquellen, die auf den Äquator der Erde bezogen sind, auszuschließen. Während die rein kosmischen Hypothesen an eine flache Dunsthülle denken, die, die Sonne umgebend, vielleicht bis zur Marsbahn reicht, nehmen die älteren tellurischen einen die Erde umgebenden Ring an, der der Ebene der Mondbahn nicht allzu fern liegt. In beiden Fällen ist es zurückgeworfenes Sonnenlicht, das uns den Eindruck sowohl der Pyramide als auch des Gegenscheines hervorruft. In beiden Fällen wird sich vom Sonnenorte aus nach rechts und links ein hohes Maximum der Lichtstärke ausbreiten, und der Gegenschein findet seine Erklärung durch die dem Sonnenorte gegenüber besonders günstigen Reflexionsverhältnisse. Man hat früher auch die Bewegung des Perihels des Merkur durch die Störung erklärt, die der Planet von seiten der die äußerste Umgebung der Sonne bildenden, in seiner Gegend noch ziemlich dichten Staubmassen erleidet, während man neuerdings sogenannte Relativitätseinflüsse dafür verantwortlich macht. Die Ansicht, daß die Erde, ähnlich dem Saturn, von einem Ringe umkreist werde, haben *Heis* und *Jones* vertreten. Neuerdings ist nun von *F. Schmid* in Oberhelfenswil (Kanton St. Gallen) in zahlreichen Schriften[9]) eine tellurische Hypothese vertreten worden, die das Zodiakallicht der Astronomie entreißt, um es der Meteorologie oder doch der Kosmophysik zuzuweisen. Er denkt sich, daß die Lufthülle der Erde durch die Fliehkraft nach dem Gleicher gedrängt wird; es entsteht hier eine starke Anschwellung, während die Luft über den Polen verhältnismäßig niedrig und durchlässig ist. Um nun zu erklären, daß der vielgenannte Schimmer, den er als den Reflex der hohen Äquator-Atmosphäre auffaßt, gegen

die Ekliptik orientiert ist, nimmt *Schmid* eine gravitative Ablenkung des Luftwulstes durch Sonne und Mond an. Es ist Sache der berufenen Physiker, besonders der Vertreter der Potentialtheorie, diese Hypothese nach der quantitativen Seite zu prüfen; dann hätte die theoretische Optik das Wort, um zu sagen, inwieweit die beobachtete Lichtstärke durch eine solche Art von Dämmerung erklärt werden kann. Zweifellos ist es mißlich, mit *Heis* der Erde einen Saturnsring zuzuschreiben, der doch an Masse in einem viel geringeren Verhältnis zu ihr stehen müßte, als sein Vorbild zu dem Gestirn des Kronos. Jedenfalls — *Heis* war ein sorgfältiger Beobachter, *Schmid* ist es auch, und ihre Meinungen verdienen gehört zu werden, wenn auch wohl die Mehrzahl der Forscher an die äußerste Umgebung der Sonne als Ursache des Tierkreislichtes denkt.

---

[1]) *Zodiakallicht-Beobachtungen in den letzten 29 Jahren 1847—1875. Von Dr. Eduard Heis, Professor der Mathematik und Astronomie an der Kgl. Akademie zu Münster. I. Veröffentlichung der Kgl. Sternwarte. Münster, Aschendorffsche Buchdruckerei, 1875.* Schwer erhältlich.

[2]) Die Neigung der Mondbahn gegen die Ekliptik, 5°9′, kann, je nach Lage der Knotenlinie, verstärkend oder schwächend wirken.

[3]) *Atlas coelestis eclipticus ad delineandum lumen zodiacale. VIII Tab. Coloniae 1878.*

[4]) Vgl. *Heis* unter [1]).

[5]) Vgl. *Newcomb-Engelmann, Populäre Astronomie, 6. Aufl., S. 518—519.*

[6]) *Harvard Annals XXXIII.*

[7]) Vgl. *Himmelswelt* 1920 [XXX], S. 22ff., wo im Anschlusse an die *Graff*schen Beobachtungen über mehrere einschlägige Fragen geredet wird.

[8]) *Astr. Nachr. 209, Sp. 97—102.*

[9]) Einen Teil davon findet man in der *Himmelswelt, 1920 [XXX], S. 70* angeführt. Vergl. auch *F. Schmid, Das Mond-Zodiakallicht, Himmelswelt 1921 [XXXI], S. 5—8.*

J. Plassmann.

Beobachtung und Berechnung der Doppelsterne.

Als in der zweiten Hälfte des 18. Jahrhunderts die Stellarastronomie in den Vordergrund des Interesses rückte, war es die Bestimmung der Bewegungen und Entfernungen der Sterne, welche die besondere Aufmerksamkeit der Astronomen auf sich lenkte. Als sehr geeignete Methoden zur Lösung dieser Aufgaben erkannten sowohl *Christian Mayer* als auch *Wilhelm Herschel* die Beobachtungen zweier nahe zusammenstehender Sterne. Beide waren deshalb eifrig bemüht, möglichst viele und geeignete derartige Doppelsterne aufzufinden. *Chr. Mayer*, der die Bewegungsverhältnisse erforschen wollte, gelang es, die Zahl der damals bekannten Doppelsterne (im ganzen 5) um 72 Paare zu vermehren, die er im Jahre 1779 in einem Katalog zusammenstellte. *W. Herschel*, der die Entfernung der Fixsterne zu bestimmen beabsichtigte, vergrößerte diese Zahl um weitere 800 Objekte. Man kam schon damals zu der Erkenntnis, daß das enge Zusammenstehen dieser Sterne nicht nur zufällig eine Folge der Perspektive sein könne, sondern bei einer großen Zahl dieser Objekte auch ein physischer Zusammenhang bestehen müsse. Diese Ansicht fand bereits zwanzig Jahre später, als *Herschel* seine Messungen an den von ihm zuerst entdeckten Doppelsternen wiederholte, ihre Bestätigung. Für etwa 50 Paare ergab sich eine merkliche Bahnbewegung, so daß er im Jahre 1802 der *Royal Society* in London den ersten Katalog physischer Doppelsterne vorlegen konnte.

W. Herschel gebührt auch das Verdienst, neue, noch heute gültige Beobachtungsmethoden für die Ortsbestimmung der Doppelsterne eingeführt zu haben. Hatte *Chr. Mayer* noch die gegenseitige Lage der Komponenten aus den an Durchgangsinstrumenten beobachteten Koordinaten (Rektaszension und Deklination) berechnet, so führte jetzt *Herschel* relative Messungen ein, indem er mittels des Positionsmikrometers in Verbindung mit einem parallaktisch aufgestellten Instrument (Refraktor oder Reflektor) die relative Lage einer Komponente, bezogen auf die andere als Nullpunkt, durch Positionswinkel und Distanz bestimmte. Diese Methode ist noch heute die am meisten benutzte und soll hier deshalb kurz erläutert werden. Der Positionswinkel wird als der Winkel zwischen der Verbindungslinie der beiden Komponenten und dem durch den Hauptstern gelegten Stundenkreis definiert, wobei die Zählung vom Nordpunkte des Stundenkreises im Sinne der wachsenden Rektaszensionen, also von Norden über Osten durch Süden und Westen erfolgt. Von den zur Messung dieser Größen erfundenen Mikrometern ist das Fadenmikrometer (siehe Abschnitt Beobachtungsinstrumente) das am meisten gebräuchliche, während die Doppelbildmikrometer nur vereinzelt zur Verwendung gelangt sind und hier deshalb nicht weiter berücksichtigt werden sollen. Bringt man den Deklinationsfaden des Fadenmikrometers mit der Verbindungslinie der beiden

Komponenten eines Doppelsternes durch Drehung des Positionskreises zur Deckung, so ergibt die Ablesung des als richtig orientiert verausgesetzten Positionskreises den Positionswinkel. Die Distanzmessung geschieht mittels der Mikrometerschraube, indem man den Hauptstern in den Mittelpunkt des festen Fadenkreuzes bringt und den beweglichen Faden mittels der Schraube auf den Begleiter einstellt. Wird diese Schraubenstellung abgelesen, das Mikrometer dann um 180° gedreht und der bewegliche Faden wieder mit dem Begleiter zur Deckung gebracht, so ist die Differenz der Ablesungen für die beiden Einstellungen die doppelte Distanz der beiden Sterne. Bei sehr engen Paaren lassen sich Messungen der Distanz nicht ausführen, man muß sich in diesem Falle auf Schätzungen beschränken, sei es, daß man den Abstand der beiden Fäden gleich der zu messenden Distanz macht, oder daß man die Distanz durch Vergleichung mit einem bekannten vorher eingestellten Abstand des festen vom beweglichen Faden schätzt. Endlich kann noch die Distanzschätzung in Fadendicken erfolgen. Die Mikrometerschraube ist wegen fortschreitender und periodischer Fehler eingehend zu untersuchen und der in Bogensekunden ausgedrückte Wert einer Schraubenumdrehung bei verschiedenen Temperaturen zu bestimmen. Die Orientierung des Positionskreises ist häufiger zu kontrollieren. Hierzu eignen sich helle Sterne in der Nähe des Äquators, die man bei ruhendem Fernrohr längs des Mikrometerfadens, der für die Positionswinkelbestimmung benutzt wird, laufen läßt. Die Abweichung des für diese Stellung des Fadens abgelesenen Positionswinkels von 90° ist die Nullpunkts-Korrektion des Positionskreises. Statt einfacher Fäden und Bisektion der Sternscheiben werden vielfach Doppelfäden benutzt; man dreht dann das Mikrometer so lange, bis die Verbindungslinie der beiden Komponenten parallel zu den sie einschließenden Fäden steht. Die Messung heller Paare wird mittels dunkler Fäden im hellen Gesichtsfeld ausgeführt, wobei von einigen Beobachtern rote Feldbeleuchtung empfohlen wird; nur für ganz schwache Sterne muß man helle Fäden im dunklen Gesichtsfeld verwenden. Ungefähr 5 Einzelmessungen der Positionswinkel und Distanzen vereinigt man durch Mittelbildung zu einem Beobachtungssatz.

Bearbeitungen von Doppelsternbeobachtungen ergaben schon frühzeitig, daß die Messungen der Positionswinkel mit systematischen Fehlern behaftet sind, deren Betrag für verschiedene Beobachter und für denselben Beobachter für verschiedene Zeiten wechselt. In Ermangelung von Methoden, diese Fehler einwandfrei zu bestimmen und zu eliminieren, verzichtete man früher auf direkte Bestimmungen und leitete sie für den einzelnen Beobachter ab, indem man das Mittel aus den Messungen einer großen Zahl verschiedener Beobachter als von systematischen Fehlern frei ansah. Spätere Untersuchungen zeigten aber, daß der Fehler bei mehreren Beobachtern oftmals in demselben Sinne wirkt und Mittelwerte einer größeren Zahl von Beobachtern deshalb nicht frei von diesen Fehlern sind; ferner ist die Elimination nicht immer möglich, weil keine genügende Zahl von Beobachtungen zur Verfügung steht. Da der Fehler von der Lage der Verbindungslinie der beiden Komponenten zur Horizontalen abhängt, hat man Reversionsprismen benutzt, die der Verbindungslinie der beiden Komponenten jede beliebige scheinbare Lage zu geben gestatten, so daß man

den Einfluß der Neigung der Verbindungslinie untersuchen kann. Von *Salet* und *Bosler* ist dann im Jahre 1908 eine Methode eingeführt worden, welche direkt bei der Beobachtung die persönlichen Fehler eliminiert, indem man Messungen mit und ohne Prisma kombiniert. Bei der Beobachtung mit dem Reversionsprisma, welches so angebracht sein muß, daß man es schnell und bequem vor das Okular setzen kann, ohne dieses abnehmen zu müssen, wird das Prisma mit seiner brechenden Kante parallel zu den für die Messung der Positionswinkel benutzten Mikrometerfäden gestellt. Bei der Beobachtung eines Doppelsternes wird die brechende Kante dann ebenfalls parallel zur Verbindungslinie der Komponenten gestellt, die Neigung dieser Verbindungslinie gegen die Horizontale also nicht geändert, sondern nur das Bild umgekehrt. Das Mittel zweier Beobachtungssätze, von denen der eine mit, der andere ohne Prisma beobachtet ist, wird dann frei von den systematischen Fehlern sein, da dieselben im entgegengesetzten Sinne darin eingehen. Die halbe Differenz der beiden Werte ergibt den Betrag des persönlichen Fehlers. Zur Illustration sind hier die Beobachtungen des Sternes ε *Cassiopeiae*, welche von *H. Struve* am neunzölligen Refraktor der alten Berliner Sternwarte mit 250facher Vergrößerung ausgeführt sind, angegeben.

Tafel I.

1910		Messung ohne Prisma	Messung mit Prisma	PM	$p-q$
Mrz.	6	3°1	10°1	6°6	20°
	8	5.2	8.6	6.9	353
	12	2.8	10.2	6.5	18
Apr.	11	7.4	11.8	9.6	23
	12	4.1	9.9	7.0	17
Nov.	12	3.9	9.6	6.8	290
Dez.	9	5.4	10.1	7.7	293
	12	4.3	10.8	7.5	291
	13	9.1	8.0	8.5	316
	28	6.2	7.3	6.7	310

Jede der Messungen mit oder ohne Prisma beruht auf 6 Einzeleinstellungen. Die Kolumne $p-q$ gibt die Neigung der Verbindungslinie gegen die Vertikale. Die Vergleichung der von persönlichen Fehlern freien Mittelwerte PM untereinander zeigt den großen Vorteil, den die Anwendung der Methode von *Salet-Bosler* bietet. Die Messungen können weiterhin durch Vergleich mit denen anderer Beobachter auf das Vorhandensein systematischer Fehler geprüft werden; es ist deshalb zweckmäßig, in das Beobachtungsprogramm eine Reihe von Doppelsternen ohne Bahnbewegung aufzunehmen, für die schon eine große Zahl Messungen anderer Beobachter vorliegt.

Bevor man die Positionswinkel zu weiteren Rechnungen verwendet, muß an dieselbe eine Verbesserung wegen Präzession angebracht werden. Infolge der Bewegung des Äquatorial-Koordinatensystems gegenüber den Sternen wird der als Nullpunkt der Positionswinkelzählung dienende Stundenkreis seine Lage ändern, und es ist deshalb erforderlich, die Beobachtungen auf die Lage des Stundenkreises einer bestimmten Epoche zu reduzieren. Sind α und δ die Rekt-

aszension und Deklination des Sternes, t und t_0 die Beobachtungs- und Reduktionsepoche, so ist die, an die Positionswinkel anzubringende Verbesserung $dp = 0^{0},0056 \sin\alpha \sec\delta\,(t - t_0)$.

Bei der Auswahl der Objekte für eine Beobachtungsliste muß auch Rücksicht auf die trennende Kraft des Fernrohrs, welche der Öffnung des betreffenden Instruments entspricht, genommen werden. In der untenstehenden Tafel II ist für die verschiedenen Öffnungen die höchste zulässige Vergrößerung, sowie die kleinste noch trennbare Distanz gegeben. Diese Angaben können selbstverständlich nur einen groben Anhalt geben, da Luftbeschaffenheit, Güte des Objektivs, Farbe und Helligkeitsdifferenz der beiden Komponenten die untere Grenze der Distanz erheblich beeinflussen können.

Tafel II.

Öffnung	Vergrößerung	Distanz
3 cm	75	3″.0
5 „	125	1.5
10 „	250	0.8
15 „	450	0.5
20 „	500	0.3

Außer den Ortsbestimmungen der Doppelsterne bieten die Farben- und Helligkeitsschätzungen der Komponenten ein dankbares Arbeitsfeld für die Beobachtungstätigkeit; lassen sich diese doch ohne Mühe neben den einzelnen Messungen ausführen, wie es bei den wenigen vorhandenen Beobachtungsreihen tatsächlich der Fall ist. Gerade für den Liebhaber-Astronomen mit kleineren, für die Messungen von Positionswinkeln und Distanzen nicht eingerichteten Instrumenten würden solche Farben- und Helligkeitsschätzungen als Hauptzweck einer Beobachtungsreihe eine lohnende Arbeit sein. Die Farben werden am zweckmäßigsten durch Zahlen ausgedrückt, entsprechend der untenstehenden Skala, welche die jetzt allgemein gebräuchliche *Osthoff*sche Farbenskala wiedergibt.

Die Helligkeitsdifferenzen wird man bei kleineren Unterschieden direkt in Stufen beziehungsweise Zehnteln der Größenklasse schätzen, bei großen Differenzen dagegen die Helligkeiten der beiden Komponenten selbst bestimmen. Näheres über die Farben findet man in dem von Herrn *Osthoff* selbst bearbeiteten Abschnitt dieses Werkes, der den Sternfarben gewidmet ist.

Tafel III.

Bezeichnung nach *Osthoff*	Farbe
0	weiß.
1	gelblichweiß.
2	weißgelb (weiß und gelb zu gleichen Teilen).
3	hell oder blaßgelb.
4	reingelb.
5	dunkelgelb.
6	rötlichgelb (gelb überwiegt).
7	rotgelb (rot und gelb zu gleichen Teilen).
8	gelblichrot (rot überwiegt).
9	rot mit geringer Spur gelb.
10	rot.

Ob die bei Doppelsternen beobachteten Änderungen der Positionswinkel und Distanzen sich durch Bahnbewegung erklären lassen, der Stern also ein physischer Doppelstern ist, läßt sich nur durch Untersuchung eines größeren Beobachtungsmaterials, welches sich über längere Zeiträume ausdehnt, entscheiden. Eine Bahnbewegung wird sich aus den Positionswinkeln, die zuverlässiger sind, sicherer als aus den Distanzen erkennen lassen. Ist der Stern ein optischer Doppelstern, so wird sich zwar infolge der relativen Eigenbewegung eine Ortsveränderung der Komponenten gegeneinander ergeben, aber diese wird geradlinig, also am Himmel im Bogen größten Kreises vor sich gehen, und aus den Abweichungen der beobachteten Örter gegenüber den unter Annahme geradliniger Bewegung berechneten wird man ersehen können, ob die Hypothese geradliniger Bewegung zulässig ist.

Für den bekannten weiten Doppelstern *61 Cygni* z. B. findet *Schlesinger* die nachstehenden Werte von p und s für die einzelnen Epochen. Nach der Methode der kleinsten Quadrate wurde hieraus diejenige geradlinige Bewegung ermittelt, die die beste Darstellung liefert, und dann, mit den Beobachtungen verglichen, die Werte dp und ds ergab. Aus dem Gange derselben erkennt man, daß sie nicht den Charakter zufälliger Messungsfehler haben, sondern eine Krümmung der Bahn andeuten, und zwar konkav gegen den Hauptstern, wie es bei einer Bahnbewegung auch der Fall sein müßte.

Tafel IV.

Epoche	p	s	dp	ds
1833.26	92°.10	15″.77	−0°.14	−0″.47
1840.90	97.04	16.29	−0.09	−0.28
1847.57	101.26	16.96	−0.02	+0.01
1852.34	104.00	17.15	−0.03	−0.12
1854.82	105.56	17.51	+0.03	+0.06
1858.76	107.96	17.91	+0.11	+0.16
1865.20	110.78	18.50	−0.04	+0.19
1869.49	112.86	18.81	−0.06	+0.10
1873.56	115.16	19.39	+0.07	+0.28
1876.88	116.22	19.69	−0.08	+0.23
1878.63	117.14	19.86	−0.03	+0.22
1880.60	118.04	20.08	−0.01	+0.23
1882.88	118.88	20.34	−0.04	+0.23
1885.17	120.02	20.53	+0.02	+0.26
1887.57	120.68	20.74	−0.09	+0.09
1890.06	121.76	21.03	−0.05	+0.09
1893.22	122.88	21.28	−0.07	−0.04
1898.32	125.26	21.71	+0.14	−0.25
1902.33	126.46	22.28	+0.07	−0.19
1905.63	127.70	22.62	+0.14	−0.28
1909.58	128.82	23.04	+0.10	−0.39

Liegen die von den persönlichen Beobachtungsfehlern befreiten und wegen Präzession verbesserten Positionswinkel und Distanzen eines Doppelsternes

mit merklicher Bahnbewegung vor, so ist die nächste Aufgabe die Ermittelung der Bahnelemente. Aussicht auf Erfolg bietet eine solche Bahnbestimmung aber nur, wenn die Beobachtungen sich über die ganze Bahn bzw. den größten Teil derselben erstrecken; andernfalls wird die Bestimmung der Elemente zu unsicher. Legt man als Bewegungsgesetz für Doppelsternsysteme das *Newton*sche Gravitationsgesetz zugrunde, so gelten für die Bahnbewegung die aus ihm folgenden *Kepler*schen Gesetze. Im Gegensatz zu den in unserem Sonnensystem herrschenden Verhältnissen sind die Massen der Komponenten der Sternpaare von derselben Größenordnung, und daher die von ihnen um den gemeinsamen Schwerpunkt des Systems beschriebenen Bahnen bezüglich ihrer Dimensionen, die sich umgekehrt wie die Massen verhalten, nicht sehr verschieden. Da aber die Doppelsternmessungen die relative Lage des Begleiters, bezogen auf die als Hauptstern gewählte Komponente, geben, braucht man die Bewegung dieser Komponente nicht weiter zu berücksichtigen, sondern nur die relative Bahn des Begleiters, die natürlich ebenfalls eine Ellipse ist. Die von uns beobachtete scheinbare Bahn des Begleiters ist die Projektion der wahren Bahn auf eine im Hauptstern an die Himmelskugel gelegte Tangentialebene, und ebenfalls eine Ellipse. Während aber die Mittelpunkte der wahren und scheinbaren Bahn zusammenfallen, befindet sich der im Brennpunkte der wahren Bahn stehende Hauptstern nicht im Brennpunkte der scheinbaren Bahn. Da der durch den Hauptstern gehende Durchmesser der scheinbaren Bahn die Projektion der wahren großen Achse ist, kann man aus einer graphischen Darstellung der scheinbaren Bahn direkt die Zeit des Periastron-Durchganges ablesen. Ferner wird durch die Projektion die Reziproke der Exzentrizität, also das Verhältnis der großen Halbachse zum Abstand des Mittelpunktes vom Brennpunkte, nicht geändert. In der scheinbaren Bahn ist also diese Reziproke das Verhältnis des durch den Hauptstern gehenden Halbmessers zum Mittelpunktsabstand dieses Sternes.

Zur vollständigen Bestimmung einer Doppelsternbahn sind außer den schon erwähnten Elementen, große Halbachse a, Exzentrizität e, Zeit des Durchganges durch das Periastron T und der Umlaufszeit U, noch weitere drei nötig:

1. Die Neigung i, d. h. der Winkel zwischen Projektionsebene und wahrer Bahn. Da aus den Beobachtungen nicht ermittelt werden kann, ob zu einer bestimmten Zeit sich der Begleiter vor oder hinter der Projektionsebene befindet, bleibt das Vorzeichen der Neigung unbestimmt. Man ist übereingekommen, die Neigung stets positiv und kleiner als 90° anzunehmen.

2. Die Knotenlänge Ω, d. h. der Positionswinkel der Schnittlinie der wahren Bahn mit der Projektionsebene, Knotenlinie genannt. Auch hier läßt sich nicht ersehen, in welcher Richtung der Begleiter die beiden Endpunkte der Knotenlinie passiert, so daß man nicht zwischen auf- und absteigendem Knoten unterscheiden kann. Es steht deshalb dem Berechner frei, für die Knotenlänge Ω oder 180° Ω anzunehmen.

3. Die Periastronlänge ω, d. h. der Winkel in der wahren Bahn zwischen der Richtung nach dem aufsteigenden Knoten und dem Periastron, gerechnet in

Richtung der Bewegung. Sobald man einen der beiden Knoten als aufsteigenden angenommen hat, ist dieses Element eindeutig bestimmt.

Statt der Umlaufszeit U kann auch die mittlere Bewegung $\mu = \frac{2\pi}{U}$ als Bahnelement benutzt werden. Man rechnet sie positiv oder negativ, je nachdem die Bewegung in Richtung der wachsenden Positionswinkel oder umgekehrt erfolgt.

Die den Zusammenhang zwischen den Bahnelementen einerseits, den gemessenen Positionswinkeln und Distanzen angebenden Formeln mögen hier kurz zusammengestellt werden. Zunächst hat man nach den bekannten Formeln der Bahnbestimmung (vgl. den darauf bezüglichen Abschnitt des Werkes) für die Beobachtungszeit t

$$\left.\begin{aligned} \mu(t-T) = M &= E - e\sin E \\ \operatorname{tg}\tfrac{1}{2}v &= \operatorname{tg}\tfrac{1}{2}E\sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \\ r &= \frac{a(1-e^2)}{1+e\cos v} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

worin M, E, v der Reihe nach die mittlere, exzentrische und wahre Anomalie bezeichnen und r der Radiusvektor der Bahn ist.

Die Gleichungen 1 ergeben die wahre Anomalie v und den Radiusvektor r, also den Ort in der wahren Bahn. Der Positionswinkel p und die Distanz s werden mittels der Gleichungen

$$\left.\begin{aligned} \operatorname{tg}(p-\Omega) &= \cos i \cdot \operatorname{tg}(v+\omega) \\ s &= \frac{r\cdot\cos(v+\omega)}{\cos(p-\Omega)} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

berechnet, womit auch der Ort in der scheinbaren Bahn bestimmt ist.

Die Distanz ergibt sich in Bogensekunden, da die große Halbachse der scheinbaren Bahn und damit der Radiusvektor in Bogensekunden ausgedrückt sind.

Mit Hilfe der Gleichung (1) und (2) kann man für eine beliebige Zeit den Ort des Begleiters, d. h. p und s berechnen und dann die so mittels bekannter Bahnelemente berechneten Örter mit den beobachteten vergleichen. Die umgekehrte Aufgabe, aus p und s die Bahnelemente zu bestimmen, ist viel verwickelter. Da 7 Bahnelemente zu bestimmen sind, muß man mindestens 7 Gleichungen zur Verfügung haben. Nun hängt in den Gleichungen (2) der Positionswinkel p nicht von r bzw. a, also den Bahndimensionen, ab, und die Distanz s ist von der Knotenlänge unabhängig, da in der Gleichung für s nur der Winkel $p - \Omega$ vorkommt. Man kann also nicht 7 Distanzen oder 7 Positionswinkel nehmen, sonst würde die Lage oder die Dimension der Bahn unbestimmt bleiben. Auch wegen der Beobachtungsfehler wird man eine Bahnbestimmung nicht auf der zulässigen Mindestzahl von Beobachtungen aufbauen, sondern nach Möglichkeit das gesamte vorhandene Material benutzen. Es ist daher vorteilhaft, zunächst eine Ausgleichung der beobachteten p und s vorzunehmen, was am

besten graphisch geschieht. Man trägt auf Millimeterpapier als Abszissen die Zeiten, als Ordinaten die Positionswinkel bzw. die Distanzen auf, und verbindet die Endpunkte der Ordinaten durch einen glatten Kurvenzug, wobei man ohne weiteres etwaige herausfallende Beobachtungen erkennt. Von der durch die Beobachtungen gelegten Kurve liest man die Positionswinkel und Distanzen ab, am zweckmäßigsten für äquidistante Punkte, z. B. die Jahresanfänge, und verwendet diese graphisch ausgeglichenen Positionswinkel und Distanzen für die weitere Rechnung. Da besonders bei engen Doppelsternen die geschätzten Distanzen eine geringe Genauigkeit haben, ist es zweckmäßig, dieselben einer weiteren Prüfung zu unterziehen. Nach dem 2. *Kepler*schen Gesetze ist die vom Radiusvektor in der Zeiteinheit überfahrene Fläche konstant für alle Punkte der Bahn. Dieser Satz gilt auch für die Projektion der Sektoren der wahren Bahn. Bezeichnet nun dp die Änderung des Positionswinkels in der Zeiteinheit, z. B. 1 Jahr, so ist die in dieser Zeit überfahrene Fläche $f = \frac{1}{2} s^2 dp$ und $s = \frac{\sqrt{2f}}{\sqrt{dp}}$. Hiernach sind die Distanzen den Quadratwurzeln aus den Positionswinkeländerungen umgekehrt proportional. Die Werte von $\frac{1}{\sqrt{dp}}$ kann man direkt aus den für die Jahresanfänge abgeleiteten Positionswinkeln berechnen und mittels der zugehörigen Distanzen die Größe $\sqrt{2f} = s\sqrt{dp}$ bestimmen. Aus den einzelnen Werten von $s\sqrt{dp}$ bildet man dann den Mittelwert, berechnet ferner mit diesem Mittelwerte von $\sqrt{2f} = s\sqrt{dp}$ die Werte $s = \sqrt{\frac{2f}{dp}}$ für die einzelnen Jahresanfänge und vergleicht dann diese berechneten mit den beobachteten Distanzen, wobei wieder schlechte und herausfallende Beobachtungen ohne weiteres zu erkennen sind.

Trägt man dann die Positionswinkel und Distanzen als Polarkoordinaten in Millimeterpapier ein, so ergibt sich die ausgeglichene scheinbare Bahnkurve des Begleiters, die der Bahnberechnung zugrunde gelegt wird. Auf die verschiedenen Bestimmungsmethoden einzugehen, würde den Rahmen dieses Buches überschreiten; es muß deswegen auf die Lehrbücher der Bahnbestimmung verwiesen werden. Wie genäherte Werte der Umlaufszeit, Exzentrizität und des Periastrondurchganges gefunden werden können, ist oben bereits angegeben.

Absolute Dimensionen und Gesamtmasse des Systems lassen sich nur dann bestimmen, wenn die Parallare p'' des Systems bekannt ist. Sind a und a'' die großen Halbachsen der wahren bzw. scheinbaren Bahn, so ist $a'' = p'' a$. Ferner gilt nach dem 3. *Kepler*schen Gesetze die Beziehung $\frac{U^2(m_1 + m_2)}{a^3} = \frac{4\pi^2}{k^2}$, wo k eine Konstante bedeutet. Wendet man die Gleichung auf das System Erde-Sonne an unter Vernachlässigung der kleinen Erdmasse und wählt Umlaufszeit und große Halbachse der Erdbahn sowie die Sonnenmasse als Einheiten, so folgt $k^2 = 4\pi^2$. Werden für die entsprechenden Größen eines Doppelsternsystems dieselben Einheiten

benutzt, so gilt die Gleichung $\frac{U^2(m_1 + m_2)}{a^3} = 1$, wenn der eben gefundene Wert von k eingesetzt wird. Ist also der absolute Wert der großen Halbachse a bekannt, so erhält man die Gesamtmasse des Systems aus der Formel $m_1 + m_2 = \frac{a^3}{U^2}$. Das Massenverhältnis der Komponenten läßt sich nur dann ermitteln, wenn die absoluten Bewegungen beider Komponenten bekannt sind; die Massen verhalten sich dann umgekehrt wie die Bahndimensionen.

Waren *Herschels* Forschungen auf dem Gebiete der Doppelsternastronomie nur vorläufige grobe Durchmusterungsarbeiten, so begann *W. Struve* im Jahre 1827 eine systematische Untersuchung der Sterne des nördlichen Himmels auf ihre Doppelsternnatur. Als Resultat dieser Beobachtungsarbeit veröffentlichte er im Jahre 1837 die *Mensurae micrometricae*, welche die Messungen von 2712 Doppelsternen nebst Angabe ihrer Größen und Farben enthielten und bis heute das Fundamentalwerk der Doppelsternastronomie bilden. Er beschränkte sich bei der Auswahl der Sterne seines Beobachtungsprogrammes auf solche mit Distanzen kleiner als 32″. Das Werk *Herschels* wurde durch seinen Sohn *John Herschel* fortgesetzt durch die Entdeckung von weiteren Paaren am nördlichen und Ausdehnung der Durchmusterung auf den südlichen Himmel.

Die nächsten Jahrzehnte brachten nur wenig Neuentdeckungen; man beschränkte sich auf die Überwachung und Beobachtung der bekannten Objekte und widmete sich dem Studium der systematischen Fehler der Beobachtungen. Aus dieser Zeit ist besonders *E. von Dembowski* zu erwähnen, der in den Jahren 1852—1878 ungefähr 20000 Messungen, sowie eine große Zahl Farben- und Helligkeitsschätzungen von Doppelsternen ausführte. Einen weiteren Fortschritt hatte die beobachtende Doppelsternastronomie erst *Burnham* zu verdanken, der zunächst mit bescheidenen optischen Hilfsmitteln, später mit dem großen Refraktor der *Lick*-Sternwarte über 1300 neue Doppelsterne entdeckte und damit zeigte, daß die Entdeckungsmöglichkeit für größere Instrumente noch nicht erschöpft war. Mit Hilfe der mächtigen Instrumente der nordamerikanischen Sternwarten haben dann besonders *Hussey* und *Aitken* eine Durchmusterung sämtlicher Sterne bis zur Größe 9.0 der Bonner Durchmusterung begonnen, welche jetzt nahezu vollendet ist. Die Grenze der Distanz, bis zu welcher man die Sterne noch katalogisiert, ist für die schwächeren Sterne weiter heruntergesetzt worden. Hatte *W. Struve* noch Sterne bis zu 32″ Distanz aufgenommen, so haben *Burnham* und *Aitken* bei ihren Durchmusterungen nur Sterne bis zur Distanz 5″ aufgenommen. Unter den auf diese Weise nicht katalogisierten Sternen mit Distanzen größer als 5″ werden noch eine Reihe physischer Doppelsterne enthalten sein; aber deren Überwachung hat zurzeit kein besonderes Interesse. Unter Zugrundelegung plausibler Werte für die Masse der Komponenten und Entfernung des Systems von der Erde ergibt sich nämlich, daß Doppelsterne mit Distanzen größer als 2″ und Helligkeiten kleiner als 6.0 in einem Jahrhundert keine merkliche Bahnbewegung zeigen werden. Die helleren Sterne sind so sorgfältig durchmustert, daß weite Doppelsterne unter ihnen der Entdeckung kaum entgangen sein können, und unter den schwä-

cheren Sternen wird man bei einer Beschränkung auf die engen Paare aus dem eben erwähnten Grunde Objekte von wesentlicher Bedeutung kaum auslassen.

Eine einheitliche Sichtung und Zusammenfassung des gesamten bisherigen Beobachtungsmaterials ist von *Burnham* in seinem *General Catalogue of Double Stars* erfolgt, welcher 13665 Objekte zwischen dem Nordpol und 30° südl. Dekl. enthält. Da eine Beschränkung auf die Distanzen 5 bzw. 32″ nicht erfolgt ist, befinden sich darunter auch viele weite Doppelsterne. Der Katalog enthält alle wesentlichen Angaben, wie Ort, Helligkeit, Literaturangaben, Bahnelemente für die einzelnen Sterne.

Die Verteilung der visuellen Doppelsterne ist dieselbe wie die der übrigen Sterne. Die jetzt nahezu beendete Durchmusterung des nördlichen Himmels auf Doppelsterne ergibt, daß die Zahl der Sterne mit Distanzen kleiner als 5″ und Helligkeiten größer als 9.0 sich zur Zahl der einfachen Sterne wie 1:1 verhält; auf je 18 Sterne kommt also ein Doppelstern. Das Verhältnis ist für die hellen Sterne 1:15, für die schwächeren Sterne 1:21. Unter den helleren Sternen kommen also Doppelsterne häufiger vor, als unter den schwachen, was sich durch die größere Entfernung der schwächeren Sterne erklärt.

Betreffs Verteilung der Doppelsterne auf die Spektralklassen sind Untersuchungen in größerem Umfange noch nicht ausgeführt worden. In der untenstehenden Tabelle ist die Verteilung für 164 Doppelsterne mit großer Bahnbewegung gegeben. Hiernach bevorzugen die visuellen Doppelsterne die mit

Tafel V.

Spektral-Typus	Zahl der Sterne
O	0
B	4
A—*F*	131
G—*K*	28
M—*N*	1

leren Spektraltypen *A*—*K*. Die Farbenbeobachtungen der Doppelsterne zeigen, daß oft sehr starke Farbenunterschiede der beiden Komponenten vorkommen. Die vorhandenen Beobachtungsreihen von *W. Struve*, *Dembowski*, *Lau*, *Wirtz* haben ergeben, daß zwischen Helligkeit, Farbe und Spektrum Zusammenhänge bestehen. So ergeben z. B. die von *Wirtz* am Straßburger 49-cm-Refraktor

Tafel VI.

Helligkeits-Differenz	Absoluter Farbenunterschied
ΔM	Δ_c
$0^M.22$	0.9
0.66	1.3
1.18	1.6
1.81	1.5
2.33	2.2
3.37	2.5

obachteten Farben von 510 Doppelsternen, wenn dieselben nach den Helligkeitsdifferenzen der Komponenten geordnet und in Gruppen zusammengefaßt

werden, die nachstehenden Werte der Helligkeitsdifferenz ΔM und Farbendifferenz Δc. Der absolute Farbenunterschied wächst also mit der Helligkeitsdifferenz. Daß diese Erscheinung nicht nur für physische, sondern auch für optische Doppelsterne besteht, ergibt die Tafel VII, welche unter Benutzung

Tafel VII.

Helligkeits-Differenz ΔM	Absoluter Farbenunterschied Δ_c
$0^M0—0^M5$	0^c8
0.5—1.0	1.2
1.0—1.5	1.6
2.0—4.5	2.7

von Sternen ohne merkliche Bahnbewegung gebildet ist, deren Auswahl so getroffen, daß sie, nach ihrer Eigenbewgung zu urteilen, wahrscheinlich nichtphysische Paare sind. Die verschiedene Färbung der beiden Komponenten ist in der Hauptsache auf die Verschiedenheit des Spektraltypus, dem die Komponenten angehören, zurückzuführen. Ist z. B. die helle Komponente vom Typus *F*, die schwächere vom Typus *A*, so wird die erstere hauptsächlich gelbes, die andere weißes Licht aussenden, wobei infolge Konstrastwirkung bei der Beobachtung diese Farbenunterschiede offenbar noch verstärkt werden. Die eben angeführten Ergebnisse der *Wirtz*schen Beobachtungen, welche durch die Beobachtungen von *W. Struve* und *Dembowski* bestätigt werden, scheinen anzudeuten, daß diese Kontrastwirkung mit wachsender Helligkeitsdifferenz größer wird. Einen physischen Zusammenhang zwischen Helligkeits- und Farbendifferenz braucht man also zur Erklärung dieser Beobachtungsergebnisse nicht anzunehmen.

Den Zusammenhang der Eigenbewegung mit der Farbe der Doppelsterne zeigt die Tabelle VIII, welche *Wirtz* unter Zugrundelegung eigener Farben-

Tafel VIII.

Farbe	100 jährige Eigenbewegung $100\,\mu$	Zahl der Sterne
0^c	$8''.2$	5
1^c	9.2	22
2^c	15.2	35
3^c	21.5	39
4^c	22.9	23
5^c	13.5	12
7^c	12.4	5

beobachtung von 132 Doppelsternen und ihrer dem *Boss*schen Katalog entnommenen Eigenbewegungen erhielt. Aus den 100jährigen Katalog-Eigenbewegungen wurden zunächst die totalen Bewegungen im Bogen größten Kreises und hierauf der Einfluß der Helligkeit *M* der einzelnen Sterne eliminiert, indem die Bewegungen mit dem Faktor $F = 10^{0.2\,(M\,-\,5.0)}$ multipliziert wurden. Die in der Tabelle gegebenen Werte 100 sind dann die mittleren hundertjährigen Bewegungen der Sterne. Die so erhaltenen Werte wurden nach der Farbe ge-

ordnet und zu Mittelwerten vereinigt, welche in der Tabelle mit 100 μ bezeichnet sind und die durchschnittlichen Bewegungen in 100 Jahren darstellen, wenn alle Sterne die Größe 5.0 besitzen. Man erkennt aus ihr, daß die durchschnittliche Eigenbewegung bis zur Farbe 4^c ansteigt, um später wieder abzunehmen. Da der Farbe 4^c der Spektraltypus *F* entspricht, so sind die Sterne der Klasse *F* die uns nächststehenden, wegen ihrer größeren Eigenbewegung, und weiterhin müssen sie als sehr wenig leuchtkräftig bezeichnet werden, da sie uns trotz ihrer größeren Nähe nicht heller als die übrigen erscheinen; ein Resultat, welches durch die Ergebnisse der Stellarastronomie völlig bestätigt wird.

Unter den 13665 Objekten des *Burnham*schen Kataloges hat sich bisher nur bei etwa 300 Sternen eine merkliche Bahnbewegung feststellen lassen. Für weitere 600 Sterne läßt sich aus der Übereinstimmung der Eigenbewegungen der beiden Komponenten der Schluß ziehen, daß die beiden physisch zusammengehören, wie z. B. bei *γ Arietis*, dessen Komponenten die folgenden Eigenbewegungen besitzen:

Komponente *A* in Rektaszension +0^s.0054, in Deklination −0″.115
„ *B* „ „ +0.0057, „ „ −0.108.

Bei den übrigen Sternen hat man noch keinerlei Bewegung festgestellt; zweifellos befindet sich aber noch eine große Zahl physischer Sternpaare unter ihnen.

Von den 300 Sternen mit merklicher Bahnbewegung haben 100 so kurze Umlaufszeiten, daß sie bereits die ganze oder doch einen großen Teil ihrer Bahn durchlaufen haben. Die übrigen haben nur Bruchteile eines Umlaufs zurückgelegt. Da die Bestimmung der Bahnelemente wesentlich von der Größe des durchlaufenen Teils der Bahn abhängt, sind Bahnelemente nur für 100 dieser Sterne abgeleitet. Die für langperiodische Doppelsterne abgeleiteten Bahnen mit Umlaufszeiten von mehreren hundert Jahren sind größtenteils wertlos.

Das Material der Doppelsternbahnen ist daher nicht sehr umfangreich; einige allgemeine Schlüsse lassen sich aber doch daraus ziehen, die auch später auf Grund eines größeren Materials keine wesentlichen Abänderungen mehr erfahren dürften. Gesetzmäßigkeiten in den ermittelten Neigungen der Bahnen sind bisher nicht gefunden worden; die Werte schwanken zwischen 0° und 90°. Während bei *42 Comae* die Neigung gegen die Gesichtslinie gleich 0 ist, so daß die scheinbare Bewegung geradlinig, nur in Distanzenänderung bestehend, erfolgt, wobei alle 23½ Jahr gegenseitige Bedeckung der Komponenten stattfindet, hat das bekannte mehrfache System *ζ Cancri* eine Neigung von 90° gegen den Visionsradius, so daß wir fast senkrecht auf die Bahn dieses Systems blicken.

Tafel XI.

U	*e*	Zahl der Sterne
19?.7	0.45	10
41.8	0.43	10
64.5	0.51	10
103.8	0.52	10
200.7	0.56	10
		50

Die ermittelten Exzentrizitäten der Bahnen sind im Verhältnis zu den im Sonnensystem vorkommenden bemerkenswert groß. In nebenstehender Zusammenstellung sind für 50 Doppelsterne mit Umlaufszeiten von 5—275 Jahren die Mittelwerte der Umlaufszeiten und Exzentrizitäten gegeben, indem Sterne mit nahe beieinander liegenden Werten der Umlaufszeit zusammengefaßt wurden. Ein besonders wichtiges Element ist die Gesamtmasse des Systems und das Massenverhältnis der beiden Komponenten. Für die Bestimmung des Massenverhältnisses ist man auf die Berechnung der absoluten Bahn der Komponenten angewiesen. Die Ermittlung derselben, aus den Meridianbeobachtungen, wird durch die diesen anhaftenden systematischen Fehler sehr erschwert. *Boss* hat unter sorgfältiger Elimination dieser Fehler für eine Reihe von Doppelsternen das Massenverhältnis $a = \frac{m_2}{m_1}$ berechnet und findet im Mittel $a = 0.72$. Also im Durchschnitt dieselbe Größenordnung für die beiden Massen, wobei kein Fall vorhanden, in dem die hellere Komponente m_1 nicht auch die größere Masse hat. Freilich besitzen die schwächeren Komponenten anscheinand eine größere Masse, als man nach ihrer Helligkeit erwarten sollte. Z. B. ist für Sirius das Massenverhältnis 2.3:0.9, während die Helligkeiten —1.6 und 8.0 sind, also etwa im Verhältnis 7000:1 stehen.

Sirius ist gleichzeitig ein Beispiel für die Gruppe der Sterne, bei denen man aus den periodischen Änderungen der Eigenbewegung auf die Doppelsternnatur schloß und aus ihr die Bahnelemente berechnete. Der schwache Begleiter 8. Größe wurde dann später mit Hilfe des auf Grund dieser Bahnelemente vorausberechneten Ortes bekanntlich aufgefunden.

Der Wert der Gesamtmasse des Systems läßt sich berechnen, wenn die Parallaxe des Doppelsternes und damit auch die absolute Größe der Bahn bekannt ist. Die Untersuchung der wenigen Sterne mit bekannten Bahnen, für die gutbestimmte Parallaxenwerte vorliegen, hat ergeben, daß die Gesamtmassen durchschnittlich von der Größenordnung der Massen unserer Sonne sind.

Auch unter Zuhilfenahme der Spektographie hat man das Problem der Entfernungs- und Massenbestimmung zu lösen versucht. Mißt man nämlich die Differenz der Radialgeschwindigkeiten der beiden Komponenten, so ist diese relative Geschwindigkeit der Komponenten gegeneinander abhängig von den Dimensionen der wahren Bahn. Ist andererseits aus den visuellen Beobachtungen die scheinbare Bahn bestimmt, so ergibt das Verhältnis der beiden die Parallaxe des Systems, mit deren Hilfe man dann weiterhin die Gesamtmasse ableiten kann. Für *α Centauri* fand *Wright* aus spektographischen Beobachtungen eine Geschwindigkeitsdifferenz von 5.30 km und hiermit eine Parallaxe von 0″.76, während Heliometermessungen 0″.75 ergaben. Als Gesamtmasse des Systems erhält man hiermit 1.9 Sonnenmassen. Da der Wert der Geschwindigkeitsdifferenz der beiden Komponenten wegen seiner Kleinheit nur für wenige Systeme bestimmt ist, ist diese Methode selten zur Anwendung gelangt. Sie ist außerdem nur dann anwendbar, wenn die Spektren beider Komponenten sichtbar sind. Ist der Begleiter zu lichtschwach, um ein sichtbares Spektrum zu liefern, was meistens der Fall ist, so läßt sich nur die

Radialgeschwindigkeit der helleren Komponente, bezogen auf den Schwerpunkt des Systems, ermitteln. In diesem Falle kann erst, nachdem ein größerer Teil der Bahn durchlaufen ist, eine Änderung der Radialgeschwindigkeit der Komponente festgestellt werden.

Entsprechend den nach Jahren zählenden Umlaufszeiten der visuellen Doppelsterne, erreichen deren Bahngeschwindigkeiten nur Beträge von einigen Kilometern in der Sekunde. Berechnet man dagegen, unter Beibehaltung der für diese Sterne gefundenen Massenwerte, die Bahngeschwindigkeiten für Umlaufszeiten von wenigen Tagen, so erhält man Geschwindigkeiten bis zu einigen hundert Kilometern, und ferner nach dem 3. *Kepler*schen Gesetze Bahndimensionen von mehreren Millionen Kilometern. Man bezweifelte früher die Existenzmöglichkeit derartig enger Bahnen, da man sie nicht für stabil hielt. Die gegen Ende des vorigen Jahrunderts begonnenen Messungen der Radialgeschwindigkeiten der Sterne haben aber für eine große Zahl von Sternen kurzperiodische Veränderlichkeit der Geschwindigkeit ergeben, die sich durch die Annahme, daß der betreffende Stern ein Doppelstern sei, einwandfrei erklären ließ. Die den berechneten Bahndimensionen entsprechenden Abstände der beiden Komponenten sind so klein, daß keine Aussicht vorhanden ist, sie mit unseren Fernrohren trennen zu können, so daß nur die spektroskopischen Beobachtungen Aufschlüsse über diese Systeme geben können, und diese Sterne deshalb als spektroskopische Doppelsterne bezeichnet werden.

Die gemessenen Geschwindigkeiten hat man zunächst von der eigenen Bewegung des Beobachters infolge der täglichen Drehung und der jährlichen Bahnbewegung der Erde zu befreien, um die auf die Sonne bezogenen Geschwindigkeiten zu erhalten.

Ferner hat man zwei Fälle zu unterscheiden, je nachdem nur eine Komponente oder beide ein meßbares Spektrum liefern. Benutzt man zur Bestimmung der Geschwindigkeiten ein Vergleichsspektrum, so setzt sich die erhaltene Geschwindigkeit der betreffenden Komponente aus der Schwerpunktsgeschwindigkeit und der Geschwindigkeit um den Schwerpunkt zusammen. Bei Anwesenheit zweier meßbarer Spektren kann durch Ausmessung der Linienverschiebung der beiden Komponenten gegeneinander direkt die relative Bahn abgeleitet werden. Die in den beiden Fällen ermittelten Bahnen sind einander natürlich ähnlich, ihre Dimensionen verhalten sich wie $m_1 : (m_1 + m_2)$, wo m_1 und m_2 die Massen der Komponenten sind. Bezeichnet man mit V und g die auf die Sonne bezogene Radial- und Schwerpunktsgeschwindigkeit und benutzt man dieselben Bahnelemente wie bei den visuellen Doppelsternen, so gelten für die Zeit t die Gleichungen

$$M = \mu(t - T)$$

$$\operatorname{tg}\tfrac{1}{2}v = \operatorname{tg}\tfrac{1}{2}E\sqrt{\frac{1+e}{1-e}}$$

$$V = g + K \cdot e \cdot \cos\omega + K \cdot \cos(v + \omega).$$

Hierin ist zur Abkürzung $K = \dfrac{f}{\sqrt{a(1-e^2)}} \cdot \sin i$ gesetzt.

Je nachdem die relative Bahn der Komponenten oder die absolute Bahn der Komponente m_1 bezüglich des Schwerpunktes vorliegt, ist

$$f = k\sqrt{m_1 + m_2} \quad \text{bzw.} \quad f = k\frac{m_1^3}{(m_1 + m_2)}$$

zu setzen, wo k eine Konstante ist.

Die Radialgeschwindigkeit V ist positiv oder negativ, je nachdem der Stern seinen Abstand vom Beobachter vergrößert oder verkleinert.

In dem am häufigsten vorkommenden Fall, daß die absolute Bahn einer Komponente beobachtet ist, dienen zur Bestimmung der großen Halbachse und der Massenfunktion die beiden Formeln

$$a \cdot \sin i = [4.13833]\sqrt{(1-e^2)}KU \quad \text{und} \quad \frac{m_1^3 \sin^3 i}{(m_1+m_2)^2} = [3.01642-10](1-e^2)K^3U.$$

In diesen Formeln sind die in eckige Klammern gesetzten Zahlen Logarithmen, K und a sind in Kilometern, U in Tagen und m in Sonnenmassen ausgedrückt. Die Gleichungen gestatten, mit Hilfe bekannter Bahnelemente die Geschwindigkeiten für jedes Beobachtungsdatum zu berechnen. Umgekehrt dienen die Formeln zur Ableitung der Bahnelemente aus den Beobachtungen. Die Methoden zur Ableitung der Bahnelemente wollen wir nicht näher darlegen; es mögen nur einige allgemeine Sätze hier kurz angeführt werden.

Zunächst zeigen die Formeln, daß für $i = 0°$, wenn also die Bahn senkrecht zum Visionsradius steht, $V = 0$ wird; es werden in diesem Falle überhaupt keine Linienverschiebungen beobachtet. Für die in Richtung des Visionsradius gemessene Radialgeschwindigkeit ist die Lage der zum Visionsradius senkrecht stehenden Knotenlinie völlig gleichgültig; die Knotenlänge läßt sich deshalb aus spektroskopischen Beobachtungen nicht bestimmen; sie kommt daher in den Formeln überhaupt nicht vor.

Ebenso läßt sich die Neigung nicht ermitteln, da die Projektionen der Bahngeschwindigkeit auf den Visionsradius durch Neigungsänderungen offenbar alle in gleicher Weise beeinflußt werden. In der Formel für die Radialgeschwindigkeit tritt deshalb i nur in der Form eines Proportionalitätsfaktors in i auf, mit dem alle Geschwindigkeiten multipliziert sind. Infolgedessen kann die große Halbachse a nicht bestimmt werden, sondern nur das Produkt $a \cdot \sin i$ und gleichfalls nur die sogenannte Massenfunktion $f(m) = \frac{m_1^3}{(m_1+m_2)^2}\sin^3 i$.

Die graphische Darstellung der V als Ordinaten für die verschiedenen Zeiten als Abszissen ergibt die sogenannte Geschwindigkeitskurve. Die Größe K stellt die halbe Amplitude dieser Kurve dar. Die Geschwindigkeitskurve erreicht ihre Extremwerte zur Zeit der Knotendurchgänge. Als Bahnelemente werden für die spektroskopischen Doppelsterne meistens die Größen U, T, e, ω, k, g angegeben, ferner fügt man den Wert von $a \cdot \sin i$ und $f(m)$ hinzu.

Die Bestimmung von U erübrigt sich bei der Bahnbestimmung, wenn der Stern ein Bedeckungs-Veränderlicher ist, da in diesem Falle seine Umlaufszeit aus der Lichtwechselperiode bekannt ist.

Man kennt zurzeit ungefähr 600 spektroskopische Doppelsterne, ein im Verhältnis zur Gesamtzahl der auf ihre Radialgeschwindigkeit beobachteten Sterne hoher Betrag; auf ungefähr 4 untersuchte Sterne kommt ein spektroskopischer Doppelstern. Hierbei ist noch zu bedenken, daß die Doppelsterne, deren Bahnen senkrecht zum Visionsradius stehen, sowie solche mit großen Umlaufszeiten oder sehr kleinen Amplituden der Geschwindigkeitskurve unseren Beobachtungen entgehen. Die Verteilung der Sterne auf die einzelnen Spektralklassen zeigt die untenstehende Tafel X. Die spektroskopischen Doppelsterne gehören in der überwiegenden Mehrzahl den jüngeren Spektralklassen an, vor allem den Typen $O—B$. Da diese Sterne die Milchstraße vorziehen und besonders häufig im Sternbilde des Orion vorkommen, so ergibt sich, daß die spektroskopischen Doppelsterne auch eine entsprechende Verteilung zeigen müssen.

Tafel X.

Spektral-Typus	Zahl der Sterne
$O—B$	47
A	38
F	19
G	9
K	7
$M—N$	—
	120

Ordnet man nach der Umlaufszeit, so ergibt sich, daß die Sterne der Typen $O—B$ die kurzen Umlaufszeiten bevorzugen. Von den 68 Sternen mit Umlaufszeiten kleiner als 10 Tage gehören 56 den Spektraltypen $O—A$ an. Die Doppelsterne der jüngeren Spektraltypen besitzen also kurze Umlaufszeiten. Da hiermit große Bahngeschwindigkeiten, also auch große Radialgeschwindigkeiten verbunden sind, werden diese Sterne leichter entdeckt werden, als die Sterne der älteren Spektraltypen, die größere Umlaufszeiten und kleinere Amplituden haben und infolgedessen nur dann entdeckt werden, wenn sie große Massen besitzen. Hieraus erklärt sich wohl zum großen Teil das Überwiegen der jüngeren Spektralklassen unter den spektroskopischen Doppelsternen.

Tafel XI.

Umlaufszeit	Zahl der Sterne
0— 10 Tage	68
10— 30 „	22
30—100 „	11
100—200 „	10
200—500 „	7
>500 „	2
	120

Eine Ordnung der Bahnen nach den Exzentrizitäten ergibt, daß von 56 Bahnen mit Werten von e zwischen 0.0 und 0.1, die also nahezu kreisförmig sind, 41 den Spektralklassen $O—B$ angehören und daß 44 der Sterne Umlaufs-

Tafel XII.

Exzentrizität	Zahl der Sterne
0.0—0.1	56
0.1—0.2	18
0.2—0.4	9
0.4—0.7	16
0.7—0.9	5
	104

zeiten haben, die kleiner als 10 Tage sind. Spektroskopische Doppelsterne der jüngeren Spektraltypen bevorzugen also kurze Umlaufszeiten und kreisförmige Bahnen. Den Zusammenhang der Exzentrizität mit der Umlaufszeit zeigt die Tafel XIII, welche die durchschnittliche Exzentrizität für die zugehörigen Mittelwerte der Periode enthält. Hiernach werden mit wachsender Umlaufzeit die Bahnen exzentrischer.

Tafel XIII.

Umlaufszeit	Zahl der Sterne	Exzentrizität
1.9 Tage	24	0.05
4.2 „	24	0.04
8.3 „	12	0.15
15.3 „	10	0.20
30.2 „	11	0.45
71.2 „	3	0.26
105.6 „	6	0.32
138.4 „	4	0.51
255.5 „	4	0.28
453.8 „	2	0.46
	100	

Die Sterne, deren beide Komponenten ein sichtbares und meßbares Spektrum ergeben, gestatten, das Verhältnis der Einzelmassen der beiden Komponenten zu bestimmen. Man erhält als Durchschnittswert $a = 0.72$ und für die hellere Komponente stets die größere Masse, was mit dem für die visuellen Doppelsterne gefundenen Ergebnisse gut übereinstimmt. Die Berechnung der Gesamtmasse läßt sich ohne Annahmen über das Massenverhältnis sowie die Neigung nicht ausführen. Nimmt man an, daß für alle Spektralklassen die Neigung und die Größe a im Durchschnitt dieselbe sei, so hängt die Größe $f(m)$ nur noch von m_1 ab. Als Werte der Größe $f(m)$ findet man:

Tafel XIV.

Spektraltypus	$f(m)$	Zahl der Sterne
Oe—Oe 5	1.6	3
*B*0—*B* 5	0.25	32
*B*8—*B* 9	0.15	11
A	0.10	38
F	0.06	18
		102

Es nimmt also mit fortschreitender Spektralklasse die Funktion $f(m)$ ab; es haben ferner, wenn von den Sternen der Klasse *Oe—Oe*5, die abnorm große

Massen zu besitzen scheinen, abgesehen wird, die Sterne $B0—B5$ eine dreimal so große Masse, als die Sterne der Klasse F. Immerhin scheinen aber die spektroskopischen Doppelsterne, wie die visuellen Doppelsterne, Gesamtmassen zu besitzen, deren Größenordnung mit unserer Sonnenmasse vergleichbar ist. Die Annahme gleicher Werte des Massenverhältnisses a für die verschiedenen Spektralklassen läßt sich prüfen durch die Sterne, deren beide Komponenten sichtbare Spektren besitzen; es ergibt sich für neun B-Sterne und für siebzehn A-Sterne übereinstimmend $a = 0.72$.

Die Sterne mit zwei sichtbaren Spektren gestatten auch, die Frage nach dem Spektraltypus der beiden Komponenten zu beantworten. Man findet, daß, falls die Komponenten gleiche Helligkeit haben, ihre Spektren völlig übereinstimmen; bei größeren Helligkeitsdifferenzen dagegen ist das Spektrum der schwächeren Komponente von einem früheren Spektraltypus als das der helleren.

Bei den spektroskopischen Doppelsternen sind noch einige besondere Eigentümlichkeiten aufgefunden worden, die hier kurz erwähnt werden mögen.

Bei einer Reihe von Sternen vom Spektraltypus $O—B$ findet man ein von dem der übrigen Linien abweichendes Verhalten einer Linie des Kalziums (*Fraunhofer*sche Linie $K\ \lambda = 3934$ ÄE.). Die aus ihr abgeleitete Amplitude der Geschwindigkeitskurve ist viel geringer, als die aus den übrigen Linien berechnete. Eine einwandfreie Deutung dieser Erscheinung ist noch nicht gelungen.

Ferner ist bei einer Anzahl von Sternen eine Abweichung von der rein elliptischen Bewegung konstatiert worden, welche sich in sekundären Wellen mit Amplituden von mehreren Kilometern, die der eigentlichen Geschwindigkeitskurve superponiert sind, äußert. Eine vollständige Erklärung dieser Erscheinung fehlt noch. In vielen Fällen wird die Ursache das Spektrum der zweiten Komponente sein, das zwar vorhanden, aber zu schwach und vom Spektrum der helleren Komponente nicht genügend trennbar ist, so daß seine Linien nicht als selbstständige Linien erscheinen, sondern nur zu einer Intensitätsverschiebung innerhalb der entsprechenden Linien des primären Spektrums und hierdurch zu verfälschten Radialgeschwindigkeiten Anlaß gaben.

Bei einigen Sternen hat man eine Veränderlichkeit der Schwerpunktsgeschwindigkeit gefunden; in der graphischen Darstellung der Geschwindigkeitskurve zeigt sich dies als periodische Hebung und Senkung der ganzen Geschwindigkeitskurve. Diese Schwerpunktsbewegung läßt sich ungezwungen durch die Annahme der Bewegung des ganzen Sternpaares um einen dritten Körper erklären, der uns infolge geringer Helligkeit unsichtbar ist. Unter Annahme einer kreisförmigen Bahn lassen sich dann die Elemente dieser Bahn ableiten.

Im allgemeinen ist die Genauigkeit der Geschwindigkeitsmessungen und damit auch der erhaltenen Bahnelemente für die verschiedenen Spektralklassen verschieden. Während die Sterne der früheren Spektralklassen ein linienarmes Spektrum haben mit schlecht definierten verwaschenen Linien, besitzen die Spektren der späteren Klassen $G—K$ zahlreiche scharfe gut meßbare Linien.

Bei obigen Untersuchungen sind diejenigen spektroskopischen Doppelsterne, die einen Lichtwechsel vom δ *Cephei*-Typus (siehe veränderliche Sterne)

besitzen, völlig weggelassen, aus gleich noch zu erörternden Gründen. Die Veränderlichen vom *Algol*- und *β Lyrae*-Typus dagegen sind in dem oben verwendeten Material enthalten. Bekanntlich nimmt man zur Erklärung des Lichtwechsels der letzteren eine gegenseitige Bedeckung der Komponenten an. Das Maximum der Bedeckung, die kleinste Helligkeit, tritt nun zu der Zeit der unteren Konjunktion der beiden Komponenten ein; aus den photometrischen Beobachtungen kann also direkt die Zeit der unteren Konjunktion erhalten und mit der aus den spektroskopischen Beobachtungen abgeleiteten verglichen werden. Für alle bisher untersuchten *Algol*- und *β Lyrae*-Sterne hat sich völlige Übereinstimmung zwischen den Epochen ergeben. Hierdurch wird die Richtigkeit der Annahme, daß diese Sterne Doppelsterne sind und die beobachteten Linienverschiebungen durch Bahnbewegung erzeugt werden, bestätigt. Weiter läßt sich für diese Sterne die Neigung aus den photometrischen Beobachtungen ermitteln; man ist somit imstande, aus den spektroskopischen Bahnelementen die absoluten Werte der Masse und großen Halbachse zu berechnen. Die Bedeckungsveränderlichen gehören, wie die nebenstehende Abzählung zeigt, haupt-

Tafel XIVa.

Spektraltypus	Zahl der Sterne
B	13
A	52
F	10
G	7
K	1
M—*N*	0
	83

sächlich den Spektraltypen *B*—*A* an, was sich dadurch erklärt, daß die Sterne in dem diesen Typen entsprechenden Entwicklungszustand mit hohen und mächtigen Atmosphären umgeben sind, und sich in engen Bahnen bewegen, wodurch natürlich das Zustandekommen von Finsternissen sehr begünstigt wird, da für große Teile des Raumes zu beiden Seiten der Bahnebene die langandauernde Bedeckung für längere Zeiten erkennbar wird. Die Bahnelemente der Bedeckungsveränderlichen zeigen natürlich die oben für die spektroskopischen Doppelsterne der Typen *O*—*A* gefundenen Gesetzmäßigkeiten, wie kurze Umlaufszeiten in kreisförmigen engen Bahnen.

Für die kurzperiodischen Veränderlichen des *δ Cephei*-Typus, deren Hauptvertreter den Spektralklassen *F* und *G* angehören, hat sich bei allen untersuchten Sternen Veränderlichkeit der Radialgeschwindigkeit ergeben. Vergleicht man die Zeiten des größten und kleinsten Lichtes dieser Sterne mit den spektroskopischen Bahnelementen, so zeigt sich, daß diese Zeiten in die Nähe der Knotendurchgänge fallen. Eine gegenseitige Bedeckung kann also auf keinen Fall als Ursache der Helligkeitsschwankungen angenommen werden. Man hat deshalb andere Hypothesen zur Erklärung des beobachteten Lichtwechsels aufgestellt, wobei zunächst stets vorausgesetzt wurde, daß diese Sterne Doppelsterne seien und die Linienverschiebungen durch die Bahnbewegung erzeugt werden. Den Lichtwechsel führte man auf ungleichmäßige

Intensitätsverteilung auf der Oberfläche der uns sichtbaren Komponente zurück Hierbei nahm man als Ursache dieser Intensitätsunterschiede eine Bewegung in widerstehenden Mittel an, welches durch die Atmosphäre der dunklen Kom ponente gebildet werden sollte, oder durch den Begleiter in der Atmosphär der helleren Komponente hervorgerufene Gezeitenerscheinungen. Keine diese Theorien hat aber die beobachteten Erscheinungen vollständig erklären können

Andererseits hatte das Studium der Bahnelemente für diese Sterne ei von dem der übrigen spektroskopischen Doppelsterne vollständig abweichende Verhalten ergeben. Wie aus der untenstehenden Tafel XVI zu ersehen ist

Tafel XV.

Spektraltypus	Zahl der Sterne	Mittelwert der Periode
O—B	—	—
A	1	0.6 Tage
F	14	8.2 ,,
G—K	26	14.4 ,,

Tafel XVI.

Periode	Exzentrizität	Zahl der Sterne
0.6 Tage	0.26	1
3.8 ,,	0.30	5
5.6 ,,	0.34	2
8.0 ,,	0.41	5
16.7 ,,	0.21	2

besitzen die δ *Cephei*-Sterne Bahnen, die in Anbetracht der kurzen Um laufszeit sehr exzentrisch sind. Ferner ist die Verteilung der Periastronlänge eine ganz ungleichmäßige. 11 von den 15 Bahnen besitzen Periastronlänge zwischen 60° und 120°, während die Periastronlängen der übrigen spektro skopischen Doppelsterne gleichmäßig über die Quadranten verteilt sind. Di für die Bahnen erhaltenen Werte der Massenfunktion $f(m)$ sind abnorm klein aus ihnen folgen entweder sehr kleine Werte der Neigung oder unwahrschein liche Massenverhältnisse. Das Spektrum der lichtschwächeren Komponent hat man bisher bei keinem δ *Cephei*-Stern aufgefunden. Die in den angeführte Gesetzmäßigkeiten deutlich ausgeprägte Sonderstellung der δ *Cephei*-Stern unter den übrigen spektroskopischen Doppelsternen, für die man vergeblic nach einer plausiblen Erklärung suchte, hat hohen Zweifel entstehen lasse ob die beobachteten Linienverschiebungen durch Bahnbewegung verursach werden. Mehrere Theorien führen deshalb die Radialbewegungen nur tei weise oder gar nicht auf Bahnbewegung zurück. Eine der Theorien nimm eine ungleichförmige Verteilung der Helligkeit auf der Oberfläche und da Vorhandensein von Konvektionsströmungen in der Atmosphäre des sichtbare Sterns an. Man kann hierbei einen Doppelstern oder einen Einzelstern a nehmen; im ersten Falle bewirken die Konvektionsströmungen eine Verfälschu der Bahngeschwindigkeiten, im zweiten Falle rühren die gesamten beobachtete Radialbewegungen von Konvektionsströmungen her. Eine zweite Theor nimmt periodische Schwankungen des Volumens des ganzen Sterns an (Pu sationen), wodurch Helligkeitsschwankungen und infolge der Bewegung d Oberflächenteile Linienverschiebungen eintreten. Beide Theorien können ei ganze Reihe von Beobachtungstatsachen erklären, trotzdem hat sich eine en gültige Entscheidung zu ihren Gunsten nicht herbeiführen lassen. Es sind i Gegenteil in neuerer Zeit wieder Hypothesen aufgestellt worden, die die Radia bewegungen als Bahnbewegungen deuten und somit wieder zu der Annahm eines Doppelsternsystems zurückkehren. Der Lichtwechsel wird durch Lich

ausbrüche erklärt, die auf der Oberfläche des Hauptsterns infolge der Annäherung des dunklen Begleiters zur Zeit des Periastrondurchgangs stattfinden. Trotzdem diese Theorie auch die eigentümlichen Gesetzmäßigkeiten der Bahnelemente teilweise zu erklären vermag, kann man heute das Problem der δ *Cephei*-Sterne noch nicht als gelöst betrachten, denn keine der bisher aufgestellten Hypothesen hat eine einwandfreie Deutung der Beobachtungsergebnisse zu geben vermocht.

Zum Schlusse seien noch kurz einige Schlüsse, die man aus dem Studium der Doppelsterne bezüglich ihrer Stellung im Fixsternsystem und ihrer Entwicklung gezogen hat, mitgeteilt.

Zunächst zeigt die große Zahl der Doppelsterne, daß sie offenbar die naturgemäße Entwicklung eines Sternes vorstellen, und nicht, wie früher angenommen wurde, Ausnahmen sind. Zwischen visuellen und spektroskopischen Doppelsternen besteht kein wesentlicher Unterschied; sie stellen offenbar nur verschiedene Stadien der Entwicklung dar.

Die vorwiegend den Spektraltypen *O—B* angehörenden spektroskopischen Doppelsterne sind Sterne im jüngeren Entwicklungszustande. Sie haben enge kreisförmige Bahnen mit kleinen Umlaufszeiten, deren Excentricität und Bahndimension mit wachsender Umlaufszeit zunehmen. Die visuellen Doppelsterne zeigen uns diese Systeme dagegen im späteren Entwicklungsstadium. Stark excentrische Bahnen mit großen Umlaufszeiten sowie großen Abständen der Komponenten sind ihre Hauptmerkmale.

Was die Entstehung eines Doppelsternes betrifft, so haben die theoretischen Untersuchungen von *G. H. Darwin* und *H. Poincaré* gezeigt, daß eine rotierende Nebelmasse durch Ausstrahlung und damit verbundene Energieverluste und Kontraktion schneller rotieren wird und die Form eines abgeplatteten Ellipsoides annimmt, welches nach Durchlaufen von Zwischenstadien in eine birnenförmige Figur übergeht, die durch Teilung in mehrere Körper zerfällt. In den Nebeln glaubt man die zur Bildung der Doppelsterne erforderlichen Massen zu erkennen.

Nimmt man noch an, daß Gezeitenreibung innerhalb der Komponenten, welche ein Verlangsamung der Rotation bewirkt, die Ursache des Zunehmens der Umlaufszeit und der Bahndimension im Laufe der Zeit ist, so ist damit die Entstehung und Entwicklung eines bestehenden Sternpaares in großen Zügen festgelegt und erklärt. Freilich genügt nach den Untersuchungen von *Moulton* die Gezeitenwirkung nicht, um eine Verlängerung der Umlaufszeit von mehreren Tagen bis zu Jahrzehnten zu bewirken, so daß noch andere Ursachen angenommen werden müssen, um die verschiedenen beobachteten Arten von Doppelsternsystemen zu erklären.

J. Hellerich.

Die Beobachtung der Kometen.

Die große Mannigfaltigkeit in dem Aussehen der Kometen macht diese zu einem der anziehendsten Beobachtungsgegenstände am Himmel, dem nur ein wichtiger Nachteil gegenübersteht, die Seltenheit ihrer Erscheinung. Wenn auch wohl in jedem Jahre mehrere Kometen sichtbar werden, so sind doch solche, die alle Eigenschaften dieser Weltkörper zeigen, äußerst selten. Aber gerade dieser Umstand wird dem Freunde der Himmelskunde, der neben seinem ästhetischen Genuß beim Anblick des Kometen auch seinen, sei es noch so bescheidenen Teil zu deren Erforschung beitragen will, veranlassen, sich rechtzeitig mit allen Erscheinungsformen vertraut zu machen, damit er bei der vielfach nur kurzen Zeit der Sichtbarkeit noch geeignete Beobachtungen anstellen kann.

Die Beobachtungen[1]) der Kometen betreffen teils ihre Ortsbestimmung zur Ermittelung ihrer Bahnverhältnisse, teils beziehen sie sich auf ihre äußere Gestalt, Helligkeit, spektralen Eigenschaften usw. und dienen zur Ermittelung ihrer physischen Beschaffenheit. Die große Genauigkeit, die bei den Ortsbestimmungen heute erzielt wird, hat neben Erfahrung und Geschicklichkeit des Beobachters gute Meßinstrumente und Uhren zur Voraussetzung. In der Regel verfügen hierüber nur die Berufsastronomen, und es muß der Freund der Himmelskunde, der sich mit den Ortsbestimmungen der Kometen befaßt, damit rechnen, daß seine Beobachtungen bei der Berechnung der Kometenbahnen mit geringerem Gewicht hinzugezogen werden. Nur bei besonderer Vorliebe für diese Art der Beobachtungen und unter Benutzung der erforderlichen Hilfsmittel, wozu auch die Sternverzeichnisse u. dgl. zur Bestimmung der Anschlußsterne gehören, werden seine Beobachtungen denen geschulter Astronomen gleichwertig sein und von den Rechnern benutzt werden. Allerdings soll dabei nicht übersehen werden, daß die Kenntnis der Beobachtungsmethoden bei der Ortsbestimmung der Kometen für den Freund der Himmelskunde auch dann, wenn es ihm nicht gelingt, die sonst erreichbare Genauigkeit zu erzielen, unter Umständen von Nutzen sein kann. Es kommt nicht selten vor, daß die Zahl der Ortsbestimmungen eines Kometen aus irgendwelchen Gründen — kurzer Sichtbarkeitsperiode, ungünstiger Witterung — nur gering ist. In diesem Falle wird auch eine weniger genaue Ortsbestimmung von Wert sein und Verwendung finden.

[1]) Nur solche bilden den Gegenstand dieses Abschnittes. Wegen der Bahnbestimmung, des Zusammenhanges mit den Sternschnuppen usw., sowie wegen der Bahnverhältnisse muß auf die betreffenden Abschnitte dieses Werkes, im übrigen auf die sonstige Literatur verwiesen werden.

Etwas anders steht es mit den Beobachtungen, die die physische Beschaffenheit der Kometen zum Gegenstande haben. Hier wird die Arbeit der Freunde der Himmelskunde die Beobachtungen der Berufsastronomen oft wirksam unterstützen können, zumal bei der Mannigfaltigkeit der Beobachtungsmethoden Instrumente der verschiedensten Art Verwendung finden und auch hier Übung und besondere Vorliebe zu jeder wünschenswerten Genauigkeit der Beobachtungen führen können. Viele Beobachtungen verlangen nicht unbeträchtliche instrumentale Mittel, die in der Regel nur gutausgerüsteten Sternwarten zu Gebote stehen. Es soll daher im folgenden das Hauptgewicht auf solche Beobachtungen gelegt werden, die von einem nur mit geringeren Mitteln an Instrumenten versehenen Freunde der Himmelskunde ausgeführt werden können; im übrigen muß schon wegen des beschränkten Raumes auf die weitere wissenschaftliche Literatur verwiesen werden[1]).

Das Aufsuchen neuer Kometen. Zum Aufsuchen neuer Kometen[2]) bedient man sich oft der Kometensucher, Refraktoren von 3″—6″ Öffnung, mit einem Öffnungsverhältnis von 1:6 bis 1:10, mit großem Gesichtsfeld, 1—2°. Vielfach werden solche Instrumente mit einer besonders bequemen Montierung

---

[1]) Aus der Literatur seien in erster Linie zwei der folgenden Darstellung vor allem zugrunde liegende Werke erwähnt: *R. Jägermann, Prof. Dr. Bredichin's Mechanische Untersuchungen über Kometenschweife, 1893,* und *Dr. J. Holetschek, Untersuchungen über die Größe und Helligkeit der Kometen und ihrer Schweife. I—V, 1896ff.* Im übrigen wird auf die die Kometen betreffenden Abschnitte der populären Astronomien von *Littrow, Meyer, Newcomb-Engelmann, Plassmann* usw., sowie auf die Werke von *Scheiner, Popul. Astrophysik, Photographie und Spektralanalyse der Gestirne,* auf *Müller, Photometrie der Gestirne* hingewiesen, sowie auf folgende Spezialliteratur aus älterer und neuerer Zeit: *Apianus, Astronomicon Caesareum 1540. — Archenhold, Die Kometen. Weltuntergangsprophezeiungen und der Halleysche Komet. 1910. — Bessel, Beobachtungen über die physische Beschaffenheit des Halleyschen Kometen und dadurch veranlaßte Bemerkungen. Astron. Nachr. 300, 301, 302. — Bessel, Abhandlungen Bd. 1. — Bessel, Populäre Vorlesungen 1848, S. 68ff., 94ff. — v. Boguslawski, Die Kometen und ihre Bedeutung als Weltkörper. — Bond, Account of the great comet of 1859. — Carl, Repertorium der Kometen-Astronomie. 1864. — Chambers, The story of the comets. 1909. — Heinsius, Beschreibung des Anfang d. J. 1744 erschienenen Kometen. — Herz, Kometen und Meteore, Valentiner, Handbuch der Astron. Bd. II, 1898. — Hevelius, Cometographia, Danzig 1663. — Hind-Mädler, Die Kometen. 1850. — Kepler, De cometis libelli tres. 1619. — Lubieniecki, Theatrum cometicum. 1668. — Encke, Über die Erscheinungen der Kometen. 1859. — Olbers, Der Schweif des großen Kometen v. 1811, v. Zachs Monatl. Korresp., Bd. 25. 1812. — Olbers, Einige Bemerkungen über das Licht der Kometen, Astron. Jahrb. 1819, S. 199. — Pingré, Cométographie. 1783. — Plassmann, Die Kometen, Köln 1910. — Schmidt, Astron. Beobachtungen über Kometen. 1863. — Schwarzschild, Der Druck des Lichts auf kleine Kugeln und die Arrhenius'sche Theorie der Kometenschweife. 1901. — W. Struve, Beobachtungen des Halleyschen Kometen. 1835. — Seneca, Nat. Quaestiones. Lib. VII. — Valentiner, Die Kometen und Meteore. — Zöllner, Über die Natur der Kometen. 1872.* — Eine Fülle von Material über Kometenerscheinungen enthalten die astronomischen Zeitschriften. Besonders hingewiesen sei auf die jährliche Übersicht der Kometenerscheinungen in der *Viertelsjahrsschrift d. astron. Gesellschaft.* Keiner besonderen Erwähnung bedarf schließlich der Abschnitt über Kometenliteratur im *Astron. Jahresbericht, begründet v. Wislicenus.* Wegen der dem Kometenbeobachter speziell obliegenden Aufgaben sei der in Amerika für die Beobachtung des *Halley*schen Kometen aufgestellten Richtlinien gedacht. *Sirius 1910 S. 33, Mitt. d. V. A. P. 1910 S. 1ff.*

[2]) *Sirius 1890, S. 13; 1914, S. 124. — A. N. 2453.*

versehen, die die Höhe des Okularendes wenig verändert. Natürlich können auch andere, lichtstarke Fernrohre mit Nutzen verwendet werden. Da erfahrungsgemäß die meisten neueren Kometen bei einer Helligkeit von $8^m - 11^m$ entdeckt sind, müssen die Fernrohre dementsprechend kräftig sein. Der erfolgreichste Kometenentdecker der Neuzeit, *Brooks*, der mit dem am 20. Juli 1911 entdeckten Kometen *1911*c seinen 26. Kometen auffand, benutzte bei seinen Beobachtungen einen $10^1/_8{}''$Refraktor mit 40maliger Vergrößerung und $1°20'$ Gesichtsfeld. Es sind aber auch Kometen mit schwächeren Fernrohren entdeckt worden; der große Komet *1910*a sogar mit bloßem Auge. Eine zu schwache Vergrößerung und ein zu großes Gesichtsfeld sind nicht empfehlenswert, da dabei leicht Kometen, die schwachen Fixsternen gleichen, unbeachtet bleiben, ein großes Gesichtsfeld auch schwer zu übersehen ist. Jedenfalls ist jedes verdächtige Objekt, z. B. ein nebliger Stern, mit stärkerer Vergrößerung nachzuprüfen. Wenn auch hin und wieder Kometen gelegentlich anderer Beobachtungen entdeckt worden sind, so werden doch die meisten bei planmäßigem Suchen gefunden. Die Kometen können zwar an jedem Orte des Himmels erscheinen, doch hat die Erfahrung gezeigt, daß sie in größerer Anzahl in der Nähe der Sonne, also am Abend- und Morgenhimmel gefunden werden, und zwar am Morgenhimmel erheblich zahlreicher als am Abendhimmel[1]). Im übrigen ist die Gegend der Ekliptik auch mehr bevorzugt. Schwer sind die schwachen Kometen in der Milchstraße und in den Gegenden mit viel Nebeln — den Nebelnestern z. B. im Haupthaar der *Berenice* — zu sehen, weshalb das Suchen dort wenig Erfolg verspricht. Es scheint, daß die Jahre erhöhter Sonnentätigkeit — Fleckenmaxima — eine größere Zahl Kometen sichtbar werden lassen, als die anderen Jahre. Da die Kometen häufig eine große Ähnlichkeit mit Nebelflecken besitzen, so ist die Kenntnis der Nebelflecke unbedingt erforderlich. Zweckmäßig erscheint es dabei, sämtliche Nebelflecke, die in dem zum Aufsuchen der Kometen benutzten Fernrohr sichtbar sind, an der Hand eines Nebelverzeichnisses — von *Dreyer* — in eine Sternkarte einzutragen, wie es auch *Brooks* getan hat. Berücksichtigt man alle diese Momente und läßt es auch nicht an der nötigen Ausdauer fehlen, so darf man wohl auf Erfolg rechnen, auch trotz der großen Konkurrenz, die auch auf diesem Gebiete, namentlich in Amerika, besteht. Hat man ein verdächtiges Objekt gefunden, so kann die Entscheidung darüber, ob es sich um einen Kometen handelt, nur durch Feststellung der Bewegung erfolgen. Sie wird, wenn man eine hinreichende Vergrößerung und Mikrometer anwendet, manchmal schon nach einigen Stunden, meist aber nach 24 Stunden, geschehen können. Nach Feststellung der Bewegung wird man dann an die Centralstelle für astronomische Telegramme in Kiel Mitteilung machen (Anschrift: *Astronom, Centralstelle, Kiel*).

Anders als mit der Aufsuchung neuer, unbekannter Kometen verhält es sich mit der Aufsuchung erwarteter periodischer Kometen nach der Ephemeride. Hier wird der Freund der Himmelskunde selten einen Erfolg haben, denn diese

[1]) Nach einer Statistik *Bull. Astr. 27, S. 378/86* sind von 376 seit dem 16. Jahrh. bis 1910 entdeckten Kometen 168 in der 1., 208 in der 2. Jahreshälfte gefunden, davon $^1/_3$ am Westhimmel, $^2/_3$ am Osthimmel.

Kometen werden schon auf den Sternwarten auf photographischem Wege mit den mächtigsten Spiegelteleskopen gesucht und oft schon entdeckt, wenn sie nur die Helligkeit von Sternen 15—17^m haben.[1]) Immerhin ist es für die Ermittelung der Helligkeitsveränderungen von Wert, die Kometen möglichst früh aufzusuchen, um festzustellen, wann sie in einem bestimmten Fernrohr oder mit bloßem Auge sichtbar werden.

Die Ortsbestimmung der Kometen. Die einfachste Art der Ortsbestimmung geschieht durch Eintragung des Ortes in eine Sternkarte auf Grund der Schätzung seiner Entfernungen von Fixsternen. Hat man eine gute Sternkarte und ein 2″—3″ Fernrohr, so wird man bei einiger Sorgfalt den Ort so festlegen können, daß man danach auch schwache, dem bloßen Auge nicht sichtbare Kometen leicht wiederfinden kann. Zur genaueren Ortsbestimmung ist indessen die Verwendung von Mikrometern unerläßlich. Von den gebräuchlichsten Mikrometern — Ring-, Differenzen-, Faden-Mikrometern und Heliometern — können die beiden letzten Arten hier außer Betracht bleiben, da sie wegen ihrer Kostspieligkeit und diffizilen Art der Behandlung sich fast nur in den Händen der Berufsastronomen befinden. Von den beiden erstgenannten Arten eignet sich das Ringmikrometer weniger für die Kometen, da die Glasplatte mit dem Ring immer einen Lichtverlust verursacht, der bei schwachen Kometen immerhin ins Gewicht fällt, überdies auch die Auffassung der Durchgänge schwieriger und die Reduktion umständlicher ist als bei dem Differenzenmikrometer. Daher soll lediglich das letztere hier in Betracht gezogen werden[2]). Es besteht aus einem Faden oder einer geraden Lamelle, die in der Hauptbrennebene des Objektivs drehbar befestigt ist und durch Drehung in verschiedene Lagen zur Richtung der täglichen Bewegung gebracht werden kann. Man beobachtet nun bei ruhendem Fernrohr und irgendeiner Lage der Lamelle die Durchgangszeiten des Kometen und zweier bekannter Vergleichssterne, sodann wiederholt man dasselbe bei einer entgegengesetzten Lage der Lamelle. Aus den Differenzen der beobachteten Zeiten lassen sich dann Rektaszension und Deklination des Kometen ableiten[3]). Eine erhebliche Vereinfachung des Verfahrens wird erzielt, wenn man ein parallaktisch aufgestelltes Fernrohr mit Positionskreis benutzt und der Lamelle eine Neigung von 45° zur täglichen Bewegung[4]) gibt. Dann braucht man nur einen Vergleichsstern, und die Reduktion gestaltet sich auch einfacher. Auf dies Verfahren sei um so mehr hingewiesen, als ja ohnehin die meisten Freunde der Himmelskunde, die sich mit solchen Messungen beschäftigen, sich im Besitz eines parallaktisch aufgestellten Fern-

[1]) So der *Halley*sche Komet 1909 von *Wolf* in der 16. Größe.

[2]) Es sei hier vor allem verwiesen auf *Becker, Mikrometer und Mikrometermessungen*, *Valentiner, Handbuch der Astronomie, S. 92ff.* (auch als besonderes Buch erschienen), ferner *Kempf, Beobachtungen von Nebelflecken und Sternhaufen, Publ. Nr. 29, Bd. VIII d. Astrophys. Obs. Potsdam*, wiedergegeben im *Sirius 1915, S. 275ff.*

[3]) Wegen der Entwicklung der Formeln, deren Wiedergabe hier zu weit führen würde, *Becker a. a. O., S. 92, 93.*

[4]) Zweckmäßiger ist die Orientierung nach dem wahren Parallel als nach dem scheinaren; s. wegen des Verfahrens bei der Orientierung *Kempf a. a. O., S. 158, Sirius a. a. O., 278.*

rohres befinden werden, auch hierzu geeignete Mikrometer in einfacher Ausführung erhältlich sind[1]). Die Ableitung der Formeln gestaltet sich wie folgt: Es seien α und δ die Koordinaten des Vergleichssterns, α' und δ' die des Kometen, dessen Ort bestimmt werden soll, ϑ_1 und ϑ'_1 die Durchgangszeiten durch den Faden (Lamelle) in der 1. Lage, von links unten nach rechts oben, im umkehrenden Fernrohr, ϑ_2 und ϑ'_2 die der 2. Lage, von links oben nach rechts unten; ε_1 und ε_2 die Winkel des Fadens mit der täglichen Bewegung (s. Figur). Dann ergibt sich:

$$\vartheta'_1 - \vartheta_1 = \alpha'_1 - \alpha + (\delta' - \delta) \cdot 15 \cdot \sec \delta_0 \cdot \operatorname{ctg} \varepsilon_1$$
$$\vartheta'_2 - \vartheta_2 = \alpha'_2 - \alpha - (\delta' - \delta) \cdot 15 \cdot \sec \delta_0 \cdot \operatorname{ctg} \varepsilon_2$$

Zur Vereinfachung und da der hierdurch entstehende Fehler ohne Belang ist, wurde $\sec \delta_0$ statt $\sec \delta'$ bzw. $\sec \delta$ gesetzt, wobei $\delta_0 = \frac{\delta' + \delta}{2}$ angenommen ist. Der Wert von δ kann hier ohne wesentlichen Fehler geschätzt werden.

$$\alpha_1 - \alpha = \tfrac{1}{2}(\vartheta'_1 - \vartheta_1 + \vartheta'_2 - \vartheta_2) - \tfrac{1}{2}(\delta' - \delta) \cdot 15 \cdot \sec \delta_0 \cdot (\operatorname{ctg} \varepsilon_1 - \operatorname{ctg} \varepsilon_2)$$
$$\delta_1 - \delta = \frac{(\vartheta'_1 - \vartheta_1) - (\vartheta'_2 - \vartheta_2) \cdot 15 \cos \delta_0}{\operatorname{ctg} \varepsilon_1 + \operatorname{ctg} \varepsilon_2}.$$

Ist nun $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 45°$, so folgt:

$$\alpha_1 - \alpha = \tfrac{1}{2}[(\vartheta'_1 - \vartheta_1) + (\vartheta'_2 - \vartheta_2)]$$
$$\delta_1 - \delta = \tfrac{1}{2}[(\vartheta'_1 - \vartheta_1) - (\vartheta'_2 - \vartheta_2) \cdot 15 \cdot \cos \delta_0].$$

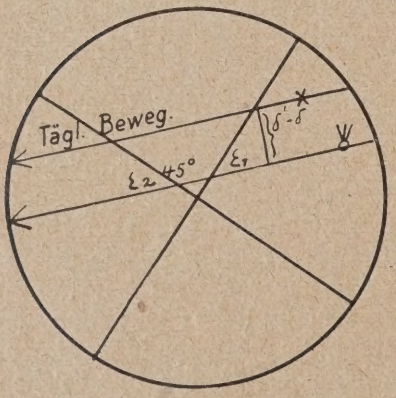


Fig. 1.

Hiernach ist der Rektaszensionsunterschied des Kometen und des Vergleichssterns gleich der halben Summe der in Lage 1 und 2 beobachteten Durchgangsdifferenzen ausgedrückt in Sternzeitsekunden; der Deklinationsunterschied ist gleich der halben Differenz dieser Beträge multipliziert — zwecks Beziehung auf den größten Kreis — mit dem Kosinus der mittleren Deklination von Komet und Stern, durch Multiplikation mit 15 in Bogensekunden verwandelt. Diese Werte müssen dann wegen der Eigenbewegung des Kometen noch verbessert werden. Die Ephemeride ergibt die tägliche Bewegung für α in Zeit-, für δ in Bogensekunden. Wird sie als $\Delta'\alpha'$ und $\Delta\delta'$ bezeichnet, so ist die Korrektion für α gleich $\frac{\Delta\delta' \cdot \frac{1}{2}(\vartheta'_2 - \vartheta'_1)}{15 \cdot \cos \delta_0}$, für δ gleich $15 \cdot \Delta\alpha' \cdot \cos \delta_0 \cdot \frac{1}{2}(\vartheta'_2 - \vartheta'_1)$. Der Ort des Kometen gilt dann für die halbe Zwischenzeit der Beobachtungen

[1]) S. z. B. das im *Sirius 1920, S. 74* beschriebene Positionsdifferenzen-Mikrometer, lieferbar durch die *Feinmechanische Anstalt G. m. b. H., Nürnberg, Wollentor 10*, zu einem verhältnismäßig bescheidenen Preise. Es sei auch auf das von *Merz* hergestellte Universalmikrometer hingewiesen, *Sirius 1919, S. 56.*

von Lage I und Lage II. Die Korrektion für Strahlenbrechung wird in Anbetracht der zu erzielenden Genauigkeit in der Regel wegfallen können[1]). Beispiele für eine derartige Ortsbestimmung sind von *Kritzinger* im *Sirius 1915, S. 279* und — ausführlicher — von *Becker a. a. O. S., 98, 99* gegeben.

Häufig wird, statt den Fäden oder Lamellen nacheinander eine Neigung von 45° zu geben, ein Mikrometer mit 2 in Kreuzform rechtwinklig zueinander stehenden Lamellen benutzt, das Kreuzstabmikrometer, das auch, wenn in jeder Richtung 2 Lamellen vorhanden sind, als Doppelkreuzstab-Mikrometer ausgebildet ist[2]).

Die Gestalt der Kometen. Sobald der Komet in den Sehbereich unserer Fernrohre gelangt, unterscheidet er sich in seiner äußeren Gestalt kaum von einem rundlichen Nebelfleck; er zeigt keine Struktur, höchstens erscheinen die Ränder verwaschen. Oft gleicht er auch nur einem schwachen nebeligen Stern, selbst die nebelige Umhüllung ist manchmal schwer zu erkennen, im Fernrohr wie auf der photographischen Platte. So wurde der von *Wolf* auf *Bruce*-Platten entdeckte Komet *1916b* — der übrigens schon sehr früh, 14 Monate vor dem Perihel, nahe der Jupiterbahn als Stern 13^{m} gefunden wurde — zuerst als kleiner Planet angesehen. Bei wachsender Annäherung an die Sonne treten in dem Aussehen des Kometen wesentliche Veränderungen hervor. Er wird nicht bloß größer und heller, sondern es zeigt sich auch eine Verdichtung der Nebelmasse an einer Stelle, auch wird er länglich, so daß sich schließlich 2 Teile deutlich unterscheiden lassen, ein hellerer, der Sonne zugewandter Teil, der Kopf des Kometen, und ein Lichtstreif nach der entgegengesetzten Seite, der Schweif. Dabei läßt sich meist in dem helleren Teil eine mehr oder weniger deutliche Verdichtung, der Kern, unterscheiden, dessen nebelige Umhüllung auch die Koma genannt wird[3]). Dieses Stadium der Entwicklung — Kopf mit Kern und Koma sowie Schweif — erreichen nicht alle Kometen, auch nicht alle mit bloßem Auge sichtbar werdenden Kometen; manche bleiben in dem zuerst geschilderten Stadium. In diesem wird sich die Beobachtung bezüglich der Gestalt im wesentlichen auf die Messung der Größe sowie darauf zu erstrecken haben, ob und wann Andeutungen für eine beginnende Kern- und Schweifbildung vorhanden sind; ist der Komet länglich, so wird auch der Positionswinkel des Längsdurchmessers zu bestimmen sein.

Der Kopf des Kometen. Für den Anblick mit bloßem Auge bleibt der Kern nur die — vielfach excentrisch liegende — hellste Stelle des Kopfes, einem nebeligen Stern vergleichbar. Einzelheiten treten erst im Fernrohr hervor. Er zeigt sich dabei oft als runde oder längliche planetarische Scheibe von einigen Sekunden Durchmesser. Manchmal bleibt aber auch der Kern nur eine sternartige Verdichtung. Nicht selten werden auch mehrere Kerne beobachtet, die bei verschiedener Größe auch Veränderungen in ihrer gegenseitigen Lage zeigen. Manchmal tritt Teilung des Kerns und in der Folge Teilung des ganzen

[1]) S. hierüber *Becker a. a. O., S. 95.*
[2]) *Becker a. a. O., S. 100.*
[3]) Wegen der Bezeichnungsweise s. *Holetschek a. a. O., S. 16.*

Kometen und Bildung von Nebenkometen ein[1]). Erscheinungen mehrfacher Kerne haben u. a. die Kometen von *1618, 1652, 1881 I, 1882 II, 1889 V, 1899 I, 1915a, 1915e* gezeigt. Bemerkenswert bei letzterem Kometen, der in 2 Teile zerfiel, ist, daß nach den Beobachtungen von *Thiele*[2]) Andeutungen für eine Rotation der Kerne umeinander vorhanden waren. Auch der *Halley*sche Komet zeigte (vgl. *A. N. 4431*) mehrfache Kerne. Der Beobachter wird in solchen Fällen die Lage der einzelnen Kerne durch Zeichnung und wenn möglich durch Messung der Distanzen und Positionswinkel festlegen und ihren Durchmesser bestimmen, eventuell durch Schätzung im Vergleich mit Doppelsterndistanzen. Mehrere in der Brennebene ausgespannte Fäden, die man sich leicht selbst herstellen kann, und deren Abstände und Dicke man vorher ermittelt hat, erleichtern die Schätzung sehr.

Die auffälligsten Erscheinungen im Kopf der Kometen bilden die Lichtausströmungen. Es zeigen sich nämlich, vom Kern ausgehend, häufig nach der Sonne gerichtete kleine, glänzende Lichtstreifen, von wechselnder Breite und Länge, die die Gestalt eines mehr oder weniger geöffneten Fächers, dessen Knopf im Kern liegt, annehmen. Die Struktur dieses Fächers ist strahlig, faserig. Diese Strahlen — beim *Halley*schen Kometen im Jahre 1835 waren sie 12″—15″ lang — heben sich meist scharf gegen die Kerne ab. Die feinere, nebelartige Fortsetzung der Ausströmung, die sich zunächst weiter in der Richtung der Ausströmung bewegt, biegt dann aber allmählich in die der Sonne entgegengesetzte Richtung um und geht, den Kern mit den glänzenden Ausströmungen wie mit einer Haube umhüllend, in den Schweif über. Diese eigenartigen Ausströmungen[3]) finden sich bei allen größeren Kometen. Der Kern des *Halley*schen Kometen im Jahre 1835[4]) hatte das Aussehen einer brennenden Rakete, deren Schweif durch Zugwind seitlich abgelenkt wird. Beim Kometen *1861 II* zeigte sich der Kometenkopf wie ein von oben gesehener, vom Winde zur Seite gewehter Haarbusch oder wie das in der Pyrotechnik vorkommende Feuerrad, das aber keinen regelmäßigen Gang genommen hat. Vom Kern gingen 5 gekrümmte Lichtbüschel aus, von denen 4 die Krümmung nach derselben Richtung, der 5. nach der entgegengesetzten zeigte[5]). Die Ausströmungen unterliegen dabei schnellen, manchmal schon nach Stunden sichtbaren Veränderungen. Die ersten eingehenden Untersuchungen über diese Ausströmungen rühren von *Bessel* her, der bei dem *Halley*schen Kometen 1835 nachwies, daß der ausströmende Lichtkegel eine drehende oder schwingende Bewegung zeigte, indem er sich von der Richtung nach der Sonne sowohl rechts als links beträchtlich entfernte, immer aber wieder zu dieser Richtung zurückkehrte, um auf die andere Seite derselben überzugehen. Die Dauer dieser Schwingung betrug

---

[1]) *Herz a. a. O., S. 59ff.* — *Jägermann a. a. O., S. 35ff.*

[2]) *A. N. 202, S. 379.*

[3]) Zuerst beobachtet von *Hooke* bei den Kometen von 1680 und 1682: *Posthumous Works p. 162 ff*; von *Hevelius* beim Kometen 1682 und *Heinsius* beim Kometen 1744.

[4]) *Bessel A. N. Bd. 13, S. 187.*

[5]) *Schweizer, Über den großen Juli-Kometen d. J. 1861, Moskau 1862, S. 5—7.* — *Jägermann a. a. O., S. 28.*

4.6 Tage, bei 60° Schwingungsweite[1]). Dieses Hin- und Herpendeln der Ausströmungen ist später auch beim *Donati*schen Kometen beobachtet; es wird verhältnismäßig selten gesehen, da es nicht oft gelingt, einen Kometen fortgesetzt viele Stunden und Tage hintereinander gut zu beobachten. Änderungen der Ausströmungsrichtung sind häufiger, auch beim *Halley*schen Kometen 1910, beobachtet worden.

Bei lebhafter Ausströmungstätigkeit tritt häufig nicht bloß eine Haube, der den Rand des Ausströmungsfächers umgebende halbkreisförmige Bogen mattweißen Lichts, auf; oft zeigen sich auch mehrere solcher Bogen übereinander, so daß es aussieht, als ob auf der Sonnenseite des Kometen der Kern mit den Ausströmungen von mehreren ineinander steckenden Nebelhauben umgeben wäre. Der *Donati*sche Komet 1858 und der Komet 1874 *Coggia* haben diese Erscheinung besonders schön ausgeprägt gezeigt. Aber auch der *Halley*sche Komet 1910 ließ diese Form erkennen, wie aus der Zeichnung von *Graff* in Bergedorf vom 26. Mai 1910 nach Beobachtungen im 9″-Äquatorial hervorgeht[2]). Der Raum hinter dem Kern, auf der den Ausströmungen entgegengesetzten Seite, ist meist auffällig dunkel. Es scheint, als ob hier nur sehr wenig dichte Materie vorhanden wäre; vielleicht ist sie oft auch nur optisch wenig wirksam, da häufig photographische Aufnahmen hier größere Helligkeit zeigen (s. u.). Beim *Halley*schen Kometen hatte dieser Schattenraum eine auffällig herzförmige Begrenzung.

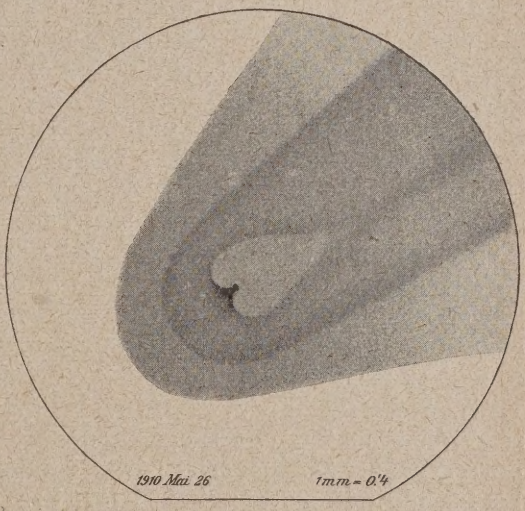


Fig. 2.

Bei der großen Wichtigkeit, welche die Erscheinungen am Kopfe des Kometen, insbesondere die Ausströmungen für die Theorie der Schweifbildung haben, ist es Aufgabe des Beobachters, diese Erscheinungen so festzulegen, daß der Theoretiker hieraus die nötige Grundlage für seine Untersuchungen entnehmen kann. Erforderlich sind vor allem Messungen des Positionswinkels[3]) der Achse des Ausströmungsfächers und seines Öffnungswinkels; sind mehrere Ausströmungsbüschel sichtbar oder zerfällt der Fächer deutlich in ihrer Helligkeit nach verschiedene Abschnitte, so sind auch bei diesen die Positionswinkel zu messen, ferner die Radien des Ausströmungsfächers und der Hauben. Bei

[1]) *Bessel* a. a. O., S. 192.

[2]) *Mitteilungen der Sternwarte Hamburg-Bergedorf Nr. 12* und die dieser entnommene Abbildung *Fig. 2.*

[3]) Hierzu eignet sich auch das oben S. 210 erwähnte Mikrometer.

den häufigen Veränderungen, denen diese Erscheinungen unterliegen, sind die Messungen so oft wie möglich zu wiederholen, besonders, wenn sich pendelnde Bewegungen der Ausströmungen zeigen. Sehr zweckmäßig sind häufige Zeichnungen, auf denen die gemessenen Strecken vermerkt sind. Unter Umständen kann eine genaue Zeichnung auch die Messungen, falls hierzu keine Mikrometer vorhanden sind, ersetzen; doch muß natürlich dann die Zeichnung mit einem Maßstabe versehen und orientiert sein, was übrigens bei jeder Zeichnung der Fall sein sollte. Die Zeichnungen des Kopfes sind um so wichtiger, als — anders als bei den Schweifen — die Photographie hier keine besonderen Vorzüge hat. Die Kleinheit des Kopfes, die große Verschiedenheit in den Lichtintensitäten der einzelnen Teile lassen meist die Einzelheiten des Kopfes und besonders der Ausströmungen verschwinden, so daß wie bei den Planeten die Photographie noch längst nicht die Genauigkeit der visuellen Beobachtung erreicht hat[1]).

Der Schweif der Kometen. Für das bloße Auge ist der Schweif das Sinnfälligste am ganzen Kometen, wie er ihm ja auch den Namen gegeben hat. Er verläßt den Kopf in der der Sonne abgewandten Richtung[2]), jedoch nicht genau in der Linie des Radiusvektors, sondern etwas nach der Seite, von der der Komet kommt, zurückgebogen. Im übrigen sind die Formen der Schweife verschieden. Oft geht der Schweif vom Kopf aus wie ein schmaler, allmählich immer breiter werdender Strahl, wobei der Durchmesser am Kopfe erheblich kleiner ist, als der Kopf selbst; manchmal ist er am Kopf auch kaum sichtbar, so daß er gar nicht mit ihm zusammenzuhängen scheint, und zwar sowohl bei visueller Betrachtung, wie auf der photographischen Platte[3]). Nicht selten zeigt die Photographie freilich gerade hier stark leuchtende Materie. Diese, die sogenannte Zwiebelform, zeigte der Schweif, um einige Beispiele zu nennen, bei folgenden Kometen: *Tempel 1873 V*, *Swift 1899a*, *1902b*, *Brooks 1911c*. Man hat diese Schweifform auch die Radiationsform genannt[4]). Häufiger noch, und zwar gerade bei den großen Kometen, ist der Schweif gleich am Kopfe ebenso breit wie dieser und umschließt ihn gleichsam wie mit einer Haube; man nennt daher diese Form auch Enveloppeform[4]). Der Schweif ist dann auch meist merkbar gekrümmt, und zwar nach der Seite, von der er kommt. Auf der vorangehenden Seite ist er dann oft heller als auf der andern, dabei sind beide Ränder heller als die Mitte, die wie von einem dunklen Streifen, der am Kopfe am auffälligsten ist, allmählich aber aufhört, durchzogen ist. Der Schweif

[1]) So sagt *Curtis*, *Lick Obs. (s. Sirius 1910, S. 221)*, bezüglich der dortigen Aufnahmen des Kernes des *Halley*schen Kometen 1910 am *Crossley*-Reflektor, daß an mehreren Tagen, als der Kopf augenscheinlich im Zustande intensivster Tätigkeit erschien, auf den Photographien keine scharfe zentrale Kondensation zu erkennen war, selbst nach kurzer Belichtung, da die ganze innere Koma so hell war, daß sie den Kern, falls er überhaupt vorhanden war, verschleierte. Augenscheinlich müsse die Entscheidung hierüber der Beobachtung an großen Refraktoren überlassen bleiben. Die visuelle Messung ergab in diesem Fall am 10. 5. 10 einen Kerndurchmesser von 2″6.

[2]) Schon *Seneca* berichtet hierüber *a. a. O., VII, 20.*

[3]) Komet *Morehouse 1908a*, *Sirius 1909, S. 51.*

[4]) *Bohlin, Nat. Rundsch. 1910, S. 574.*

macht den Eindruck einer sich allmählich erweiternden Dunströhre oder, wenn der Kopf von mehreren Nebelhüllen umgeben ist, von mehreren ineinandersteckenden Dunströhren. Der Querschnitt des Schweifes ist in der Nähe des Kopfes rund und wird nach dem Ende zu immer mehr elliptisch. Diese Formen haben vor allem die großen Kometen *1811*, *1843*, *1858* (*Donati*), *1874* (*Coggia*) *1901 I* und der *Halley*sche Komet gezeigt. Die genannten Formen können auch nacheinander bei demselben Kometen im Laufe der mit der Annäherung an die Sonne fortschreitenden Entwicklung auftreten, z. B. bei dem Kometen *1908c*. Im übrigen hängt das Aussehen des Kometenschweifes auch von seiner Lage zur Erde ab. Er wird nicht bloß besonders kurz erscheinen, wenn er auf die Erde zu oder von ihr weggerichtet ist; auch seine scheinbare Krümmung wird dadurch beeinflußt; so wird er dann, wenn sich die Erde in der Ebene der Kometenbahn befindet, geradlinig erscheinen [1]).

Fig. 3.

Seltener sind folgende Schweifformen: Während der Schweif meist gerade oder in einem einfachen Bogen gekrümmt ist, zeigen manche Kometen einen mehrfache Krümmung, so daß der Schweif eine Wellenform annimmt, so die Kometen *1862 III*, *1893 IV*. Besonders schön trat diese Form bei dem Kometen *1911c* (*Brooks*) hervor [2]). Eine seltene Form kommt dann zustande, wenn der Schweif in 2 Zweige geteilt ist, die sich hinter dem Kopf so kreuzen, daß der Komet eine Gestalt annimmt, die an den Buchstaben X erinnert. *Schmidt* hat diese Form daher Gammaform genannt [3]).

[1]) *Holetschek*, *Anzeiger d. k. k. Akad. Wien*, *1900*, *S. 437*. — *Sirius 1907*, *S. 41*. — *A. N. 4404*.

[2]) *Mitt. der Sternwarte Hamburg-Bergedorf*, *Nr. 12*, und die dieser entnommene Abb. *Fig. 3*.

[3]) Beobachtet bei dem Kometen *1862 III* von *Schmidt* und *Secchi* (*Jägermann a. a. O.*, *S. 14*). Beim Kometen *1894 I* hat sie *Wolf* beobachtet, *A. N. 3231*, s. auch *A. N. 4402*, bez. d. Kometen *1910a*.

In der Regel ist die Materie im Schweif so verteilt, daß sie am Kopf am dichtesten und hellsten ist, dann allmählich abnimmt, bis sie sich im Raum verliert. Es kommt aber auch nicht selten eine ungleichförmige Verteilung vor. So zeigte der Komet *1882II* zwei deutliche Verdichtungen von eigentümlich faserigem Gefüge, die sich den ganzen Schweif entlang bewegten. Zuerst von *Schmidt* beobachtet (daher die Bezeichnung *Schmidt*sche Wolken), wurden sie später wiederholt festgestellt, z. B. bei den Kometen *1892I*, *1892III*, *1893II*, *1893IV*, und zwar vor allem mit Hilfe der Photographie. In besonders charakteristischer Weise hat sie der Komet *1897II* auf den Photographien von *Hussey* und der Komet *Morehouse 1908a* gezeigt, sowie der *Halley*sche Komet nach einer Aufnahme von *Wolf* vom 12. Mai 1910; hier zog die Wolke dem sichtbaren Schweif nördlich voran[1]).

Für das bloße Auge erscheint der Schweif in der Regel als einfacher, zusammenhängender Lichtstreif. Nicht selten treten aber mehrere, an Stärke und Helligkeit verschiedene Lichtstreifen auf. So entwickelte der Komet *1807* neben seinem Hauptschweif einen geraden, dünnen, lichtschwachen Nebenschweif, ebenso die Kometen *1843*, *1858II*, *1861II*, *1888I*. Zwei Nebenschweife entwickelten die Kometen *1577* und *1886IX*[2]). Manchmal sind die Zwischenräume zwischen den einzelnen Schweifen noch mit schwacher Schweifmaterie angefüllt, so daß der ganze Schweif den Eindruck eines Fächers macht, wie bei dem *Donati*schen Kometen *1858 VI*. Einen größeren Reichtum an mehrfachen Schweifen haben dann die photographischen Aufnahmen der Kometen gezeigt. Der Komet *1892I* ließ im Fernrohr nur 2 Schweife erkennen, während die Photographieen eine Teilung des Schweifes in mehrere, bis zu 8 Strahlen erkennen ließen. Mehrere Schweife wiesen dann noch die Kometen *1893II*, *1893IV*, *1894II*, *1895I* auf. Die photographischen Aufnahmen zeigten aber noch mehr; ja man kann sagen, daß die Erforschung der Schweifgestalten mit der Anwendung der Photographie in ein neues Stadium getreten ist. Sie hat erst einen wirklichen Einblick in das Gefüge des Schweifes ermöglicht und dargetan, daß auch das bewaffnete Auge nur imstande war, die gröbsten Einzelheiten zu erkennen. Die photographischen Aufnahmen haben vor allem gezeigt, daß der Schweif ein verwickeltes Gebilde aus Lichtstreifen ist, die, in mannigfachster

---

[1]) *A. N. 4421*, s. auch die Beobachtungen von *Kritzinger* v. 25. 5. 10, *Sirius 1911 S. 34.*

[2]) Der Komet von 1744 wird vielfach als ein Komet mit 6 Schweifen dargestellt nach einer Zeichnung von *Chesaux*. Genauere Untersuchungen *(s. Jägermann, S. 397ff.)* haben jedoch ergeben, daß es sich nicht um mehrere Schweife, sondern um die sog Isochronen Streifen handelt, d. h. hellere Stellen im Schweif, die von Teilchen gebildet werden die bei einem plötzlichen reichlicheren Ausströmungsvorgange den Kern gleichzeitig, aber mit verschiedener Geschwindigkeit verlassen haben und sich durch ihre größere Helligkeit von der übrigen Schweifmaterie während ihrer Fortbewegung im Schweif deutlich abheben. Erfolgen nun solche Ausströmungen mehrfach hintereinander, mit Unterbrechungen so treten mehrere helle Streifen auf, deren Richtungen nach dem Kern hin konvergieren und vom Kern weg sich fächerförmig ausbreiten *(Jägermann a. a. O., S. 396)*. Wegen der ähnlichen Erscheinungen bei den *Schmidt*schen Wolken s. *ebenda S. 408ff.* Große Ähnlichkeit hatte hiermit der Komet 1910*a*, s. *Weltall, 12. Jahrg., S. 117* nach *Pokrowski in Dorpat.*

Weise an Stärke, Glanz und Helligkeit verschieden, sich vom Kopfe aus in oft gewundenen, wellenförmigen Bewegungen entwickeln. Charakteristisch ist dabei einmal die große Zahl mehrfacher Lichtstreifen, sodann der Umstand, daß die Gegend hinter dem Kopf an der von der Sonne abgewandten Seite[1]) verhältnismäßig hell gegenüber dem Anblick im Fernrohr erscheint; besonders häufig tritt die Radiationsform auf, bei der die Materie nicht erst dem Kopf in der Richtung nach der Sonne zu entströmt und dann zurückbiegend und den Kopf einhüllend den Schweif bildet, sondern den Kopf sofort auf der der Sonne abgewandten Seite verläßt[2]). Möglicherweise sind die dem Kopfe nach hinten entströmenden Teilchen der Materie von besonderer aktinischer Wirkung. Ferner sind bei den einzelnen Schweifstrahlen ihre schraubenförmigen Windungen und ihre gegenseitige Durchdringung bemerkenswert. Einen besonders guten Einblick in die räumliche Gestaltung des Schweifes gewähren die Stereoskopbilder der Kometen, wie sie z. B. auf der Sternwarte Königsstuhl vom Kometen *Morehouse 1908c* aufgenommen sind[3]). Die Untersuchung derartiger Aufnahmen hat ergeben, daß die Wogenlänge und -höhe nahezu proportional dem Kernabstande ist, daß die Geschwindigkeit der bewegten Materie mit dem Abstande vom Kern, und zwar in der Nähe des Kerns sehr rasch, in großer Entfernung vom Kern sehr langsam zunimmt, z. B. betragen die Geschwindigkeiten in der Nähe des Kopfes 10—20 km/sec., in 4—5000000 km Abstand 40—50 km/sec., in 20000000 km Abstand 75 km/sec. Häufig traten beim Kometen *Morehouse 1908c* vereinzelte große Geschwindigkeiten auf in der Fortbewegung der Materie, die stets mit Richtungsänderung der Bänder verknüpft waren. Es zeigten sich dann Wolken, die mit größerer Geschwindigkeit eilten, als die dem Kern nähere und entferntere Schweifmaterie[4]). Außer dem Kometen *Morehouse 1908c* haben besonders interessante Schweifbildungen die Kometen *Rordane 1893, Daniel 1907, Brooks 1911c* gezeigt.

Alle geschilderten Schweifformen haben das gemeinsam, daß die Schweife von der Sonne abgewandt sind, mag auch im einzelnen ihre Ablenkung vom Radiusvektor, dem sie nachgehen, verschieden sein. Es kommt aber auch vor, daß sie der Sonne zugewandt sind und dem Radiusvektor vorangehen. Diese, die anormalen Schweife[5]) sind verhältnismäßig selten; sie sind u. a. beobachtet worden an den Kometen *1577, 1680, 1682, 1823, 1862III, 1882II*. Besonders auffällig war die Erscheinung bei dem letzteren Kometen, der nach Schmidts Beobachtungen gleichsam einen äußeren Kometen bildete, der den ersten wie ein Nebelrohr einhüllte, mit einer zur Sonne gerichteten Spitze[6]).

Eine eigentümliche Erscheinung sei noch erwähnt, der vielfach beobachtete

[1]) Aufnahmen *Wolfs* vom Kometen *1907d (Daniel)*, *M. N.*, *Bd. 68, S. 180.* — *Sirius 08, S. 148.*

[2]) S. Aufnahme des Kometen *Brooks 1911c* am *Helwan Obs.*, *Vierteljahrsschrift der G. 1913, S. 35.* S. auch die Zeichnung dieses Kometen und zum Vergleich dazu die Aufnahme von *Wolf* im *Weltall, 12. Jahrg., S. 1.*

[3]) *Stereoskopbilder v. Wolf, Ser. II, Tafel 10 u. 11* mit Erläuterungen.

[4]) *A. N. 4297, 4304.*

[5]) *Jägermann a. a. O., S. 19. Barnard, Weltall, Jahrg. 6, S. 172.*

[6]) *Jägermann a. a. O., S. 21, Tafel IV.*

schnelle Wechsel im Aussehen des Kometen, das sogenannte Fluktuieren, Schießen und Spielen des Schweifes. Es wird meist auf wechselnde Luftbeschaffenheit zurückgeführt; doch hat man es auch mit elektrischen Entladungen in Verbindung gebracht[1]).

Wie der Kopf des Kometen, so bietet auch der Schweif dem Beobachter eine Fülle von Aufgaben. In erster Linie kommt es darauf an, die äußere Gestalt festzulegen. Dies geschieht am einfachsten durch Einzeichnen in eine Sternkarte, wobei die durch den Schweif schimmernden Fixsterne die besten Anhaltspunkte geben. Besondere Sorgfalt ist auf die richtige Lage der Schweifachse und bei mehreren Schweifen auf die richtige Lage der einzelnen Schweifachsen zueinander zu verwenden, damit hieraus die Ablenkung vom Radiusvektor bestimmt werden kann. Bei kleineren Kometen mit kurzem schmalen Schweif wird sich unter Umständen auch der Positionswinkel des Schweifs messen lassen. Zweckmäßig ist es, auf der Zeichnung das Gradnetz anzudeuten. Zu achten ist ferner auf die Struktur des Schweifs, namentlich darauf, ob Verdichtungen, ungleichartige Helligkeiten u. dgl. vorhanden sind und ob diese eine fortschreitende Bewegung zeigen. Überhaupt ist bei dem schnellen Wechsel der Erscheinungen des Schweifs eine möglichst lange fortgesetzte Beobachtung und ihre häufige Wiederholung geboten. Bei allen Zeichnungen ist nicht nur die Lage des Kometen zum Horizont — Zeit der Beobachtung —, sondern auch der jeweilige Luftzustand genauer zu vermerken. Bei der außerordentlichen Feinheit und Lichtschwäche des Schweifes ist sein Erkennen wesentlich von der Durchsichtigkeit der Luft abhängig. Der *Halley*sche Komet hat dies im Jahre 1910 wieder deutlich gezeigt. In den Städten und in der Ebene erschien sein Schweif nur kurz, der ganze Komet wenig auffallend, während an günstig gelegenen Orten, vor allem auf Bergen und in den Tropen der Schweif auf mehr als 100° Länge zu verfolgen war. Die visuelle Beobachtung des Schweifes geschieht am besten mit bloßem Auge oder mit Feldstecher (Prismenglas), da im Fernrohr der Schweif durch die Ausbreitung des schwachen Lichtes meist unsichtbar wird, abgesehen von den dem Kopf nahen Teilen.

Was die Photographie anlangt[2]), so erfordert diese, will man einen Einblick in die Einzelheiten des Schweifes erzielen, eine kostspielige und umständliche Apparatur, die nur selten den Freunden der Himmelskunde zu Gebote stehen wird. Begnügt man sich mit einfacheren Apparaten, wie sie *Stephani*[3]) beschreibt, so wird man zwar eine sichere Bestimmung der Lage des Schweifes erzielen können, im übrigen aber an Einzelheiten nicht mehr herausbringen als auch bei visueller Beobachtung hervortritt. Schließlich sei noch darauf hingewiesen, daß auch jetzt, trotz der staunenswerten Ergebnisse der Schweifphotographieen, Zeichnungen des Schweifes nicht überflüssig sind. Abgesehen davon, daß wirklich gute Photographieen nicht leicht zu erzielen sind und dabei die Zeichnungen eintreten müssen, um ein lückenloses Bild der ganzen Entwicklung des Kometen zu geben, läßt auch die Vergleichung der Photographieen

[1]) *Holetschek a. a. O., Bd. I, S. 20; Herz a. a. O., S. 89.*
[2]) *Wolf, Sirius 1893, S. 126ff.*
[3]) *Stephani, Mitt. d. V. A. P. 1910, S. 44.*

mit den Zeichnungen wichtige Aufschlüsse über die aktinische Wirkung der Schweifmaterie erwarten und ist auch für die Beurteilung der Zeichnungen älterer Kometen, von denen keine Photographieen vorliegen, von Bedeutung.

Die Beobachtung der Kometengestalten muß um so genauer unter Berücksichtigung der erwähnten Nebenumstände (Durchsichtigkeit der Luft usw.) erfolgen, als bei der Feinheit der Kometenmaterie die beobachtete äußere Umgrenzung nur die untere Grenze der tatsächlichen Ausdehnung darstellt[1]) und außerdem auch bei ungünstiger Stellung — starker perspektivischer Verkürzung und gegenseitiger Überlagerung der Schweif teile — kleine Fehler der Beobachtung schon große Unsicherheit beim Ermitteln der wahren Größe und Lage des Kometen im Raume zur Folge haben. Vor allem aber bildet die sichere Ermittelung der Kometengestalten mit all ihren Einzelheiten die Grundlage für die Theorie der Entstehung der Kometenschweife, eines der interessantesten Probleme der Astronomie. Auf Grund der Beobachtungen beim *Halley*schen Kometen 1835 war es *Bessel* zuerst gelungen, eine Theorie über die Bildung der Kometenschweife aufzustellen, unter der Annahme einer von der Sonne ausgehenden abstoßenden Kraft. Auf Grund der *Bessel*schen Untersuchungen und deren Fortführung gelang es schließlich *Bredichin*, eine mechanische Theorie aufzustellen, die im wesentlichen alle vorkommenden Formen der Kometenschweife erklärte; er unterschied dabei 3 Typen, je nach der Stärke der Repulsivkräfte[2]), dergestalt, daß bei dem I. Typus die Repulsivkraft das 18fache, bei dem II. das 0.5—2.2fache, bei dem III. Typus das 0.1—0.3fache der Anziehungskraft beträgt. Diese 3 Schweiftypen, die bei jedem Kometen auch gleichzeitig auftreten können, kennzeichnen sich äußerlich im wesentlichen darin, daß die Schweife des I. Typus verhältnismäßig schwach, schmal, gerade und lang sind, mit geringer Ablenkung vom Radiusvektor, die des II. Typus etwas länger und breiter, stärker gekrümmt und mehr abgelenkt, die des III. Typus am kürzesten und stärksten gebogen und am meisten abgelenkt vom Radiusvektor. Ein charakteristisches Beispiel eines Kometen mit allen 3 Schweiftypen bietet *1886IX*, der zuerst je einen Schweif vom 1. und 3. Typus, dann nach dem Perihel noch einen Mittelschweif vom 2. Typus entwickelte[3]). Die Natur der

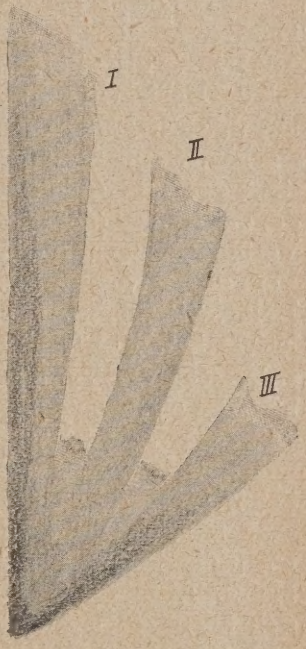


Fig. 4.

[1]) Dies ist namentlich bei der scheinbaren Verkleinerung der Kometenköpfe bei Annäherung an das Perihel, z. B. beim *Encke*schen Kometen zu beobachten.

[2]) Der Ausdruck $R = 1 - \mu$ bezeichnet die Zahl, die angibt, um wieviel die absolute Repulsionskraft größer oder kleiner ist als die Anziehungskraft der Sonne; s. *Jägermann* a. a. O., *S. 90ff.*

[3]) *Jägermann* a. a. O., *S. 370;* s. *Abbild. Fig. 4.*

Repulsivkraft, über die die *Bessel-Bredichin*sche Theorie zunächst nichts aussagt, ist in letzter Zeit unter Aufnahme eines alten *Kepler*schen Gedankens mit dem Lichtdruck in Verbindung gebracht worden[1]). Im Gegensatz zu der genannten Schweiftheorie, die, von wenigen Sonderfällen abgesehen, sich durchweg bewährt hat und vielleicht nur noch der Ergänzung dahin bedarf, daß auch im Kometenkopf abstoßende Kräfte wirksam werden, stehen die Theorien, z. B. die von *Herz*[2]), die die Kometenschweife als rein optische Phänomene auffassen, ohne daß es ihnen allerdings bisher gelungen wäre, die Schweifgestalten rechnerisch darzustellen wie bei der *Bessel-Bredichin*schen Theorie.

Die Helligkeit der Kometen[3]). Kein Himmelskörper weist so wechselnde Helligkeiten auf, wie die Kometen. Während die größten Fernrohre und Spiegelteleskope mit Hilfe der Photographie uns die Kometen schon sichtbar machen, wenn sie nur die Helligkeit eines Sternes 15^m—17^m haben, können sie in der Nähe des Perihels so hell werden, daß sie sogar bei Tage sichtbar sind[4]). Ja, der Komet *1882II* war so hell, daß er in der Nähe der Sonne bis zur seinem Vorübergange vor dieser noch sichtbar blieb, bis er die Sonnenscheibe berührte. Vor dieser verschwand er allerdings völlig[5]). *Holetschek* unterscheidet 4 Helligkeitsstufen[6]). Das erste, niedrigste Stadium ist das der Kern- und Schweiflosigkeit, wie es alle Kometen in großen Entfernungen von der Sonne, manche z. B. *1895III*, *1907c*, auch bei geringen Sonnenentfernungen, aufweisen. Hierbei wird der Komet auch im Fernrohr schon durch mäßige Trübung der Luft schwaches Dämmerlicht oder Mondschein unkenntlich. Im 2. Stadium geht mit der Kern- und Schweifbildung eine mit wachsender Annäherung an die Sonne steigende Helligkeit einher; doch bleibt sie so gering, daß auch im Fernrohr selbst die hellste Kernpartie in der Dämmerung verschwindet, bevor noch die Sonne den Horizont erreicht. Hierher gehören die meisten, den bloßen Auge sichtbar werdenden Kometen, auch der *Halley*sche Komet, der sich allerdings stark der 3. Gruppe nähert. Zu dieser sind solche Kometen zu rechnen, die bei kleinen Periheldistanzen eine solche Helligkeit entwickeln, daß ihre fixsternähnlichen Kerne am Tage, selbst in der Nähe der Sonne gesehen werden können, wie bei den Kometen *1853III*, *1910a*, *1847I*; bei letzterem war sogar der hellste Teil des Schweifes am Tage sichtbar. Das letzte und hellste Stadium erreichen die Kometen, die am Tage selbst mit bloßem Auge gesehen werden können. Dieses sehr selten und nur

---

[1]) *Jägermann a. a. O. S. 448ff. Krüger, Natur. Rundsch. 1910, S. 484ff. Kalischer Weltall, Jahrg. 2, S. 165ff. Haken, Weltall, Jahrg. 10, S. 277.*

[2]) *Herz a. a. O.*; s. auch *Zehnder, Umschau 14, S. 383/87. Phys. Ztschr. 11, S. 242/53.*

[3]) *Holetschek a .a. O., S. 1ff.*, ferner *Archiv f. Opt. 1, S. 233/35. Jägermann a. a. O. S. 45ff.*

[4]) *S. Holetschek, Wiener Kalender 1908, S. 127ff.*

[5]) Dagegen gelang es *Sykora* in Taschkent, den *Halley*schen Kometen vor der Sonne als matten Fleck mittels Projektion zu erkennen; 3″ Fernrohr, 30 × Vergr. *A. N. 4431.*

[6]) *Holetschek, A. N. 4432, Sirius 1910, S. 223.*

bei sehr kleinen Periheldistanzen erreichte Stadium haben die Kometen *1843 I* und *1882 II* gezeigt.

Es liegt nahe, die Helligkeit der Kometen mit den Größenklassen der Fixsterne zu bezeichnen. Das verschiedene Aussehen der beiden macht jedoch den Vergleich der Kometen mit den Fixsternen recht schwierig. Statt eines leuchtenden Punktes wie bei den Fixsternen hat man es mit einer im matten Licht leuchtenden Fläche und einer — manchmal auch fehlenden — sternartigen Verdichtung zu tun. Hat der Komet einen Schweif, so ist der Unterschied noch augenfälliger. Es kommt hinzu, daß die Helligkeit des Kerns sehr verschieden beurteilt wird, je nach den optischen Hilfsmitteln. Im Fernrohr läßt sich der Kern um so mehr von der Koma trennen, je stärker die angewandte Vergrößerung ist; der Kern erscheint also entsprechend schwächer, und man schätzt im wesentlichen nur die Kernhelligkeit. Handelt es sich aber um die Gesamthelligkeit, so ist es zweckmäßig, mit bloßem Auge oder mit möglichst schwachen optischen Hilfsmitteln zu beobachten und das Licht möglichst zu konzentrieren. Wie verschieden diese Schätzungen ausfallen, zeigt die von *Schmidt* auf dreifache Art — mit bloßem Auge, schwacher und starker Vergrößerung — geschätzte Helligkeit des Kometen *1874 III*; hier ist z. B. am 13. Juli 1874 der Komet mit bloßem Auge $1^m.5$, mit schwacher Vergrößerung $4^m.7$, mit starker $6^m.5$ geschätzt. Hiernach steigert also die Koma das Licht des Kerns um 5 Größenklassen[1]). Übrigens entspricht die visuelle Helligkeit nicht immer der photographischen. So war der Kern des Kometen *1913c* photographisch wirksamer als visuell, desgleichen der Schweif des Kometen *1913f*, während der *Halley*sche Komet seit Dezember 1910 reichlich 2 Größenklassen visuell heller war als photographisch[2]).

Bei der Verschiedenartigkeit des Aussehens von Fixstern und Komet wird es sich daher für die Helligkeitsschätzung weniger um eine Stufenschätzung wie bei den Fixsternen handeln, als um Feststellung des Grades der Wahrnehmbarkeit, d. h. um die Beobachtung, ob der Komet ebenso leicht wie ein bestimmter Fixstern, oder wenigstens ob er leichter als dieser, schwerer als jener Fixstern wahrnehmbar ist[3]). Am genauesten ist diese Bestimmung, wenn der Komet an der Grenze der Wahrnehmbarkeit steht, sei es für das bloße Auge, sei es für ein bestimmtes Fernrohr; je heller der Komet ist, um so unsicherer ist sie. Daneben sind die sonstigen, die Sichtbarkeit beeinträchtigenden Momente besonders zu beachten, zunächst die Extinktion, d. h. die Auslöschung des Lichts infolge des Durchgangs durch die Atmosphäre. Für die Kometen, die häufig in der Nähe des Horizonts beobachtet werden müssen, ist dies besonders wichtig. Man kann sie für die Schätzung zum Teil unschädlich machen, wenn man den Kometen mit Sternen gleicher Höhe vergleicht. Allerdings ist dabei zu beachten, daß die Extinktion bei den Kometen anders und stärker wirkt, als bei den punktförmigen Fixsternen. Systematische Beobachtungen hierüber an Kometen oder ähnlichen Objekten (Nebelflecken), zur Erforschung dieser Wirkung wären

[1]) *Scheiner, Pop. Astrophysik, S. 541.*
[2]) *A. V.-Schrift 1915, S. 23, 25; 1912, S. 25.*
[3]) *Holetschek, Bd. I, S. 3ff.*

sehr wertvoll. Für den Schweif bietet die Milchstraße ein geeignetes Vergleichsobjekt.

Schwieriger als die Extinktion ist der Einfluß der Dämmerung und des Mondlichts zu bewerten. Auch hier wird man die Vergleichsobjekte möglichst so auswählen, daß sie denselben Einflüssen unterliegen. Natürlich hat jede Helligkeitsbestimmung, von der Zeit abgesehen, auch Angaben über den Luftzustand zu enthalten, dies um so mehr, als in der Nähe des Horizonts oft sehr schwer sichtbare Wolken lagern, auch bei anscheinend klarem Himmel, die die Helligkeit des Kometen stark beeinflussen.

Die Helligkeit läßt sich auch mit den Fixsternphotometern beobachten, indessen wirkt hier — wenn man sich nicht auf die gesonderte Bestimmung der Kernhelligkeit beschränkt — die Ausbreitung des Lichts im Fernrohr besonders schädlich ein. Der Natur des Kometen entsprechender wäre hier die Anwendung eines Flächenphotometers. Mit einem solchen nach seinen Angaben gebauten Apparate hat *Hartmann*[1]) im Mai 1910 den *Halley*schen Kometen auf der Sternwarte O.Gyalla mit Hilfe eines 10″-Refraktor beobachtet und zuverlässige Werte für die Größenordnung der Kometenhelligkeit erzielt. Beobachtungen mit solchen Flächenphotometern wären für alle Freunde der Himmelskunde, die im Besitze lichtstarker Instrumente sind, eine dankbare Aufgabe. Schließlich muß bei genaueren Helligkeitsbestimmungen auch die Phase berücksichtigt werden, deren Einfluß nach *Kritzinger* jedoch höchstens $^3/_4$ Größenklassen erreicht[2]).

Man hat versucht, die Helligkeit der Kometen an der Hand der Ephemeride, von einer bestimmten, beobachteten Anfangshelligkeit ausgehend, voraus zu berechnen, mit Hilfe der für die Planetenhelligkeit geltenden Formel Helligkeit $= \frac{1}{r_2 \Delta_2}$, wobei r die Entfernung von der Sonne, Δ die von der Erde bedeutet[3]). Es hat sich indessen herausgestellt, daß die Helligkeit der Kometen sich nicht dieser Formel entsprechend entwickelt; auch die flächenphotometrischen Untersuchungen *Hartmanns* haben ergeben, daß die Flächenhelligkeit, für die allein die Entfernung von der Sonne maßgebend ist, sich nicht dem Verhältnis $\frac{1}{r^2}$ entsprechend ändert. Es ist dies ja auch erklärlich, da der Komet nicht nur in reflektiertem Sonnenlicht leuchtet, sondern auch eigenes Licht aussendet. Zeigt sich nun eine Abweichung der beobachteten Helligkeit von der berechneten im Sinne einer Lichtzunahme, so wird dies ein Zeichen für die eigene Lichtentwicklung und damit verbundene Schweifentwicklung sein. Im allgemeinen geht diese Lichtzunahme so regelmäßig vonstatten, daß der Komet vor und nach dem Perihel bei gleichen Radienvektoren auch denselben Grad der Schweifentwicklung erreicht.

Daneben hat man auch periodische und ganz unregelmäßige Helligkeits-

---

[1]) *A. N. 4431.*

[2]) *A. N. 199, S. 122ff., Sirius 1915, S. 150; A. N. 191, 44.*

[3]) *Holetschek a. a. O., Bd. I, S. 1ff.; A. N. 4513.*

änderungen beobachtet. So zeigte der Komet *1862II* innerhalb einer Periode von 2.7 Tagen verlaufende Änderungen, mit Unterschieden zwischen den Maximis und Minimis bis zu 4 Größenklassen, und zwar im Zusammenhang mit den pendelnden Bewegungen der Ausströmungen[1]). Bemerkenswert ist hierbei, daß die Maxima der Helligkeit eintraten, wenn die Ausströmungen den größten, die Minima, wenn sie den kleinsten Winkel mit der Schweifachse bildeten. Ganz unregelmäßige Helligkeitsänderungen zeigte der — seinem Volumen nach zu den größten Kometen zu rechnende — Komet *Holmes 1892III*, dessen plötzliche Helligkeitszunahme im Januar 1893 man auf einen Zusammenstoß mit Asteroiden hat deuten wollen[2]). Die Helligkeit der periodischen Kometen ist bei ihren verschiedenen Erscheinungen bemerkenswert konstant oder zeigt eine nur geringe Abnahme; dagegen hat sich niemals eine Zunahme der Helligkeit feststellen lassen[3]).

Durchsichtigkeit und Refraktion der Kometen. Schon im Altertum[4]) war bekannt, daß das Licht der Sterne durch den Kometen hindurch leuchtet. Ungeschwächt geht das Licht durch Schweif und Koma[5]); selbst die Ausströmungen vermögen das Licht in der Regel nicht in merkbarer Weise zu dämpfen[6]). Doch sind wenigstens im Kopf manchmal Abschwächungen beobachtet, und zwar namentlich bei Bedeckungen des Sterns durch den Kometenkern[7]). Bei den verschiedenen Ergebnissen, die hierbei gezeitigt worden sind, wäre es zu wünschen, daß die Beobachter auf die Sternbedeckungen durch die Kerne der Kometen ihr besonderes Augenmerk richteten; zweckmäßig ist es hierbei, starke Vergrößerungen anzuwenden, um Stern und Kometenkern gut zu trennen.

Da nach den spektroskopischen Untersuchungen Dämpfe und Gase wahrscheinlich gemacht sind, sollte man auch eine Refraktion erwarten. Indessen haben die Beobachtungen nichts oder wenigstens nichts Sicheres darüber ergeben[8]). Anscheinend besteht der Komet aus getrennten Teilchen, und es haben die vorhandenen Dampf- und Gasmassen eine so geringe Dichte, daß die Refraktion für uns unmerklich ist.

Wie gering die Dichtigkeit der Schweifmaterie[9]) sein muß, zeigen auch die Durchgänge der Erde durch Kometenschweife, die meist unbemerkt vorüber gegangen sind. Trotz größter Aufmerksamkeit beim *Halley*schen Kometen am 18/19. Mai 1910 sind lediglich Dämmerungserscheinungen bemerkt worden,

---

[1]) *Scheiner a. a. O., S. 541;* bez. des Kometen *1908c* s. auch *A. N. 4277.*

[2]) *Sirius 1893, S. 23.*

[3]) *Holetschek a. a. O., Bd. 5, S. 113; Sirius 1913, S. 11ff.* Für die Vergleichung der Helligkeit der einzelnen Kometen ist die Reduktion auf die Einheitsentfernung ein wichtiges Mittel, s. *Holetschek a. a. O., Bd. I, S. 9ff.* und vor allem die Tabelle *Bd. III, S. 112ff.*

[4]) *Seneca a. a. O., VII, 26.*

[5]) *Jägermann a. a. O., S. 21ff.; A. N. 182, 363.*

[6]) *Mitt. d. V. A. P. 1910, S. 154.*

[7]) *Jägermann a. a. O., S. 32; Sirius 1892, S. 68.* S. auch *A. N. 181, S. 239*: rötliche Färbung der Sterne beim Durchgange.

[8]) *Jägermann a. a. O., S. 31ff. Bessel, A. N. 13, S. 200.*

[9]) *Jägermann a. a. O., S. 34.*

so von *Wolf* 3 starke Purpurlichter und der *Bishop*sche Ring in besonderer Intensität[1]).

Die Farbe der Kometen ist von den Beobachtern bisher nur wenig berücksichtigt worden[2]). Bei der Unauffälligkeit der Farben ist dies erklärlich. Nur große helle Kometen lassen für das bloße Auge die Farbe erkennen. Daß sie aber schon in früheren Zeiten beobachtet sind, zeigen die Angaben des älteren *Plinius*[3]), der weiße, gelbe und rote Kometen erwähnt. Daneben wird auch in älteren Berichten vielfach die blaue Farbe genannt[4]). Die neueren Beobachtungen haben das Vorkommen dieser Farben bestätigt. In der Regel zeigen die Kometen den weißlich- oder silbergrauen Farbenton der Nebelflecke und der Milchstraße; zuweilen wird die Farbe auch als direkt weiß angegeben; den Kometen *Morehouse 1908c* beschreibt *Silbernagel* als intensiv silberweiß. Dieser weiße Farbenton zeigt nicht selten einen schwach bläulichen oder bläulich grünen Schimmer, z. B. bei den Kometen *1744, 1874III, 1862III, 1882II, 1893II*. Bei hellen Kometen wird häufig die gelbe und gelblichrötliche Färbung beobachtet, und zwar vor allem im Kopf bei starken Ausströmungen. Besonders schön zeigten sich diese Farben bei dem Kometen *1910a* und dem *Halley*schen Kometen 1910. Am 17. April 1910 beschreibt diesen *Franz*[5]) als matten, hellgelben Nebelfleck in der dunkelgelben Morgendämmerung, am 23. April als Nebel ohne Schweif, weißlichgelb auf grünlichem Hintergrunde mit Haube. Intensiveres Gelb zeigte er dann im Mai. So spricht *Hartwig*[6]) am 12. Mai 1910 von der prachtvoll rötlichgoldenen Hülle um den Kern. Einen wundervollen Anblick, wie ihn nur wenige Himmelserscheinungen im Fernrohr zeigen, gewährte der Kopf am 26. Mai 1910. Die glänzende, scharf umgrenzte kleine Scheibe des Kernes und der weitgeöffnete Ausströmungsfächer durchglühten mit ihrem leuchtenden Goldgelb (5^c.5) die Koma, die sich in mattem Glanze von dem grünblauen Dämmerungshimmel deutlich abhob[7]). Der Schweif wird von *Cerulli*[8]) als ebenso weißlich und so hell wie die Milchstraße beschrieben; am 24. Mai findet *Bohlin*[9]) Kopf und Schweif stark goldglänzend, auch am 26. Mai erschien mir der Schweif, wenigstens in der Nähe des Kopfes, gelblich[10]). Nach den Spektralbeobachtungen tritt bei lebhafter Ausströmungstätigkeit die gelbe Natriumlinie auf, so daß wohl in der Regel die gelbe Farbe des Kerns und der Ausströmungen auf glühenden Natriumdampf zurückzuführen ist. Unter Umständen kann auch die gelbe Färbung nach *Fowler*[11]) von dem

[1]) *A. N. 4414, 4416; Wigand, Die Ionisierung der Erdatmosphäre durch den Halley-schen Kometen, Phys. Z. 18, 1/6.*

[2]) *Holetschek a. a. O., I, S. 18. Jägermann a. a. O., S. 493ff.*

[3]) *Plinius Secundus, Historia naturalis II, 22.*

[4]) Selbst die schwarze Farbe *niger* wird erwähnt, gemeint ist wohl ein schwach leuchtender Komet. *Holetschek a. a. O. Bd. I. S. 19. Jägermann a. a. O., S. 52.*

[5]) *A. N. 4408.*

[6]) *A. N. 4413.*

[7]) *Mitt. V. A. P. 1910, S. 152.*

[8]) *A. N. 4416.*

[9]) *A. N. 4414.*

[10]) *Mitt. V. A. P. 1910, S. 152.*

[11]) *M. N. 70, 623.*

gelben Bande des Kohlenoxydspektrums herrühren. Daß im übrigen eine gelbliche Färbung bei tiefem Stande durch den Einfluß der Atmosphäre hervorgerufen und vertieft wird, vielfach auch eine rötliche Tönung erhält, braucht nicht erwähnt zu werden. Man darf wohl auch annehmen, daß es sich bei den alten Schilderungen von roten Kometen um solche gelben, infolge tiefen Standes rötlich erscheinenden Kometen handelt.

Schwieriger zu erklären ist die vielfach beobachtete Blaufärbung der Kometen. Nach *Holetschek*[1]) sind die Kometen, bei denen der bläuliche Ton beobachtet ist, meist in der Dämmerung zu sehen gewesen; er ist daher geneigt, der Dämmerungsfarbe des Himmels einen Einfluß auf die Entstehung des blauen Tones zuzuschreiben. Indessen fehlt es noch an systematischen Untersuchungen hierüber. Auffallend blau war die Färbung des Kometen *1911c*, der in seinem Spektralcharakter dem *Halley*schen Kometen ähnelte[2]). *Korn* bezeichnet die Farbe als reines strahlendes Blau[3]), nach *Wolf* war sie auffallend türkisgrün[4]). Ich notierte die Farbe am 19. Oktober 1911 als 0^e bl., und zwar in der Zeit zwischen 9 und 10 Uhr abends, also nicht mehr in der Dämmerung. Nach einer Beobachtung *Archenholds* erschien der Komet *1893II* bläulich, allerdings bei tiefem Stande, indessen zeigte der gleichfalls tief stehende Andromedanebel keine blaue Tönung[5]). Bemerkenswert ist in diesem Zusammenhange, daß bei dem Kometen *Gale 1912a* die Koma nach *Graff*[6]) bläulich erschien, und daß zu dieser Zeit nach *Schwaßmann*[7]) das kontinuierliche Spektrum im Blau am hellsten war, auch war von den Kohlenwasserstoffbändern im Blau und Gelb das erstere das intensivere. Alles dies spricht wohl dafür, daß der physische Zustand des Kometen selbst zum mindesten bei der Entstehung der blauen Farbe mitspricht. *Bredichin* hält einen Zusammenhang der Farbe mit den verschiedenen Schweiftypen für möglich[8]). Auf einem anderen Standpunkt steht *Herz*[9]), der auf die Beobachtungen von *Herschel* hinweist, daß die Farbe des Kometen *1811I* in allen Teleskopen grünlich oder bläulichgrün war, während die Farbe der Lichthülle sehr bestimmt gelblich war, im auffallenden Kontrast mit der grünlichen Farbe des Kopfes, Er schließt hieraus auf eine disruptive Entladung an einer negativen Elektrode. Es wird erst noch eingehender Untersuchungen bedürfen, ehe über die Entstehung der Kometenfarben Klarheit herrscht. Jedenfalls ist aber die Beobachtung der Farben eine dankbare Aufgabe für den Freund der Himmelskunde. Die Farbenschätzung der Kometen, am besten nach der *Osthoff*schen Skala[10]), verlangt eine besondere Aufmerk-

[1]) *A. a. O., Bd. I, S. 18.*
[2]) *Wright, Lick Bull. 209, 7, 8/16.*
[3]) *Sirius 1912, S. 43* mit farbiger Abbildung.
[4]) *Sitzungsber. d. Heidelberger Akad. 1911, Nr. 29.*
[5]) *A. N., Bd. 133, Nr. 101, 114. Holetschek a. a. O., I, S. 18.*
[6]) *A. N. 193, 25.*
[7]) *A. N. 192, 451.*
[8]) *Holetschek a. a. O., I, S. 18.*
[9]) *A. a. O., S. 89.*
[10]) Wegen der Methode des Farbenschätzens sei auf das Kapitel über Sternfarben verwiesen.

samkeit auf die Luft- und Beleuchtungsverhältnisse bei der Beobachtung, sowie ein Vergleichen der Farbe mit der anderer flächenhafter Objekte. Zur Kontrolle der Farbenauffassung des Beobachters ist die gleichzeitige Farbenangabe für andere bekannte Objekte sehr zweckmäßig. Sehr wertvoll wäre auch eine Fortführung der von *Hartmann* begonnenen kolorimetrischen Untersuchungen mit dem Flächenphotometer[1]).

Das Spektrum der Kometen[2]). Der Erforschung der spektralen Eigenschaften bereitet die Lichtschwäche der Kometen große Schwierigkeiten, indem sie dazu zwingt, mit weitem Spalt zu arbeiten, wodurch die Einzelheiten unkenntlich werden. Nur mit sehr lichtstarken Instrumenten und vor allem mit Hilfe der Photographie — Prismenkamera — ist es gelungen, genauere Ergebnisse auch bei schwächeren Kometen zu erzielen. Für den Freund der Himmelskunde, der nur über bescheidene Hilfsmittel verfügt, ist die spektroskopische Untersuchung der Kometen wenig lohnend. Immerhin zeigen die Untersuchungen *v. Konkolys*, wie weit man auch mit kleineren Spektroskopen — er benutzte vielfach ein *Zöllner-Vogel*sches Spektroskop, allerdings meist in Verbindung mit einem 10″ Teleskop — kommen kann. Die meisten Kometen zeigen das sogenannte charakteristische Bandenspektrum, bestehend aus drei hellen Banden im Gelb (λ 563.5), im Grün (λ 516.6), im Blau (λ 472.3). Diese 3 Bänder haben ihre größte Helligkeit in der Mitte; sie sind nach dem roten Ende des Spektrums zu scharf begrenzt, nach dem blauen verwaschen. Ihre Helligkeit ist sehr ungleich (2:5:1). Die Deutung dieses Spektrums hat große Schwierigkeiten bereitet; man hielt es zuerst für das Spektrum des Kohlenwasserstoffs, dann für solches, vermischt mit dem Kohlenoxydspektrum, und führte das Glühen auf disruptive elektrische Entladungen zurück. Nach neueren Forschungen hält man es für das Spektrum des Kohlenmonoxyds. Neben diesem Bandenspektrum ist häufig auch das kontinuierliche Spektrum zu beobachten, dessen Helligkeit im Verhältnis zum Bandenspektrum großen Schwankungen unterliegt, auch bei jedem einzelnen Kometen. Es rührt in der Hauptsache vom reflektierten Sonnenlicht her; bei photographischen Aufnahmen sind auch die *Fraunhofer*schen Linien erkannt worden. Das Spektroskop gibt auf diese Weise die Möglichkeit, zu erkennen, welchen Anteil an dem Lichte des Kometen das Eigenlicht und das reflektierte Sonnenlicht hat; und zwar gibt es genaueren Aufschluß hierüber als das Polariskop, das seit *Aragos* Versuchen vielfach dazu verwendet ist, das Licht der Kometen daraufhin zu prüfen, ob es polarisiertes also reflektiertes Licht ist[3]). Bei dem Kometen *1911e* war nur ¼ des Lichtes reflektiertes Sonnenlicht[4]), beim *Halley*schen Kometen 1910 war das Licht des Kerns hauptsächlich reflektiertes Sonnenlicht, Koma und Schweif zeigten dagegen sowohl dieses wie Eigenlicht infolge leuchtender Gase[5]). Neben diesen

[1]) *A. N. 4431.* Bemerkenswert ist, daß die Farbe des *Halley*schen Kometen sich in allen Fällen als grünlicher erwies als die des Jupiter.

[2]) *Jägermann a. a. O., S. 49ff. Bohlin, Nat. R. 1910, S. 559.*

[3]) *Jägermann a. a. O., S. 47, 48.* In der Regel ist jetzt das *Savart*sche Polariskop in Gebrauch; s. *Mitt. d. V. A. P. 1910. S. 4.*

[4]) *A. Vierteljahrsschr. 1912. S. 32.*

[5]) *Slipher, Lowell Obs. Brll. 52, 2, 3—16.*

kontinuierlichen und Bandenspektrum, das im Schweife — wahrscheinlich infolge des geringen Druckes — in anderer Form, nämlich in Gestalt von breiten Doppellinien oder Doppelbanden, erscheint, zeigt das Spektrum noch häufig die Stickstoff- und Cyanbanden, ferner die Natriumlinie doppelt. Letzteres insbesondere ist bei allen hellen Kometen, die gelbliche Ausströmungen zeigten, festgestellt worden. Mit dem Auftreten der Natriumlinien ist ein starkes Zurücktreten des Bandenspektrums verbunden, wie es der Fall ist, wenn Gase mit Metallen durch elektrische disruptive Entladungen zum Leuchten gebracht werden. Schließlich sind noch die hellen Emissionslinien anderer Metalle, vor allem des Eisens, beobachtet worden, deren Deutung aber noch nicht mit Sicherheit feststeht. Die Tatsache, daß in den Kometen die für die Organismen so wichtigen Elemente Kohlenstoff und Stickstoff eine so bemerkenswerte Rolle spielen, hat dazu geführt, die Kometen mit der Verbreitung der organischen[1]) Materie im Raume in Verbindung zu bringen. Indessen wird es, zumal bei der Seltenheit hellerer, zur genaueren Beobachtung geeigneter Kometen, noch vieler Beobachtungen bedürfen, ehe man hierüber wie überhaupt über den Ursprung der Kometen, ob solar oder stellar[2]), über das Stadium bloßer Vermutungen hinaus zur Feststellung sicherer Tatsachen gelangt sein wird.

F. Albrecht.

[1]) Vgl. die interessante Abhandlung von *Bohlin: Die Bedeutung der Kometen für die Kosmologie, Sirius 1918. S 15. ff.*

[2]) *E. Strömgren. Über den Ursprung der Kometen. 1914. Nölke. Eine neue Erklärung über den Ursprung der Kometen, Astr. Abhandlg. 17 S. 38ff.*; s. auch *Wolf, Sirius 1914, S. 224ff. Stentzel: Herkunft der Kometen, Weltall Jahrg. 9, S. 33ff*

Die Beobachtung der Sternschnuppen und Feuerkugeln und die Berechnung ihrer Bahnen.

Die Beobachtung der Meteore gilt allgemein als ein Arbeitsgebiet, das sich für die nutzbringende Betätigung der Laien besonders gut eignet, weil sie nur ein geringes Maß von Vorkenntnissen und Hilfsmitteln erfordert und daher eigentlich von jedermann ausgeübt werden kann. Da nun sehr viele Liebhaber der Himmelskunde den lebhaften Wunsch hegen, neben den der eigenen Erholung und Erbauung dienenden Beobachtungen auch in bescheidener Weise zur Förderung ihrer Wissenschaft beizutragen — ein Wunsch, der oft recht absonderliche Blüten und Früchte zeitigt — so sollte man eigentlich auf dem Gebiete der Meteorforschung eine recht eifrige Mitarbeit erwarten können. Sieht man aber zu, wie es sich in Wirklichkeit damit verhält, so zeigt sich gerade das Gegenteil: wirklich wertvolle Reihen von Sternschnuppenbeobachtungen haben meist Berufsastronomen zu Urhebern, und die Liebhaber kommen in der Regel nicht über die Anfänge hinaus. Die Folge davon ist, daß auf jenem Gebiete, besonders in neuerer Zeit, ein starker Mangel an guten Beobachtungen herrscht, denn der in den meisten Fällen genau festgelegte, die Ausnutzung der vorhandenen Instrumente zum Ziele habende Arbeitsplan der Sternwarten macht es dem Astronomen in der Regel unmöglich, sich außerdem noch planmäßig mit den Sternschnuppen zu befassen. Die Gründe aber, warum die Laienarbeit hier noch zu wenig günstigen Ergebnissen geführt hat, sind klar ersichtlich. Vor allem verlangt die in Frage stehende Mitarbeit doch ein recht großes Maß von Opferfreudigkeit, das nur sehr wenige aufzubringen vermögen, zweitens verlieren die Beobachtungen bald den Reiz der Neuheit und sind dann, besonders in der meteorarmen Zeit, in der Tat wenig abwechslungsreich, endlich strebt doch jeder Liebhaber nach dem Besitz eines Fernrohrs und ist, sobald er dieses erlangt hat, gleich dem Berufsastronomen in erster Linie auf die Ausnutzung seines Instruments bedacht.

Wesentlich anders als bei den Sternschnuppen liegen die Verhältnisse hinsichtlich der großen Meteore. Die Seltenheit dieser Erscheinungen und die Unmöglichkeit, ihr Eintreten vorher zu bestimmen, machen ihre planmäßige Überwachung zu einem aussichtslosen Beginnen. Die Forschungsarbeit wird sich daher fast immer auf zufällige Wahrnehmungen stützen müssen, und dabei ist die Mitarbeit weitester Kreise nicht nur erwünscht, sondern geradezu notwendig, wenn überhaupt in unseren Erkenntnissen weitere Fortschritte erzielt werden

sollen. Indessen ist diese Mitarbeit anders geartet als bei den Sternschnuppen. Sie setzt nur gelegentlich ein und erfordert nur geringen Zeitaufwand, so daß es eigentlich jeder Freund der Astronomie als seine Pflicht erachten sollte, solche Beobachtungen, die er selbst zu machen das Glück hat oder die er von anderen erfährt, nicht zu vernachlässigen.

Von besonderer Wichtigkeit ist auf einem Gebiete, wie dem hier behandelten, daß die Beobachter nach einem bestimmten Plane verfahren. Hinsichtlich der Sternschnuppen liegt der Gedanke sehr nahe, daß man genügend dichte Beobachtungsreihen durch Arbeitsteilung erhalten könnte, indem eine größere Anzahl von Mitarbeitern sich zu einer freien Arbeitsgemeinschaft vereinigt, so daß die einzelnen je nach Zeit und Neigung sich betätigen können und als Gesamtergebnis doch ein vollständiges Bild vom Verlauf der Erscheinungen zustande kommt. Versuche dieser Art sind mehrfach gemacht worden, aber das Ergebnis hat im allgemeinen nicht den Erwartungen entsprochen. Abgesehen davon, daß gegen die Vereinigung von Beobachtungen verschiedener Herkunft schwere sachliche Bedenken bestehen, worauf noch zurückzukommen sein wird, macht sich auch der schon erwähnte Mangel an Ausdauer geltend und läßt die Mehrzahl der Mitarbeiter ihre Tätigkeit nach einigen Wochen oder Monaten wieder einstellen. Wer daher als Laie Beiträge zur Erforschung der Sternschnuppen liefern will, muß von Anfang an vom Ernst der Sache durchdrungen sein und muß wissen, daß das, was er zu unternehmen im Begriff steht, keine Spielerei ist. Gerade darin, daß die Beobachtungen so wenig grundsätzliche Schwierigkeiten bieten, liegt die große Gefahr, daß ungeeignete Kräfte sich beteiligen und daß nach einem guten Anfang die unbedingt nötige Sorgfalt nur allzu bald außer acht gelassen wird. Man halte sich immer vor Augen, daß die Beobachtungen nicht Selbstzweck sind und daß es nicht darauf ankommt, möglichst viel zu sehen, sondern daß sie zur Entschleierung der Wahrheit dienen sollen. Gerade auf diesem Gebiete ist es dem, der die Beobachtungen zu bearbeiten hat, sehr schwer gemacht, Fehler und Entstellungen zu erkennen, und daher muß den Beobachtern doppelte Sorgfalt zur Pflicht gemacht werden. Wer sich dieser Forderung nicht fügen will, tut besser daran, seine Aufzeichnungen für sich zu behalten. Er würde, wenn er sie der Bearbeitung zuführte, nur Unheil damit anrichten.

Zusammenfassend kann man bemerken, daß sich die Sternschnuppenbeobachtungen nicht gut für die Behandlung in Arbeitsgruppen eignen. Wirkliche Leistungen auf diesem Gebiete haben immer nur einzelne vollbracht, und es liegt im Wesen der Sache und der Menschen, daß dies so bleiben wird. Dagegen ist bezüglich der großen Meteore eine Zusammenarbeit nicht zu umgehen, denn hier kommt es vor allem darauf an, alle Beobachtungen, auch die weniger sicheren, in der Hand des Berechners zu vereinigen, der in den meisten Fällen in der Lage sein wird, das Verfehlte vom Wertvollen zu trennen. Der Verfasser hat seit Jahren diesem Ziel nachgestrebt mit dem Erfolge, daß gegenwärtig alljährlich eine Reihe von Meteorbahnen berechnet werden kann und daß daneben wertvolle statistische Grundlagen für die Erforschung der Feuerkugeln gesammelt werden. Dieses Ziel wurde vor allem durch einen Zusammenschluß aller

einzelnen privaten oder an Institute gebundenen Sammelstellen für Meteorbeobachtungen erreicht, und es steht zu hoffen, daß auf diesem Wege so manches Rätsel, das den Erscheinungen noch anhaftet, gelöst werden kann. Leider sind aber bei dem bisher geübten Verfahren der Einsammlung die unbrauchbaren Beobachtungen in der Überzahl, vor allem dann, wenn in besonders bedeutenden Fällen durch die Tageszeitungen Beobachter gesucht wurden; hier könnte die Arbeit des Freundes der Astronomie einsetzen und schöne Früchte zeitigen, wenn er Beobachtungen unerfahrener Laien durch Nachmessungen sichern und in die für die Verwertung erforderliche Form bringen wollte. Wie dies geschehen kann, wird aus den nachstehenden Ausführungen hervorgehen.

Es folgen nun zunächst Anleitungen zum Beobachten der Sternschnuppen und Feuerkugeln. Anschließend behandeln wir in aller Kürze die Berechnung der Meteorbahnen mit dem Ziele, den Leser zu eigenen Versuchen auf diesem Arbeitsfeld anzuregen, ihm einen tieferen Einblick in die zu lösenden Aufgaben zu vermitteln und damit auch ein besseres Verständnis dessen anzubahnen, worauf es bei den Beobachtungen ankommt.

1. Zählung der Sternschnuppen. Das Ziel der Beobachtungen ist die Bestimmung des Verlaufs der täglichen und jährlichen Häufigkeitsschwankungen. Diese Erscheinung, die besonders eingehend von *Schiaparelli* und *Schmidt* untersucht worden ist, rührt bekanntlich daher, daß die Erde eine eigene Bewegung im Raume besitzt. Man kann infolgedessen eine Vorderseite und eine Rückseite unterscheiden, und es ist leicht ersichtlich, daß die Vorderseite mehr Meteore auffangen muß als die Rückseite. Indessen wird auch letztere eine gewisse Anzahl erhalten, weil die Geschwindigkeit der Meteore wesentlich größer ist als die der Erde.

Legt man an die wahre Bahn des Meteors, die man sich als Ellipse, Parabel oder Hyperbel denken kann, in dem Punkte, wo das Zusammentreffen mit der Erde erfolgt, die Tangente, so bestimmt diese, entgegengesetzt der Bewegung des Meteors nach rückwärts verlängert, an der Sphäre den Ort des „wahren Strahlungspunktes" oder wahren Radianten. Die Tangente entspricht der Bewegungsrichtung, die das Meteor im Augenblick des Zusammentreffens mit der Erde in bezug auf die Sonne hatte. Der Beobachter auf der Erde wird indessen von seinem ihm als ruhend erscheinenden Standpunkt aus eine andere Bewegungsrichtung das Meteors wahrnehmen, die als Resultante aus den Geschwindigkeiten des Meteors und der Erde folgt und für eine gegebene Meteorbahn leicht aus dem Parallelogramm der Geschwindigkeiten ermittelt werden kann. Die Bewegungsrichtung des Meteors in bezug auf die ruhend angenommene Erde bestimmt in gleicher Weise, wie soeben hinsichtlich der Bahntangente ausgeführt wurde, den „scheinbaren Strahlungspunkt". Den Zielpunkt der Erdbewegung nennt *Schiaparelli* den Apex, den ihm gegenüberliegenden Fluchtpunkt Antiapex. Die Lage dieser beiden Punkte an der Sphäre ist bestimmt durch die Tangente an die Erdbahn im jeweiligen Ort der Erde. Der Apex liegt mithin stets in der Ekliptik, und sein sphärischer Abstand von der Sonne beträgt etwa 90°. Da er sich also immer nahezu 6 Rektaszensionsstunden westlich der Sonne befindet, wird er sich an jedem Orte der Erde, abgesehen

von den Polarzonen, im Mittel um Mitternacht Ortszeit über den Horizont erheben. Seine Aufgangszeit hängt selbstverständlich auch von seiner Deklination ab und kann für mittlere nördliche Breiten angenähert aus folgendem Täfelchen in mittlerer Ortszeit entnommen werden.

	40° n. Br.	50° n. Br.	60° n. Br.		40° n. Br.	50° n. Br.	60° n. Br.
Mitte Januar	$12^h 27^m$	$12^h 40^m$	$13^h\ 3^m$	Mitte Juli	$11^h 23^m$	$11^h 10^m$	$10^h 51^m$
„ Februar	13 0	13 29	14 19	„ August	10 41	10 13	9 26
„ März	13 23	13 55	14 45	„ September	10 34	9 47	8 34
„ April	13 30	14 4	15 3	„ Oktober	10 42	10 7	9 6
„ Mai	13 2	13 22	13 54	„ November	11 16	10 54	10 21
„ Juni	12 13	12 17	12 22	„ Dezember	10 51	11 47	11 41

Der Apex zeigt also, wie dies nicht anders sein kann, in seinem Tages- und Jahreslaufe dasselbe Verhalten wie die Sonne, mit dem Unterschiede, daß er durchschnittlich 6 Stunden früher aufgeht und ihr in ihrer Jahresbewegung nach 3 Monaten folgt, mithin im September den größten Tagebogen beschreibt und die größte Kulminationshöhe erreicht.

Aus der Betrachtung des oben benutzten Parallelogramms der Geschwindigkeiten ergibt sich, daß der scheinbare Strahlungspunkt stets näher beim Apex liegt als der wahre Strahlungspunkt. Eine Ausnahme tritt nur ein, wenn der Winkel zwischen beiden Bahnen 0° oder 180° beträgt; dann fallen wahrer und scheinbarer Strahlungspunkt mit dem Antiapex bzw. Apex zusammen. Unter der zulässigen Voraussetzung, daß bei der Bewegung der Meteore im Raum keine Richtung bevorzugt wird, daß also die wahren Radianten gleichmäßig über die Himmelskugel verteilt sind, müssen die scheinbaren Radianten eine starke Zusammendrängung nach dem Apex hin zeigen, und die Halbkugel des Apex wird uns mehr Meteore liefern als die des Antiapex. Da ein beliebiger Beobachtungsort meist in der ersten Hälfte der Nacht den Antiapex, in der zweiten den Apex über dem Horizont haben wird, so muß die Meteormenge im Laufe der Nacht stets zunehmen und erst mit der Kulmination des Apex, gegen 18^h Ortszeit, ihren Höchstwert erreichen. Ebenso wird auf der nördlichen Erdhalbkugel die Sternschnuppenhäufigkeit bei nördlicher Deklination des Apex, also im Herbst, größer sein als bei südlicher. Unter der Voraussetzung gleichmäßiger Verteilung der Meteore im Raum und über alle Bewegungsrichtungen kann also die zu beobachtende Häufigkeit als Funktion der Zenitdistanz des Apex betrachtet werden, womit die ganze Theorie des täglichen und jährlichen Ganges auf eine einfache Form gebracht ist. Es fragt sich nur noch, welcher Art diese Beziehung ist; dies soll aber hier nicht untersucht werden.

Aus dieser Betrachtung ergeben sich nun einige wertvolle Regeln für die Beobachtungen, deren nächstliegendes Ziel ja bereits eingangs dieses Abschnittes genannt worden ist. Zur Ermittelung des täglichen Ganges werden vor allem Beobachtungen in extremen Apexlagen, also in den ersten und letzten Stunden der Nacht, zur Untersuchung des jährlichen Ganges solche aus den Mitternachtsstunden heranzuziehen sein. Man suche also die Beobachtungszeiten möglichst gleichmäßig über die Nacht zu verteilen und eine Bevorzugung der Abendstunden

zu vermeiden. Die Voraussetzung, daß bei der Bewegung der Meteore in bezug auf die Sonne keine Richtung begünstigt wird, ist zweifellos nicht mehr erfüllt, sobald lebhafte Ströme in Erscheinung treten. Beobachtungen aus der Perseiden-, Lyriden- und Geminiden-Zeit kommen also für die hier in Frage stehenden Zwecke nicht in Betracht, sondern können nur zur Untersuchung jener Ströme dienen. Daher sind gerade die Zeiten zu bevorzugen, zu denen bemerkenswerte Ströme nicht auftreten.

Über die Ausführung der Beobachtungen ist nur noch weniges zu bemerken. Man überwache von einem geeigneten Orte aus einen bestimmten Teil des Himmels, der etwa einen Quadranten umfassen soll, am besten die Gegend zwischen Nordost und Südost. Die Zählung geschieht durch Anlegung eines Verzeichnisses der Meteore. Als Zeitangabe reicht die volle Minute hin. Das Verzeichnis soll außerdem die Helligkeiten nach Sterngrößen enthalten, wobei zu beachten ist, daß Anfänger meist zu Überschätzungen neigen. Außerdem können Bemerkungen über die scheinbare Geschwindigkeit, die Farbe, Schweifbildung und sonstige Besonderheiten beigefügt werden. Die Geschwindigkeit kann in 5 Stufen geschätzt werden: 1 = sehr langsam, 2 = langsam, 3 = mäßig, 4 = rasch, 5 = sehr rasch. Man bemühe sich, die Aufzeichnungen möglichst rasch zu vollziehen und suche etwa monatlich einmal zu ermitteln, wieviel Zeit im Durchschnitt bei jeder Niederschrift für die Beobachtung verloren geht, damit die beobachteten Häufigkeitszahlen entsprechend berichtigt werden können. Man beobachte stets mindestens eine Stunde lang und lege auch sonst die Sitzungen so an, daß ihre Dauer nach vollen Stunden mißt; doch kann die Anfangszeit beliebig gewählt werden. Alle Störungen, die geeignet sind, die Meteorhäufigkeit herabzudrücken, wie Mondschein, Dämmerung, Wolken, Ermüdung des Beobachters, sind ihrem Stärkegrade nach sorgsam anzumerken. Es ist indessen ratsam, überhaupt nur unter durchaus günstigen Umständen zu beobachten, hauptsächlich dann, wenn man sich auf die Zählungen beschränkt. Gegen irdische Lichter kann man sich durch geeignete Schirme schützen. Kommt während einer Stunde kein Meteor zu Gesicht, so gilt diese Feststellung ebenfalls als Zählung.

Von grundsätzlicher Bedeutung ist folgendes: Die Meteorhäufigkeit ist ein ganz relativer Begriff und hängt vor allem davon ab, bis zu welcher Größenklasse man die Sternschnuppen einbezieht, wird also durch Umstände, die in den örtlichen Verhältnissen und dem Beobachter liegen, sehr leicht beeinflußt. Da es uns aber nur auf die Gestalt der Häufigkeitskurven, mithin auf die Ermittelung von Relativzahlen ankommt, so schadet dies nichts. Indessen verbietet sich aus diesem Grunde die Vereinigung von Beobachtungen verschiedener Herkunft, und es muß die Forderung erhoben werden, daß derselbe Beobachter seine Tätigkeit unter durchaus gleichbleibenden Verhältnissen so lange fortsetzt, bis genügende Grundlagen für die Bearbeitung da sind. Dies wird auch bei großem Fleiße erst in einigen Jahren zu erreichen sein, denn der Mondschein und die Ungunst des Wetters legen dem Beobachter ohnehin Beschränkungen auf. Eine gleichmäßige Verteilung der Beobachtungsstunden über das ganze Jahr wird sich zwar aus klimatischen Gründen kaum erreichen lassen, ist auch

nicht unbedingt erforderlich, doch muß sich der Beobachter bemühen, alle Monate, auch die der kalten Jahreszeit, einzubeziehen, da andernfalls seine Arbeit nie zum vollen Erfolg führen kann. Wie schon bemerkt wurde, sind die damit verbundenen Unbequemlichkeiten so groß, daß sie den anfänglichen Eifer meist bald abkühlen. Derjenige aber, der das schwere Werk durchführt, wird dauernd einen Namen in der Geschichte der Meteorforschung behalten, denn umfangreiche Beobachtungsreihen sind selten.

Übrigens wäre es verfehlt, wenn man meinte, daß mit der einmaligen Bestimmung der Konstanten der täglichen und jährlichen Häufigkeitsschwankung die Arbeit abgeschlossen sei. Man wird vielmehr, sobald dieses Ziel erreicht ist, vor der Aufgabe stehen, die Richtigkeit der Voraussetzungen und vor allem etwaige Änderungen in der räumlichen Verteilung der Meteore zu untersuchen, und dies kann nur durch fortlaufende Überwachung der Erscheinungen in der hier beschriebenen Weise geschehen.

2. Eintragung der Meteorbahnen in Sternkarten. Das Ziel der Beobachtungen ist hier, Grundlagen zu liefern für die Untersuchung der Meteorströme. Die Erscheinung der Radiation ist bereits im vorigen Abschnitt behandelt worden, und es kann wohl auch als bekannt vorausgesetzt werden, in welcher Weise bei einem Meteorstrom das Zusammenlaufen der nach rückwärts verlängerten scheinbaren Bahnen nach einem Punkte des Himmels hin zustandekommt. Die scheinbaren Strahlungspunkte sind das einzige Kennzeichen zur Ermittelung und Unterscheidung der Meteorströme, und man hat ihnen deshalb von Anfang an Aufmerksamkeit geschenkt. Wenngleich nun, insbesondere durch *Denning*, gerade auf diesem Gebiet zahlreiche Beobachtungen gesammelt worden sind, so unterliegt es nach den Erfahrungen des Verfassers doch keinem Zweifel, daß unsere Kenntnis der Meteorströme noch recht unvollkommen ist und der größere Teil der Arbeit noch zu tun sein wird. Aber selbst unter der Annahme, daß zurzeit alle irgendwie bemerkenswerten Meteorströme, deren es vielleicht Tausende gibt, einwandfrei erkannt wären, würde die Fortsetzung der Beobachtungstätigkeit dennoch dringend erwünscht sein, denn der zu einem bestimmten Zeitpunkt vorgefundene Zustand ist zweifellos nicht von Dauer. Schon die Kometen, denen ja manche Meteorströme sicherlich ihr Bestehen verdanken, sowie die Störungen durch die großen Planeten werden Änderungen veranlassen, und welcher Art die sonst noch zu machenden Erfahrungen sein werden, läßt sich kaum voraussagen. Dabei wird manches Licht auf die Rolle der Meteore im Weltall fallen, werden vielleicht Beziehungen aufgedeckt, die uns jetzt noch völlig unbekannt sind.

Das Einzeichnen der Meteorbahnen in Sternkarten läßt sich nur durch Übung erlernen. Vor allem gehört dazu eine sichere Kenntnis des gestirnten Himmels und die Fähigkeit, sich auf der Karte sofort ohne jede Verzögerung zurechtzufinden. Man trage die Bahnen sorgfältig nach Anfang und Ende ein und achte besonders darauf, daß die gezeichnete Richtung auch mit der Wirklichkeit übereinstimmt. Zu diesem Zwecke vergegenwärtige man sich den Winkel, den die Bahn mit der Verbindung zweier benachbarter Sterne bildete und suche ihn auf der Karte richtig wiederzugeben. Auch Sterne, die in der

Bahnrichtung liegen, bieten guten Anhalt für die Festhaltung der Richtung, doch wähle man sie in nicht zu großem Abstand von den Endpunkten der Bahn, weil sonst die in der Projektion der benutzten Karte begründete Verzerrung die Beobachtung verfälschen kann, es sei denn, daß eine Karte in gnomonischer Projektion Verwendung findet. Bei sehr langen Bahnen wird es aus demselben Grunde vorkommen, daß die Bahn, wenn man ihren Verlauf richtig wiedergeben wollte, auf der Karte als Bogen gezeichnet werden müßte. Es reicht in diesem Falle völlig hin, wenn man je einen Punkt nahe dem Anfang und dem Ende der Bahn oder wenn möglich Anfangs- und Endpunkt selbst in die Karte einträgt und sie geradlinig verbindet. Auch sonst, vor allem bei langsamen Meteoren, werden die Bahnpunkte oft so sicher aufzufassen sein, daß allein dadurch die Richtung ausreichend festgelegt ist. Stets sind nur die Teile der Bahn zu zeichnen, die man bestimmt gesehen hat.

Die Sicherheit, mit der die Eintragung erfolgt, hängt von verschiedenen Umständen ab, vor allem von der Geschicklichkeit und Übung des Beobachters. Dann aber kommen noch manche Zufälligkeiten hinzu. Sicher aufgefaßt werden in der Regel nur Meteore, die in der Blickrichtung des Beobachters aufleuchten. Muß er den Kopf auch nur um 30° oder 40° wenden, so geht mindestens der Anfangspunkt verloren. Oft fehlt es auch an geeigneten Sternen für die Festhaltung des flüchtigen Eindrucks. Bei der Auffassung des Endpunkts spielen die verschiedenen Erscheinungsformen der Sternschnuppen eine große Rolle: manche erlöschen plötzlich unter Aufblitzen, andere laufen ganz allmählich und schwach aus. Langsame Meteore werden sicherer beobachtet als rasche, helle sicherer als schwache; das Vorhandensein eines nachleuchtenden Schweifes erleichtert die Festlegung der Bahnrichtung. Alle diese Feinheiten wird der Beobachter bald selbst herausfinden, und es empfiehlt sich, daß er dem Urteil, das er von der Sicherheit seiner Beobachtung gewonnen hat, bei jedem Meteor in folgender Weise zahlenmäßig Ausdruck verleiht: Die Genauigkeit, mit der die Festlegung der Bahnrichtung — auf die es hier besonders ankommt — mutmaßlich erfolgte, wird durch drei Stufen bezeichnet: 1 = sehr sicher, 2 mäßig sicher, 3 ungenau. Sind außerdem Anfangs- oder Endpunkt erfaßt worden, so werden die Buchstaben *a* oder *e*, oder auch beide, angehängt. — Bei jedem Meteor ist außerdem auf der Karte die Richtung seiner Bewegung zu bezeichnen und die laufende Nummer beizuschreiben, die mit der in der gleichzeitig zu führenden Liste enthaltenen übereinstimmen muß.

Die Besonderheiten der einzelnen Meteore können in der bei den Zählungen angegebenen Weise in der Liste angeführt werden. Geübte Beobachter sollten sich bemühen, auch die Dauer der Sternschnuppen in Zehntelsekunden abzuschätzen, wobei die Halbsekundenschläge eines Chronometers, der Viertel- oder Drei Zehntelsekundentakt eines Weckers ein Vergleichsmaß abgeben können.

Sternkarten hat der Verfasser eigens zu dem Zweck der Meteorbeobachtung gezeichnet und durch Steindruck vervielfältigen lassen. Der Himmel ist dabei in 4 Teile zerlegt. Die runde Polarkarte umfaßt das Gebiet nördlich von + 30° Deklination; die Ablesung der Koordinaten der Meteorbahnen — Rektaszension und Deklination — erfolgt durch einen Meßstreifen, der mit dem Punkt 90°

einer Teilung im Mittelpunkte der Karte durch eine Nadel drehbar befestigt
ird. Auf dem Streifen selbst sind die Deklinationen abzulesen, während sein
eies Ende auf der Randteilung der Karte die Rektascensionen anzeigt. Die
Äquatorkarten, die bis 35° südlicher Deklination reichen, tragen am Rande
ie Marken für die Einzeichnung eines rechtwinkligen Netzes von 10 zu 10°.
as Netz, das, um die Übersichtlichkeit nicht zu vermindern, nicht mit ein-
druckt ist, muß zunächst mit Bleistift nachgezogen werden, worauf die Ab-
sung, wieder mit Benutzung eines Meßstreifens, leicht vonstatten gehen kann.
an kann das Netz auch dauernd durch feine Linien mit roter Tinte anbringen
der es mittels einer Reißfeder ohne Farbstoff einritzen. Es stört dann beim
eobachten kaum, und man spart sich die Mühe, es jedesmal vor der Ablesung
eu zu zeichnen. Die Ablesung soll mindestens auf halbe Grade genau erfolgen;
der Beobachtungsliste ist Raum zu lassen für die Eintragung der Rektascension
nd Deklination für Anfangs- und Endpunkte der scheinbaren Bahnen.

Wenn man sich auf die Einzeichnung der Bahnen beschränkt, ohne zu-
rlässige Zählungen der Meteore liefern zu wollen, so ist das Beobachtungs-
rfahren viel zwangloser als bei den Zählungen. Man braucht sich weder an
stimmt begrenzte Beobachtungssitzungen zu halten, noch peinlich darauf
ht zu geben, daß nicht ein Meteor entgeht. Ein Zwang besteht nur insofern,
s man sich bemühen sollte, stets innerhalb eines Zeitabschnittes von höchstens
Tagen so viele Meteorbahnen zu beobachten, als zur Erkennung der tätigen
rahlungspunkte erforderlich sind, mindestens etwa 50 Fälle. Nicht selten
rd die Ungunst des Wetters die Erreichung dieses Zieles verhindern. Es
ibt dann nur die Hoffnung, daß ein anderer Beobachter die fehlenden Meteore
fgezeichnet hat, denn die gemeinsame Bearbeitung von Beobachtungen
rschiedener Herkunft ist hier gestattet. — Die großen Meteorströme, insbe-
ndere die Perseiden, bieten nicht mehr viel Neues; der Beobachter stelle
h daher die Aufgabe, vor allem die meteorarme Zeit und die klimatisch be-
chteiligten Monate zu erforschen. Dies ist sehr viel mehr wert, als die immer
ederholte Aufzeichnung von Perseidenbahnen.

3. Vereinigung von Zählungen und Einzeichnung der Bahnen.
eses Verfahren ist dringend zu empfehlen für alle Beobachter, die sich im
nzeichnen genügende Fertigkeit erworben haben, denn man kann wohl sagen,
3 damit bei gleichem Zeitaufwande das Doppelte geleistet wird, als wenn
n sich auf die Zählungen oder die Eintragung der Bahnen beschränkte.
lessen müssen alle Verrichtungen, die den Blick vom Himmel abziehen,
nn mit größter Beschleunigung besorgt werden, und man wird gut daran
, nur solche Bahnen einzuzeichnen, die sicher erfaßt worden sind. Die Er-
telung der Zeit, die durchschnittlich bei jedem Meteor für die Beobachtung
loren geht, wird hier zur Notwendigkeit; von Vorteil ist die Heranziehung
es Gehilfen für die Ablesung der Uhr und die Niederschrift, so daß der Be-
chter nur das Einzeichnen zu besorgen hat. Noch besser wäre es, wenn
ei Beobachter zugleich tätig sein könnten, so daß der Himmel während der
zung überhaupt niemals ohne Aufsicht bliebe. Jedoch bringt es eine solche
rdnung mit sich, daß man sich manche Gelegenheit zum Beobachten wird

entgehen lassen müssen. Es fragt sich aber, ob dieser Ausfall nicht durch die größere Zuverlässigkeit der Beobachtungen ausgeglichen wird, und wo die Möglichkeit dazu besteht, sollte unbedingt ein Versuch in der hier vorgeschlagenen Richtung gemacht werden.

Niemals versäume man es, die Einzelheiten der getroffenen Maßnahmen auf den Listen oder einem besonderen Erklärungsblatte genau anzugeben. Geschieht dies nicht, so können sämtliche Beobachtungen dadurch entwertet werden oder zu falschen Schlüssen führen.

4. Gleichzeitige Beobachtungen von verschiedenen Orten aus. Das Ziel ist die Bestimmung der Bahnen einzelner Sternschnuppen, also ihrer Radianten, Anfangs- und Endhöhen usw. Die Beobachtungen erfolgen zu vereinbarten Zeiten von zwei oder mehreren Orten aus, die in nicht zu geringem Abstand voneinander liegen. Die vorteilhafteste Entfernung dürfte etwa 50 bis 80 km sein. Bei geringerem Abstande werden die Parallaxen in vielen Fällen zu klein, bei größerem ist die Ausbeute zu gering. Die beobachteten Himmelsrichtungen liegen am besten rechtwinklig zur Verbindung der beiden Orte. Die Auffindung zusammengehöriger Beobachtungen wird durch genaue Zeitangaben sehr erleichtert. Auch wenn der Stand der Uhr nicht sicher bekannt ist, sollte die Ablesung doch stets auf Sekunden genau erfolgen, weil dann mittels besonders auffälliger Meteore oft die gegenseitige Beziehung der Uhren der beiden Beobachter gefunden werden kann. Ist kein Gehilfe zur Stelle, so verfährt man bei der Uhrablesung in der Weise, daß man im Augenblick der Beobachtung nach den Schlägen des für die Dauerschätzungen benutzten Uhrwerks Sekunden zu zählen beginnt und damit so lange fortfährt, bis man sich die Meteorbahn genau gemerkt hat. Alsdann liest man die Uhr ab und rechnet um die Anzahl der gezählten Sekunden zurück. Bei der Eintragung der Bahnen ist neben den Bahnrichtungen auch besonders den Endpunkten Sorgfalt zu schenken.

Hinsichtlich der Ausbeute an gleichzeitig beobachteten Meteoren gebe man sich keinen hohen Erwartungen hin und sei zufrieden, wenn jedes vierte oder fünfte Meteor auch in den Listen des andern Beobachters vorkommt.

5. Beobachtung von Feuerkugeln. Die Bezeichnung eines Meteors als Feuerkugel beginnt im allgemeinen bei der Helligkeit des Jupiter, ist aber ziemlich willkürlich. Ob zwischen Sternschnuppen und Feuerkugeln ein grundsätzlicher Unterschied besteht, ist hier ohne Belang; vielmehr kommt es hinsichtlich der Beobachtungen darauf an, ob die Helligkeit des Meteors hinreichend ist, die Aufmerksamkeit zufälliger Augenzeugen zu erregen und diese zu veranlassen, ihre Wahrnehmungen niederzuschreiben und in irgendeiner Weise der wissenschaftlichen Bearbeitung zugänglich zu machen. Letztere erfolgt in derselben Art wie bei der Beobachtung von Sternschnuppen aus verschiedenen Orten, indem die Höhen des Aufleuchtens und Erlöschens, der Strahlungspunkt, die Geschwindigkeit und wenn möglich die Elemente der Bahn im Sonnensystem für das einzelne Meteor bestimmt werden.

Das beste Beobachtungsverfahren ist auch hier die Eintragung der Bahn in eine Sternkarte oder, was auf dasselbe hinauskommt, die Bestimmung von Rektaszension und Deklination zweier Bahnpunkte. Immer, wenn es irgend

nöglich ist, sollte dieser Weg beschritten werden. Unter den Bahnpunkten kommt hier dem Endpunkte besondere Bedeutung zu, dessen möglichst genaue rechnerische Ermittelung meist die Grundlage für die weitere Untersuchung der Bahn bilden muß, der aber auch in der Regel durch auffällige Lichterscheinungen viel besser ausgeprägt ist und daher leichter festgehalten werden kann als bei den schwächeren Meteoren. Der Punkt des Aufleuchtens wird nur selten sicher aufgefaßt werden, denn in der Mehrzahl der Fälle erfolgt die Beobachtung zufällig, indem erst durch die Lichtentwicklung die Aufmerksamkeit des Beobachters auf das Meteor gelenkt wird. Man gebe daher stets den Bahnpunkt an, an welchem das Meteor zuerst sicher gesehen wurde, und kann ja immerhin seine Vermutungen über den Ort des Aufleuchtens in einer Bemerkung beifügen. Auch wenn der Endpunkt aus irgendwelchen Gründen nicht gesehen werden konnte, ist dies anzugeben.

Schwieriger gestaltet sich die Beobachtung, wenn Sterne nicht sichtbar sind, also am Tage oder in der hellen Dämmerung. Gelegentlich können Sonne und Mond Anhaltspunkte bieten, sonst aber ist man auf irdische Merkmale angewiesen. Das Azimut des Endpunkts kann nach solchen fast stets ziemlich sicher bestimmt werden. In Betracht kommen entfernte Berge, Ortschaften oder sonstige Geländepunkte, und die Mitteilung der Beobachtung an den Rechner geschieht am vorteilhaftesten in Gestalt einer Zeichnung oder Eintragung des Richtungsstrahls in die Landkarte oder den Stadtplan. Weniger einfach ist die Ermittelung der scheinbaren Höhe des Endpunkts, so daß zuverlässige Angaben dieser Art nicht häufig sind. Schätzungen sind wegen der dabei vorkommenden einseitigen Fehler zu vermeiden oder, wenn sie nicht umgangen werden können, doch ausdrücklich als solche zu kennzeichnen. Im allgemeinen wird auch die roheste Messung immer noch der bloßen Schätzung vorzuziehen sein. Als Meßwerkzeug kommt vor allem der Pendelquadrant in Betracht; er läßt sich aber im Notfall durch sehr einfache Hilfsmittel ersetzen. Wer öfter in die Lage kommt, auf Spaziergängen solche Messungen anstellen zu müssen, kann sich einen kleinen, mit einem Lot versehenen Gradbogen aus steifem Papier herstellen. Recht brauchbare Höhenwerte kann man aber auch in der Weise gewinnen, daß man etwa mit der Kante einer in der senkrechten Ebene gehaltenen Postkarte den Endpunkt anvisiert und dabei auf der Karte mittels eines ebenfalls leicht herzustellenden Lotes die Senkrechte bezeichnet. Man darf nicht meinen, daß solche Messungen zu ungenau sind. Selbst Fehler von 3° würden ihre Verwendbarkeit nicht ausschließen, denn da man meist eine größere Anzahl von Beobachtungen derselben Erscheinungen zur Verfügung hat, so ist zu erwarten, daß sich die Fehler gegenseitig aufheben. Übrigens können Höhen- und Horizontalwinkel, wenn sie etwa 20° nicht übersteigen, auch mit dem Metermaß bestimmt werden. Hält man einen Maßstab vor sich bei ausgestrecktem Arm senkrecht zur Blickrichtung, so erscheint, wenn der Abstand vom Auge zu 60 cm angenommen wird, 1 cm unter einem Winkel von 57′ oder rund 1°. Kleinere Winkel kann man damit unmittelbar messen; bei größeren läßt sich auf diese Weise die trigonometrische Tangente und daraus der Winkel selbst finden.

Neben der Angabe des Endpunktes muß die Beobachtung auf irgendeine Weise die Lage der vorher durchlaufenen scheinbaren Bahn bezeichnen. Da die Bewegung der Feuerkugeln am Himmel fast ausnahmslos im Bogen größten Kreises erfolgt, so ist die Angabe zweier nicht zu eng beieinander gelegener Punkte der Bahn völlig hinreichend. Am Tageshimmel indessen wird die Auffassung eines ersten Bahnpunkts in der Regel nicht gelingen, und es ist dann vorzuziehen, daß man die Neigung der Bahn gegen den Vertikal ihres Endpunkts ermittelt, d. h. den Winkel, den der Bahnbogen und der Bogen zwischen Endpunkt und Zenit miteinander bilden. Dabei ist stets mitzuteilen, ob die Bahn rechts oder links vom Vertikal des Endpunkts lag. Auch hier ist die Anfertigung einer einfachen Zeichnung unter dem frischen Eindruck der Beobachtung ratsam.

Absichtlich wurden die Ermittelungen hinsichtlich der scheinbaren Bahn vorangestellt, weil sie vor allem anderen für den Wert der Beobachtung den Ausschlag geben. Selbstverständich sind stets auch der Beobachtungsort und die Zeit der Erscheinung anzumerken, letztere so genau, als es unter den gegebenen Verhältnissen eben möglich ist. Bei der Ortsangabe kann dem Rechner manche Mühe erspart werden, wenn man die geographischen Koordinaten, auf 1′ genau, beifügt; insbesondere ist dies bei kleinen, auf den Landkarten schwer zu findenden Ortschaften zu empfehlen.

Sehr wichtig ist ferner die Angabe über die Dauer des Meteors, denn die durch sie zu findende Geschwindigkeit gibt uns Aufschluß über die Art des Kegelschnitts, den das Meteor im Sonnensystem durchlief. Daher ist diesem Teil der Beobachtung besondere Sorgfalt zu widmen. Schätzungen werden zwar meist frei von einseitigen Entstellungen sein, sind aber nur dann von Wert, wenn der Beobachter einige Übung im Sekundenzählen besitzt. Ist dies nicht der Fall, so kann der Sekundenzeiger der Taschenuhr beobachtet und unter gleichzeitiger Vergegenwärtigung der Erscheinung ihre Dauer bestimmt werden, solange der Eindruck noch frisch ist. Der Angabe der Dauer muß bei Feuerkugeln die Mitteilung beigefügt werden, auf welchen Teil der Bahn sie sich bezieht, sofern dies nicht ohne weiteres ersichtlich ist. Wenn ein erster Bahnpunkt nicht sicher beobachtet werden konnte, so suche man entweder die zu der mitgeteilten Dauer gehörige Bahnlänge im Bogenmaß zu ermitteln oder gebe wenigstens an, in welchem Azimut das Meteor sich beim Beginn der Beobachtung befand.

Es ist wohl kaum nötig, darauf hinzuweisen, daß auch Beobachtungen über das Aussehen des Meteors, Farbe und Lichterscheinungen, von Wert sind. Erwünscht wären sichere Angaben über die Aufeinanderfolge der verschiedenen Farben während des Zuges der Feuerkugel; meist herrscht in dieser Beziehung eine starke Verwirrung in den Berichten.

Große Meteorerscheinungen sind nicht selten von Donner begleitet, der wegen der beträchtlichen Entfernung der Schallquelle meist erst nach mehreren Minuten das Ohr des Beobachters trifft. Die Zeit, welche zwischen Licht und Schall verstreicht, ist genau nach der Uhr zu ermitteln; es empfiehlt sich also, nach der Wahrnehmung einer großen Feuerkugel stets wenigstens 5 Minuten lang auf etwaigen Donner zu achten.

Rückstände der Feuerkugel, die als Nebel- oder Rauchstreifen gelegentlich noch lange Zeit sichtbar bleiben, sind in ihrer Bewegung und Formveränderung durch Messung und Zeichnung genau zu verfolgen.

Zum Schluß sei eine gedrängte Übersicht der vorzunehmenden Ermittelungen gegeben:

1. Scheinbare Bahn.
   a) Endpunkt: Eintragung in die Sternkarte oder Festlegung der Richtung nach irdischen Merkmalen, der Höhe durch Messung mit einfachen Hilfsmitteln. Beziehung im Azimut und Höhe auf Sonne oder Mond.
   b) Bahnlage: Eintragung in die Sternkarte oder Zeichnung der scheinbaren Neigung gegen den Horizont oder den Vertikal des Endpunkts.
   c) Anfangspunkt und Bahnlänge: Bestimmung wie beim Endpunkt oder Messung der Bahnlänge.
2. Zeit und Ort der Beobachtung.
3. Dauer in Sekunden unter genauer Bezeichnung, auf welche Bahnlänge sich die Angabe bezieht.
4. Lichterscheinungen, Farbe, Schweif.
5. Donner: Zeit zwischen Licht und Schall ermitteln.

Als allgemeine Regel kann noch gelten, daß der Beobachter sich in seinem Bericht großer Ausführlichkeit befleißigen und vor allem stets angeben soll, wie er bei den einzelnen Ermittelungen verfahren ist. Nur dadurch wird die Ausschaltung einseitiger Fehler und die richtige Verteilung der Gewichte ermöglicht. Die vorstehenden Ausführungen werden auch hinreichen, um den Freund der Astronomie in die Lage zu versetzen, Beobachtungen, die er nicht selbst angestellt hat, der Verwertung zuzuführen. Als Sammelstellen für alle Mitteilungen dieser Art kommen vor allem in Betracht die Universitätssternwarte in Münster, Westfalen, und die vom Verfasser in Sonneberg (S.-M.) geschaffene Sternwarte

Die Berechnung der Meteorbahnen.

Die Aufgabe, die Bahn eines Meteors aus geeigneten Beobachtungen zu bestimmen, bietet an sich gar keine Schwierigkeiten dar und könnte von jedem, der einige Fertigkeit in trigonometrischen Rechnungen besitzt, leicht gelöst werden. Eine wesentliche Erschwerung bedeutet indessen der Umstand, daß die Beobachtungen vielfach mit erheblichen zufälligen oder systematischen Fehlern behaftet sind, deren Erkennung nicht immer leicht ist und ein großes Maß von Erfahrung voraussetzt. Die vorliegende Anleitung soll im wesentlichen dazu dienen, die Kenntnis der grundsätzlichen Verfahren zu vermitteln und beschränkt sich deshalb auf die Beschreibung der Rechenvorgänge, die auch für das Verständnis des ganzen Gebietes von Bedeutung sind.

1. Die Bestimmungsstücke einer Meteorbahn. Wir betrachten zunächst den Teil der Bahn, der in der Atmosphäre liegt und fast stets als geradlinig angesehen werden kann. Die Berechnung geht in der Regel von der Er-

mittlung des Endpunkts aus. Seine Lage gegen die Erdoberfläche ist bestimmt durch die geographischen Koordinaten λ_2, φ_2 seiner Projektion auf die Erdoberfläche und seine Höhe H_2 über dieser, die meist in Kilometern angegeben wird. Der nächste Schritt ist die Festlegung des scheinbaren Strahlungspunktes oder Radianten nach Rektaszension α und Deklination δ. Darauf berechnet man das Bahnazimut a als den Winkel, den die Bahnprojektion an ihrem Endpunkt mit der Südrichtung bildet, gezählt im Sinne der Azimute bis 360°, sowie die Neigung i der Bahn gegen den Horizont des Endpunkts. Sodann sind zu ermitteln die lineare Bahnlänge L und die Bestimmungsstücke λ_1, φ_1, H_1 desjenigen Punktes der Bahn, an dem das Meteor aufleuchtete oder zuerst beobachtet wurde, endlich noch die geocentrische und die heliocentrische Geschwindigkeit.

2. Bestimmung des Endpunkts aus 2 Beobachtungen. Die Berechnung einer Meteorbahn aus 2 Beobachtungen soll nur dann vorgenommen werden, wenn die Beobachtungen gut sind. Bei der planmäßigen Aufzeichnung von Sternschnuppen wird dies meist der Fall sein, bei zufälligen Wahrnehmungen einer Feuerkugel nur ausnahmsweise. Wir nehmen zunächst keine Rücksicht auf die Beobachtungsfehler. Die geographischen Koordinaten der Beobachtungsorte seien λ, φ und λ', φ'.

Die Zeit der Beobachtung wird in der Regel nach MEZ. angegeben sein. Man berechne zunächst für jeden der beiden Orte A und B die Sternzeit im Augenblick des Meteorfalls und den Stundenwinkel t des betreffenden Bahnpunktes und verwandle alsdann die gegebenen äquatorialen Koordinaten der beiderseits beobachteten Endpunkte in Azimut und Höhe (A und h) nach den bekannten Formeln

$$\sin h = \sin\delta \cdot \sin\varphi + \cos\delta \cdot \cos\varphi \cdot \cos t$$
$$\sin\delta = \sin h \cdot \sin\varphi - \cos h \cdot \cos\varphi \cdot \cos A,$$

bei deren Auflösung man sich mit Vorteil der Additions- und Subtraktionslogarithmen bedienen kann. Zur Prüfung diene die Gleichung

$$\cos\delta \cdot \sin t = \cos h \cdot \sin A.$$

Ferner benötigt man die gegenseitigen scheinbaren Koordinaten der beiden Beobachtungsorte, nämlich Azimut und Höhe von B aus A gesehen und von A aus B gesehen. Die Berechnung der gegenseitigen Azimute geschieht am besten durch Anwendung der *Napier*schen Formeln auf das zu dem Bogen AB gehörige Poldreieck:

$$\operatorname{tg}\frac{\alpha+\beta}{2} = \cos\frac{\varphi-\varphi'}{2} \cdot \cot\frac{\Delta\lambda}{2} \cdot \operatorname{cosec}\frac{\varphi+\varphi'}{2}$$
$$\operatorname{tg}\frac{\alpha-\beta}{2} = \sin\frac{\varphi-\varphi'}{2} \cdot \cot\frac{\Delta\lambda}{2} \cdot \sec\frac{\varphi+\varphi'}{2},$$

wobei $\varphi > \varphi'$, $\Delta\lambda$ der Unterschied von A und B in Länge und α der größere der beiden Winkel bei A und B ist. Die gesuchten Azimute ergeben sich leicht aus α und β durch Betrachten des Dreiecks (vgl. Abb. 1).

Ferner bedarf man der Entfernung AB oder strenggenommen der Erdsehne zwischen beiden Orten als Basis für die vorzunehmende Höhenbestimmung. Man berechnet den geocentrischen Bogen d zwischen den beiden Orten nach der Formel

$$\sin d = \cos\varphi \cdot \sin\Delta\lambda \cdot \operatorname{cosec}\beta = \cos\varphi' \cdot \sin\Delta\lambda \cdot \operatorname{cosec}\alpha$$

und findet die Entfernung AB in Kilometern durch Multiplikation der Anzahl der Bogenminuten von d mit 1,852. Da die Entfernung AB bei Sternschnuppenbeobachtungen meist nicht groß sein wird, so erübrigt sich in der Regel die Zurückführung des Bogens auf die Sehne. — Als scheinbare Höhe von A aus B und ebenso von B aus A gesehen kann angenommen werden

$$\mathfrak{h} = -\tfrac{1}{2}d.$$

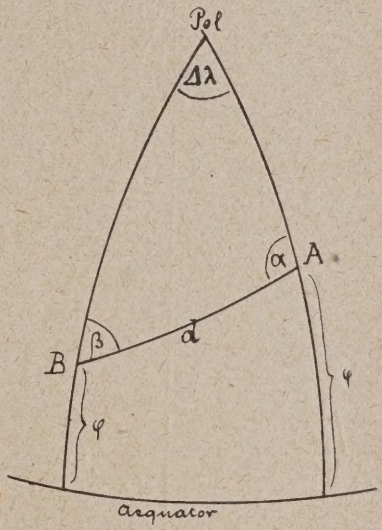


Fig. 1.

Es ist nunmehr der Punkt der Erdoberfläche zu bestimmen, der das Meteor beim Erlöschen im Zenit hatte, d. h. die Projektion des Endpunkts auf die Erdoberfläche. Zieht man auf der Landkarte von den Orten A und B aus die für den Endpunkt geltenden Azimutstrahlen, so werden sich diese offenbar in dem gesuchten Punkte schneiden. In dem Dreieck ABC (Fig. 2) seien wieder A und B die Beobachtungsorte, C die Projektion des Endpunkts, der von A und B in den Azimuten A und A' erscheint. Wir kennen bereits die gegenseitigen Azimute der Beobachtungsorte B aus $A = \mathfrak{A}$ und A aus $B = \mathfrak{A}'$. Daher ist in dem in der Figur dargestellten Fall $\omega = A - \mathfrak{A}$ und $\omega' = 360° + \mathfrak{A}' - A'$. Außerdem ist der geocentrische Bogen $AB = d$ bekannt. Zur Auflösung des Dreiecks ist zunächst der Winkel γ zu berechnen nach der Formel

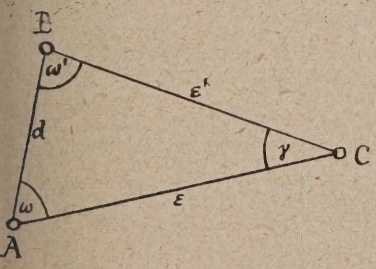


Fig. 2.

$$\cos\gamma = -\cos\omega \cdot \cos\omega' + \sin\omega \cdot \sin\omega' \cdot \cos d.$$

Sodann berechnet man die Abstände ε und ε' der Projektion des Endpunkts von den Beobachtungsorten:

$$\sin\varepsilon = \sin d \cdot \sin\omega' \cdot \operatorname{cosec}\gamma$$
$$\sin\varepsilon' = \sin d \cdot \sin\omega \cdot \operatorname{cosec}\gamma$$

und die geographischen Koordinaten $\lambda_2\, \varphi_2$ des Punktes C aus den zu AC und BC gehörenden Poldreiecken (Fig. 3) nach den Formeln

$$\sin\varphi_2 = \sin\varphi \cdot \cos\varepsilon + \cos\varphi \cdot \sin\varepsilon \cdot \cos\vartheta$$
$$= \sin\varphi' \cdot \cos\varepsilon' + \cos\varphi' \cdot \sin\varepsilon' \cdot \cos\vartheta'$$

$$\sin\Delta\lambda_2 = \sin\vartheta \cdot \sin\varepsilon \cdot \sec\varphi_2; \quad \sin\Delta\lambda'_2 = \sin\vartheta' \cdot \sin\varepsilon' \cdot \sec\varphi_2$$
$$\lambda_2 = \lambda \pm \Delta\lambda_2 = \lambda' \pm \Delta\lambda'_2,$$

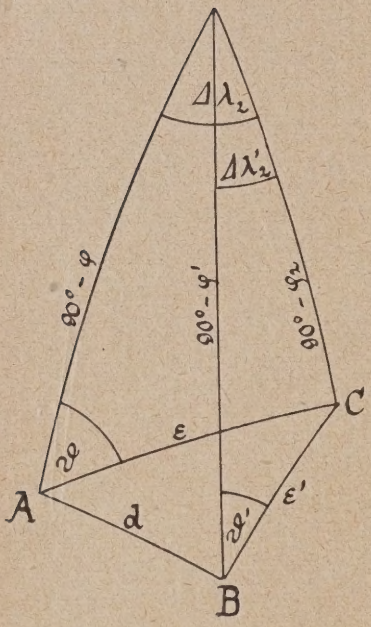


Fig. 3.

wo die Winkel ϑ und ϑ' leicht aus den beobachteten Azimuten zu finden, $\Delta\lambda_2$ und $\Delta\lambda'_2$ die Längenunterschiede des Punktes C gegen A und B sind. Es genügt selbstverständlich, λ_2 und φ_2 unter Benutzung des einen Ortes zu berechnen. Die Auflösung des Dreiecks ABC kann in den weitaus meisten Fällen auch nach den Formeln der ebenen Trigonometrie erfolgen, wobei hinsichtlich der Seiten die Vertauschung von Bogen und Sehne fast immer erlaubt ist.

Bei nur 2 Beobachtungen wird man die Koordinaten des Endpunkts auf volle Bogenminuten genau angeben, und wenn die Orte günstig liegen, insbesondere wenn sich die Azimutstrahlen nicht unter einem zu spitzen Winkel schneiden, so kann die Aufgabe auch zeichnerisch gelöst werden, indem man die Beobachtungsorte A und B in ein Kartennetz einträgt, die entsprechenden Azimutstrahlen zieht und ihren Schnittpunkt aus der Karte abnimmt. Dieses Verfahren ist für die Praxis meist hinreichend genau und macht auch die Ermittelung der gegenseitigen Azimute und Höhen der Beobachtungsorte überflüssig.

Bezeichnet h die beobachtete scheinbare Höhe des Endpunkts der Meteorbahn, D den Abstand der Projektion des Endpunkts vom Beobachtungsort in Kilometern, der auch aus der Karte ermittelt werden kann und oben, im Bogenmaß, ε genannt wurde, so ist die wahre Höhe des Erlöschens in Kilometern

$$H_2 = D \cdot \sin\left(h + \frac{\varepsilon}{2}\right) \cdot \sec(h+\varepsilon).$$

Sind die benutzten Beobachtungen genau gewesen, so muß die Formel für die beiden Beobachtungsorte gleiche Höhen ergeben. Wegen der unvermeidlichen Beobachtungsfehler wird dies aber nur selten der Fall sein. Ist der Unterschied nicht groß, etwa < 5 km, so kann man das Mittel der beiden Bestimmungen nehmen und die Berechnung des Erlöschungspunktes als beendet ansehen. Das Verfahren ist in dieser Beschränkung zulässig mit Rücksicht auf die ohnehin nicht große Genauigkeit solcher Bestimmungen. Streng richtig ist es jedoch nicht, und seine Anwendung ist auch nicht zu empfehlen, weil eine sachgemäße

Ausgleichung der Beobachtungsfehler für die Lage und Höhe des Endpunkts bessere Ergebnisse zu erlangen gestattet.

Die im vorstehenden begangene Willkürlichkeit besteht darin, daß die Beobachtungsfehler ausschließlich den Höhen zugeschoben werden, die Azimute jedoch unverändert bleiben. Durch Anwendung der Methode der kleinsten Quadrate auf die Beobachtungen wird dieser Übelstand umgangen. Unter Beibehaltung der bisher benutzten Bezeichnungen wären statt der beobachteten Werte ω und ω', h und h' die berichtigten Größen $\omega + \Delta\omega$, $\omega' + \Delta\omega'$, $h + \Delta h$, $h' + \Delta h'$ in die Rechnung einzuführen, wo die Verbesserungen so zu bemessen sind, daß

$$(\Delta\omega \cdot \cos h)^2 + (\Delta\omega' \cos h')^2 + (\Delta h)^2 + (\Delta h')^2 = \text{Minimum}$$

wird. — Sind die Beobachtungen fehlerfrei, so muß die Gleichung

$$\sin\omega \cdot \operatorname{tg} h' - \sin\omega' \cdot \operatorname{tg} h = 0$$

erfüllt sein. In Wirklichkeit aber wird man in der Regel statt Null einen nicht allzu großen positiven oder negativen Wert W, den Widerspruch, erhalten. Für die Anwendung auf die gekrümmte Erdoberfläche wird die Gleichung mit ausreichender Genauigkeit umgewandelt, indem man für h und h' die entsprechenden Größen $h + \frac{\varepsilon}{2}$ und $h' + \frac{\varepsilon'}{2}$ setzt. Bezeichnet ψ den Umrechnungsfaktor von Bogenmaß für Radius 1 auf Gradmaß, so ist zunächst zu rechnen:

$$W = \psi\left[\sin\omega \cdot \operatorname{tg}\left(h' + \frac{\varepsilon'}{2}\right) - \sin\omega' \cdot \operatorname{tg}\left(h + \frac{\varepsilon}{2}\right)\right],$$

wo $\psi = 57.3$ zu nehmen ist, wenn man W in Graden, oder $= 3438$, wenn man W in Bogenminuten erhalten will.

Ferner rechne man:

$$a = \cos\omega \cdot \operatorname{tg}\left(h' + \frac{\varepsilon'}{2}\right); \quad b = \sin\omega' \cdot \sec^2 h'$$

$$a' = \cos\omega' \cdot \operatorname{tg}\left(h + \frac{\varepsilon}{2}\right); \quad b' = \sin\omega \cdot \sec^2 h'$$

ls Koeffizienten der unbekannten Verbesserungen von ω, ω', h und h'. Setzen vir nunmehr

$$a^2 + a'^2 + b^2 + b'^2 = S$$

$$\frac{W}{S} = M,$$

o ergeben sich die Werte der Unbekannten aus folgenden Ausdrücken:

$$\Delta\omega = -a \cdot M \qquad \Delta h = +b \cdot M$$
$$\Delta\omega' = +a' \cdot M \qquad \Delta h' = -b' \cdot M.$$

Die gefundenen Verbesserungen müssen nachstehender Gleichung genügen:

$$a \cdot \Delta\omega - a' \cdot \Delta\omega' - b \cdot \Delta h + b' \cdot \Delta h' + W = 0.$$

Mit $\omega + \Delta\omega$, $\omega' + \Delta\omega'$, $h + \Delta h$ und $h' + \Delta h'$ verfährt man nun entsprechend der eingangs gegebenen Anleitung, um λ_2, φ_2 und H_2 zu finden. Die aus den beiden Beobachtungen folgenden Werte der Endhöhe müssen bei richtiger Rechnung übereinstimmen.

Strengen Anforderungen genügt jedoch auch die Anwendung der Methode der kleinsten Quadrate nur in wenigen Fällen, denn sie verlangt, daß die Beobachtungen nur mit zufälligen, weder nach Richtung noch Größe systematisch beeinflußten Fehlern behaftet sind. Diese Voraussetzung wird gelegentlich bei Feuerkugeln erfüllt sein, wo der Endpunkt als solcher sich dem Auge besonders deutlich einprägt, nicht aber bei Sternschnuppen. Hier wird die Unsicherheit der Bahnpunkte in der Richtung der Bewegung in der Regel viel größer sein als senkrecht dazu. Es soll deshalb ein zeichnerisches Ausgleichungsverfahren angegeben werden, dessen sich der Verfasser bei der Berechnung von Sternschnuppenbahnen meist bedient und das im allgemeinen weit bessere Ergebnisse liefert als die umständlichere Rechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate.

Es gibt eine von *Bessel* angegebene Regel zur Aufsuchung zusammengehöriger Punktpaare in den von 2 Orten beobachteten scheinbaren Bahnen. Die von den Orten A und B beobachteten Bahnpunkte P_1 und P_2, die nach α und δ gegeben sind, mögen sich auf dieselbe Stelle der Meteorbahn beziehen. Verwandelt man nun Azimut und Höhe von A aus B gesehen und von B aus A gesehen in äquatoriale Koordinaten und bezeichnet die damit erlangten Punkte an der Sphäre mit O_1 und O_2, so müssen O_1, P_1, P_2 und O_2 in einem Großkreise liegen. Da O_2 der Gegenpunkt von O_1 ist, so genügt es, einen der beiden Punkte zu benutzen. Man kann sich dann bei den folgenden Ermittelungen eines großen Netzes in gnomonischer Projektion bedienen und wird sich bei der Wahl von O_1 oder O_2 dadurch bestimmen lassen, welcher der beiden Punkte mit den beobachteten Bahnpunkten zugleich innerhalb des Netzes dargestellt werden kann.

Als P_1 und P_2 nimmt man nunmehr die beobachteten Endpunkte der scheinbaren Bahnen. Trägt man sie zusammen mit O_1 oder O_2 in das Netz ein, so müßten diese drei Punkte, wenn die Beobachtungen fehlerfrei wären, auf einer Geraden liegen. Meist wird dies aber nicht der Fall sein. Ist der Widerspruch groß, so ist es besser, man sieht von der Verwertung der Beobachtungen überhaupt ab. Das *Bessel*sche Verfahren ist daher immer von Nutzen, weil es ein Urteil erlaubt, ob die Beobachtungen überhaupt zusammengehören und ob sich ihre Bearbeitung lohnt. — Es bleibt nun, bei geringem Widerspruch, dem Geschick des Berechners überlassen, verbesserte Endpunkte so zu wählen, daß die erwähnte Bedingung erfüllt ist. Eine allgemeingültige Regel läßt sich dafür nicht geben. Meist wird es ratsam sein, die Richtungen der Bahnen unverändert zu lassen und zu versuchen, ob man das Ziel nicht durch Verlängerung und Verkürzung der Bahnen erreichen kann. Man muß aber auch auf die Begleitumstände Rücksicht nehmen. Bei kurzen Meteoren wird eine Verschiebung senkrecht zur Bahnrichtung noch am ehesten zulässig sein. Geringe seitliche Verschiebungen von 1 oder 2 Grad sind übrigens immer erlaubt, wenn dadurch

der Betrag der Fehler wesentlich vermindert werden kann. Selbstverständlich ist auch auf die Sicherheit der einzelnen Beobachtung Rücksicht zu nehmen, was sehr erleichtert wird, wenn der Beobachter den Wert seiner Aufzeichnung sofort nach der früher gegebenen Anweisung abgeschätzt hat. — Die mit den verbesserten Endpunkten berechneten Höhen müssen nahe übereinstimmen. Geringe Abweichungen bringt die Ungenauigkeit des zeichnerischen Verfahrens mit sich, doch sind diese belanglos.

Die Anwendung der beschriebenen Methode setzt, wie zu erkennen ist, einige Erfahrung voraus, wenn sie wirklich Gutes leisten soll. Die in ihr enthaltenen Willkürlichkeiten sind ungefährlich, weil ihr Spielraum nicht die ohnehin bestehende Unsicherheit der Beobachtungen überschreitet.

3. Ausgleichung einer größeren Anzahl von Beobachtungen des Endpunkts einer Meteorbahn.

Beobachtet seien an n Orten mit den Koordinaten λ_i, φ_i n Azimute A_i des Endpunkts, denen auf Grund der Beobachtungsberichte und der Erfahrung des Berechners die Gewichte p_i beigelegt werden. ($i = 1, 2, 3, 4 \ldots n$ bedeutet im folgenden stets die Ordnungszahl der Beobachtung innerhalb der Reihe.) Trägt man die Orte mit den zugehörigen Richtungsstrahlen in ein Kartennetz ein, so wird man sofort einen Näherungswert für die Lage des Endpunkts erhalten, denn die Richtungsstrahlen werden nach einem mehr oder minder großen, den Endpunkt umschließenden Felde hin zusammenlaufen. Stark abweichende Azimute verfallen der Ausschließung. Die Koordinaten des genäherten Endpunkts E_0 seien λ_0, φ_0. Mit ihrer Hilfe berechnet man nunmehr vorläufige Azimute A_{ie} des genäherten Endpunkts von den Beobachtungsorten aus und umgekehrt Azimute A_{ei} der Beobachtungsorte vom Endpunkte aus, ferner für jeden Beobachtungsort seinen sphärischen Abstand ε_{0i} von $\lambda_0 \varphi_0$. Hierauf bildet man die Unterschiede „berechnetes *minus* beobachtetes Azimut“ $A_{ie} - A_i = \omega_i$. Die zu ermittelnden Verbesserungen von λ_0, φ_0 seien $\Delta\lambda_0$ und $\Delta\varphi_0$. Für jede Beobachtung wird nunmehr eine Bedingungsgleichung gebildet von der Form

$$o_i + a_i x + b_i y = 0,$$

wobei $x = \Delta\lambda_0 \cdot \cos\varphi_0$, $y = \Delta\varphi_0$ und die Absolutglieder o_i durch die Beobachtungen in unten ersichtlicher Weise bestimmt sind. Diese Gleichung verlangt offenbar, der vorläufige Endpunkt λ_0, φ_0 möge so verschoben werden, daß er in den beobachteten Richtungsstrahl fällt, daß mithin der Widerspruch gleich Null wird. Da dies wegen der Beobachtungsfehler nicht möglich ist, wird auch die Bedingungsgleichung nicht erfüllt werden können, und bei Einsetzung der schließlich errechneten x und y wird sich nicht 0, sondern der Fehler der Beobachtung, v_i, ergeben, so daß an Stelle der Bedingungsgleichung die Fehlergleichung tritt:

$$v_i = o_i + a_i x + b_i y.$$

Hierbei ist

$$\begin{aligned} o_i &= \omega_i \cdot \cos h_{ie} \\ a_i &= \cos h_{ie} \cdot \operatorname{cosec} \varepsilon_{0i} \cdot \cos A_{ei} \\ b_i &= -\cos h_{ie} \cdot \operatorname{cosec} \varepsilon_{0i} \cdot \sin A_{ei}. \end{aligned}$$

h_{ie} ist die für den Ort i geltende scheinbare Höhe des Endpunkts. Es empfiehlt sich jedoch, nicht die oft stark fehlerhaften beobachteten Höhen zu benutzen, sondern für die lineare Höhe des Endpunkts aus den verläßlichsten Beobachtungen einen vorläufigen Näherungswert H_0 zu berechnen. Ist D_{ie} die in Kilometern ausgedrückte Entfernung des Ortes i von λ_0, φ_0, so wird genähert $H_{0i} = D_{ie} \cdot \operatorname{tg}\left(h_i + \frac{\varepsilon_i}{2}\right)$, wobei h_i die beobachtete Höhe ist, und umgekehrt $\operatorname{tg}\left(h_{ie} + \frac{\varepsilon_{0i}}{2}\right) = \frac{H_{0i}}{D_{ie}}$, woraus h_{ie} leicht zu berechnen ist.

Hat man unter sorgfältiger Beachtung der Vorzeichen die Fehlergleichungen für alle Orte gebildet, so berechne man nacheinander für jede Gleichung die Produkte

$$pao,\ pbo,\ pa^2,\ pb^2,\ pab.$$

Das Beobachtungsgewicht p wird also erst hier in die Rechnung einbezogen und erscheint nicht in den Fehlergleichungen. — Hierauf schreite man zur Aufstellung der Normalgleichungen

$$[pa^2]x + [pab]y = -[pao]$$
$$[pab]x + [pb^2]y = -[pbo],$$

woraus x und y leicht ermittelt werden können. Alsdann ist

$$\Delta\lambda_0 = x \cdot \sec\varphi_0, \quad \Delta\varphi_0 = y$$

und

$$\lambda = \lambda_0 + \Delta\lambda_0, \quad \varphi = \varphi_0 + \Delta\varphi_0.$$

Durch Einsetzen der Werte von x und y in die Fehlergleichungen erhält man die Fehler v_i und daraus die Azimutverbesserungen

$$\Delta A_i = v_i \cdot \sec h_{ie}.$$

Es ist jedoch genauer, besonders bei großen v_i, die ΔA_i unter Benutzung der verbesserten Endpunktskoordinaten unmittelbar aus dem Poldreieck zu berechnen.

Bildet man die Summe der mit den Gewichten p multiplizierten Fehlerquadrate $\Sigma p v_i^2$ und nennt n die Zahl der Beobachtungen, so ist

$$m = \pm\sqrt{\frac{\Sigma p v_i^2}{n-2}}$$

der mittlere Fehler einer Beobachtung vom Gewicht 1. Die Gewichte von x und y findet man nach den Formeln

$$P_x = ([pa^2] \cdot [pb^2] - [pab]^2)/[pb^2]$$
$$P_y = ([pa^2] \cdot [pb^2] - [pab]^2)/[pa^2].$$

Die mittleren Fehler der Unbekannten x und y sind sodann

$$\mu_x = \pm\frac{m}{\sqrt{P_x}}, \quad \mu_y = \pm\frac{m}{\sqrt{P_y}},$$

die mittleren Fehler der Endpunktskoordinaten λ und φ

$$\mu_\lambda = \mu_x \cdot \sec\varphi_0, \quad \mu_\varphi = \mu_y.$$

Zur Berechnung der linearen Höhe bei bekannter Lage des Endpunkts reicht zwar eine einzige scheinbare Höhe aus; doch ist auch hierbei wegen der unvermeidlichen Fehler die Benutzung einer größeren Anzahl von Beobachtungen angezeigt. Es sollten jedoch nur gute Beobachtungen einbezogen und geschätzte Höhen sehr vorsichtig behandelt werden, weil sie fast stets viel zu groß sind. Ist ihre Verwendung nicht zu umgehen, so kann man nach den Erfahrungen v. *Niessls* den Fehler dadurch zu beseitigen suchen, daß man sie auf $^2/_3$ ihres ursprünglichen Betrages vermindert. Dies ist aber immer ein unsicheres Unternehmen. Mit den bereits benutzten Bezeichnungen wird nunmehr

$$H_i = D_{ie} \cdot \sin\left(h_i + \frac{\varepsilon_i}{2}\right) \cdot \sec(h_i + \varepsilon_i).$$

Dabei sind für D und ε die aus der endgültigen Lage des Endpunkts sich ergebenden Werte zu benutzen. Behufs Umgehens der Neuberechnung kann man die Verbesserungen der ε berechnen wie folgt:

$$\Delta\varepsilon_i = \Delta\lambda_0 \cdot \cos\varphi_0 \cdot \sin A_{ei} + \Delta\varphi_0 \cdot \cos A_{ei}.$$

Das Gewicht P einer einzelnen Höhenbestimmung ist offenbar um so geringer, je weiter der Beobachtungsort vom Endpunkt entfernt liegt; und zwar gilt das Verhältnis

$$P_1 : P_2 : P_3 \ldots P_n = \frac{\cos^4 h_1}{D_1^2} : \frac{\cos^4 h_2}{D_2^2} : \frac{\cos^4 h_3}{D_3^2} \ldots : \frac{\cos^4 h_n}{D_n^2}.$$

Es empfiehlt sich auch hier, statt der beobachteten Höhen die aus dem angenommenen Werte H_0 berechneten zu benutzen, weil sie von den zufälligen Fehlern frei sind und, wenn H_0 nicht allzu stark von der Wahrheit abweicht, das Verhältnis richtig zum Ausdruck bringen.

Hiernach berechnen sich für die verschiedenen Beobachtungen Gewichtsverhältniszahlen, wobei man für eine beliebige Entfernung vom Endpunkte das Gewicht willkürlich $= 1$ setzen kann. Die so gefundenen Zahlen sind aber noch mit dem von der Genauigkeit der Beobachtung abhängigen, vom Berechner aus seiner Erfahrung und auf Grund des Beobachtungsberichts sowie der Art der Festlegung des Endpunkts abgeschätzten Gewichtsfaktor zu multiplizieren. Die endgültige Höhe H wird dann aus den Einzelwerten unter Berücksichtigung der Gewichte ermittelt.

Zur Berechnung der verbesserten scheinbaren Höhen h setzt man

$$\frac{D_i}{H} = k \quad \text{und} \quad h + \frac{\varepsilon}{2} = x.$$

Dann ist

$$\operatorname{tg} x = \frac{\cos\frac{\varepsilon}{2}}{k + \sin\frac{\varepsilon}{2}} \quad \text{und} \quad h = x - \frac{\varepsilon}{2}.$$

Zwecks Bestimmung des mittleren Fehlers der Endhöhe bildet man wieder pv^2, wobei unter v die Abweichungen der Einzelwerte von H vom schließlich

gefundenen endgültigen Wert ohne Rücksicht auf die Vorzeichen zu verstehen sind. Alsdann ist

$$m = \pm\sqrt{\frac{\Sigma p v^2}{n-1}}$$

der mittlere Fehler der Gewichtseinheit,

$$\mu = \pm\frac{m}{\sqrt{n}}$$

der mittlere Fehler der Endhöhe, wenn n die Zahl der Einzelwerte bezeichnet.

4. Bestimmung des scheinbaren Radianten aus zwei Beobachtungen.

Man findet den Radianten als den Schnittpunkt der rückwärtigen Verlängerungen der beiden beobachteten Bahnbogen und kann sich daher auch für diesen Zweck eines Netzes in gnomonischer Projektion bedienen, das den Radianten ohne jede Rechnung und meist mit hinreichender Genauigkeit aufzusuchen gestattet, sofern sich die Verlängerungen nicht unter einem allzu spitzen Winkel schneiden. Das Ergebnis wird im allgemeinen auf ganze Grade abzurunden sein. Sind die Mitten der Bahnen weiter als 90° vom Radianten entfernt, so muß die Verlängerung nach vorwärts geschehen und führt daher zunächst zur Kenntnis des Gegenpunktes des Radianten.

Zur rechnerischen Bestimmung des Radianten bedarf es der Ermittlung von Knoten und Neigung der durch die beobachteten Bahnen gelegten Großkreise in bezug auf den Äquator. Ist die beobachtete Bahn durch $a_1\delta_1$, $a_2\delta_2$ bezeichnet und bedeutet a_k die Rektascension des gesuchten Knotens, d. h. des Schnittpunkts der verlängerten Bahn mit dem Äquator, und J die Neigung, d. h. den Winkel, den der Großkreis der Bahn mit dem Äquator bildet, so rechne man

$$\operatorname{tg}(a_1 - a_k) = \frac{s \cdot \sin(a_2 - a_1)}{1 - s \cdot \cos(a_2 - a_1)}; \quad s = \frac{\operatorname{tg}\delta_1}{\operatorname{tg}\delta_2}.$$

$$\operatorname{tg} J = \operatorname{tg}\delta_1 \cdot \operatorname{cosec}(a_1 - a_k) = \operatorname{tg}\delta_2 \cdot \operatorname{cosec}(a_2 - a_k).$$

Dabei ist a_k so zu nehmen, daß beide Gleichungen für J erfüllt sind. Für die Berechnung des Radianten ist stets der aufsteigende Knoten zu benutzen. Als solcher gilt hier derjenige, bei dem im Sinne der wachsenden Rektascension die Deklination des Großkreises der Bahn positiv wird, ohne Rücksicht auf die Bewegungsrichtung des Meteors. Die Neigung ist stets positiv und nie größer als 90° zu nehmen. Knoten und Neigung werden für beide Bahnen ermittelt und seien mit a_k und a'_k, J und J' bezeichnet. Nunmehr bestimme man γ, d und d' aus folgenden Formeln:

$$\cos\gamma = \cos J \cdot \cos J' + \sin J \cdot \sin J' \cdot \cos(a_k - a_k')$$

$$\sin d = \sin\Delta a_k \cdot \sin J' \cdot \operatorname{cosec}\gamma$$

$$\cos d = \frac{\cos J \cdot \cos\gamma - \cos J'}{\sin J \cdot \sin\gamma}.$$

Die Formeln für d' ergeben sich, wenn man in den beiden letzten J und J' vertauscht; γ ist der Winkel, unter dem sich die Verlängerungen der Bahnen schneiden und liegt im 1. oder 2. Quadranten, Δa_k ist der Rektascensionsunterschied der Äquatorknoten und kann stets positiv und $< 180°$ genommen werden; d und d' sind die sphärischen Abstände des Radianten von den Äquatorknoten. Deklination und Rektascension des Radianten ergeben sich aus den Formeln

$$\sin\delta = \sin d \cdot \sin J = \sin d' \cdot \sin J'$$

$$\operatorname{tg}(a_k - \alpha) = \operatorname{tg} d \cdot \cos J$$
$$\operatorname{tg}(a'_k - \alpha) = \operatorname{tg} d' \cdot \cos J'$$

oder

$$\cos(a_k - \alpha) = \cos d \cdot \sec\delta$$
$$\cos(a_k' - \alpha) = \cos d' \cdot \sec\delta .$$

Es hat sich bei Sternschnuppen im allgemeinen als ratsam erwiesen, die beobachteten Bahnbogen für die Radiantenbestimmung unverändert beizubehalten, auch wenn die Endpunkte bei der Ausgleichung eine Verschiebung senkrecht zur Bahnrichtung erfahren haben. In letzterem Falle kann man die Annahme machen, daß nicht nur der Endpunkt, sondern die ganze Bahn einer seitlichen Verschiebung bedürfe, was der Wahrheit meist näher kommen wird, als wenn man den Anfangspunkt unverändert beibehalten und die Richtung entsprechend ändern wollte. Eine Ausnahme kann in besonderen Fällen immerhin eintreten; man sei sich aber bewußt, daß gerade die Radiantenbestimmungen durch solche Willkürlichkeiten stark beeinflußt werden können.

Endlich sind noch Azimut und Höhe des Radianten zur Zeit der Beobachtung für den Ort $\lambda_2 \varphi_2$, der das Meteor beim Erlöschen im Zenit hatte, zu bestimmen. Die erhaltenen Werte a und i stellen das Bahnazimut, d. h. die Richtung der Bahnprojektion auf der Erdoberfläche, und die Neigung gegen den Horizont des Endpunkts dar.

5. Bestimmung des Radianten aus zahlreichen Beobachtungen.

Das im folgenden beschriebene, hauptsächlich bei vielbeobachteten Feuerkugeln zur Anwendung gelangende Ausgleichungsverfahren entspricht nahe dem auf den Endpunkt angewandten. Auch hier werden sich die Verlängerungen der scheinbaren Bahnen nicht in einem Punkte schneiden, sondern ein mehr oder minder großes Schnittfeld bilden, in dessen Mitte ein Näherungsort R_0 für den Radianten, bestimmt durch seine Koordinaten α_0 und δ_0, auf zeichnerischem Wege gefunden werden kann.

Ehe das Rechnungsverfahren beschrieben wird, müssen einige Bemerkungen über vorbereitende Maßnahmen Platz finden. Abweichend von den Sternschnuppenbeobachtungen werden bei Feuerkugeln die Bahnpunkte meist genauer aufgefaßt als die Richtung des Bahnbogens. Daher ist statt des beobachteten überall der verbesserte Endpunkt einzuführen. Man rechne für die Orte, von denen geeignete Beobachtungen vorliegen, Azimut und Höhe des ausgeglichenen Endpunkts, soweit dies nicht schon früher geschehen ist, verwandle diese Koordinaten in Rektascension und Deklination und verbinde sie

mit den beobachteten ersten Bahnpunkten zu den bei der Radiantenableitung zu benutzenden Bahnbogen. Nicht immer jedoch wird der erste Bahnpunkt unmittelbar gegeben sein. Ist z. B. statt dessen die Neigung gegen den Horizont oder den Vertikal des Endpunkts geschätzt worden, so schließe man daraus nach elementaren Formeln der sphärischen Trigonometrie auf die Neigung gegen den Stundenkreis und weiter auf die Rektascension und Deklination irgendeines beliebigen Punktes des Bahnbogens, etwa eines der beiden Äquatorknoten. Lag die Bahn senkrecht zum Horizont des Beobachtungsortes, so kann das Zenit als erster Bahnpunkt eingeführt werden. Es ist unmöglich, alle Fälle hier anzudeuten; dem Rechner muß überlassen bleiben, den rechten Weg zu finden. Ob der erste Bahnpunkt mit dem Ort des Aufleuchtens zusammenfällt oder nicht, ist gleichgültig; denn es kommt hier nur darauf an, daß der Großkreis, in dem sich das Meteor bewegt hat, durch 2 Punkte bestimmt ist.

Nunmehr sind nach bereits gegebenen Formeln für jede Beobachtung die Rektascension des aufsteigenden Äquatorknotens a_k und die Neigung J zu berechnen oder auch — mit hinreichender Sicherheit — aus einem großen Netz in gnomonischer Projektion zeichnerisch zu bestimmen, darauf weiter:

$$\sin \Delta_i = \cos J_i \cdot \sin \delta_0 - \sin J_i \cdot \cos \delta_0 \cdot \sin (a_0 - a_{ki}),$$

wobei Δ der kleinste sphärische Abstand des Bahnbogens vom vorläufigen Radianten $R_0 (a_0 \delta_0)$ ist und der Index i wieder für die Ordnungszahl der betreffenden Beobachtung steht. Der Bogen Δ ist positiv zu nehmen, wenn R_0 im nördlichen, negativ, wenn R_0 im südlichen Polraum des durch die Bahn bestimmten Großkreises liegt.

Alsdann rechne man für jede Beobachtung:

$$-\sin J_i \cos (a_0 - a_k) \cdot \sqrt{g} = a$$

$$\cos J_i \sec \delta_0 \cdot \sqrt{g} = b$$

$$\sin \Delta_i \cdot \sqrt{g} \quad \text{oder} \quad \Delta_i \sqrt{g} = o$$

und stelle die Bedingungsgleichungen auf:

$$ax + by + o = 0,$$

wobei

$$x = \Delta a_0 \cdot \cos \delta_0$$

$$y = \Delta \delta_0.$$

$\sqrt{g}$ ist ein Gewichtsfaktor, welcher bewirkt, daß die längeren und die nahe beim Radianten befindlichen Bahnen mit entsprechendem höherem Gewicht berücksichtigt werden; er ist zu bestimmen aus

$$\frac{\sin l}{\sin l'} = \sqrt{g},$$

wenn l die sphärische Länge der beobachteten scheinbaren Bahn, also den Abstand der beiden Bahnpunkte voneinander, l' den Abstand des scheinbaren (verbesserten) Endpunkts von R_0 bedeutet. Ist nicht ein erster Bahnpunkt

sondern die Neigung beobachtet, so setze man $\sin l = 1$. Das von der Genauigkeit der einzelnen Beobachtung abhängige, geschätzte Gewicht p ist außerdem in Rechnung zu ziehen.

Die Bildung der Normalgleichungen und ihre weitere Behandlung erfolgt in genau derselben Weise, wie bei der Endpunktsausgleichung beschrieben ist. Es ist zu beachten, daß man x und y stets in der Einheit der Absolutglieder Δ_i findet. Ist demnach Δ_i in Graden und Bruchteilen davon gegeben, so erhält man auch die Unbekannten in diesem Maße.

Die an $R_0 (\alpha_0 \delta_0)$ anzubringenden Verbesserungen und der Ort des endgültigen Radianten ergeben sich leicht auf folgende Weise:

$$\Delta \alpha_0 = x \cdot \sec \delta_0 \qquad \Delta \delta_0 = y$$
$$\alpha = \alpha_0 + \Delta \alpha_0 \qquad \delta = \delta_0 + \Delta \delta_0 .$$

Durch Einsetzung der berechneten Werte von x und y in die Fehlergleichungen erhält man aus jeder Gleichung einen Wert für v_i. Diese Verbesserungen stellen nun aber nicht die bisher mit Δ_i bezeichneten Größen dar, sondern, da vordem mit $\sqrt{g} = \frac{\sin l}{\sin l'}$ multipliziert wurde, die Verschiebungen im Bogen größten Kreises, die an die beobachteten ersten Bahnpunkte anzubringen sind, um die scheinbaren Bahnen mit dem verbesserten Radianten in Übereinstimmung zu bringen. Da für die Beobachtungen, bei denen die Neigungen am Endpunkt an Stelle erster Bahnpunkte gegeben waren, $\sin l = 1$, also $l = 90°$ gesetzt worden ist, so stellt v nunmehr auch unmittelbar die an die betreffende Neigungsschätzung anzubringende Verbesserung dar.

Die mittleren Fehler der Unbekannten findet man nach den bei der Endpunktsausgleichung angegebenen Formeln. Bahnazimut und Neigung gegen den Horizont des Endpunkts sind in gleicher Weise, wie im vorigen Abschnitt mitgeteilt, zu berechnen.

6. Weitere Ermittelungen.

Es sind nunmehr noch zu bestimmen die wahre Bahnlänge, der Ort und die Höhe des Aufleuchtens, die Geschwindigkeit und der Einfluß der Erdstörung auf die Bahn. Der Rechnungsvorgang ist, da Ausgleichungen nicht mehr vorkommen, bei Feuerkugeln und Sternschnuppen derselbe, nur wird bei ersteren, je nach der Zahl der verwendbaren Beobachtungen, eine öftere Wiederholung mancher Rechnungen nötig sein.

Man benutze, sowohl bei Sternschnuppen als bei Feuerkugeln, nur scheinbare Bahnen, die nicht zu nahe beim Radianten, oder, was selten vorkommt, bei dessen Gegenpunkt liegen. Verläuft nämlich die Gesichtslinie in sehr spitzem Winkel gegen die Bahn, so führen geringe Fehler der scheinbaren Bahnlänge zu sehr erheblichen Entstellungen der Ergebnisse und, besonders hinsichtlich der Geschwindigkeit und heliocentrischen Bahn, leicht zu ganz verfehlten Schlußfolgerungen. Man sei also bestrebt, nur sichere Beobachtungen aus günstig gelegenen Orten zu verwenden. Bei Feuerkugeln wird der erste Bahnpunkt nur ausnahmsweise dem Orte des Aufleuchtens entsprechen, vielmehr werden die einzelnen Beobachtungen in der Regel zu ganz verschiedenen Bahnlängen

führen, und der Ort des Aufleuchtens kann schließlich mittels der größten, hinreichend gesichert erscheinenden Bahnlänge gefunden werden.

Die scheinbare Bahnlänge ergibt sich meist leicht als der sphärische Abstand der beiden gegebenen Bahnpunkte, bei vielbeobachteten Feuerkugeln unter Einführung des verbesserten Endpunkts. Ist indessen der erste Bahnpunkt nur durch sein Azimut bezeichnet, so ist, in ähnlicher Weise, wie es bei der Endpunktsbestimmung der Sternschnuppen beschrieben wurde, der Schnittpunkt des beobachteten Azimutstrahls mit der durch den Ort des Endpunktes und des Bahnazimut gegebenen Bahnprojektion zu bestimmen, was in vielen Fällen auf zeichnerischem Wege mit genügender Genauigkeit geschehen kann.

Ist der erste Bahnpunkt nach α und δ bekannt, so kann man in derselben Weise vorgehen; doch ist das nachstehend beschriebene Verfahren vorzuziehen, weil es einfacher ist und bessere Ergebnisse liefert. Es seien folgende Bezeichnungen eingeführt:

ϱ der Erdradius in Kilometern ($\log \varrho = 3.80380$),
ε der Abstand der Projektion des Endpunkts vom Beobachtungsort im geocentrischen Bogenmaße,
l die sphärische Länge der beobachteten scheinbaren Bahn,
l' der Winkelabstand des Endpunkts vom Radianten,
h die scheinbare Höhe des Endpunkts vom Beobachtungsort,
L die lineare Länge der Bahn in Kilometern.

Zum Teil werden diese Größen bereits bekannt sein, doch sei nochmals darauf hingewiesen, daß zu ihrer Berechnung die ausgeglichenen Örter von Endpunkt und Radiant zu verwenden sind. Die Berechnung der Bahnlänge geschieht für jede Beobachtung nach folgender Formel:

$$L = \varrho \cdot \sin\varepsilon \cdot \sin l \cdot \sec(h + \varepsilon) \cdot \operatorname{cosec}(l' - l).$$

Man kann nun, indem man einen Aufriß der Meteorbahn zeichnet, oder auch aus der Formel

$$\varepsilon_p = 0{,}54 \cdot L \cdot \cos i$$

einen Näherungswert für die Länge der Bahnprojektion bestimmen, d. h. den Bogen auf der Erdoberfläche zwischen den Orten, die den Endpunkt und den ersten Bahnpunkt im Zenit hatten. Dieser Bogen ε_p ergibt sich nach obiger Ausdruck unmittelbar in Bogenminuten, wenn man L in Kilometern einsetzt. Nunmehr berechne man die Länge der Bahnprojektion in Kilometern, P, und die Höhe des ersten Bahnpunktes H_1:

$$P = L \cdot \cos(i + \varepsilon') \cdot \sec\frac{\varepsilon_p}{2}$$

$$H_1 = H_2 + L \cdot \sin\left(i + \frac{\varepsilon_p}{2}\right) \cdot \sec\frac{\varepsilon_p}{2}.$$

Dabei bedeutet H_2 die Höhe des Endpunkts, i die Neigung der Bahn gegen den Horizont des Endpunkts. Für die Projektion des ersten Bahnpunkts kann man λ und φ meist mit hinreichender Genauigkeit aus der Landkarte bestimmen

andernfalls sind sie aus dem zum Bogen ε_p gehörigen Poldreieck auf die früher angegebene Art zu berechnen. Den dafür benötigten genauen Wert von ε_p erhält man, wenn man P mit 0,54 multipliziert.

Die Geschwindigkeit v ergibt sich in Kilometern für die Sekunde als Quotient aus Bahnlänge L und beobachteter Dauer in Sekunden D.

$$v = \frac{L}{D}.$$

Es ist dringend anzuraten, daß hierbei nur zusammengehörige, d. h. von demselben Beobachter herrührende Werte von L und D miteinander verbunden werden, wegen der großen Unterschiede in der Auffassung des ersten Bahnpunkts. Sind keine zusammengehörigen Werte vorhanden, so mag eine Vereinigung des Mittels der Dauerschätzungen mit dem Mittel der Bahnlängen immerhin statthaft sein; verfehlt aber wäre es, wollte man das Mittel der D auf die größte beobachtete Bahnlänge beziehen.

Die gefundene geocentrische, d. h. auf die ruhend gedachte Erde bezogene Geschwindigkeit v wird nach der Formel

$$v' = \sqrt{v^2 - 125{,}18}$$

von dem meist geringen Einfluß der Erdschwerkraft befreit, wodurch man die reine geocentrische Geschwindigkeit v' erhält. Eigentlich müßte auch noch der Einfluß des Luftwiderstands berücksichtigt werden, was aber gegenwärtig noch nicht möglich ist. Die Folge davon ist, daß man bei Feuerkugeln nicht selten zu geringe Geschwindigkeiten erhält, besonders wenn sich die Nachweisungen nur auf die letzten, tief in der Atmosphäre gelegenen Teile einer langen Bahn erstrecken. Gelegentlich war es möglich, an vielbeobachteten Meteoren die Abnahme der Geschwindigkeit aus den Beobachtungen herzuleiten, wobei sich ergab, daß der Luftwiderstand über der Höhe von etwa 70 km kaum eine nennenswerte Wirkung auszuüben vermag und erst gegen das Ende einer langen, in geringe Höhen herabreichenden Bahn hin die Geschwindigkeit wesentlich vermindert.

Die Erdschwerkraft bewirkt auch, daß die Meteorbahn etwas stärker gegen die Horizontalebene geneigt ist, der Radiant also ein wenig höher liegt, als es der kosmischen Bahn des Meteors entspräche. Die Zenitverschiebung ζ des Radianten bestimmt man wie folgt:

$$\operatorname{tg}\frac{\zeta}{2} = \frac{v - v'}{v + v'} \cdot \operatorname{tg}\frac{z}{2},$$

wobei $z = 90° - i$ ist, also der am Endpunkt beobachteten Zenitdistanz des Radianten entspricht. Man rechne darauf erneut die äquatorialen Koordinaten α und δ des verbesserten scheinbaren Radianten aus dem Bahnazimut a und der Höhe $i - \zeta$ für den Ort λ_2, φ_2. Es empfiehlt sich, auch die ekliptikale Länge λ und Breite β des verbesserten scheinbaren Radianten anzugeben:

$$\sin\beta = \cos\varepsilon \cdot \sin\delta - \sin\varepsilon \cdot \cos\delta \cdot \sin a$$
$$\sin\delta = \cos\varepsilon \cdot \sin\beta + \sin\varepsilon \cdot \cos\beta \cdot \sin\lambda \quad (\varepsilon \text{ ist die Schiefe der Ekliptik}).$$
$$\cos\lambda \cdot \cos\beta = \cos a \cdot \cos\delta.$$

Endlich berechne man den Abstand E des verbesserten scheinbaren Radianten vom Zielpunkt der Erdbewegung nach der Formel

$$\cos E = \cos\beta \cdot \cos(l_a - \lambda)$$

und die wahre Bahngeschwindigkeit — die heliocentrische Geschwindigkeit — des Meteors

$$v'' = \sqrt{V^2 + v'^2 - 2\,V \cdot v' \cdot \cos E}\,,$$

wobei V die Geschwindigkeit der Erde bedeutet. — Es folgen noch die hierzu nötigen Hilfsformeln:

Länge des Apex der Erdbewegung:

$$l_a = \odot - 90^\circ + 57'.6 \cdot \sin(\odot - \pi).$$

Erdbahnradius:

$$R = 1 + 0.01676 \cdot \cos(\odot - \pi).$$

Erdgeschwindigkeit:

$$V = \sqrt{\frac{2}{R} - 1}\,.$$

π ist die Länge des Perihels der Erdbahn. Bezeichnet t die Jahreszahl, so ist $\pi = 101^\circ 21' + 1'.03 \cdot (t - 1900.0)$. — Die Sonnenlänge $\odot$ ist aus einer astronomischen Ephemeride zu entnehmen. Im *Berliner Astronomischen Jahrbuch* und in ähnlichen Tafelsammlungen findet sich auch die Ephemeride für $\log R$.

Die Formel für V ergibt die Erdgeschwindigkeit, auf ihren Mittelwert als Einheit bezogen. Man verwandelt V in Sekunden-Kilometer durch Multiplikation mit 29.59. Will man v'' ebenfalls gleich in Einheiten der mittleren Erdgeschwindigkeit erhalten, so müssen V und v' in derselben Einheit ausgedrückt, der früher ermittelte Wert von v' also durch 29.59 dividiert werden. Die kosmische Bahn des Meteors war eine Ellipse, Parabel oder Hyperbel, je nachdem v'' kleiner, gleich oder größer als $V \cdot \sqrt{2}$ ist. In vielen Fällen, vor allem bei Sternschnuppen, wird aber der Wert von v'' nicht genügend gesichert sein, um diese Entscheidung zu ermöglichen.

Auf die Berechnung der heliocentrischen Elemente der Meteorbahnen, die gar keine Schwierigkeiten bietet, kann wegen der Beschränktheit des Raumes nicht eingegangen werden. Es sei dieserhalb verwiesen auf *v. Niessl, Die Bestimmung der Meteorbahnen im Sonnensystem* in der *Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften*. — Auch von dem, was hier dargestellt ist, mußte manches sehr kurz behandelt werden, und leider konnten weder Zahlenbeispiele eingefügt noch Erfahrungen in weitem Umfange mitgeteilt werden. Allen, die die vorstehende Anleitung ernstlich zu benutzen gedenken, wird daher geraten, einige in den Fachzeitschriften ausführlich veröffentlichte Bestimmungen von Meteorbahnen gründlich zu studieren, denn die richtige Deutung und Wertung der oft mit allen Unvollkommenheiten laienmäßiger Auffassung behafteten Beobachtungen kann nur auf Grund von Erfahrungen erreicht werden.

C. Hoffmeister.

Astrospektroskopie.*)

Die Spektroskopie der Gestirne bildet im wesentlichen ein Teilgebiet der Astrophysik. Gleich ihrer Schwesterwissenschaft, der Photometrie, beschäftigt sie sich mit der Erforschung der von den Himmelskörpern zu uns gelangenden Lichtstrahlen. Während aber die photometrischen Untersuchungen sich auf die Intensität des Lichtes erstrecken, erforscht die Spektroskopie seine Zusammensetzung und schließt aus dem Ergebnisse auf die physische Beschaffenheit der Himmelskörper (Spektralanalyse). Dieser Aufgabenkreis wird zwar noch durch gewisse Probleme der Astrodynamik, insbesondere die Messung von Radialgeschwindigkeiten und die Bahnbestimmung bei spektroskopischen Doppelsternen erweitert, doch werden wir uns in diesem Abschnitt nur mit der eigentlichen Spektralanalyse befassen.

Die folgenden Ausführungen, die dem Leser ein möglichst geschlossenes und, soweit es Zweck und Umfang des vorliegenden Werkes gestatten, auch vollständiges Bild unseres Forschungszweiges geben sollen, gliedern sich von selbst in zwei Hauptteile; davon behandelt der erste im wesentlichen die hier in Frage kommenden Sätze aus der geometrischen und physikalischen Optik, während im zweiten Teile die astrophysikalischen Anwendungsgebiete, vor allem die für den Beobachter wie den Theoretiker gleich wichtigen Spektral-Klassifikationen der Fixsterne, zur Sprache kommen.

Wir denken uns, ohne zu neueren Theorien Stellung zu nehmen, das Licht als eine transversal schwingende Wellenbewegung, die sich von der Lichtquelle mit einer Geschwindigkeit von rund 300000 km/sek. nach allen Richtungen im Raume ausbreitet. Die Anzahl der Schwingungen pro Sekunde variiert zwischen 375 Billionen (rotes Licht) und 750 Billionen (violettes Licht). Die Länge einer einzelnen Welle ergibt sich durch Division der Fortpflanzungsgeschwindigkeit mit der Schwingungszahl; sie ist also z. B. für rotes Licht 0,000800 mm. Für die Messung so kleiner Längen hat man ein besonderes Maß eingeführt, das Mikron; es ist gleich einem Tausendstel Millimeter und wird durch den griechischen Buchstaben μ bezeichnet. Es gibt in der Natur eine unendlich große Zahl verschiedener Wellenlängen; bis auf zwei Lücken ist gegenwärtig eine kontinuierliche Reihe von etwa 20 km (Wellen der Radiotelegraphie) bis hinab zu 0,000000018 mm nachweisbar. Aus diesem gesamten

*) Es werden hier nur die theoretischen Fragen dieses Gebietes behandelt. Über die Instrumente und ihre Benutzung vergleiche man den Abschnitt: *Beobachtungsinstrumente und Beobachtungsmethoden.*

Bereiche beschäftigen uns hier vornehmlich die Wellen zwischen etwa 0,4 μ und 0,8 μ, die in unserem Auge den Eindruck Licht hervorrufen; die übrigen Wellen sind hauptsächlich elektrisch, thermisch oder chemisch wirksam.

Die Grundlagen für die spektralen Erscheinungen im besonderen bilden zunächst die Gesetze der Brechung und Dispersion, namentlich der Brechung in prismatischen Körpern. Wir wollen bei den folgenden Betrachtungen immer von der Voraussetzung ausgehen, daß ein Lichtbüschel sich aus vielen, voneinander unabhängigen, geradlinigen Strahlen zusammensetzt, und dann das Verhalten eines beliebigen solchen Strahles untersuchen. Diese Anschauung läßt sich zwar nicht streng als richtig beweisen, sie entspricht aber so sehr der allgemeinen Erfahrung (z. B. Geradlinigkeit von Strecken!), daß man sie bei geometrisch-optischen Untersuchungen unbedenklich zugrunde legen kann.

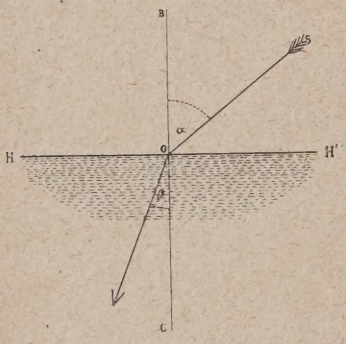


Fig. 1.

Unter der Brechung versteht man in der Optik die Ablenkung eines Lichtstrahles aus seiner ursprünglichen Richtung beim Übergang von einem Medium in ein anderes. Betrachten wir den Vorgang an der nebenstehenden Figur 1, in der *HH'* die Trennungsfläche zweier Medien, etwa Luft und Wasser, und *BOC* die auf der Trennungsfläche errichtete Senkrechte, das sogenannte Einfallslot, darstellt. Fällt ein Lichtstrahl *s* auf die Trennungsfläche, so wird er beim Übergange in das untere Medium derart gebrochen, daß er mit dem gebrochenen Strahle und dem Einfallslote in einer Ebene liegt. Das Gesetz, nach dem die Brechung erfolgt, ist 1620 von *Snellius* entdeckt worden. Es besagt, daß das Verhältnis zwischen dem *Sinus* des Einfallswinkels und dem *Sinus* des Brechungswinkels für dieselben beiden Medien und dieselbe Lichtart konstant ist. Bezeichnet man den Einfallswinkel mit α (Fig. 1) und den Brechungswinkel mit β, so gilt also die Beziehung

$$\sin\alpha : \sin\beta = n = \text{const.} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1$$

Die Zahl n heißt der Brechungsindex oder Brechungsquotient der beiden Medien. Je nachdem er größer oder kleiner als 1 ist, nennt man das zweite Medium das optisch dichtere oder das optisch dünnere. Im ersten Falle wird der gebrochene Strahl dem Einfallslote genähert, und der Brechungswinkel ist kleiner als der Einfallswinkel; im zweiten Falle findet das Umgekehrte statt. Nach dem *Snelliusschen* Gesetze gilt der Brechungsquotient zweier Medien immer nur für eine bestimmte Lichtart; oder mit anderen Worten, Licht von verschiedener Wellenlänge wird ungleich stark gebrochen; die geringste Ablenkung erleiden die langwelligen roten Strahlen, eine erheblich stärkere dagegen die kurzwelligen violetten. Wir kommen auf diese Erscheinung, die man als Dispersion bezeichnet, weiter unten ausführlich zu sprechen.

Für unsere Zwecke sind die Brechungsgesetze vor allem von Wichtigkeit, soweit sie sich auf die prismatische Ablenkung erstrecken, die wir nun

näher betrachten wollen. Unter einem Prisma versteht man in der Optik einen durchsichtigen, von zwei gegeneinander geneigten Ebenen begrenzten Körper. Die Schnittlinie der beiden Ebenen heißt die brechende Kante, ihr Neigungswinkel der brechende Winkel des Prismas, einen Durchschnitt senkrecht zur brechenden Kante bezeichnet man als Hauptschnitt. Fig. 2 stelle einen solchen Hauptschnitt dar, und es sei $\sphericalangle QPR = \sigma$ der brechende Winkel, $SABC$ der Weg eines Lichtstrahles, der beim Durchgange durch das Prisma die Gesamtablenkung δ erleidet. Bezeichnet α den Einfallswinkel und β den Brechungswinkel an der Seitenfläche QP, ferner α' und β' die entsprechenden Winkel an der Fläche RP des Prismas, so ergibt sich teils aus Gleichung (1), teils aus der Figur

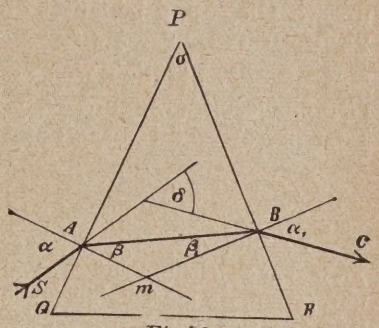


Fig. 2.

$$\sin\alpha = n \cdot \sin\beta, \quad \sin\alpha' = n\sin\beta' \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

$$\beta + \beta' = \sigma, \quad \delta = \alpha + \alpha' - \sigma. \quad \ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

Aus (2) folgt

$$\sin\alpha + \sin\alpha' = n(\sin\beta + \sin\beta')$$

$$2\sin\tfrac{1}{2}(\alpha + \alpha')\cos\tfrac{1}{2}(\alpha - \alpha') = n \cdot 2\sin\tfrac{1}{2}(\beta + \beta')\cos\tfrac{1}{2}(\beta - \beta')$$

oder mit Rücksicht auf (3)

$$\sin\tfrac{1}{2}(\delta + \sigma) = n\sin\tfrac{1}{2}\sigma \cdot \frac{\cos\tfrac{1}{2}(\beta - \beta')}{\cos\tfrac{1}{2}(\alpha - \alpha')} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

Die Totalablenkung ist also nach (3) gleich der Summe des Ein- und Austrittswinkels, vermindert um den brechenden Winkel.

Besonders einfach liegen die Verhältnisse bei Prismen mit sehr kleinem brechenden Winkel. In diesem Falle ist nämlich die Ablenkung für alle Strahlen, die unter kleinem Einfallswinkel auftreffen, nahezu dieselbe und bei ein und demselben Prisma nur vom brechenden Winkel abhängig. Sind nämlich α und α' und damit erst recht β und β' genügend klein, so kann man die *Sinus* durch die Bogen ersetzen, so daß das Brechungsgesetz die Form annimmt:

$$\alpha = n\beta, \quad \alpha' = n\beta'.$$

Setzt man diese Werte in (3) ein, so ergibt sich die Gesamtablenkung:

$$\delta = n(\beta + \beta') - \sigma = n\sigma - \sigma = (n-1)\sigma \quad \ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

Besonders wichtig ist der Fall, daß ein Lichtstrahl das Prisma symmetrisch, also senkrecht zur Halbierungslinie des brechenden Winkels durchsetzt, wobei $\alpha = \alpha'$ und $\beta = \beta'$ wird. Dann tritt nämlich das Minimum der Ablenkung ein, d. h. die Ablenkung erreicht den kleinsten, bei dem betreffenden Prisma überhaupt möglichen Wert. Die Verhältnisse lassen sich mit Hilfe der Gleichung (4) leicht überschauen. Da allgemein die Ablenkung mit wach-

sendem Einfallswinkel zunimmt, so ist für $\alpha > \alpha'$ offenbar $\beta < \beta'$, also sicherlich der Unterschied $\alpha - \beta > \alpha' - \beta'$ und daher auch $\alpha - \alpha' > \beta - \beta'$. Für unsere Gleichung bedeutet dies, daß in dem Quotienten der beiden *Cosinus* der Zähler stets größer als der Nenner und somit der Bruch größer als 1 ist. Nur in einem Falle, nämlich wenn $\alpha = \alpha'$ und $\beta = \beta'$ ist, wird der Quotient gleich 1, also ein Minimum, und da σ konstant ist, auch der Ablenkungswinkel δ. Aus Formel (4) erhält man dann nach entsprechender Umformung

$$n = \frac{\sin \frac{1}{2}(\delta + \sigma)}{\sin \frac{1}{2}\sigma} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (6)$$

Der mit den Anfangsgründen der Infinitesimalrechnung vertraute Leser wird diese Formel auch leicht in anderer Weise ableiten können*). Betrachten wir σ und n als konstant und setzen, da die Totalablenkung δ ja ein Minimum sein soll, deren Differential $d\delta = 0$, so ergibt sich durch Differentiation der Gleichungen (2) und (3)

$$\cos\alpha\, d\alpha = n \cos\beta\, d\beta, \qquad \cos\alpha'\, d\alpha' = n \cos\beta'\, d\beta'$$
$$d\beta = -d\beta', \qquad d\alpha = -d\alpha'$$

und somit

$$\frac{\cos\alpha}{\cos\beta} = \frac{\cos\alpha'}{\cos\beta'}.$$

Eliminiert man hieraus mittels (2) die Winkel β und β', so folgt:

$$\frac{\cos\alpha^2}{n^2 - \sin\alpha^2} = \frac{\cos\alpha'^2}{n^2 - \sin\alpha'^2}.$$

Das bedeutet offenbar $\alpha = \alpha'$, und da infolgedessen auch $\beta = \beta'$ ist, so geht der Strahl symmetrisch durch das Prisma. Durch nochmaliges Differentiieren von δ überzeugt man sich, daß die zweite Ableitung positiv, die Totalablenkung δ also ein Minimum wird. Experimentell läßt sich das Minimum leicht bestimmen, wenn man den Einfallswinkel durch Drehen des Prismas um seine brechende Kante verändert, eine Methode, die auch bei der Messung von Wellenlängen mittels des Spektrometers (vgl. unten) zur Anwendung gelangt.

Gleichung (6) kann man zur Bestimmung des Brechungsquotienten benutzen. Man erhält z. B. für einige optische Glassorten in bezug auf Luft und für die Wellenlänge der gelben *D*-Linie folgende Werte**):

Spiegelglas	1.538	*Merz*sches Kronglas	1.5339
*Fraunhofer*sches Flintglas Nr. 13	1.6350	Jenaer Silikat-Flint *S* 57	1.9626
*Fraunhofer*sches Kronglas Nr. 9	1.5290	Jenaer Borat-Flint *S* 110 . . .	1.6797
*Merz*sches Flintglas	1.7515	Jenaer Phosphat-Kron *O* 225	1.5159

Mit der Brechung des Lichtes durch das Prisma ist nun gleichzeitig der Vorgang verbunden, den wir oben als Dispersion bezeichneten. Läßt man Sonnenlicht durch eine feine, kreisförmige Öffnung oder besser noch durch einen schmalen Spalt in einen verdunkelten Raum fallen und bringt ein Prisma in den Strahlengang, so werden die einzelnen Bestandteile des weißen Sonnenlichtes infolge ihrer ungleich starken Ablenkung getrennt und man erblickt auf einem bereitgehaltenen Schirme das Spektrum der Sonne, ein farbiges Band, das in unmerklichen Übergängen die Farben rot, orange, gelb, grün, blau und violett enthält. Jeder Farbe oder, exakt ausgedrückt, jeder

*) Siehe auch *Gleichen, Lehrbuch der geometrischen Optik, Leipzig 1902.*

**) Nach *Dressel, Lehrbuch der Physik, Freiburg 1905, S. 820.*

einzelnen Wellenlänge entspricht ein bestimmter Brechungsquotient, der mit abnehmender Wellenlänge beständig wächst. Ist die Ablenkung für die Wellenlänge λ gleich δ, für eine andere Wellenlänge λ_1 gleich δ_1, so nennt man die Differenz $\delta_1 - \delta$ den Dispersionswinkel, d. i. also der Winkel, unter dem vom Prisma aus der Spektralbezirk zwischen λ_1 und λ erscheint. Unter der Voraussetzung, daß im Minimum der Ablenkung beobachtet werde, läßt sich der Dispersionswinkel in folgender Weise berechnen*).

Setzen wir für die beiden Wellenlängen λ_1 und λ die Differenz der Ablenkungen $\delta_1 - \delta = d\delta$ und den Unterschied der Brechungsquotienten $n_1 - n = dn$, so gelten ersichtlich für die Ablenkung und den Brechungsquotienten von λ_1 die Ausdrücke:

$$n_1 = n + dn, \quad \delta_1 = \delta + d\delta. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

Dann erhalten wir für die beiden Wellenlängen λ und λ_1 nach (6) die Beziehungen:

$$n = \frac{\sin\frac{1}{2}(\delta+\sigma)}{\sin\frac{1}{2}\sigma} \quad \text{und} \quad n + dn = \frac{\sin\frac{1}{2}(\delta + d\delta + \sigma)}{\sin\frac{1}{2}\sigma} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

Die letzte Gleichung schreiben wir in der Form

$$n + dn = \frac{\sin\frac{1}{2}(\delta+\sigma)\cos\frac{1}{2}d\delta + \cos\frac{1}{2}(\delta+\sigma)\sin\frac{1}{2}d\delta}{\sin\frac{1}{2}\sigma}.$$

Sind die Unterschiede dn und $d\delta$ klein gegenüber n und δ, so gilt mit hinreichender Genauigkeit:

$$\cos\tfrac{1}{2}d\delta = 1 \quad \text{und} \quad \sin\tfrac{1}{2}d\delta = \tfrac{1}{2}d\delta.$$

Mit Rücksicht hierauf wird:

$$n + dn = \frac{\sin\frac{1}{2}(\delta+\sigma)}{\sin\frac{1}{2}\sigma} + \frac{d\delta}{2\sin\frac{1}{2}\sigma}\cos\tfrac{1}{2}(\delta+\sigma). \quad . \quad . \quad . \quad (9)$$

Setzt man ferner

$$\cos\tfrac{1}{2}(\delta+\sigma) = \sqrt{1 - \sin^2\tfrac{1}{2}(\delta+\sigma)} = \sqrt{1 - n^2\sin^2\frac{\sigma}{2}}$$

und subtrahiert die erste der Gleichungen (8) von Gleichung (9), so folgt als Dispersionswinkel:

$$d\delta = 2dn\,\frac{\sin\frac{1}{2}\sigma}{\sqrt{1 - n^2\sin^2\frac{1}{2}\sigma}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (10)$$

Ist der brechende Winkel σ des Prismas sehr klein, so hat man nach (5) einfach:

$$d\delta = \delta_1 - \delta = (n_1 - 1)\sigma - (n - 1)\sigma = (n_1 - n)\sigma = dn \cdot \sigma \quad . \quad . \quad (11)$$

Sind λ und λ_1 zwei Wellenlängen im äußersten Rot bzw. Violett, so schließen sie das ganze sichtbare Spektrum ein; man bezeichnet $d\delta$ in diesem Falle als totale Dispersion und den Wert $(n_1 - n)$ als Dispersionsvermögen der prismatischen Substanz.

Wie aus den obigen Gleichungen hervorgeht, ist die totale Dispersion, also die Länge des Spektrums, von dem Dispersionsvermögen und dem brechenden Winkel σ des Prismas abhängig. Eine starke Dispersion, wie sie für die Trennung der Spektrallinien (siehe unten

*) Vgl. *Müller-Pouillet, Lehrbuch der Physik, 10. Aufl. 1907, II, 1.*

von Vorteil ist, erreicht man also auf zweierlei Weise, entweder durch Wahl einer stark dispergierenden Glassorte (bleihaltiges Flintglas) oder durch Annahme eines möglichst großen brechenden Winkels. Beides läßt sich jedoch nur bis zu einem gewissen Grade treiben; denn reichlicher Bleizusatz färbt das Glas gelb, so daß blaue und violette Strahlen nicht mehr hindurchtreten, und bei allzu großem brechenden Winkel treffen die Lichtstrahlen so schräg auf, daß ein übermäßiger Verlust durch Reflexion eintritt. Wir werden später andere Methoden kennen lernen, mit denen man unter Vermeidung dieser Nachteile sehr weit ausgedehnte Spektra erzielt.

Die Differenz der Ablenkungen zweier beliebiger Strahlen heißt die partiale Dispersion; sie ist bei verschiedenen Substanzen der totalen Dispersion nicht proportional. Erzeugt man z. B. mittels eines Flintglasprismas und eines Werner-Prismas zwei gleich lange Spektra, so zeigen nicht auch die einzelnen Farben in den beiden Spektren dieselbe Ausdehnung, noch lassen sich die entsprechenden Spektrallinien in den beiden Spektren zur Deckung bringen.

Die Zerstreuung der optisch wirksamsten gelben und grünen Spektralgebiete bezeichnet man in der praktischen Optik als mittlere Dispersion, ebenso wie man den Brechungsquotienten der in diesem Gebiete liegenden D-Linie die mittlere Brechung de betreffenden Substanz nennt. Für einige Erzeugnisse des bekannten Jenaer Glaswerkes *Schott und Genossen**) sind die so definierten optischen Eigenschaften in nachstehender Tabelle mitgeteilt:

Typus	Glasart	Brechungs-Index der D-Linie	Mittlere Dispersion $C-F$	Partiale Dispersion $A'-D$	Partiale Dispersion $D-F$	Spez. Gewi
UV3199	UV-Kron von gesteigerter Durchlässigkeit für Ultraviolett	1.5035	0.00781	0.00514	0.00546	2.4
O 3832	Prismen-Kron	1.5163	0.00806	0.00528	0.00566	2.5
O 3453	Silikat-Kron	1.5191	0.00860	0.00550	0.00605	2.6
UV3248	UV-Flint von gesteigerter Durchlässigkeit für Ultraviolett	1.5332	0.00964	0.00611	0.00680	2.7
O 3439	Fernrohr-Flint	1.5286	0.01025	0.00654	0.00723	2.3
O 102	Schweres Flint	1.6489	0.01919	0.01152	0.01372	3.8

In der Tabelle bedeutet A' die rote Kaliumlinie nahe bei der *Fraunhofer*schen Linie A, D die gelbe Natriumlinie, C und F die Wasserstofflinien $H\beta$ und H.

Wichtig ist, daß die Dispersion in keiner Beziehung zur mittleren Brechung und zur Ablenkung steht. Obwohl z. B. Flintglas nahezu denselben mittleren Brechungsquotienten besitzt wie Kronglas, erreicht die totale Dispersion eines Flintglasprismas fast den doppelten Wert von der eines Kronglasprismas mit gleichem brechenden Winkel. Dieser Umstand ermöglicht die Konstruktion sogenannter achromatischer Prismensysteme, die den Lichtstrahl ablenken ohne ihn in seine farbigen Bestandteile zu zerlegen. Zu diesem Behufe werden zwei Prismen, in der Regel ein Kronglas- und ein Flintglasprisma, die gleiche Dispersion, aber verschiedene Ablenkung ergeben, so aneinander gekittet daß die brechende Kante des einen an der Grundfläche des andern liegt. Alsdann

*) Vgl. den Katalog 1104r dieser Firma.

wird die durch das erste Prisma verursachte Farbenzerstreuung durch das zweite wieder aufgehoben, während die Ablenkung bestehen bleibt. Umgekehrt kann man aber auch, was für unsere Zwecke wichtiger ist, Prismensysteme erzeugen, die das Licht zerlegen, ohne es wesentlich abzulenken; man benutzt in diesem Falle eben Prismen mit gleicher Ablenkung, aber verschiedener Dispersion, die in derselben Weise wie oben erwähnt aneinander gekittet werden. Für Prismen mit kleinen brechenden Winkeln ist ein solches System leicht durchzurechnen. Sind die brechenden Winkel entgegengesetzt gerichtet, so ist die durch beide Prismen zusammen erzeugte Totalablenkung δ gleich der Differenz der Einzelablenkungen, also nach (5)

$$\delta = \sigma_1 (n_1 - 1) - \sigma_2 (n_2 - 1). \quad \ldots \ldots \ldots \quad (12)$$

Ebenso wird nach (11) die Gesamtdispersion des Systems:

$$d\delta = \sigma_1 dn_1 - \sigma_2 dn_2, \quad \ldots \ldots \ldots \quad (13)$$

wo jedesmal der Index (1) die betreffenden Werte für das erste Prisma, der Index (2) diejenigen für das zweite Prisma bedeutet.

Da unser System die Gesamtablenkung Null haben soll, so setzen wir:

$$\delta = \sigma_1 (n_1 - 1) - \sigma_2 (n_2 - 1) = 0.$$

Führen wir noch die mittleren Brechungsindices ein, so ergibt sich

$$\sigma_1 = \frac{n_2^D - 1}{n_1^D - 1} \sigma_2. \quad \ldots \ldots \ldots \quad (14)$$

Mit Hilfe dieser Formel kann bei gegebenem brechendem Winkel des einen Prismas der für das andere Prisma zu wählende Winkel berechnet werden.

Setzt man ferner $dn_1 = n_1^F - n_1^C$ und $dn_2 = n_2^F - n_2^C$ und verbindet die Gleichungen (13) und (14), so folgt für die Gesamtzerstreuung des Systems:

$$d\delta = \sigma_1 (n_1^D - 1) \left[\frac{n_1^F - n_1^C}{n_1^D - 1} - \frac{n_2^F - n_2^C}{n_2^D - 1} \right].$$

Den Quotienten $\frac{n^D - 1}{n^F - n^C}$ nennt man in der praktischen Optik die relative Dispersion; sie wird in den Katalogen der Glasfabriken mit ν bezeichnet und für jede Glassorte angegeben. Da die Quotienten in der großen Klammer der letzten Gleichung die reziproken Werte von ν sind, so läßt sich diese Gleichung auch so schreiben:

$$d\delta = \sigma_1 (n_1^D - 1) \left(\frac{1}{\nu_1} - \frac{1}{\nu_2} \right) \quad \ldots \ldots \ldots \quad (15)$$

Mittels dieser Formel läßt sich die Gesamtdispersion unseres Prismensystems berechnen. Solche Prismensysteme, die das Licht zerstreuen, ohne es abzulenken, heißen geradsichtige Prismen oder *prismes à vision directe*.

In der praktischen Ausführung dieser Prismensätze müssen die brechenden Winkel zur Erzielung einer starken Dispersion möglichst groß gewählt werden; man ist dann genötigt, mit genaueren Formeln zu arbeiten, als in der vorstehenden Entwicklung angenommen wurde. Die gebräuchlichste An-

ordnung des geradsichtigen Prismas besteht aus einem fünfteiligen Satze, nämlich zwei rechtwinkligen Flintglasprismen und drei Kronglasprismen (Fig. 3).

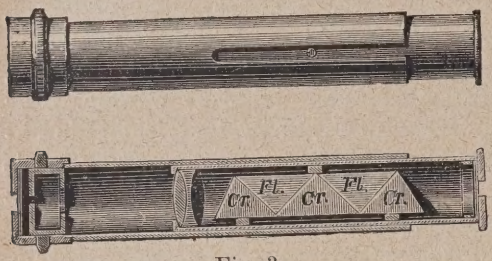


Fig. 3.

Da eine vollständige Ablenkungsfreiheit für alle Wellenlängen nicht zu erreichen ist, wird das System so ausgeglichen, daß wenigstens eine Strahlenart, in der Regel Gelb oder Grün, gar keine Ablenkung erleidet, während Rot nach der einen, Violett nach der anderen Seite gleich stark abgelenkt werden. Durch Lichtstärke und hohes Dispersionsvermögen zeichnen sich die geradsichtigen Prismen von *Wernicke* aus, bei denen ein Flüssigkeitsprisma (*Zimmtsäureäthyläther*) mit zwei Prismen aus Kronglas kombiniert ist. Allerdings wirkt hier die starke Veränderlichkeit der Dispersion mit der Temperatur sehr nachteilig.

Im Anschluß hieran mögen einige grundsätzliche Bemerkungen über das prismatische Spektrum Platz finden. An erster Stelle ist die Reinheit des Spektrums zu erwähnen, sowie seine Auflösungskraft, d. h. die Fähigkeit, nahe benachbarte Spektrallinien zu trennen. Zur Erzeugung des Spektrums bedient man sich, wie oben erwähnt, eines schmalen, rechtwinkligen Lichtspaltes, von dem das Prisma unendlich viele farbige Abbilder entwirft, die in ihrer Gesamtheit das Spektrum bilden. Da nun der Spalt so eng man ihn auch wählen mag, stets eine meßbare Breite besitzt, müssen sich die Spaltbilder benachbarter Wellenlängen gegenseitig überdecken, so daß man ein unreines Spektrum erhält, in welchem die Spaltbilder benachbarter Farben und somit auch nahe zusammenstehende Spektrallinien nicht mehr getrennt werden können. Die Reinheit des Spektrums wird darnach um so größer sein, in je geringerem Maße sich die Spaltbilder benachbarter Wellenlängen überdecken, je schmäler also diese Spaltbilder sind und je weiter sie durch die Dispersion voneinander getrennt werden. Aus dieser Überlegung ergibt sich also die Reinheit des Spektrums als proportional der prismatischen Dispersion und umgekehrt proportional der Breite des Spaltbildes. Die Breite des Spaltbildes ist aber im Ablenkungsminimum, das hier in Frage kommt, gleich der Spaltbreite selbst, so daß die Reinheit R durch den Ausdruck

$$R = \frac{\text{Dispersionswinkel}}{\text{Spaltbreite}} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (16$$

charakterisiert wird. Man hat also zwei Mittel, um möglichst reine Spektren zu erzielen, nämlich: Verstärkung der Dispersion und Verringerung der Spaltbreite. Ersteres erreicht man zweckmäßig in der Weise, daß man mehrere gleichartige Prismen hintereinander anordnet, von denen jedes die Dispersion um denselben Betrag erhöht; bei einer genügenden Anzahl von Prismen lassen sich so auch bei größerer Spaltbreite ausgedehnte Spektren von großer Reinheit erzeugen.

Die Spaltbreite kann bei guten Spektralapparaten bis auf $^1/_{100}$ mm verengt werden, doch liegen hier die Verhältnisse wegen der gleichzeitig auftretenden Beugungserscheinungen wesentlich komplizierter.

Weitere Betrachtungen lassen sich über die Helligkeit des Spektrums anstellen. Im Minimum der Ablenkung ist die Helligkeit des Spaltes für eine bestimmte Lichtart gleich der Helligkeit des Bildes. Nun überdecken sich aber, wie wir sahen, infolge der Unreinheit des Spektrums benachbarte Spaltbilder, so daß also, wenn wir diese als gleich hell annehmen, die Helligkeit an irgendeiner Stelle des Spektrums gleich der Gesamthelligkeit aller dort sich überdeckenden Spaltbilder ist. Da sich um so mehr Farben decken, je größer die Spaltbreite ε und je geringer die Dispersion $d\delta$ ist, so ergibt sich als Ausdruck für die Helligkeit H einer bestimmten Stelle im Spektrum

$$H = h \cdot \frac{\varepsilon}{d\delta} = h \frac{\text{Spaltbreite}}{\text{Dispersionswinkel}}$$

oder mit Rücksicht auf (16)

$$H = \frac{h}{R}, \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (17)$$

wo h die Helligkeit des in der Farbe des betreffenden Spektralgebietes leuchtenden Spaltes ist. Bleibt h konstant, so ist die Helligkeit des Spektrums also umgekehrt proportional seiner Reinheit. Von den Verlusten, die das Licht durch Absorption und Reflexion erleidet, sehen wir dabei ab. Man müßte, um sie zu berücksichtigen, auch die Beschaffenheit des Glases, die Zahl der Prismen und die Größe der Einfallswinkel in Rechnung ziehen.

Es sei noch bemerkt, daß die im vorstehenden abgeleiteten Beziehungen im wesentlichen unverändert gelten, wenn man das Spektrum durch ein Fernrohr betrachtet. Voraussetzung hierfür ist nur, daß die Öffnung des Fernrohrs nicht geringer ist als die des Prismensystems.

Wie dem Leser bekannt ist, zeigen nun die meisten Spektra keinen kontinuierlichen Farbenübergang von Rot bis Violett; manche, darunter auch das Spektrum des Sonnenlichtes, sind von zahlreichen dunklen Linien durchzogen, während man in vielen anderen nur einzelne farbige Linien auf dunklem Grunde erkennt. Diese Linien erscheinen in allen Spektren, in denen sie auftreten, stets an derselben Stelle; eine jede von ihnen entspricht einer ganz bestimmten Wellenlänge, oder sie zeigt, falls sie dunkel ist, das Fehlen der betreffenden Wellenlänge im Spektrum an. Bei allen spektralen Messungen ist man auf diese Linien angewiesen, ihre genaue Lage bzw. Wellenlänge zu bestimmen, ist eine der Hauptaufgaben der Spektroskopie. Wir wollen daher im folgenden, ohne uns zunächst um die Natur der Spektrallinien zu kümmern, die Methoden der Wellenlängenmessung kurz besprechen.

Im prismatischen Spektrum lassen sich nur relative Messungen ausführen, indem man die Wellenlängen noch unbekannter Linien durch Interpolation anderer von bekannter Wellenlänge ermittelt. Man benutzt zu diesem Zwecke besonders eingerichtete Spektroskope, die mit Meßvorrichtungen versehen sind und daher als Spektrometer bezeichnet werden. Da die genaue

Beschreibung und Gebrauchsanweisung dieser Apparate in ein Lehrbuch der praktischen Physik gehört, soll hier nur das Prinzip angedeutet werden. Ein rundes Tischchen trägt in der Mitte ein Prisma, dessen brechende Kante senkrecht zur Ebene des Tischchens steht. Am Rande des Tischchens befindet sich auf der einen Seite des Prismas der Spalt und die Lichtquelle, auf der anderen Seite ein kleines Fernrohr mit Fadenkreuz, das zur Beobachtung des vom Prisma erzeugten Spektrums dient. Man mißt nun durch Drehen des Prismas um seine brechende Kante und Einstellen des Fadenkreuzes die Ablenkungsminima für eine Anzahl von Linien bekannter Wellenlänge und trägt die gefundenen Werte als Ordinaten, die Wellenlängen als Abszissen in ein rechtwinkliges Koordinatensystem, z. B. das für diesen Zweck gezeichnete *Hartmann*sche Dispersionsnetz*), ein. Darauf zieht man im Anschluß an die aufgetragenen Werte eine Kurve, die sogenannte Dispersionskurve, und kann nun durch Interpolation für beliebige andere Spektrallinien aus den beobachteten Ablenkungsminimis die Wellenlänge ermitteln.

Zur Ausmessung von Spektralphotographien, sog. Spektrogrammen, benutzt man ein Mikroskop, das mit Fadenkreuz und Mikrometerschraube zum Einstellen der Linien versehen ist. Das ebenfalls von *Hartmann* ausgearbeitete Meß- und Reduktionsverfahren gründet sich hierbei auf die Aufstellung einer Dispersionsformel für das betreffende Sternspektrum, d. h. einer Formel, die eine Beziehung zwischen der Wellenlänge einer Linie und der entsprechenden Ablesung der Mikrometerschraube herstellt. Die Formel lautet $(s - s_0)$ $(\lambda - \lambda_0)^\alpha = c$. Die Konstanten s_0, λ_0, α und c bestimmt man aus den Linien des mitphotographierten Vergleichspektrums und kann dann die Wellenlänge λ einer beliebigen Linie des Spektrums aus der ihr entsprechenden Mikrometerablesung s berechnen. Diese Methode wird heute in der Astrophysik fast ausschließlich angewandt.

Für den Liebhaber-Astronomen kommt im allgemeinen wohl nur die weniger genaue, aber immerhin brauchbare Skala in Frage, die in der Regel mit kleineren Sternspektroskopen fest verbunden ist und gleichzeitig mit dem Spektrum im Gesichtsfelde erscheint. Ermöglicht das Instrument (etwa *Zeiß Astro 167*) außerdem noch die Erzeugung eines Vergleichsspektrums, so wird man nach einiger Übung unter Benutzung eines Wellenlängenverzeichnisses**) manche Linie identifizieren können.

Bei visuellen Spektralbeobachtungen an Fixsternen machen sich nicht selten störende Einflüsse bemerkbar. An erster Stelle ist hier die Luftunruhe zu nennen. Sie versetzt das Bild des Sternes in Wallungen, was bei einem Spaltspektroskop einen steten Helligkeitswechsel, für Augenblicke sogar ein gänzliches Verschwinden des Spektrums zur Folge hat, beim Objektivprisma dagegen und anderen nicht mit Spalt versehenen Spektroskopen die Spektrallinien breiter und verwaschen und das ganze Spektrum undeutlich erscheinen läßt. Hierzu gesellt sich als besonders lästige Störung die Szintillation, die zuweilen das Erkennen irgendwelcher Einzelheiten im Spektrum überhaupt unmöglich macht. Alle diese Erscheinungen treten in verstärktem Maße bei größeren Objektivöffnungen auf.

*) Dieses wird von der Firma *Schleicher und Schüll in Düren (Rhld.)* hergestellt.

**) In Frage käme für diese Zwecke etwa *Müller, Darstellung des Sonnenspektrums bei mittlerer und schwacher Dispersion. Potsdamer Publikationen Nr. 6, 1881.*

verlieren dagegen sehr an Bedeutung, wenn es sich um spektralphotographische Aufnahmen handelt.

Ein weiterer Störungsfaktor beim Beobachten von Sternspektren ergibt sich aus der unvollkommenen Achromasie der Fernrohrobjektive. Seine Wirkungsweise läßt sich kurz dahin zusammenfassen, daß bei Spektroskopen ohne Spalt einzelne Teile des Spektrums unrein erscheinen, und daß Linien nur sehr schwer und unsicher darin zu erkennen sind; in Spektroskopen mit Spaltvorrichtungen wird dagegen nur die Helligkeit bestimmter Spektralgebiete vermindert. Um diesen Störungseinfluß zu vermeiden, ist man gezwungen, die einzelnen Teile des Spektrums nacheinander scharf einzustellen oder an einem Spiegelteleskop zu arbeiten, bei dem bekanntlich keine Farbenabweichung auftritt.

Die oben beschriebene Linienmessung mit Hilfe des Spektrometers setzt nun voraus, daß man bereits vorher für eine Anzahl von Spektrallinien die Wellenlängen auf absolutem Wege ermittelt hat. Grundsätzlich gibt es hier zwei Methoden, die sich beide durch einen hohen Grad von Genauigkeit auszeichnen; ihr Anwendungsgebiet ist aber im Gegensatze zum Spektrometer, das für cölestische Untersuchungen aller Art Verwendung findet, auf helle Lichtquellen, in der Astrophysik also im wesentlichen auf die Sonne beschränkt. Wir besprechen hier zuerst die Interferenzmethode. Natürlich kann es sich bei diesem Gegenstande, der mit der eigentlichen Astrospektroskopie in einem verhältnismäßig lockeren Zusammenhange steht und für die meisten Leser jedenfalls keine praktische Bedeutung hat, nur darum handeln, einen kurzen, orientierenden Überblick zu geben; bezüglich aller Einzelheiten muß auf die physikalischen Lehrbücher verwiesen werden.

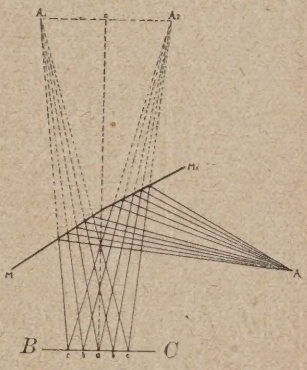


Fig. 4.

Zur Ausführung des Grundversuches (*Fresnel*scher Spiegelversuch) erzeugt man von einer einfarbigen Lichtquelle A (Fig. 4) durch Reflexion an zwei schwach gegeneinander geneigten, ebenen Spiegeln M und M_1 zwei virtuelle Bilder A_1 und A_2. Trifft nun die Anordnung, daß die von den beiden leuchtenden Punkten ausgehenden Strahlen bis zu dem Schirm BC verschieden lange Wege zurückzulegen haben, so tritt folgendes ein. Ist die Wegdifferenz zweier Strahlen gleich null oder gleich einem geraden Vielfachen einer halben Wellenlänge, so befinden sie sich in derselben Schwingungsphase, und die Lichtwirkung ist doppelt so stark wie bei einem Strahle; ist aber die Differenz gleich einem ungeraden Vielfachen der halben Wellenlänge, so treffen die beiden Strahlen mit entgegengesetzter Schwingungsphase auf den Schirm und heben sich daher auf. Im ersten Falle entsteht jedesmal ein heller Streifen c, im zweiten ein dunkler Streifen b. Bezeichnet man nun die Entfernung der beiden Bilder A_1A_2 mit r, die Entfernung des Punktes n vom Schirm, also die Strecke an mit s und den Abstand ab zweier Streifen voneinander mit β, so ist, da $BC \parallel A_1A_2$, nach der Figur

$$(A_1b)^2 = s^2 + (1/2\,r + \beta)^2 \quad \text{und} \quad (A_2b)^2 = s^2 + (1/2\,r - \beta)^2,$$

$$(A_1b)^2 - (A_2b)^2 = 2r\beta. \qquad (18)$$

Da nun $(A_1b)^2 - (A_2b)^2 = (A_1b + A_2b)(A_1b - A_2b)$; da ferner die Strecken ab und A_1A_2 sehr klein sind, kann man angenähert $A_1b + A_2b = 2an = 2s$ setzen, worauf Formel (18) in die Gleichung $A_1b - A_2b = \frac{r\beta}{s}$ übergeht. Beachtet man, daß $A_1b - A_2b$

nach der Versuchsanordnung gleich der halben Wellenlänge des betreffenden Lichtes ist so ergibt sich für die Wellenlänge λ der Ausdruck

$$\lambda = 2r\beta : s. \quad \ldots \quad (19$$

Damit ist die Wellenlänge ohne weiteres gegeben, denn die Größen r, β und s lasse sich durch Messung oder Rechnung leicht bestimmen. Zugleich erkennt man aus diese Gleichung, daß die Wellenlänge um so größer sein muß, je breiter die einzelnen Streife sind, daher umgekehrt die Erscheinung, daß bei dem beschriebenen Versuche rotes Lich die breitesten, violettes die schmälsten Streifen ergibt.

In der praktischen Spektroskopie benutzt man anstatt der *Fresnel*schen Spiegel etwa andere Anordnungen; insbesondere haben sich die Interferenz-Spektroskope vo *Fabry* und *Perot* und von *Lummer-Gehrke* bewährt, deren Messungsresultate sich durc äußerste Genauigkeit und Zuverlässigkeit auszeichnen.

Die andere Methode zur Messung von Wellenlängen beruht auf der Beugun oder Diffraktion des Lichtes.

Fällt einfarbiges, etwa rotes Licht durch einen schmalen Spalt, so erblickt man a einem etwas entfernt angebrachten Schirm in der Mitte ein helles rotes Bild des Spalt und zu beiden Seiten davon verwaschene helle Streifen, die durch dunkle Zwischenräun getrennt sind. Eine Erklärung dieser Erscheinung i nach der Wellentheorie des Lichtes unschwer zu g ben. Die Punkte des Wellenstückes ac (Fig. 5), d den Spalt ausfüllt, befinden sich sämtlich in gleich Schwingungsphase, und nach dem *Huygens*schen Pri zip ist jeder dieser Punkte als Ursprung einer neue Kugelwelle zu betrachten, die sich hinter dem Spal nach allen Seiten hin ausbreitet. Da alle diese Kuge wellen sich überlagern, so müssen auf dem Schirme M Interferenzstreifen auftreten, und zwar entsteht na dem oben Gesagten Dunkelheit dort, wo Wellenzü mit entgegengesetzter Phase zusammentreffen, Helligkeit aber an den Stellen, wo d Schwingungen gleichzeitig in demselben Sinne erfolgen. Das Letzte trifft annähernd f alle Strahlen zu, die zwischen b und d auf den Schirm fallen, so daß hier ein breiter hell Streifen erscheint. Anders liegen die Verhältnisse seitlich davon, etwa im Punkte O. E schreibt man um O den Kreisbogen $c\gamma$, so ist $a\gamma$ die Wegdifferenz der beiden Strahlen c und cO zum Punkte O. Ist diese Differenz gleich einer halben Wellenlänge, so befind sich der Punkt γ in entgegengesetzter Schwingungsphase wie der Punkt c und ist um ei halbe Wellenlänge gegen ihn zurück. Daher werden sich die Strahlen γO und cO gegensei vernichten, während die dazwischenliegenden Strahlen, deren Gangunterschied geringer i eine verminderte Helligkeit ergeben. Beträgt der Gangunterschied der Randstrahlen ei volle Wellenlänge, so läßt sich das ganze Strahlenbündel in zwei Teile zerlegen und zu jede Strahl des ersten Büschels ein Strahl des zweiten Büschels finden, so daß der Gangunt schied beider $\lambda/2$ ist und völlige Auslöschung erfolgt. An der Stelle, die von diese Strahlenbündel getroffen wird. erscheint also der erste dunkle Streifen. Allgemein ergi sich, daß überall dort Dunkelheit herrscht, wo der Gangunterschied $a\gamma$ der Randstrahl gleich einem ganzen Vielfachen der Wellenlänge ist; die mit einem Gangunterschiede v $^3/_2\,\lambda$ oder $^5/_2\,\lambda$ oder $^7/_2\,\lambda$ usw. zusammentreffenden Strahlen heben sich dagegen nic vollkommen auf, so daß an diesen Stellen hellere Streifen resultieren.

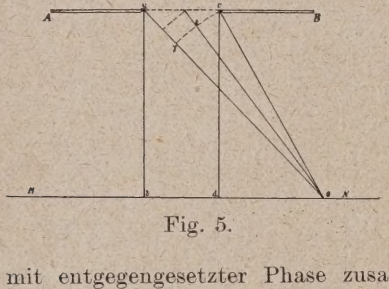


Fig. 5.

Wie man leicht erkennt, führt diese Erscheinung zu einer Methode, die Wellenlär des verwendeten Lichtes zu bestimmen. Nach dem Obigen beträgt der Gangunterschi der Randstrahlen für den $n$ten dunklen Streifen $n \cdot \lambda$. Bezeichnet man nun den „Beugun winkel" $ac\gamma$ der nach dem $n$ten Streifen führenden Strahlen mit φ, die Spaltbreite ac r b, so findet man die Wellenlänge nach der Gleichung $n\lambda : b = \sin\varphi$, also

$$n\lambda = b \cdot \sin\varphi. \quad \ldots \quad ($$

Verwickelter, aber bedeutend schöner und reiner werden die Beugungsbilder, wenn man nicht nur einen, sondern eine große Anzahl sehr feiner paralleler Spalte benutzt, die dicht nebeneinander in gleichen Abständen angeordnet sind und ein Beugungsgitter bilden. Der Vorgang gestaltet sich hier insofern andern wie bei einem einzelnen Spalte, als benachbarte Strahlenbündel dann einen hellen Streifen ergeben, wenn ihr Gangunterschied gleich dem Vielfachen der Wellenlänge ist, während alle übrigen Strahlen sich auslöschen. Für rotes Licht entsteht so ein Bild ähnlich dem in Fig. 6I dargestellten: in der Mitte erblickt man einen sehr hellen roten Streifen, an den sich in gleichen Abständen

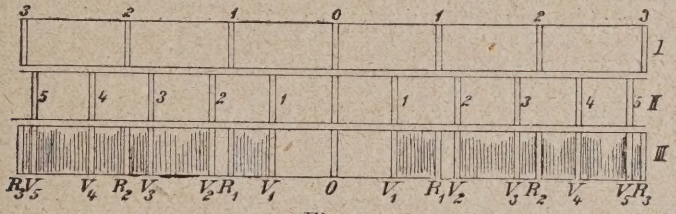


Fig. 6.

andere rote Streifen von derselben Breite, aber schnell abnehmender Intensität anschließen. Nimmt man gelbes oder grünes Licht, so erhält man ein analoges Bild, jedoch ist der gegenseitige Abstand der hellen Streifen geringer als beim Rot, und bei violettem Licht (Fig. 6II) rücken die Streifen noch enger zusammen. Verwendet man dagegen zusammengesetztes weißes Licht, so legen sich die Beugungsbilder sämtlicher Einzelfarben übereinander und bilden rechts und links von 0 zwei äußerst scharfe und reine Spektra V_1R_1, (Fig. 6III) sogenannte Beugungsoder Gitterspektra erster Ordnung, denen sich weitere Spektren zweiter, dritter Ordnung usf. anschließen. Praktisch brauchbar sind meistens nur die Spektra erster bis dritter Ordnung; denn die später folgenden überdecken sich teilweise, so daß Mischfarben entstehen; außerdem nimmt ihre Helligkeit sehr rasch, nämlich mit der dritten Potenz der Ordnungszahl, ab. Im Gegensatz zum prismatischen Spektrum bezeichnet man das durch Beugung entstandene als normales Spektrum, weil die Ablenkung bei ihm proportional der Wellenlänge ist und nicht, wie beim prismatischen Spektrum, von der Substanz des Prismas abhängt.

Die Wellenlängenmessung mittels des Gitters*) kann so geschehen, daß man letzteres an Stelle des Prismas auf das Tischchen eines Spektrometers setzt und dann die Winkelentfernung der betreffenden Spektrallinie von dem direkten Spaltbilde, also den Beugungswinkel, mißt und den Wert in (20) einsetzt; dabei bedeutet b den Abstand der Gitterstriche (siehe unten), die sogenannte Gitterbreite, die bei besseren Gittern stets vom Verfertiger angegeben wird; da man ferner in der Regel im Spektrum erster Ordnung beobachtet, so wird $n = 1$, also $\lambda = b \sin \varphi$. Aus der Formel geht übrigens hervor, daß die totale Dispersion,

*) Vgl. hierzu besonders: *Müller und Kempf, Bestimmung der Wellenlängen von 300 Linien im Sonnenspektrum. Potsdamer Publikationen, Band 5, 1886.* Daselbst sind die Beobachtungs- und Rechnungsmethoden eingehend beschrieben.

also die Gesamtausdehnung des Spektrums, der Gitterbreite umgekehrt proportional ist, mit anderen Worten: je geringer die gegenseitige Entfernung und damit je größer die Zahl der Gitterspalte auf dem Raume eines Millimeters ist, um so länger wird das erzeugte Spektrum.

Wellenlängenmessungen mit Beugungsgittern sind von verschiedenen Physikern ausgeführt worden. Bekannt sind vor allem die sorgfältigen Messungen von *Ångström*, denen aber ein erheblicher Fehler innewohnt, weil sie auf Grund eines unrichtig bestimmten Meterstabes abgeleitet wurden; sie sind später von *Thalén* korrigiert worden.

Die modernen Beugungsgitter werden in der Regel so hergestellt, daß man mittels Diamant und Teilmaschine feine Striche in eine ebene Glasplatte einreißt; alsdann wirken die Zwischenräume zwischen den eingeritzten Furchen als Spaltöffnungen, während letztere selbst für Licht undurchlässig sind. Berühmt sind ja die Gitter des amerikanischen Physikers *Rowland*, von denen die feinsten bis zu 1700 Teilstriche auf 1 mm enthalten.

Eine besondere Modifikation dieser Glasgitter bilden die auf poliertes Metall oder auf eine versilberte Glasplatte eingeritzten Reflexgitter, die vor den gewöhnlichen Glasgittern den Vorteil einer weit größeren Lichtstärke des erzeugten Spektrums besitzen. Gibt man den Reflexgittern eine schwach gekrümmte Form, so erhält man die sogenannten Konkavgitter, die sich bei spektralanalytischen Untersuchungen sehr bewährt haben. Mittels eines Konkavgitter-Spektrographen, der nur aus Spalt, Gitter und photographischer Platte besteht, erzeugte *Rowland* ein Sonnenspektrum von 13 m Länge zwischen den Wellenlängen 0.6953 μ in Rot und 0.2967 μ im Ultraviolett, in welchem er insgesamt mehr als 20000 Linien messen konnte.

Es seien hier kurz die Längeneinheiten erwähnt, die man bei der Messung von Wellenlängen zugrunde legt. Für Angaben von mäßiger Genauigkeit genügt das oben eingeführte Mikron (μ), es ist gleich einem Tausendstel Millimeter. Bei genaueren Messungen hat man sich lange Zeit des noch tausendmal kleineren Millimikrons, geschrieben $\mu\mu$, bedient, während man heute fast nur noch nach der sogenannten *Ångström*-Einheit rechnet, die gleich dem zehnmillionsten Teil des Millimeters ist und kurz durch die Buchstaben *A* oder das griechische λ bezeichnet wird. Z. B. ist die Wellenlänge der Natriumlinie *D* je nach der benutzten Einheit gleich 0,589 620 μ = 589.620 $\mu\mu$ = 5896.20 *A*.

Ehe wir nun zur Besprechung der einzelnen Arten der Spektra und ihrer physikalischen Bedeutung übergehen, wollen wir in aller Kürze die mit der Intensitätsverteilung im kontinuierlichen Spektrum zusammenhängenden, allgemeinen Strahlungsgesetze der Körper betrachten. Wie bereits *Kirchhoff* im Jahre 1859 gezeigt hat, lassen sich die Strahlungsverhältnisse eines jeden Körpers auf die Strahlung des sogenannten absolut schwarzen Körpers zurückführen, wobei letzterer dadurch definiert wird, daß er alle auffallende Strahlen restlos absorbiert. Nennt man die von einem Körper ausgehende Strahlungsenergie sein Emissionsvermögen (E) und das Verhältnis der von dem Körper selbst absorbierten zu der ihn treffenden Strahlung sein Absorptionsvermögen (A), so gilt nach *Kirchhoff* die Beziehung:

$$(E : A = \text{const} = e)_{\lambda t} ; \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (2$$

in Worten: das Verhältnis des Emissionsvermögens zum Absorptionsvermögen ist für Strahlen derselben Wellenlänge und bei derselben Temperatur bei allen Körpern dasselbe und zwar gleich dem Emissionsvermögen (e) des absolut schwarzen Körpers. Die Gesam

strahlung des schwarzen Körpers ist aber nach dem Gesetz von *Stefan* und *Boltzmann* proportional der vierten Potenz der absoluten, d. h. der von —273° gezählten Temperatur. Aus diesem oder aus dem *Wien*schen Verschiebungsgesetze läßt sich die Temperatur einer Lichtquelle bestimmen unter der Voraussetzung, daß sie wie ein schwarzer Körper strahlt. Das *Wien*sche Verschiebungsgesetz lautet: Im Spektrum des absolut schwarzen Körpers verschiebt sich bei Temperaturänderungen die Wellenlänge, bei der das Intensitätsmaximum liegt, so, daß das Produkt aus dieser Wellenlänge und der Temperatur einen konstanten Wert behält, und zwar gilt:

$$\lambda_{max} \cdot t = \text{const.} = 2940. \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (22)$$

Man braucht also, um die Temperatur eines glühenden Körpers zu bestimmen, nur das Intensitätsmaximum seines Spektrums zu messen. Nimmt man z. B. für die Sonne nach *Abbot* und *Fowle* $\lambda_{max} = 0.433\ \mu$ an, so ergibt sich die Sonnentemperatur, immer unter der Annahme, daß sich die Sonne wie ein schwarzer Körper verhält, zu 6790°.

Wir wenden uns nunmehr der eigentlichen Spektralanalyse zu, deren Aufgabe darin besteht, aus der Struktur eines Spektrums auf die physikalischen und chemischen Eigenschaften der es aussendenden Lichtquelle zu schließen. Die kontinuierlichen Spektra, die im allgemeinen von glühenden festen oder flüssigen Körpern herrühren, kommen hierbei wenig in Betracht, da sie wegen ihres völlig gleichen Aussehens nur unter besonderen Umständen einen Rückschluß auf die Natur der strahlenden Substanz gestatten. Um so wichtiger sind die beiden anderen Arten von Spektren, die Linienspektra und Bandenspektra, die beim Leuchten von Gasen und Dämpfen entstehen.

Die Linienspektra bestehen aus einer mehr oder minder großen Anzahl einzelner heller Linien, die ebensoviele Spaltbilder der verschiedenen in dem Lichte enthaltenen Farben darstellen. Jedem chemischen Grundstoffe kommt ein charakteristisches Linienspektrum zu, dessen Aussehen im einzelnen allerdings häufig durch die Art der Erzeugung (siehe unten), durch Druckverhältnisse des strahlenden Körpers usw. modifiziert wird.

Das Bandenspektrum besteht aus einzelnen breiteren Streifen oder Banden, die sich in vielen Fällen in eine große Zahl sehr feiner und eng beisammen stehender Linien auflösen lassen. Diese Linien rücken nach einer Seite des Spektrums, entweder der roten oder der violetten, immer näher aneinander und brechen schließlich mit einer scharfen Kante ab, so daß die Bande den Eindruck einer kannelierten Säule macht; daher auch die Bezeichnung: kanneliertes Spektrum. Bandenspektra werden fast nur von chemischen Verbindungen geliefert.

Sowohl Linien- wie Bandenspektren können als Absorptionsspektra vorkommen. Das Wesen des Absorpionsspektrums läßt sich leicht aus dem *Kirchhoff*schen Gesetze erkennen. Aus diesem folgt nämlich, daß ein Körper hauptsächlich diejenigen Wellen emittiert, die er bei gleicher Temperatur absorbiert. So wird z. B. von glühendem Natriumdampf, der eine gelbe Linie von 0.589 μ emittiert, auch nur diese Farbe absorbiert, während er für alle übrigen Wellenlängen durchlässig ist. Ein Absorptionsspektrum entsteht nun, wenn weißes Licht durch ein Gemisch von kühlen Gasen oder Dämpfen geht; alsdann werden in dem kontinuierlichen Spektrum alle diejenigen Wellen absorbiert, welche die Gase selbst emittieren würden, und genau an der Stelle der absor-

bierten Lichtarten erscheinen dunkle Linien oder Banden. Ein typisches Absorptionsspektrum ist z. B. das Spektrum der Sonne, das viele Tausende von dunklen Linien enthält; durch Messung der Wellenlängen dieser Linien lassen sich also die Stoffe ermitteln, die auf der Sonne in Form von Gasen und Dämpfen existieren.

Auf die Spektra der einzelnen Elemente näher einzugehen, ist hier nicht am Platze. Wer sich mit diesem Gegenstande beschäftigen will, sei auf den Atlas von *Konen* und *Hagenbach* verwiesen, der Photographien und Beschreibungen der Emissionsspektra fast aller bis 1905 bekannten Elemente enthält.

Um die Stoffe, deren Emissionsspektra man erzeugen will, zum Leuchten zu bringen, stehen im wesentlichen vier Hilfsmittel zur Verfügung: die Flamme, der elektrische Funke, das Bogenlicht und die *Geißler*sche Röhre.

Das Flammenspektrum erhält man in der Weise, daß man einen gut gereinigten Platindraht in eine Lösung der betreffenden Substanz taucht und dann in eine *Bunsen*-Flamme hält; diese Art eignet sich besonders für leicht flüchtige Metalle wie Kalium, Natrium, Lithium, Caesium u. ä.

Zur Erzeugung des Bogenspektrums benutzt man am besten eine Lampe, deren positive Kohle der Länge nach durchbohrt und mit der betreffenden Substanz gefüllt ist, während beim Funkenspektrum gewöhnlich ein Stückchen des zu verdampfenden Stoffes zwischen die Elektroden eines Induktors gebracht wird.

Gase werden dadurch zum Leuchten gebracht, daß man sie in eine Kathoden- oder *Geißler*-Röhre einschließt und den elektrischen Strom hindurchgehen läßt.

In den Spektren mancher Elemente sind in neuerer Zeit Gesetzmäßigkeiten hinsichtlich der Zahl und Anordnung der Linien aufgedeckt worden. Recht augenfällig ist diese Erscheinung im Wasserstoffspektrum, wo eine Anzahl von Linien von Rot nach Violett in immer kleiner werdenden Abständen aufeinander folgen. Man bezeichnet eine solche Reihe offenbar zusammengehöriger Linien als Serie und das betreffende Spektrum als Serienspektrum. Der mathematische Ausdruck einer solchen Serie, und zwar der des Wasserstoffs, wurde zum ersten Male im Jahre 1889 von *Balmer* entdeckt; er lautet:

$$\lambda = 3646.13\,[m^2 : (m^2 - 4)], \quad \ldots \ldots \ldots \quad (23$$

wo man für m die Werte 3, 4, 5 usw. einzusetzen hat. Berechnet man nach dieser Formel die Wellenlängen der einzelnen Linien, so findet man Zahlen, die mit den nachstehend aufgeführten beobachteten Worten aufs beste übereinstimmen. (Die Wasserstofflinien pflegt man der Reihe nach mit $H\alpha$, $H\beta$, $H\gamma$ usw. zu bezeichnen.

$H\alpha$	6563.07	$H\vartheta$	3798.05	$H o$	3697.22	$H\chi$	3671.5
$H\beta$	4806.9	$H\iota$	3770.78	$H\pi$	3691.71	$H\psi$	3669.5
$H\gamma$	4341.0	$H\varkappa$	3750.25	$H\varrho$	3687.05	$H\omega$	3667.7
$H\delta$	4102.3	$H\lambda$	3734.54	$H\sigma$	3682.93	—	3666.1
$H\varepsilon$	3970.4	$H\mu$	3722.04	$H\tau$	3679.48	—	3664.7
$H\zeta$	3889.21	$H\nu$	3712.14	$H\upsilon$	3676.43	—	3663.4
$H\eta$	3835.60	$H\xi$	3703.99	$H\varphi$	3673.84	—	3662.1
						—	3661.1

Eine zweite Linienserie, von der es nach den neuesten Forschungen zweifelhaft ist, ob sie dem Wasserstoff oder dem Helium angehört, hat seinerzeit *Pickering* im Spektrum von *ζ Puppis* aufgefunden. Die Serienspektra anderer Elemente sind zum Teil wesentlich komplizierter als das des Wasserstoffes.

Die oben mitgeteilten Wellenlängen liegen größtenteils schon außerhalb der Grenzen des visuellen Spektrums im Gebiete der sogenannten ultravioletten Strahlen. Diese kurzwelligen Strahlen zeichnen sich besonders durch chemische Wirksamkeit aus, weshalb man sie vornehmlich auf photographischem Wege erforscht. Auf der anderen Seite findet das sichtbare Spektrum seine Fortsetzung im ultraroten Gebiete, wo vorwiegend thermische Energie emittiert wird. Zum Nachweis ultraroter Strahlen bedient man sich deshalb eines sehr empfindlichen Wärme-Meßinstrumentes, des sogenannten Bolometers. Wie im sichtbaren, so finden sich auch im ultravioletten und ultraroten Spektrum zahlreiche Absorptionslinien.

Zum Schluß erwähnen wir noch kurz einige Erscheinungen, die unter besonderen Umständen im Spektrum auftreten können. Hierhin gehört zunächst die Verschiebung der Spektrallinien im Spektrum einer bewegten Lichtquelle, der sogenannte *Doppler*-Effekt. Bewegt sich eine Lichtquelle auf uns zu, so gelangen in derselben Zeit mehr Schwingungen in unser Auge, als wenn sie sich in Ruhe befindet. Die Erhöhung der Schwingungszahl hat offensichtlich eine Verschiebung aller Wellenlängen (Spektrallinien) nach dem Violett, ihre Verminderung, die beim Abrücken der Lichtquelle eintritt, eine ebensolche Verschiebung nach dem Rot zur Folge. Umgekehrt läßt sich aus der Linienverschiebung die Geschwindigkeit ermitteln, mit der sich ein leuchtender Körper in der Gesichtslinie bewegt. Bedeutet $\Delta\lambda$ die an der Wellenlänge λ gemessene Verschiebung und nimmt man die Lichtgeschwindigkeit zu rund 300000 km/sek. an, so ergibt sich die Geschwindigkeit v des bewegten Körpers nach der Formel:

$$\pm v = 300000\,\Delta\lambda : \lambda. \quad \ldots \quad (24)$$

Für $\lambda = 5896$ und $\Delta\lambda = 0.1\,AE$ beträgt also die Geschwindigkeit etwa ± 5.1 km/sek., je nachdem das positive oder das negative Vorzeichen gilt, je nachdem sich der Körper von uns entfernt oder sich uns nähert.

Wie *Humphrey* gezeigt hat, können ähnliche Linienverschiebungen, und zwar stets nach dem roten Ende des Spektrums hin, auch durch Zunahme des Druckes veranlaßt werden.

Als *Zeeman*-Phänomen bezeichnet man das Verhalten der Spektrallinien im Magnetfelde. Bringt man eine Lichtquelle zwischen die Pole eines starken Elektromagneten und beobachtet das Spektrum in der Richtung der Kraftlinien (nach entsprechender Durchbohrung der Eisenkerne des Magneten), so erblickt man statt einer Spektrallinie deren drei, die gleich weit vom Orte der ursprünglichen Linie abstehen, und von denen die nach Rot abgelenkte rechts, die nach Violett gelegene links zirkular polarisiert ist. Beobachtet man dagegen das Spektrum senkrecht zur Richtung der Kraftlinien, so spaltet sich jede Spektrallinie in drei Komponenten, von denen die mittlere parallel zu den Kraftlinien, die beiden äußeren senkrecht dazu polarisiert sind.

Während ein Glasprisma das weiße Licht so zerlegt, daß Rot am wenigsten, Violett am stärksten abgelenkt wird, zeigt sich bei der Zerlegung durch gewisse Metalldämpfe ein plötzlich abweichendes Verhalten. So nimmt z. B. bei einem Prisma aus Natriumdampf die Brechbarkeit des Lichtes kurz vor den beiden *D*-Linien (Natriumlinien) rasch einen sehr hohen Wert an, während sie unmittelbar hinter dieser Stelle ebenso schnell zu einem tiefen Minimum herabsinkt. Diese Erscheinung, die man als anomale Dispersion bezeichnet, läßt sich mittels zweier gekreuzter Prismen darstellen. Das Licht wird zunächst durch ein Glasprisma mit vertikaler brechender Kante in ein horizontales Spektrum zerlegt; betrachtet man dieses durch ein zweites Prisma mit horizontal gestellter Kante,

so werden die einzelnen Farben in vertikaler Richtung nochmals abgelenkt, und zwar das Rot am wenigsten, das Violett am stärksten. Es entsteht also ein schräg gestelltes Spektrum, in welchem das Rot am oberen, das Violett am unteren Ende liegt. Benützt man nun statt des zweiten Prismas aus Glas ein solches aus Natriumdampf, so tritt nach dem oben Gesagten kurz vor jeder der beiden *D*-Linien eine starke Erhöhung, unmittelbar dahinter aber eine ebenso starke Verminderung der Brechbarkeit ein; die Folge ist das erste Mal eine Ablenkung nach Violett (also nach unten), das zweitemal eine Ablenkung nach Rot (also nach oben), vgl. Fig. 7. Ähnliche Anomalien beobachtet man bei der Dispersion durch Kalium-, Tellur- und Lithiumdampf.

* * *

Im vorstehenden ersten Teile unseres Abschnittes ist alles Wesentliche zur Sprache gekommen, was der Liebhaber, der sich näher mit der Astrospektroskopie zu beschäftigen wünscht an physikalischen Vorkenntnissen zum Verständnis der Literatur und zur Aufstellung eines Arbeitsprogrammes bedarf. Der anschließende zweite Teil soll dem Leser einen Überblick über die speziell astrophysikalischen Tatsachen geben, mit denen er um der erwähnten Zwecke willen vertraut sein muß. Da es bei der Fülle des Stoffes nicht möglich ist, hier alle Punkte zu berücksichtigen, beschränken wir uns auf die Besprechung des allgemeinen Sonnenspektrums und der Spektra der Fixsterne; und zwar geschieht dies aus der Erwägung heraus, daß ersteres wohl für alle Beobachter, für die meisten vielleicht gar als einziges Objekt, in Frage kommt, während die Fixsternspektra, auch soweit sie sich nicht als Beobachtungsobjekte für den Liebhaber eignen, eine so große theoretische Bedeutung haben, daß jeder, der sich näher mit stellar-spektroskopischen Fragen beschäftigen will, schon allein um die Literatur verfolgen zu können, mit ihren wichtigsten Eigenschaften bekannt sein muß. Was die Spektra der übrigen Himmelskörper, also vor allem der Kometen und Planeten sowie die Spektra besonderer Sonnenphänomene wie der Corona, der Protuberanzen, Flecken usw. angeht, so sind diese fast ausnahmslos sehr schwierig und nur mit größeren Hilfsmitteln zu beobachten, so daß sie für den Liebhaber nur in den seltensten Fällen in Frage kommen, und dann jedenfalls ein genaues Studium der Originalliteratur erfordern. Letzteres empfiehlt sich, wenn angängig, natürlich auch für die hier behandelten Gegenstände, wozu das am Schlusse dieses Kapitels zusammengestellte Literaturverzeichnis als erste Orientierung dienen mag.

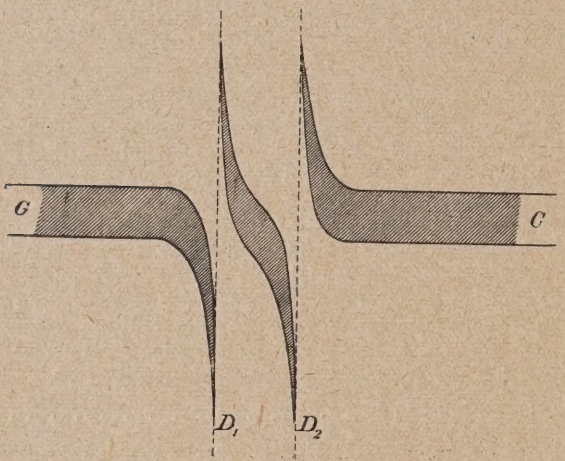


Fig. 7.

Das sichtbare Sonnenspektrum liegt etwa zwischen den Grenzen 4000 *AE* und 8000 *AE*; als Absorptionsspektrum enthält es auf kontinuierlichem

Grunde eine große Zahl dunkler Linien, die bei visueller Beobachtung besonders im Grün und Blau sehr intensiv erscheinen. Die Anzahl der sichtbaren Linien wird um so größer, je stärker die Dispersion und je enger die Spaltöffnung des Spektroskops ist. Während z. B. *Fraunhofer* nur einige hundert Linien wahrnehmen konnte, von denen er die stärksten mit Buchstaben bezeichnete, enthält das große Sonnenspektrum, das *Rowland* im Jahre 1887 mit Hilfe eines Konkavgitter-Spektrographen erzeugte, bei einer Längenausdehnung von rund 13 m mehr als 20000 Absorptionslinien. Von anderen Darstellungen des Sonnenspektrums seien vor allem die Tafeln*) erwähnt, die *Kirchhoff* in den Jahren 1861 und 1862 samt einem Verzeichnis von mehreren tausend Linien veröffentlicht hat, ferner die Arbeiten von *Müller* und *Kempf* auf dem Potsdamer Astrophysikalischem Observatorium**). Bekannt ist auch die Wiedergabe des normalen (vgl. S. 267) Sonnenspektrums von *Angström****) (1868).

Jenseits der oben angegebenen Grenzen dehnt sich das Sonnenspektrum noch weit in das Gebiet der unsichtbaren Strahlen aus. So ist es *Langley* mittels des Bolometers gelungen, im Ultrarot noch bis zur Wellenlänge 5.6 μ Absorptionslinien und -Bänder nachzuweisen; dagegen läßt sich das ultraviolette Spektrum nicht so weit, nämlich nur bis etwa 0.3 μ verfolgen, weil darüber hinaus sämtliche Strahlen von der Erd-Atmosphäre absorbiert werden.

Im roten und gelben Teile des Sonnenspektrums erkennt man eine Anzahl von Linien, die je nach dem Stande der Sonne und den herrschenden meteorologischen Verhältnissen ihr Aussehen ändern. Diese Linien gehören nicht dem eigentlichen Sonnenspektrum an, sondern sind erst durch Absorption in der

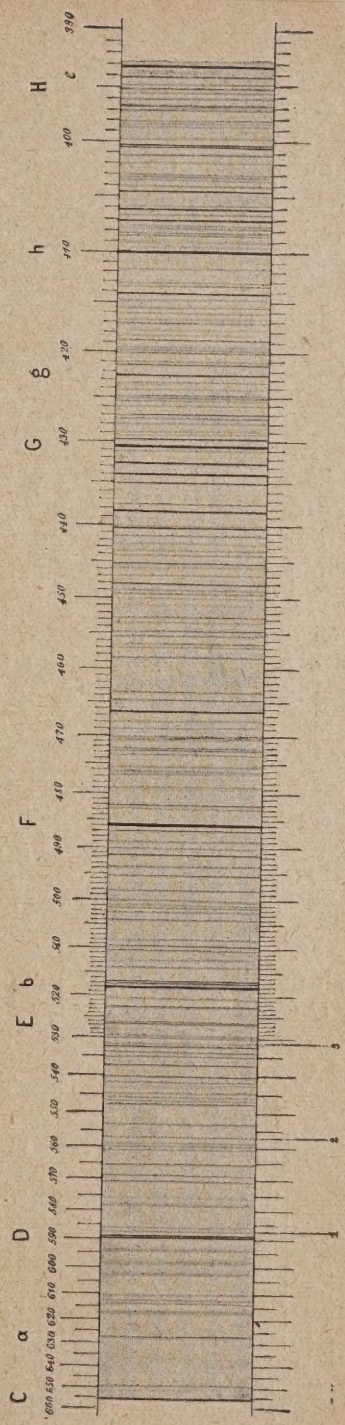


Fig. 8. Sonnenspektrum.

*) *Kirchhoff, Untersuchungen über das Sonnenspektrum. Berlin 1861/62.*

**) *Potsdamer Publikationen Nr. 6 und Nr. 20.*

***) Vgl. auch *Schellen, Atlas der Spektralanalyse. Braunschweig 1883*, wo alle älteren Darstellungen des Sonnenspektrums zusammengestellt sind.

Erdatmosphäre entstanden; sie werden demnach am kräftigsten erscheinen wenn der Einfluß der Atmosphäre und ihrer absorbierenden Bestandteile au das Sonnenlicht besonders groß ist, also bei niedrigem Stande der Sonne ode bei starkem Wasserdampfgehalt der Luft. Es gibt zwei Methoden, die sogenannte atmosphärischen Linien des Sonnenspektrums als solche zu erkennen Die eine besteht einfach darin, daß man das Verhalten der Linien bei verschie dener Sonnenhöhe und bei verändertem Luftzustande prüft; alsdann werde sich die atmosphärischen Linien leicht durch ihre wechselnde Intensität ver raten. Weit besser erreicht man die Trennung der atmosphärischen und solare Linien auf Grund des *Doppler*schen Prinzips. Infolge der Sonnenrotation erleide nämlich die Spektrallinien am Ostrande der Sonne eine Verschiebung nac Violett, diejenigen am Westrande eine solche nach Rot. Diese Verschiebun betrifft aber ersichtlich nur die Linien solaren Ursprunges, während die atmo sphärischen Linien ihre Lage unverändert beibehalten und somit leicht z erkennen sind. Besonders auffallende atmosphärische Linien bilden im sicht baren Spektrum die *Fraunhofer*schen Gruppen *A* (759.4 μμ) und *B* (686.7 μμ

Für die Besitzer kleinerer Spektroskope geben wir im folgenden eine Dar stellung des Sonnenspektrums bei schwacher Dispersion (Fig. 8) nebst eine Tabelle aller in der Zeichnung enthaltenen Linien*). Besondere Messunge liegen dieser Zeichnung nicht zugrunde, vielmehr wurde die Darstellung in de Weise ausgeführt, daß jede in dem benutzten Spektrometer gesehene Lini mit einzelnen Linien oder Liniengruppen in *Angströms* oder *Vogels* Spektra tafeln identifiziert und die ihr zugehörige Wellenlänge darnach bestimmt wurd Wenn somit die Darstellung auch nicht allzu genau und z. T. durch neue Messungen schon überholt ist, so ist sie unseres Wissens dennoch bisher d einzige, die gerade für kleine Spektralapparate bestimmt und geeignet is andrerseits hat man oft die größten Schwierigkeiten, sich bei Anwendung ein schwachen Dispersion in den zwar genaueren, aber auch viel detaillierteren großen Spektraltafeln zurechtzufinden.

Das nachstehende Verzeichnis gibt in Spalte 1 die Wellenlängen in μμ, Spalte 2 die geschätzte Intensität der einzelnen Linien, wobei die Intensit der *C*-Linie gleich 10 gesetzt worden ist. Etwaige Bemerkungen sind in Spalte untergebracht. Es bedeutet: v. verwaschen, v. v. sehr verwaschen, v. n. und v. n. bl. verwaschen nach Rot bzw. Blau, dupl. = duplex (doppelt).

Wellenlänge	Beschreibung Int.	Bemerkungen	Wellenlänge	Beschreibung Int.	Bemerkuneng	Wellenlänge	Beschreibung Int.	Bemerkunge
656.2	10	*c*	598.0	1	dupl.	568.4	2	
651.6	1		594.5	1.5	dupl.	565.8	2	
649.5	2		589.5	4	sehr eng *D*	563.9	1	sehr schwach
627.6	3	*a*	588.9	5		562.4	1.5	
616.5	1.5	dupl.	585.6	1		561.4	2.5	
613.8	1		578,3	1.5	v. n. r.	559.9	2.5	dunkler
612.1	1		576.2	1		558.7	2.5	Zwischenrau
610.1	1		575.3	1		552.8	2	
601.8	1	dupl. v.	570.7	2		547.6	2.5	

*) Nach *Müller, Darstellung des Sonnenspektrums bei mittlerer und schwacher D spersion. Potsdamer Publikationen Nr. 6. 1881.*

Wellenlänge	Beschreibung Int.	Bemerkungen
546.2	1.5	
545.5	1.5	
544.5	2	
543.2	1	
542.9	1	
542.4	1	
540.4	3	
537.0	4	
535.1	1	
534.0	2	
532.5	5	
529.9	2	dupl.?
528.2	1	
526.9	4	*E*
526.4	4	
523.2	1	
522.6	4	
521.5	1	
520.5	2	dupl.?
519.0	1	
518.3	8	b_1
517.2	5	b_2
516.7	5	$b_3 b_4$
514.0	1	v. v. n. r.
512.4	1	v.
510.8	1	
509.8	2.5	
508.0	2.5	dunkler
506.4	1.5	Zwischenraum
505.0	1	v.
504.1	4	
503.5	2	
502.7	1	
501.7	1	
501.2	1	
500.6	1	
500.1	1	
498.3	3.5	
496.8	1	v. v.
495.7	4	
493.8	2	
493.3	1	
491.9	5	
491.0	1	
490.3	1	
489.0	4	v. n. bl.
487.1	2.5	
486.0	15	*F*
483.9	1	v. dupl.?
483.0	1	
482.3	2	
480.3	1	
479.9	1.5	
478.7	2	dupl. v.
477.2	1	
476.4	3	dupl.
475.5	1.5	
473.6	1	
472.9	2	dupl.
471.4	1.5	
470.8	2	
470.2	2	dupl.?
469.0	1	
467.9	1.5	
466.6	7	
465.5	2	
464.7	3	
463.5	1	
460.1	1	breiter verw.
459.0	1	Streifen
458.4	2	
458.1	2	
457.1	2.5	
456.4	2.5	
455.4	2.5	
454.9	2.5	
453.4	3	dunkler
452.8	4	Zwischenraum
451.3	1	
450.0	2	
449.4	2	
449.0	2	
448.2	5	
446.9	1.5	
445.9	3	dunkler
445.4	4	Zwischenraum
444.2	2	
443.5	2.5	
443.0	1	
442.6	1	
442.2	1	
441.5	4	
440.4	6	
440.2	2	
438.4	10	
437.5	2.5	
436.8	1	
435.9	1	
435.2	5	
434.0	10	dunkler
433.7	3	Zwischen- *Hγ*
		raum
432.5	6	
432.3	4	
431.2	4	dunkler
430.7	6	Zwischen- *G*
429.8	5	raum
428.9	4	
428.6	2	
428.0	2	
427.5	3	
427.1	5	
426.0	4	
425.4	2	
425.0	3	dupl.
424.3	1.5	
423.5	2	
423.3	3	
422.6	17	
421.6	5	
421.0	2	
420.2	4	
419.8	4	
419.5	3	
419.1	1.5	
418.7	4	
418.3	2	dupl.
417.8	2	dupl.?
417.2	4	
416.7	2	
416.1	1	verw. Streifen
415.6	1	
415.3	2	
414.9	1	
414.3	9	
413.4	5	
413.1	5	
412.6	1	dupl.
412.2	1	dupl.
411.8	4	
411.0	1	breiter verw. Streifen
410.1	20	v. v. *h*
409.6	1	
409.1	2	
408.5	3	dupl. v.
407.8	4	dupl. v.
407.1	10	
406.7	3	
406.3	12	
405.7	3	
405.5	1.5	
405.2	1.5	
404.5	18	
404.0	2	
403.4	2.5	
403.2	2.5	
403.0	3.5	
402.0	2	
401.3	3	
400.5	8	dupl.?
399.7	4	v. n. bl.
398.6	3	
398.2	2	dupl.
397.2	6	dunkle
396.7		Zwischen- H_1
396.1	15	räume
395.6	4	
395.2	6	
394.7	4	
394.3	12	
393.3		dunkler
392.9	6	Zwischen- H_2 raum

Die spektroskopische Untersuchung des Fixsternlichtes hat bereits *Fraunhofer* beschäftigt; von seinen Forschungen auf diesem Gebiete geben die an verschiedenen Stellen veröffentlichten Berichte Zeugnis. So bemerkte er die Ähnlichkeit der Spektren von *β Geminorum* und Sirius, und in den Spektren von *α Orionis* und *α Aurigae* fand er eine Reihe dunkler Linien, die er zum Teil mit Linien des Sonnenspektrums identifizierte. Viel ergebnisreicher und wertvoller sind von den älteren Arbeiten diejenigen, die sich an die Namen *Huggins* und *Rutherfurd* knüpfen, dann vor allem die umfassenden Untersuchungen von *Secchi* auf der Sternwarte des *Collegium Romanum*. Er erkannte zuerst, daß die Sternspektra sich ihrer Struktur nach in bestimmte Gruppen ordnen ließen;

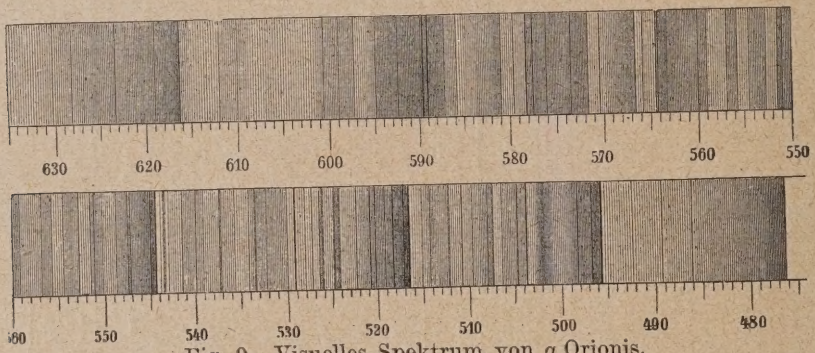


Fig. 9. Visuelles Spektrum von α Orionis.

er unterschied anfangs deren zwei, später drei, und im Jahre 1868 stellte er auf Grund eines umfangreichen Beobachtungsmaterials seine bekannten vier Spektraltypen auf, in denen besonders der Zusammenhang von Spektrum und Sternfarbe zum Ausdruck kommt. Diese vier Typen lassen sich wie folgt charakterisieren:

I. Typus. Weiße und bläuliche Sterne. Die Spektra sind intensiv kontinuierlich und enthalten eine Anzahl breiter und verwaschener Absorptionslinien des Wasserstoffes, während metallische Linien gar nicht oder nur sehr schwer zu erkennen sind. Sirius, Wega.

II. Typus. Gelbe Sterne. Die Spektren sind reich an metallischen Linien, während diejenigen des Wasserstoff weit schwächer erscheinen als beim vorhergehenden Typus. Capella, Sonne.

III. Typus. Orangefarbene und rote Sterne. In dem Spektrum treten außer dunklen Linien vor allem breite Absorptionsbänder auf, die nach dem Blau scharf begrenzt, nach dem Rot verwaschen aussehen. *α Orionis α Herculis.* (Fig. 9).

IV. Typus. Tiefrot gefärbte Sterne. Spektra mit Absorptionsbanden, die nach der roten Seite scharf, nach der blauen verwaschen erscheinen *152 Schjellerup.* (Fig. 10).

Einige wenige Sterne, in deren Spektren helle Linien auftreten, hat *Secchi* später zu einem fünften Typus zusammengefaßt, als dessen Hauptvertreter ihm *γ Cassiopeiae* und *β Lyrae* bekannt waren.

Es ist bemerkenswert, daß *Secchi* mit diesem ersten Versuch einer Einteilung

der Sternspektra trotz der unvollkommenen Hilfsmittel, die ihm zur Verfügung standen, im wesentlichen schon das Richtige getroffen und damit den Grund für alle späteren Arbeiten auf diesem Gebiete gelegt hat. Seine Spektraltypen lassen sich auch aus den modernsten, mit Hilfe der Himmelsphotographie aufgestellten Klassifikationen ohne Mühe herauslesen. Die tiefere entwicklungsgeschichtliche Bedeutung der einzelnen Typen, die in dem späteren Einteilungen eine Hauptrolle spielt, hat er allerdings kaum schon klar erkannt, wenngleich sie in der natürlichen Farbenfolge der Klassen, welche ja genau die eines allmählich erkaltenden, glühenden Körpers ist, unbewußt zum Ausdruck kommt.

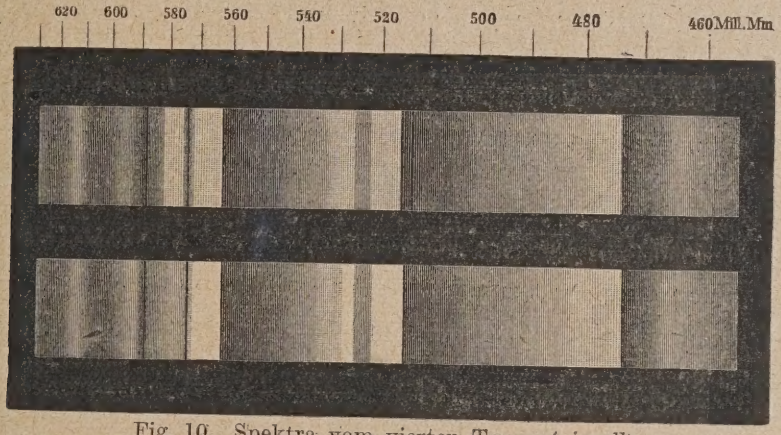


Fig. 10. Spektra vom vierten Typus (visuell).

Eine Klassifizierung, die etwas mehr ins einzelne geht, sich sonst aber nur unerheblich von der *Secci*schen unterscheidet, stellte *Vogel* im Jahre 1874 auf*). Erst die zweite Spektraleinteilung *Vogels*, die auf photographischer Grundlage beruht und vor allem das Entwicklungsprinzip in den Vordergrund rückt, bedeutet einen wesentlichen Fortschritt. Auch sie wird heute zwar praktisch nicht mehr benutzt, hat aber wegen ihrer übersichtlichen Form vielfach in die populäre Literatur Eingang gefunden. Wir geben diese Klassifikation im folgenden in der Form, in der *Vogel* sie veröffentlicht hat, wieder**).

Klasse *I.* Kontinuierliche Spektra, deren brechbare Teile, Blau und Violett, durch ihre Intensität besonders auffallen. Die Spektra sind durchsetzt von der ganzen Reihe der Wasserstofflinien, die als dunkle, breite, verwaschene, seltener scharf begrenzte und dann schmälere Absorptionslinien erscheinen und im allgemeinen die außerdem in den Spektren sich zeigenden Linien anderer Metalle an Intensität erheblich übertreffen. In seltenen Fällen sind die Linien des Wasserstoffes und die anderer Elemente hell.

a) *1.* Spektra, in denen nur die Wasserstofflinien als breite, stark entwickelte Linien erscheinen, andere Spektrallinien aber nicht zu erkennen sind.

2. Spektra, in denen neben den Wasserstofflinien noch Linien von anderen Metallen, namentlich von Calcium, Magnesium und Natrium, jedoch keine Heliumlinien

*) *Potsdamer Publikationen Nr. 11, 1883* und *Astron. Nachr. Bd. 84, S. 113.*
**) *Potsdamer Publikationen Nr. 39, 1899.*

auftreten. Die K-Linie erscheint scharf begrenzt und schmäler als die Linien des Wasserstoffes. Die Spektrallinien der anderen Metalle sind nur zart und bei Anwendung geringer Zerstreuung schwer zu erkennen.

3. Spektra, in denen die K-Linie von nahe gleicher Intensität mit den Wasserstoff linien erscheint, gewöhnlich breit und verwaschen, in seltenen Fällen auch scharf begrenzt. Heliumlinien sind nicht zu erkennen, dagegen treten stets zahlreiche und kräftige Linien verschiedener Metalle, besonders auch Eisenlinien auf. Diese Unterabteilung bildet den direkten Übergang zur Spektralklasse *II*.

b) Spektra, in denen neben den stets dominierenden Wasserstofflinien die Linien des Heliums erscheinen. Außerdem treten in den Spektren dieser Abteilung mehr oder minder zahlreich die Linien der Spektra von Calcium, Magnesium, Natrium und Eisen auf.

c) 1. Spektra mit hellen Wasserstofflinien.

2. Spektra, in denen außer den Wasserstofflinien noch die Linien des Heliums und Linien von Kalzium, Magnesium und anderen Metallen hell erscheinen.

Klasse *II*. Spektra, in denen die Metallinien sehr deutlich auftreten. Die brechbareren Teile des Spektrums sind im Vergleich zur vorigen Klasse matter. In den weniger brechbaren Teilen des Spektrums treten zuweilen schwache Banden auf.

a) Spektra mit sehr zahlreichen Metallinien, die besonders im Gelb und Grün durch ihre Intensität leicht kenntlich werden. Die Wasserstofflinien sind meist kräftig, aber nie so auffallend verbreitert wie bei Klasse *I a*.

b) Spektra, in denen außer dunklen Linien und einzelnen schwachen Banden helle Linien auftreten. *Wolf-Rayet*scher Sterntypus.

Klasse *III*. Spektra, in denen außer dunklen Linien noch zahlreiche dunkle Banden in allen Teilen des Spektrums auftreten und die brechbaren Teile des Spektrums auffallend schwach sind.

Nur erwähnt sei die Spektraleinteilung von *Lockyer*, die hinsichtlich der entwicklungsgeschichtlichen Bedeutung der einzelnen Typen von ganz anderen Voraussetzungen ausgeht wie die *Vogel*sche. Sie ist früher kaum ernsthaft beachtet worden, doch hat sie durch die modernen Anschauungen von dem Entwicklungsgange der Fixsterne — in ihren Einzelheiten zwar schon überholt — noch nachträglich die verdiente Würdigung gefunden. Es würde zuviel Raum beanspruchen, die *Lockyer*sche Klassifikation hier dem Verständnis des Lesers nahebringen zu wollen; wir können sie um so eher übergehen, als sie praktisch niemals benutzt wird*).

Die photographische Methode, die schon *Vogel* und *Lockyer* bei der Untersuchung und Klassifizierung der Sternspektren angewandt hatten, ist heute die allein gebräuchliche. Eine bedeutende Förderung hat sie vor allem durch die stellar-spektrographischen Arbeiten des *Harvard*-Observatoriums in *Cambridge* erfahren, die unter der Bezeichnung *The Henry Draper Memorial* im Jahre 1891 mit einem Katalog von 10000 Sternspektren eingeleitet und in der Folgezeit durch mehrere Sonderkataloge von Spektren hellerer Sterne und durch mannigfache Spezialuntersuchungen fortgesetzt worden sind. Die Krönung dieses Werkes bildet der zurzeit in Arbeit befindliche *Revised Draper Catalogue*, in welchem nach Vollendung mehr als 200000 Sternspektren klassifiziert sein werden.

Vom *Harvard*-Observatorium sind mehrere Spektraleinteilungen ausgegangen. Die erste, die dem kleinen *Draper*-Katalog**) von 1891 zugrunde

*) Zur Orientierung vgl. man *Philosophical Transactions vol. 184, p. 675*, ferner *Normann Lockyer, The Meteoric Hypothesis, London 1890.*

**) *Harvard-Annals, vol. 26.*

gelegt ist, rührt von *Pickering* her; sie umfaßt 16 Klassen, die mit den Buchstaben *A* bis *Q* bezeichnet werden. Vergleicht man diese Klassifikation mit der *Secchi*schen, so ergibt sich folgendes Bild:

A bis *D*: Spektra vom *I.* Typus.
E bis *G*: Übergangsstufen vom *I.* zum *II.* Typus.
H bis *L*: Spektra vom *II.* Typus.
M Spektra vom *III.* Typus.
N Spektra vom *IV.* Typus.
O: Spektra mit hellen Linien. *Wolf-Rayet*-Sterne.
P: Spektra der Gasnebel.
Q: Spektra, die sich in die anderen Abteilungen nicht einordnen lassen.

In dieser Form hat sich die *Pickering*sche Klassifikation später nicht aufrechterhalten lassen. Insbesondere zeigte sich, daß einzelne der Klassen, z. B. *C*, überhaupt keine reelle Bedeutung besitzen, da ihre Merkmale nur durch die unvollkommene Optik der benutzten Instrumente hervorgerufen waren. Auch die Reihenfolge der Klassen ist später geändert worden, worauf wir weiter unten, bei der Besprechung der *Cannon*schen Einteilung, zurückkommen werden.

Eine weitere *Harvard*-Klassifikation, die sich besonders durch ein sorgfältiges Studium der feineren Einzelheiten in den Spektren auszeichnet und dadurch große Bedeutung für spätere Stellar-Forschungen erlangt hat, wurde von *Miss Maury**) aufgestellt. Sie besteht aus 22 Gruppen, die wie folgt zusammengefaßt werden können:

Gruppe *I—V*: Sterne vom Orion-Typus.

Orion-Linien (vgl. unten S. 280) kräftig und zahlreich, in den späteren Gruppen abnehmend. Wasserstofflinien von mäßiger Intensität, nach dem ersten (*Secchi*schen) Typus zu anwachsend. Sonnenlinien fehlen, außer den Linien 4144.0 und 4481.4. Die *K*-Linie ist schwach; die Calciumlinie *H* fehlt, außer in einigen Sternen der Abteilung *c* (siehe unten).

Gruppe *VI*: Sterne zwischen dem Orion- und dem ersten Typus.

Gruppe *VII—XI*: Sterne vom *Secchi*schen ersten Typus.

Orionlinien fehlen außer zweien. Wasserstofflinien im Maximum der Intensität, in den beiden letzten Gruppen aber schwach abnehmend. Sonnen- und Calciumlinien nehmen mit Annäherung an den zweiten Typus zu.

Gruppe *XII*: Sterne zwischen dem ersten und zweiten Typus.

Gruppe *XIII—XVI*: Sterne vom *Secchi*schen zweiten Typus.

Die Wasserstofflinien sind nicht sehr kräftig und werden allmählich schwächer. Sonnenlinien äußerst zahlreich und im Zunehmen begriffen. Die Calciumlinien erscheinen als kräftige Bänder, die immer stärker hervortreten.

Gruppe *XVII—XX*: Sterne vom *Secchi*schen dritten Typus.

Wasserstofflinien schwach, in Gruppe *XX* hell. Die Sonnenlinien nehmen noch etwas zu und beginnen dann zurückzutreten; ebenso die immer noch kräftigen Calciumlinien. Auftreten von Banden, die in Richtung der größeren Wellenlängen verblassen.

Gruppe *XXI*: Sterne vom *Secchi*schen vierten Typus.

Zwei Absorptionsbanden treten auf. Absorptionslinien schwach. Der blaue Teil des Spektrums gewöhnlich stark abgeschwächt.

Gruppe *XXII*: Sterne vom fünften Typus.

Ein schwaches kontinuierliches Spektrum, von breiten, hellen Bändern überlagert. Das kräftigste von diesen fällt wahrscheinlich mit einem hellen Bande im Spektrum der Gasnebel zusammen, während die meisten anderen vielleicht mit Wasserstoff- und hervorragenden Orionlinien koinzidieren.

*) *Harvard Annals vol. 28, Part. I.*

Nicht eingeschlossen sind:
1. Zusammengesetzte Spektra, wahrscheinlich von Doppelsternen herrührend.
2. Sterne vom Orion-Typus mit hellen Linien.

Je nach dem Aussehen der Linien werden nun durch mehrere Gruppen laufend drei Parallelserien unterschieden, die *Miss Maury* mit den Buchstaben *a*, *b* oder *c* bezeichnet. In den Spektren der Serie *a* sind alle Linien außer denen des Wasserstoffs und des Calciums verhältnismäßig breit und scharf, Serie *b* enthält die Sterne, in deren Spektren alle Linien breit und verwaschen erscheinen, während die Spektra der Serie *c* hauptsächlich dadurch gekennzeichnet sind, daß die Wasserstoff- und Orionlinien schmal und scharf und die Calciumlinien intensiver sind als in den beiden anderen Serien derselben Gruppe. Übergangsformen zwischen diesen Serien erhalten die Bezeichnung *ab* oder *ac*, indessen das Symbol *a*, *b* bedeutet, daß die Zugehörigkeit des Sterns zu einer der Gruppen *a* oder *b* nicht mit Sicherheit angegeben werden kann.

Wir haben nun noch die Klassifikation von *Miss Cannon* zu besprechen, die aus der ursprünglichen *Pickering*schen Einteilung hervorgegangen ist und sich wegen ihrer bequemen Handhabung bald allgemein durchgesetzt hat. *Miss Cannon* verwendet, ebenso wie *Miss Maury*, zur Klassifizierung der Spektra hauptsächlich folgende Linien, bzw. Liniengruppen:

1. Die Wasserstofflinien $H\alpha$ bis $H\upsilon$, deren Wellenlängen wir bereits früher (S. 270) mitgeteilt haben; ferner die sogenannte zweite Wasserstoffserie $H\beta'$ bis $H\eta'$ mit den Wellenlängen 5413.6 $H\beta'$, 4542.4 $H\gamma'$, 4200.7 $H\delta'$, 4026.0 $H\varepsilon'$, 3924.0 $H\zeta'$, 3860.8 $H\eta'$. Wie bereits oben erwähnt, gehören diese Linien nach neueren Untersuchungen vielleicht dem Helium an (vgl. Fig. 24).

2. Die Orionlinien, so genannt, weil die Sterne, in deren Spektren sie hauptsächlich auftreten, sich besonders zahlreich in der Oriongegend finden. Unter den Orionlinien sind vor allem zu nennen: die Heliumlinien 3819.2, 4026.4, 4120.5, 4144.0 und 4471.8, die Siliziumlinien 4128.5 und 4131.4, ferner die Magnesiumlinie 4481.4, die Sauerstofflinien 4069.4, 4072.0 und 4075.9, die Stickstofflinien 3994.9 und 4630.6 und schließlich die nicht identifizierten Linien 4096.9, 4089.2, 4116.2 und 4649.2.

3. Die Sonnenlinien. Unter dieser Bezeichnung werden die Linien des Sonnenspektrums außer den Wasserstoff- und Calciumlinien verstanden. Ein Verzeichnis der wichtigsten Sonnenlinien ist auf S. 274—275 gegeben.

4. Die Calciumlinien 3968.6 *H* und 3933.8 *K*, das Band *G* zwischen den Wellenlängen 4299.2 und 4315.2 und die Bänder 4633 und 4688.

Untersucht man das Auftreten und die Intensität dieser Linien, so zeigt sich, daß nahezu alle Spektra in eine kontinuierliche Reihenfolge geordnet werden können, deren Haupttypen der Reihe nach die *Pickering*schen Klassen *O*, *B*, *A*, *F*, *G*, *K* und *M* sind. Der Entwicklungsgang läßt sich kurz so charakterisieren: Die hellen Linien des reinen *O*-Typus verschwinden allmählich und machen den Orionlinien Platz, die den *B*-Typus kennzeichnen. Die Orionlinien werden dann zum größten Teil wieder von den Wasserstofflinien verdrängt, die ihre stärkste Intensität in den *A*-Sternen erreichen. Der Übergang von *A* über *F* zu den Sonnensternen des *G*-Typus wird durch das all-

mähliche Abnehmen der Wasserstofflinien und das gleichzeitige Hervortreten der Sonnenlinien charakterisiert. Im *K*-Typus treten die Sonnenlinien ihrerseits zugunsten der Bänder *G*, *H* und *K* immer mehr zurück; letztere erreichen schließlich das Übergewicht, womit dann der *M*-Typus erreicht ist. An die Spitze dieser Reihe gehört nach den neueren Forschungen die Klasse *P*, welche die Spektra der planetarischen Nebel enthält, während man zwei weitere Typen, *N* und *R*, deren Stellung innerhalb der geschilderten Reihenfolge noch nicht geklärt ist, einstweilen an den Schluß setzt.

Einzelne der oben genannten Klassen zerfallen wieder in Unterabteilungen; z. B. werden beim Typus *O* deren fünf unterschieden, die mit den Buchstaben *Oa*, *Ob*, *Oc*, *Od* und *Oe* bezeichnet werden, ähnlich gibt es in Klasse *M* die Abteilungen *Ma Mb*, *Mc* und *Md* usw. Spektra, die zwischen den Haupttypen liegen, werden in Zehnteln des Intervalles ausgedrückt. So bedeutet B_2 ein Spektrum, das zwischen *B* und *A*, aber näher bei *B* als bei *A* liegt.

Nach diesen allgemeinen Erörterungen wollen wir nun die *Cannon*sche Klassifizierung im einzelnen betrachten*).

Klasse *P*. Spektra der planetarischen Nebel. Das Spektrum besteht in der Hauptsache aus hellen Linien, von denen λ 5007 am stärksten hervortritt. Die Hauptwasserstofflinien und einige andere sind ebenfalls vorhanden, der Untergrund ist zuweilen schwach kontinuierlich (Fig. 23).

Klasse *O*. Sterne vom fünften Typus, deren Spektra im wesentlichen aus hellen Linien oder Banden bestehen. Es werden fünf Unterabteilungen unterschieden: *a*) Am auffallendsten ist ein breites helles Band bei λ 4633, $H\delta$ und $H\gamma$ sind hell. *b*) Ein helles Band bei λ 4688, die Wasserstofflinien $H\beta$ bis $H\varepsilon$, ebenso die Linien $H\gamma'$, $H\delta'$, $H\varepsilon'$ der zweiten Wasserstoffserie sind hell. *c*) Die hellen Bänder bei λ 4688 und λ 4633 wie in *c*, aber schmäler. *d*) Die Bänder 4688 und 4633 sind hell, alle übrigen Linien dunkel. *e*) Dieselben Merkmale wie bei *d*, außerdem sind die Argonlinien 4096.9 und 4089.2 und Heliumlinien vorhanden (Fig. 21).

Klasse *Oe 5*. Alle Linien sind dunkel. Nahe den Positionen der beiden hellen Bänder 4633 und 4688 zwei dunkele Linien mit den Wellenlängen 4649.2 und 4685.4. Beide Wasserstoffserien sind vertreten. Diese Klasse ist die Überleitung zum Typus *B*.

Klasse *B*. Orionsterne. Die zweite Wasserstoffserie ist sehr schwach und verschwindet von *B 1* an. Die Heliumlinien sind zahlreich und intensiv, besonders λ 3819.2, 4026.4, 4120.5, 4144.0. Auch die Argonlinien 4089.2 und 4096.9 sowie die Linie 4116.2 sind gut zu erkennen (Fig. 14).

Klasse *B 5*. Die Wasserstofflinien nehmen an Intensität zu, die Heliumlinien ab. Die Linie 3933.8 *K*, die Siliciumlinien 4128.5 und 4131.4 und die Magnesiumlinie 4481.4 treten allmählich stärker hervor.

Klasse *A*. Die Wasserstofflinien erreichen ihr Intensitätsmaximum. Die Intensität der Linie *K* ist gleich 0.1 der von $H\delta$. Zahlreiche schwache Sonnenlinien (Fig. 13).

Klasse *F*. Die Intensität der Wasserstofflinien ist nur noch halb so groß wie in Klasse *A*. Die *K*-Linie erscheint jetzt dreimal so kräftig wie $H\delta$. Das Band *G* zwischen 4299.2 und 4315.2 ist eben zu erkennen (Fig. 15).

Klasse *G*. Die Intensität der Wasserstofflinien beträgt noch ein Zehntel der in Klasse *A*. Die Calciumlinie 4227.0 erscheint gleich kräftig wie $H\delta$. Auch das Band *G* ist vorhanden. Im übrigen gleicht das Spektrum dem der Sonne (Fig. 16).

Klasse *G 5*. Die Wasserstofflinien sind noch schwächer, und das Gebiet der kurzen Wellenlängen ist etwas weniger intensiv als in Klasse *G*.

*) Vgl. *Harvard Annals. vol. 56.*

Klasse *K*. Wasserstofflinien von verminderter Intensität. Das Band *K*, die Calciumlinie 4227 und das Band *G* bilden die auffallendsten Merkmale des Spektrums. Das Gebiet der kurzen Wellenlängen ist gewöhnlich schwach (Fig. 17).

Klasse *K 5*. Die allgemeinen Merkmale sind dieselben wie bei Klasse *K*. Dazu kommen schwache Andeutungen von Bändern bei λ 4762, 4954 und 5168.

Klasse *M*. Die Linien, welche das Band *G* bilden, erscheinen getrennt. Vier Absorptionsbänder, die schon in Klasse *K 5* angedeutet sind, treten jetzt stark hervor. Ihre Ränder liegen bei λ 4762, 4954, 5168 und 5445. Die Calciumlinie 4227.0 ist sehr breit (Fig. 18).

Klasse *Md*. Spektra vom *M*-Typus mit hellen Wasserstofflinien. Die Sterne dieser Klasse sind fast alle veränderlich (Fig. 19).

Klasse *N*. Das charakteristische Merkmal dieser Spektren ist ein breites Absorptionsband nahe der Wellenlänge 4738; starke Abschwächung des kontinuierlichen Grundes im Blau und Violett (Fig. 20).

Klasse *R*. Die Struktur dieser Spektra ist wie bei denen der Klasse *N*, dagegen erscheint die allgemeine Absorption in Blau hier viel geringer wie dort.

Sterne, deren Spektra irgendwelche besonderen Merkmale aufweisen, so daß sie sich nicht ohne weiteres in eine der vorstehenden Klassen einreihen lassen, werden als *peculiar*, abgekürzt *pec.* oder einfach *p*, bezeichnet.

Im Anschluß hieran geben wir für die einzelnen Klassen der *Cannon*schen Einteilung eine Reihe von Mustersternen. Dabei sind nach Möglichkeit solche Objekte ausgewählt, die auch für kleinere Apparate genügende Helligkeit besitzen. Nur die Klassen *O*, *P*, *Md*, *N* und *R* enthalten fast ausnahmslos so schwache Objekte, daß sie nur für große Instrumente in Betracht kommen und deshalb hier übergangen werden können*).

Klasse *B*.

η Aurigae, χ Aurigae, β Canis majoris, γ Canis maj., ε Canis maj., ζ Canis maj. κ Canis maj., λ Canis maj., β Canis minoris, ε Cassiopeiae, ζ Cassiopeiae, λ Cassiopeiae o Cassiopeiae, β Cephei, δ Ceti, α Columbae, γ Columbae, ν Cygni, ζ Draconis, κ Draconis η Hydrae, δ^1 Lyrae, η Lyrae, ζ Ophiuchi, δ Ophiuchi, β Orionis, γ Orionis, δ Orionis, ε Orionis ζ Orionis, η Orionis, κ Orionis, ν Orionis, γ Pegasi, δ Persei, ε Persei, ζ Persei, ο Persei β Scorpii, δ Scorpii, κ Scorpii, λ Scorpii, π Scorpii, σ Scorpii, τ Scorpii, η Tauri, λ Tauri ζ Tauri, η Ursae majoris, α Virginis.

Klasse *A*.

α Aquilae, ζ Aquilae, β Arietis, β Aurigae, α Canis majoris, δ Cassiopeiae, α Cephei γ Ceti, α Coronae, γ Coronae, α Cygni, δ Cygni, ι Cygni, α Draconis, α Geminorum, γ Geminorum, λ Geminorum, δ Herculis, ο Herculis, δ Hydrae, α Leonis, β Leonis, δ Leonis, α Librae δ Librae, α Lyrae, γ Lyrae, γ Ophiuchi, λ Ophiuchi, α Pegasi, β Persei, α Sagittarii, ε Sagittarii, ζ Sagittarii, β Serpentis, ε Serpentis, β Ursae majoris, γ Ursae majoris, δ Ursae majoris, ε Ursae majoris, ζ Ursae majoris, κ Ursae majoris, η Virginis.

Klasse *F*.

δ Aquilae, ε Aurigae, γ Bootis, σ Bootis, ζ Cancri, π Canis majoris, α Canis minoris γ Capricorni, δ Capricorni, β Cassiopeiae, β Coronae, α Corvi, η Corvi, τ Cygni, β Delphini δ Geminorum, γ Herculis, ν Herculis, ζ Leonis, ι Leonis, ι Pegasi, α Persei, ν Persei, π Sagittarii, α Ursae minoris, γ Virginis.

Klasse *G*.

α Aquarii, β Aquarii, η Aquilae, α Aurigae, η Bootis, ι Cancri, δ Canis majoris α^1 Capricorni, η Cassiopeiae, δ Cephei, δ Columbae, γ Cygni, β Draconis, ζ Geminorum

*) Sehr eingehend sind diese Spektraltypen in *Harvard Annals vol.* 56 erörtert, worauf hier verwiesen sei.

ζ Herculis, ε Leonis, β Leporis, η Pegasi, γ Persei, ϑ Persei, η Piscium, γ Serpentis, δ Trianguli, ξ Ursae majoris, o Ursae majoris, β Virginis.

Klasse *K*.

δ Andromedae, ζ Andromedae, λ Andromedae, β Aquilae, γ Aquilae, α Arietis, δ Aurigae, ζ Aurigae, α Bootis, δ Bootis, β Cancri, α Cassiopeiae, γ Cephei, ζ Cephei, η Cephei, ι Cephei, β Ceti, ι Ceti, ε Coronae, ε Corvi, β Cygni, ε Cygni, ζ Cygni, η Cygni, ϰ Cygni, δ Draconis, ε Draconis, β Geminorum, ι Geminorum, β Herculis, η Herculis, ζ Hydrae, ι Hydrae, γ Leonis, μ Leonis, δ Leporis, γ Librae, β Ophiuchi, ε Ophiuchi, ε Pegasi, λ Pegasi, μ Pegasi, η Persei, ϰ Persei, γ Piscium, γ Sagittarii, δ Sagittarii, ι Sagittarii, λ Sagittarii, ε Scorpii, α Serpentis, α Tauri, δ Tauri, ϑ^1 Tauri, α Ursae majoris, ε Virginis.

Klasse *M*.

β Andromedae, π Aurigae, μ Cephei, α Ceti, λ Draconis, η Geminorum, μ Geminorum, α Herculis, g Herculis, ν Hydrae, π Leonis, σ Librae, δ^2 Lyrae, R Lyrae, δ Ophiuchi, α Orionis, β Pegasi, φ Pegasi, e Persei, η Sagittarii, α Scorpii, γ Scorpii, β Ursae minoris, δ Virginis, ε Virginis.

Um dem Leser die Vergleichung der einzelnen Spektraleinteilungen und besonders den Übergang von den anderen Systemen auf das heute allein gebräuchliche *Cannon*sche zu erleichtern, geben wir als Ergänzung zu dem Vorstehenden eine tabellarische Zusammenstellung der Klassifikationen von *Secchi*, *Vogel*, *Miss Maury* und *Miss Cannon* unter Beifügung des Prototyp-Sterns jeder einzelnen Klasse.

Secchi	*Vogel*	*Maury*	*Cannon*	Beispiele
—	*IIb*	*XXII*	*O*	29 *Canis maj.*
—	—	*I*	*Oe5*	*λ Orionis*
—	*Ib*	*II, III, IV, V*	*B*	*γ Orionis*
—	—	*VI*	*B5*	*η Tauri*
I	Ia_1, Ia_2	*VII, VIII, IX, X, XI*	*A*	*α Lyrae*
—	Ia_3	*XII*	*F*	*γ Bootis*
II	*IIa*	*XIII, XIV*	*G*	*α Aurigae*
—	—	*XV, XVI*	*K*	*α Bootis*
III	*IIIa*	*XVII, XVIII, XIX*	*M*	*α Orionis*
—	—	*XX*	*Md*	*o Ceti*
IV	*IIIb*	*XXI*	*N*	19 *Piscium*
—	—	—	*R*	*BD*—10°.5057
V	Ic_1, Ic_2	—	—	*γ Cassiopeiae*

Wie die Tabelle erkennen läßt, hat *Miss Cannon* für die Sterne vom *I*. Typus mit hellen Wasserstofflinien keine besondere Klasse, während *Vogel* sie mit *Ic* bezeichnet. Der Hauptvertreter dieses Typus, der übrigens nur wenige Objekte umfaßt, ist *γ Cassiopeiae*. Das Spektrum dieses Sternes enthält nach *Campbell* sicher ein halbes Dutzend heller Wasserstofflinien, außerdem sind im photographischen Spektrum einzelne dunkle Linien erkennbar. Ähnliche Erscheinungen zeigen u. a. die Spektren von *φ Persei*, *ϰ Draconis* und *μ Centauri*.

Eine besondere Gruppe bilden auch die Spektra der Neuen Sterne (Fig. 22). Im Spektrum der *Nova Persei* 1901 z. B. erschienen die Hauptlinien zuerst dunkel, erfuhren aber bald eine durchgreifende Veränderung, indem sich jede Linie in zwei Komponenten spaltete, von denen die minder

brechbare hell war. Dann folgten mehrfache Veränderungen, die mit den Lichtschwankungen des Sternes parallel liefen, bis schließlich das Spektrum in das eines Gasnebels überging. Ähnlich verlaufen die Erscheinungen in den Spektren der meisten anderen Neuen Sterne.

Literaturverzeichnis.

A. Allgemeines.

Alexander Gleichen, Lehrbuch der geometrischen Optik. Leipzig, Teubner, 1902.
Otto Lummer, Die Lehre von der strahlenden Energie. Müller-Pouillets Lehrbuch der Physik. Braunschweig, Vieweg, 1907.
Heinrich Kayser, Handbuch der Spektroskopie, Band I bis VI. Leipzig, Hirzel, 1900.
Baly-Wachsmuth, Spektroskopie. Berlin. Springer, 1908.
Heinrich Schellen, Die Spektralanalyse in ihrer Anwendung auf die Stoffe der Erde und die Natur der Himmelskörper, 2 Bände. Braunschweig, Westermann, 1883.
Grebe, Spektroskopie. Leipzig, Teubner, 1919.
Julius Scheiner, Spektralanalytische und photometrische Theorien. Leipzig, Barth, 1909
— Populäre Astrophysik. Leipzig, Teubner, 1922.
— Die Spektralanalyse der Gestirne. Leipzig, Engelmann, 1890.
Norman Lockyer, The Meteoric Hypothesis. London, Macmillan and Co., 1890.
Paul Salet, Spectroscopie astronomique. Paris, Octave Doin et fils, 1909.

B. Spektra der Himmelskörper.

Schellen, Atlas zur Spektralanalyse. Braunschweig, Westermann, 1883.
Kirchhoff, Untersuchungen über das Sonnenspektrum. Berlin, Dümmler, 1861.
Müller, Darstellung des Sonnenspektrums bei mittlerer und schwacher Dispersion. Potsdame Publikationen Nr. 6. 1880.
Müller und Kempf: Bestimmung der Wellenlängen von 300 Linien im Sonnenspektrum. Pot damer Publ. Nr. 20. 1885.
Vogel und Müller, Spektroskopische Beobachtungen der Sterne bis $7^m.5$ in der Zone von — bis $+20°$ Dekl. Potsdamer Publ. Nr. 11. 1883.
Vogel und Wilsing, Untersuchungen über die Spektra von 528 Sternen. Potsdamer Pul Nr. 39. 1889.
Lockyer, On the Photographic Spectra of some of the Brighter Stars. Philosophical Transactio Bd. 184.
Scheiner, Untersuchungen über die Spectra der helleren Sterne. Potsdamer Publ. Nr. 26. 18
Pickering, Preparation and discussion of the Henry Draper Catalogue. Harvard Annals, vol. 26 1891.
— The Henry Draper Catalogue of stellar spectra. Harvard Annals vol. 27, 1890.
Antonia C. Maury, Spectra of bright stars. Harvard Annals, vol. 28 I. 1897.
Annie J. Cannon, Spectra of bright southern stars. Harvard Annals, vol. 28 II. 1901.
Hartmann, Über eine einfache Interpolationsformel für das prismatische Spektrum. Potsdan Publ. Nr. 42. 1902.
— Die Ausmessung und Reduktion von Sternspektrogrammen. Astron. Nachr. Bd. 155,
Pickering, Miscellaneous investigations forming a part of the Henry Draper Memorial. Harv Annals, vol. 56. 1912.
— A sixth Type of stellar spectra. Harvard Circular 145.
Wilsing, Untersuchungen über das Spectrum der Nova Aurigae. Potsdamer Publ. Nr.
Scheiner und Wilsing, Untersuchungen an den Spektren der helleren Gasnebel. Potsda Publ. Nr. 47.
W. H. Wright, The wawe lengths of the nebular lines and General Observations of the spe of the Gaseous Nebulae. Publications of the Lick Observatory, vol. XIII, part. VI. 1
Wright, The spectra of the temporary stars. Lick Publ. vol. XIV, part. I. 1920.

Friedrich Becker.

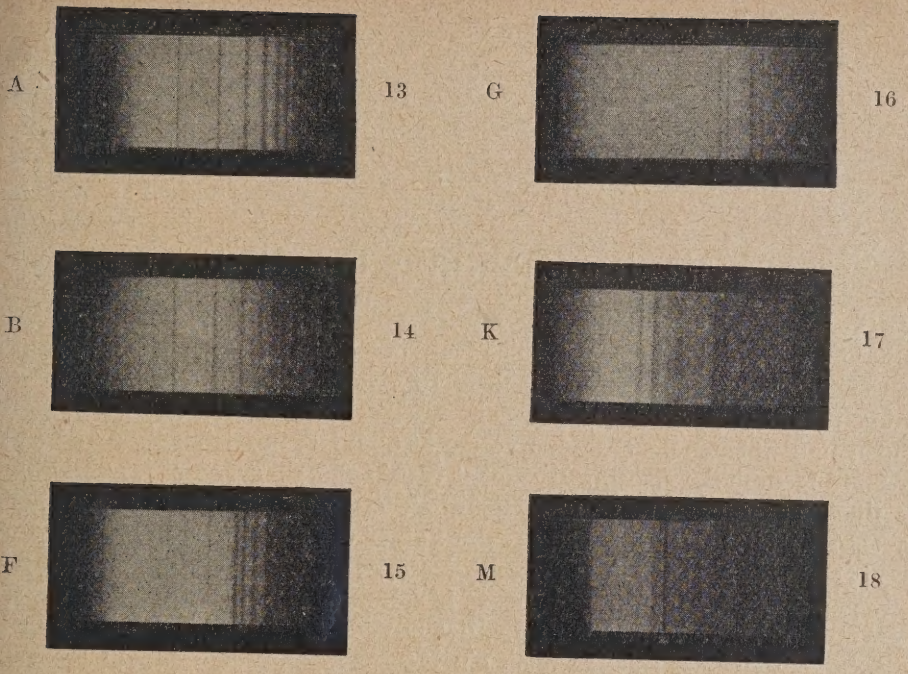
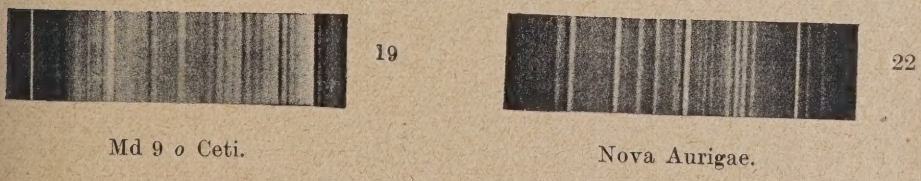
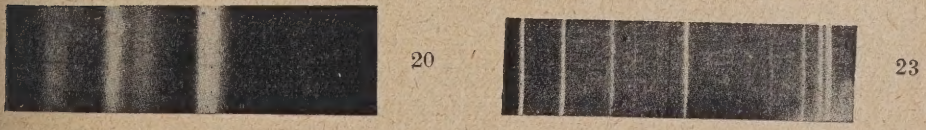


Fig. 13—18.



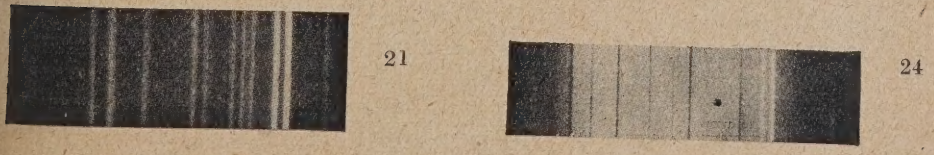
Md 9 *o* Ceti.

Nova Aurigae.



N —3° 1685.

Gasnebel N. G. C. 7009.



O H. R. 6249.

2. Wasserstoffserie ζ Puppis.

Fig. 19—24.

Photographische Aufnahmen von Sternspektren.

Die Beobachtung der Sonne.

O Sonne, allsehendes strahlendes Weltauge, Königin des Himmels, unermüdliche Wohltäterin der Erde seit unvordenklichen Zeiten, dir schuldet das Menschengeschlecht höchsten Dank aus tiefstem Herzen. Denn was wäre die Erde ohne dich? Ein ödes Gestein ohne Leben! Deinen in höchster Fülle leuchtenden und wärmenden Strahlen verdankt alles Organische, verdanken Pflanze, Tier und Mensch ihr Dasein. Du sorgst für sie alle, du ernährst sie und erneuerst ihr flüchtiges Einzelleben durch unaufhörlich wiederkehrende Neuerschaffung der Gesamtheit. Darum haben dir die Völker des Altertums in ihrem unmittelbaren Naturgefühl göttliche Verehrung erwiesen, die alten Inder, Ägypter, Griechen, Germanen; und noch heute bist du in Japan der höchste Gegenstand der Anbetung. Preis und Dank dir, der unversieglichen Lebensquelle der Erde, bis in alle Ewigkeit, solange noch ein Menschenauge dich zu schauen vermag.

Aber noch mehr! Du bist nicht nur eine Wohltäterin der Erde, sondern das Haupt einer großen Familie von Kindern und Enkeln (Planeten und Monde), die alle aus deinem Mutterschoß hervorgegangen sind, als du noch den ganzen Raum erfülltest, den jetzt deine Familie einnimmt.

Von diesem Dithyrambus wollen wir nun zur nüchternen Wissenschaft übergehen.

Bei der überragenden Bedeutung, welche die Sonne für das menschliche Leben besitzt, ist es natürlich, daß sie auch für die Wissenschaft, die Astronomie, der bei weitem wichtigste Gegenstand der Forschung ist, hinter dem alle übrigen Himmelskörper, wie sie auch heißen mögen, weit zurückstehen. Darum wird auch ihre Beobachtung seit den ältesten Zeiten von den Kulturvölkern aufs eifrigste gepflegt, und durch die Zusammenarbeit der Astronomen, namentlich auf den zahlreichen seit dem 17. Jahrhundert gegründeten Sternwarten, ist es gelungen, die mechanischen und mathematischen Verhältnisse der Sonne (Bewegung, Entfernung und Größe) aufs genaueste zu erforschen. Aber ihre physische Beschaffenheit ist ein noch ungelöstes Rätsel geblieben, und von den vielen verschiedenen Ansichten, die schon darüber ausgesprochen worden sind, hat sich bis jetzt keine mit überzeugender Kraft Alleingeltung verschaffen können.

I. Die Sonnenflecke.

Dem bloßen Auge stellt sich die ganze Oberfläche der Sonne, Photosphäre genannt, in blendendem Glanze leuchtend dar, ohne erkennbare Einzelheiten. Im Fernrohr ist der Anblick ein ganz anderer.

1. Zunächst ist ihr Rand etwas weniger hell als das Übrige, ohne daß aber eine deutliche Grenze vorhanden wäre. Die Abschwächung geht vielmehr allmählich nach dem Rande hin vor sich, anfangs unmerklich, nachher stärker.

2. Bei klarer, ruhiger Luft und genügender Vergrößerung erscheint die Oberfläche wie gesprenkelt oder körnig, indem überall mehr und weniger helle Stellen miteinander abwechseln. Dieses Aussehen wird die Granulation (Körnelung) der Sonne genannt.

3. Leichter zu erkennen sind eigentümliche Gebilde, die sich dadurch auszeichnen, daß sie die hellsten Stellen der Photosphäre sind. Sie machen sich besonders an dem lichtschwächeren Rande der Sonne bemerklich. Sie heißen Fackeln. Ihre Form und Größe ist mannigfach, bald sind sie rundlich und klein, bald unregelmäßig flächenartig ausgebreitet, oft schmale und geschlängelte Lichtadern bildend.

4. Die auffallendste Erscheinung auf der Sonne sind aber die von Zeit zu Zeit auftretenden dunklen Flecke. Sie variieren vielfach an Gestalt, Größe und Dauer. Die kleinsten, als Pünktchen auftretenden, nennt man Poren. Ihre scheinbare Größe ist nur ein Bruchteil einer Sekunde, ihre wahre Größe kann trotzdem Hunderte von Kilometern betragen, da eine Bogensekunde auf der Sonne gleich etwa 725km ist. Die größeren Flecke sind gewöhnlich von einem weniger dunklen, grauen Rande umgeben, und so entsteht das typische Bild eines Sonnenflecks. In der Nähe des Sonnenrandes ist er immer perspektivisch zu einem ovalen Fleck verschmälert, mit der Längsausdehnung parallel dem Sonnenrande (s. Fig. 1a und 1b). Der dunkle Fleck im Innern heißt der Kern (*Umbra*), der graue Rand der Hof (*Penumbra*). Die Kerne erscheinen im Vergleich zur übrigen Sonnenfläche schwarz, aber das ist nur eine Wirkung des Kontrastes zur leuchtenden Photosphäre, was sich deutlich bei Sonnenfinsternissen und den Vorübergängen von Planeten (Merkur, Venus) zeigt, da sie alsdann viel heller als der dunkle Fremdkörper sind. Die Gestalt der Kerne ist sehr verschieden, und der Hof pflegt in seinem Umriß die Gestalt des Kerns wiederzuspiegeln. Es kommt auch oft vor, daß ein Hof mehrere Kerne umschließt; und da sich seine Gestalt meist nach der Konfiguration der Kerne richtet, so entstehen manchmal die bizarresten Formen. Zwischen den Kernen hält bisweilen der graue Hofgrund, und der Zwischenraum ist dann so hell wie die Photosphäre. Solche helle Zwischenräume zwischen den Kernen nennt man Lichtbrücken, als ob sie wie helle Brücken über eine dunkle Tiefe gespannt wären. Was die Größe der Höfe betrifft, so können sie eine Ausdehnung von 5 und mehr Erddurchmessern erreichen. So große Flecke werden dann selbst für das bloße Auge sichtbar, natürlich nur als Punkte ohne alle Einzelheiten. Fälle dieser Art kommen besonders in den Zeiten der größten Fleckenhäufigkeit vor, da alsdann die Flecke nicht nur zahlreicher sind, sondern auch größer zu sein pflegen, als zur Zeit geringerer Sonnentätigkeit.

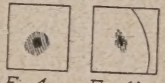


Fig 1a Fig 1b
(schematisch)

Beispiele von Flecken, die ohne Fernrohr sichtbar waren.

1. Mitte April 1882 (das nächste Jahr war ein Maximaljahr) auf der südlichen Halbkugel ein Fleck von der Größe von etwa 30 Erdkugeln.

2. Mitte Mai desselben Jahres mit 2 großen Kernen von Erdgröße.
3. Ende November 1882 auf der nördlichen Halbkugel ein kolossaler Hof.
4. Mitte Februar 1892 (das nächste Jahr war wieder ein Maximaljahr). Es war der größte Sonnenfleck, der je auf der Sternwarte in Greenwich photographiert worden ist und hatte nach dortigen Messungen eine Größe von 82 Erdkugeln.
5. Februar 1894 auf der südlichen Halbkugel.
6. Januar 1897 auf der südlichen Halbkugel.
7. Anfang Mai 1897 auf der südlichen Halbkugel.
8. Anfang September 1898 auf der südlichen Halbkugel.
9. Mitte Oktober 1903 auf der südlichen Halbkugel.
10. Anfang Februar 1905 (Maximaljahr) auf der südlichen Halbkugel.
11. Mitte Juli 1905 auf der nördlichen Halbkugel.
12. Mitte Juni 1907 auf der südlichen Halbkugel.

Die Dauer der Flecke ist ebenso verschieden wie ihre Größe und Gestalt. Die kleinsten, punktförmigen sind oft nur ephemer, ja sie entstehen und vergehen fast unter den Augen des Beobachters. Dagegen haben die größeren Gebilde, namentlich die einfach geformten, aus Kern und rundem Hof bestehenden, oft eine lange Dauer. Es ist nicht selten, daß ein solcher Hoffleck sich durch 2, auch 3 und selbst 4 Rotationen erhält, ohne sein Aussehen wesentlich zu verändern. So hatten 3 große regelmäßige Hofflecke auf der südlichen Halbkugel eine Dauer von etwa ¼ Jahr mit 4 Umläufen, nämlich

1. von Dezember 1883 bis Ende März 1884;
2. von April bis Mitte Juli 1884;
3. von Anfang März bis Ende Mai 1886.

Es ist bemerkenswert, daß die vorerwähnten Flecke meist der südlichen Halbkugel angehörten, und es ist überhaupt festgestellt worden, daß seit 185 die fleckenbildende Tätigkeit der Sonne auf dieser Halbkugel im allgemeinen lebhafter war, als auf der nördlichen.

Daß die Sonnenflecke in ihrer Zahl eine Periode befolgen, mit abwechselndem Maximum und Minimum, hat zuerst der Apotheker *Schwabe* in Dessau an seinen 18jährigen Beobachtungen der Sonne erkannt. Dadurch angeregt hat dann der Direktor der Zürcher Sternwarte *Rudolf Wolf* mit unermüdlichem Eifer alle Nachrichten über Sonnenflecke gesammelt, die bis auf die Zeit der Erfindung des Fernrohrs (1610) zurückgehen und daraus eine Periode von $11^1/_9$ Jahren, also 9 in einem Jahrhundert, abgeleitet. Dies ist aber nur als ideeller Durchschnitt aufzufassen, entstanden durch ein zusammenfassendes Ausgleichsverfahren, das zu sogenannten Relativzahlen der Sonnenflecke führte. In Wirklichkeit waren die Perioden von sehr ungleicher Dauer und schwankten von Maximum zu Maximum zwischen 7.3 und 17.1 Jahren und von Minimum zu Minimum zwischen 8.2 und 15 Jahren.

Die Flecke gewannen außer durch die Feststellung ihrer Periode noch dadurch überraschend an Bedeutung, daß man eine Beziehung zwischen ihnen und dem Erdmagnetismus entdeckte. Dies geschah durch die Vergleichung

der erdmagnetischen Beobachtungen von *Lamont*, dem Direktor der Münchener Sternwarte, von 1835—1850 mit den gleichzeitigen Fleckenzahlen. In der folgenden Tabelle, in der v die Variation der Magnetnadel und r die Relativzahl der Flecke bedeutet, sind die Maxima doppelt, die Minima einfach unterstrichen, und in der Figur 2 hat die untere Kurve der Flecke ihre Relativzahlen an der linken Seite, die obere der magnetischen Variation ihre Minutenskala an der rechten.

	v	r
1835	8,61′	45,1
36	11,11	97,4
37	11,04	111,0
38	11,47	82,6
39	9,93	68,5
40	8,92	51,8
41	7,82	29,5
42	7,08	19,2
43	7,15	8,4
44	6,61	12,2
45	8,13	32,4
46	8,81	47,0
47	9,55	79,3
48	11,15	100,4
49	10,64	95,6
50	10,44	63,0

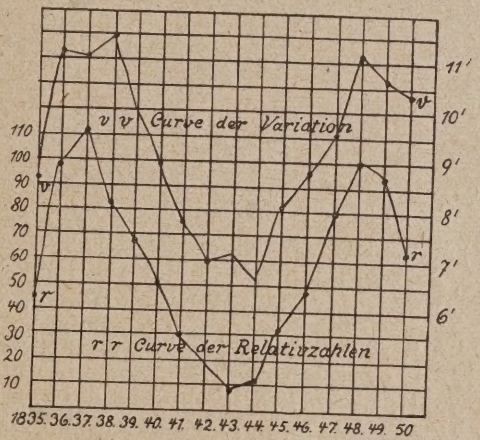


Fig. 2.

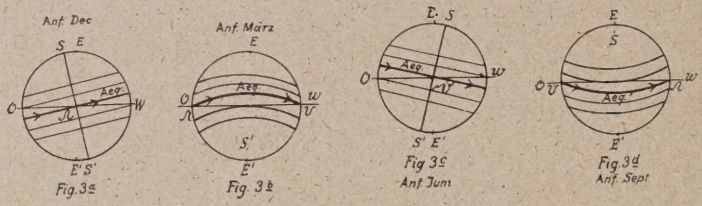
Ganz verschieden von diesen regelmäßigen täglichen Variationen im Betrage von einigen Minuten sind die bisweilen plötzlich und in weit größerer Stärke auftretenden sogenannten magnetischen Stürme, die auffallenderweise dann am stärksten zu sein pflegen, wenn grade ein großer Fleck die Sonnenscheibe passiert. Dadurch stellt sich der direkte Einfluß der Flecke auf den magnetischen Zustand der Erde sozusagen handgreiflich heraus. In solchen Fällen ist manchmal der telegraphische Verkehr über ganze Erdteile gestört, glänzende Polarlichter im Norden und Süden leuchten auf, und die Magnetnadel schwankt wie von einer Panik ergriffen, um mehrere Grade, besonders in sehr nördlichen Gegenden, ruhelos hin und her. So war es — um einige auffallende Beispiele anzuführen — am 1. September 1859 (s. *Clerke, Gesch. der Astronomie, deutsch von Maser*), ferner bei dem kolossalen Fleck im November 1882, desgleichen bei dem Fleck Mitte Februar 1892, dem größten in Greenwich photographierten, ebenso bei den großen Flecken vom 23. Februar 1894, 9. September 1898 und 31. Oktober 1903. (vgl. S. 288 oben).

II. Die Rotationslage der Sonne.

Schon die ersten Beobachter, welche das Fernrohr sogleich nach seiner Erfindung (1610) auf die Sonne richteten und die Flecke entdeckten, bemerkten, daß diese sich von Ost nach West bewegten und schlossen daraus folgerichtig, daß die Sonne eine Rotation besitze, also eine Kugel sei mit einem Äquator und

zwei Polen. Der eifrigste Beobachter jener Entdeckerzeit, der Jesuitenpater *Christoph Scheiner* in Ingolstadt, fand, daß die Fleckenbahnen nicht stets geradlinig erscheinen, wie es der Fall sein müßte, wenn sie parallel zur Ekliptik wären, sondern meist gekrümmt, teils nach N, teils nach S. Er schloß daraus mit Recht, daß der Äquator der Sonne nicht mit der Ekliptik zusammenfalle.

Die Figuren $3a$ bis $3d$ erklären diese Erscheinungen auf einfache Weise;



man braucht sich nur ein Auge zu denken, das in der Ebene der Ekliptik (OW) von links nach rechts um die Sonne herumgeführt wird. EE' ist die Ekliptikachse, deren Endpunkte immer am Sonnenrande liegen, wo sich auch das Auge in der Ebene der Ekliptik befinden mag. SS' ist die Rotationsachse der Sonne, deren Pole nur dann am Sonnenrande gesehen werden, wenn das Auge sich in der Ebene des Sonnenäquators befindet, wie in Fig. $3a$ und $3c$ (Anfang Dezember und Juni), und dann erscheinen die Fleckenbahnen geradlinig, teils auf-, teils absteigend. In Fig. $3b$ (Anfang März) ist die Erde auf die rechte Seite der ersten Figur gekommen, und das Auge befindet sich nun unter der Ebene des Sonnenäquators, der uns deshalb mit seinen Parallelkreisen nach oben gekrümmt erscheint; sein Nordpol S liegt hinter der Sonne ein wenig unter E, sein Südpol S' vorn ebensoviel über E'. Endlich in Fig. $3d$ (Anfang September), wo sich die Erde auf der Rückseite von $3b$ befindet, ist alles umgekehrt dazu: das Auge über der Ebene des Äquators, der daher mit seinen Parallelkreisen sich nach unten gekrümmt darstellt mit dem Nordpol S vorn etwas unter und dem Südpol S' hinten ebensoviel über E'.

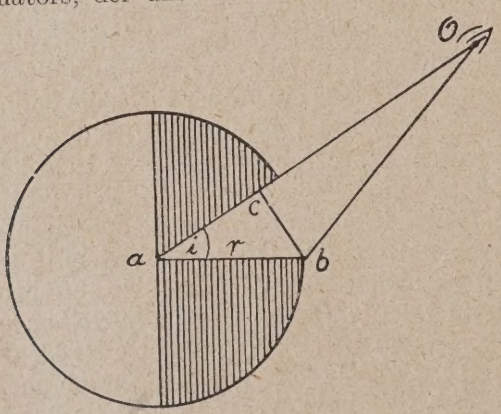


Fig 4.

Die Kurven in $3b$ und $3d$ sind elliptisch; denn jeder Kreis, der schräg von oben oder unten betrachtet wird, erscheint als Ellipse, wobei der unverkürzte Durchmesser die große und der senkrecht dazu stehende die kleine Achse der Ellipse bildet. In Fig. 4 hat man sich die Ebene Oab senkrecht auf der Kreisfläche zu denken, und das Auge O sieht den Kreisradius ab in der Verkürzung von $bc = r \cdot \sin i$. In Fig. $3a$ und $3c$ befindet sich das Auge im Durchschnitt von Ekliptik und Äquator, dem sogenannten aufsteigenden (Ω), bezw. abst

genden Knoten (♈); i ist $= 0$. Je weiter wir uns aber davon nach rechts entfernen, desto mehr senkt sich unser Auge unter oder hebt sich über den Äquator, und der Winkel i wächst zu seiner vollen Größe an, bis wir der Sonne wie in $3b$ oder $3d$ gegenüberstehen, um nachher wieder abzunehmen. Seine Größe variiert zwischen 0, $+i$, 0 und $-i$ wie der Sinus des Abstandes der Erde oder Sonne von Ω, das ist, wie der sin $(\odot - \Omega)$; also ist schließlich $bc = r \sin i \cdot \sin (\odot - \Omega)$.

Da die Rotation der Sonnenflecke zeigt, daß der Äquator der Sonne eine andere Lage als die Ekliptik hat, so entsteht nunmehr die Aufgabe, die Rotations-Elemente der Sonne, d. h. die Länge des aufsteigenden Knotens Ω und den Neigungswinkel i der beiden Ebenen aus Fleckenbeobachtungen ihrem Werte nach zu bestimmen.

Vorbereitende Rechnungen.

Die Rotations-Elemente Ω und i hängen von der heliozentrischen Länge und Breite λ und β der Flecke ab. Da sich diese aber nicht direkt messen lassen, weil die Ekliptik keine feste Lage zum Horizont hat, so muß man sie aus ihren Koordinaten zum festliegenden Himmelsäquator berechnen, indem man die zum Mittelpunkt der Sonnenscheibe nach Rektaszension α und Deklination δ fixiert. Um die Differenzen $\Delta\alpha$ und $\Delta\delta$ zwischen Fleck und Mittelpunkt zu finden, mißt man mit der Uhr die Zeitunterschiede im Eintritt des Flecks und des Ost- und Westrandes der Sonne an einem im Gesichtsfelde des Fernrohrs von N nach S gerichteten Faden und ebenso mit einer beliebigen Skala die Abstände des Flecks von den Tangenten im Nord- und Südpunkt der Sonne. Bezeichnet man die Abstände des Flecks m von den 4 Hauptpunkten des Sonnenrandes N, O, S, W mit den entsprechenden kleinen Buchstaben, so ist

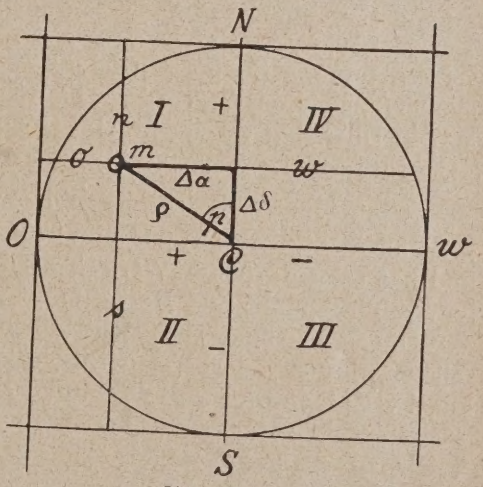


Fig. 5

$$w = r + \Delta\alpha \quad \text{und} \quad s = r + \Delta\delta$$
$$o = r - \Delta\alpha \qquad n = r - \Delta\delta$$
$$w - o = 2\Delta\alpha \qquad s - n = 2\Delta\delta$$

glich

$$\Delta\alpha = \frac{w - o}{2} \qquad \Delta\delta = \frac{s - n}{2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

Im rechtwinkligen Dreieck von $\Delta\alpha$ und $\Delta\delta$ ist nun $\operatorname{tang} p = \frac{\Delta\alpha}{\Delta\delta}$ und

$\frac{\Delta\alpha}{\sin p}$ oder $\frac{\Delta\delta}{\cos p}$ oder $\sqrt{\Delta\alpha^2 + \Delta\delta^2}$ $\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$ (2)

Damit ist die Lage des Flecks zum Zentrum der Sonnenscheibe nach Richtung (p) und Entfernung (ϱ) gegeben.

Zum Übergang auf ekliptikale Koordinaten ziehe man in Fig. 6 durch

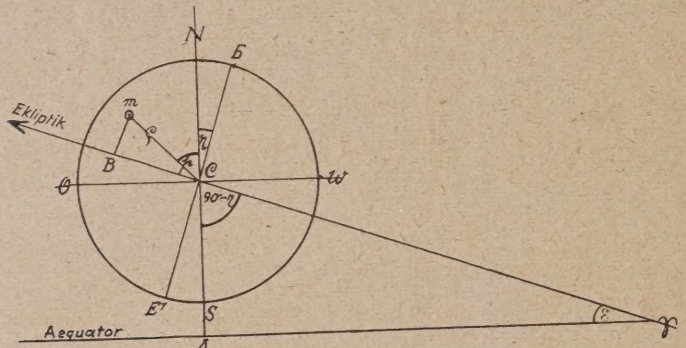


Fig. 6

das Zentrum der Sonnenscheibe die Ekliptik und den auf dieser senkrecht stehenden Längenkreis EE'. Dieser bildet mit dem Stundenkreise NA den Winkel η, der den Übergang vermittelt. Im Dreieck $CA\Upsilon$ ist $C\Upsilon$ die Länge ($\odot$) der Sonne, und es ist $\cos\odot = \cot(90-\eta)\cot\varepsilon$ (Schiefe der Ekliptik), folglich

$$\operatorname{tg}\eta = \operatorname{tg}\varepsilon\cos\odot \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

η ist also $=0$ bei $\odot = 90°$ und $270°$, d. h. im Sommer- und Wintersolstitium und hat seinen größten Wert $\pm\varepsilon$ bei $\odot = 0$ und $180°$, d. h. wenn die Sonne im Frühlingspunkt und Herbstpunkt ist.

Um endlich zu der heliozentrischen Länge und Breite des Flecks zu gelangen, müssen wir unsern bisherigen irdischen Standpunkt in das Zentrum S der Sonnenkugel verlegen. Dies wird durch Fig. 7 vermittelt, welche den durch den Fleck m

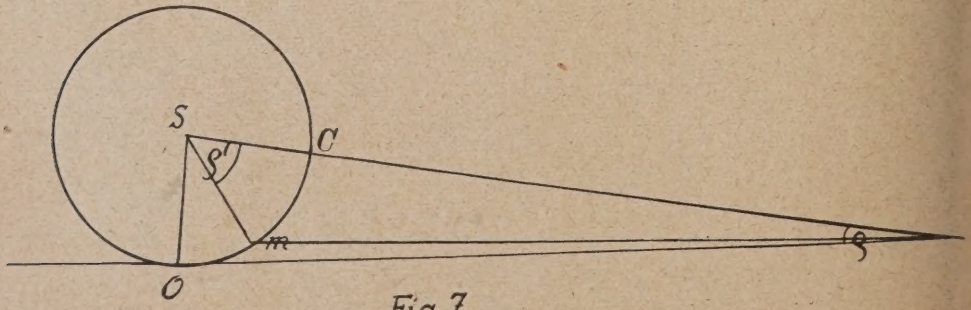


Fig. 7

und das Zentrum C der Sonnenscheibe gehenden Kreis darstellt. Die Winkel um C bleiben dabei unverändert, da die Tangenten der in C zusammentreffenden Bogen auf der Verbindungslinie ST der beiden Standpunkte senkrecht stehen

dagegen stellt sich uns der Bogen mC unter einem viel größeren Winkel (ϱ') dar als vorher (ϱ), weil wir jetzt der Oberfläche der Sonne viel näher gerückt sind (ca. 215 mal).

Nach dem Sinussatz ist nun $Sm : ST = \sin\varrho : \sin(\varrho + \varrho')$, folglich

$$\sin(\varrho + \varrho') = \frac{ST \sin\varrho}{Sm} = \frac{ST \sin\varrho}{SO} = \frac{\sin\varrho}{\sin R}.$$

(R der Winkel, unter welchem der Sonnenradius von der Erde aus erscheint.) Da R nur etwa 16′ beträgt, und ϱ stets noch kleiner ist, so kann man das Sinusverhältnis mit dem Verhältnis der Winkel selbst vertauschen und erhält

$$\sin(\varrho + \varrho') = \varrho/R. \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (4)$$

Daraus ergibt sich ϱ'.

Weiter ist mB in Fig. 6 die Breite β des Flecks und BC sein Längenunterschied $\Delta\lambda$ von C, sowohl geozentrisch wie heliozentrisch, aber im letzteren Falle im Verhältnis von $\frac{\varrho'}{\varrho}$ vergrößert. Wir haben also heliozentrisch im Dreieck mBC:

$$\sin\beta = \sin\varrho' \cos(p + \eta) \quad \text{und} \quad \operatorname{tg}\Delta\lambda = \operatorname{tg}\varrho' \sin(p + \eta). \quad \ldots \quad (5)$$

Um λ aus $\Delta\lambda$ zu finden, ist zu berücksichtigen, daß die Lage eines Punktes auf der Sonne für die beiden Standpunkte verschieden ist. Der Fleck m, der geozentrisch links vom Längenkreise EE' liegt, liegt heliozentrisch rechts davon, und da in beiden Fällen die Längenzählung von rechts nach links geht, so hat er geozentrisch eine größere Länge als C und heliozentrisch eine kleinere. Die Länge von C ist nichts anderes als die heliozentrische Länge der Erde (s. Fig. 7). Man hat also, heliozentrisch betrachtet, $\Delta\lambda$ von der Erdlänge, die = Sonnenlänge $\odot \pm 180°$ ist, zu subtrahieren:

$$\lambda = \odot \pm 180° - \Delta\lambda \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (6)$$

Die Formeln (1) bis (6) enthalten die kleinen vorbereitenden Rechnungen für die Bestimmung der Rotationselemente Ω und i, für welche, da es sich um die Festlegung einer Ebene (Äquator der Sonne) handelt, 3 Positionen eines Sonnenflecks in λ und β erforderlich sind.

A. Methode von *Cagnoli*.

Die Fig. 8 zeigt die Sonne in der Stellung von Anfang Dezember, der Äquator radlinig aufsteigend, Ω in der Mitte und S am Rande, E und S sind die Pole n Ekliptik und Sonnenäquator, daher Bogen $SE = \measuredangle i$, unter dem sich beiden Ebenen schneiden. Von den Polen sind nach 3 Positionen eines Flecks m hs Hauptkreisbogen gezogen, deren Verlängerungen resp. auf Ekliptik und uator senkrecht stehen und daher die Breite dieser Positionen, teils in Bezug f die Ekliptik (β), teils heliographisch in Bezug auf den Äquator (b) angeben. 3 letzteren sind natürlich gleich, da die Fleckenpositionen in einem Parallel- is zum Äquator liegen. Die 3 Fleckenpositionen sind außerdem durch

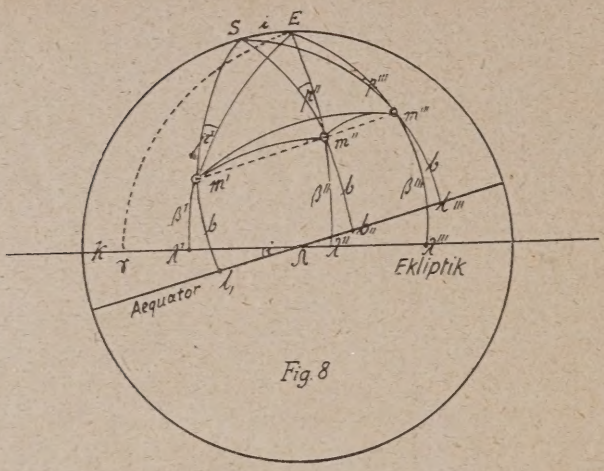


Fig. 8

3 Hauptkreisbogen untereinander verbunden, während der punktierte Parallel
kreis nicht in Betracht kommt. Die ekliptikalen Längen (λ) werden wie imme
vom Frühlingspunkt Υ aus gezählt, die heliographischen (l) entweder von den
durch S und E gehenden Längenkreise (hier die Peripherie der Figur) oder von δ
aus. Die letzteren sind um 90° kleiner.

Anleitung. Die Methode von *Cagnoli* bildet zuerst aus den 3 Dreiecken
welche der Pol E der Ekliptik mit den 3 Positionen des Flecks m bildet, di
Differenzen der Winkel an m, berechnet zweitens mit den *Neper*schen Formel
die parallaktischen Winkel p, welche die beiden Koordinatensysteme miteinande
verbinden und drittens mit dem Sinussatz aus 2 Dreiecken des Winkels p noc
den Winkel an E; dieser leitet unmittelbar zu k, dem Komplement von δ, übe

Ausführung.

$$1.\quad \begin{cases} \sphericalangle\, Em''m' - Em'm'' = p' + p'', & \text{da} \quad Sm'm'' = Sm''m' \\ \sphericalangle\, Em'''m'' - Em''m''' = p'' + p''', & \text{da} \quad Sm''m''' = Sm'''m'' \\ \sphericalangle\, Em'''m' - Em'm''' = p' + p''', & \text{da} \quad Sm'm''' = Sm'''m' \end{cases}$$

Bezeichnet man zur leichteren Unterscheidung die halben Summen der
der Reihe nach mit u, v, w, so bekommt man

$$2.\quad \begin{cases} \operatorname{tg} u = \dfrac{\sin\frac{1}{2}(\beta''-\beta')}{\cos\frac{1}{2}(\beta''+\beta')} \cdot \cot\tfrac{1}{2}(\lambda''-\lambda') \\ \operatorname{tg} v = \dfrac{\sin\frac{1}{2}(\beta'''-\beta'')}{\cos\frac{1}{2}(\beta'''+\beta'')} \cdot \cot\tfrac{1}{2}(\lambda'''-\lambda'') \\ \operatorname{tg} w = \dfrac{\sin\frac{1}{2}(\beta'''-\beta')}{\cos\frac{1}{2}(\beta'''+\beta')} \cdot \cot\tfrac{1}{2}(\lambda'''-\lambda') \end{cases}$$

$$3.\quad \begin{cases} \dfrac{\sin p'}{\sin p''} = \dfrac{\sin(k+\lambda')}{\sin(k+\lambda'')} \end{cases}$$

Um hieraus k zu finden, addiert und subtrahiert man auf beiden Seiten eine
dividiert dann die beiden Gleichungen durch einander und erhält so:

$$\frac{\operatorname{tg}\frac{1}{2}(p''+p')}{\operatorname{tg}\frac{1}{2}(p''-p')} = \frac{\operatorname{tg}\left(k+\frac{\lambda''+\lambda'}{2}\right)}{\operatorname{tg}\frac{1}{2}(\lambda''-\lambda')}.$$

$\frac{1}{2}(p''+p')$ ist u, und $\frac{1}{2}(p''-p')$ ist $\frac{1}{2}(p''+p''')-\frac{1}{2}(p'+p''') = v-w$. Es ist also

$$\frac{\operatorname{tg} u}{\operatorname{tg}(v-w)} = \frac{\operatorname{tg}\left(k+\frac{\lambda''+\lambda'}{2}\right)}{\operatorname{tg}\frac{1}{2}(\lambda''-\lambda')}.$$

Diese Gleichung liefert k und damit sein Komplement Ω.

Aus der letzten Gleichung ersieht man, daß man für die Berechnung von Ω nur der Hilfsgrößen u, v, w bedarf, die man direkt aus λ und β der 3 Fleckenpositionen herleiten kann. Gewiß eine bequeme Methode!

Die Neigung i (und nebenbei die heliographische Breite b des Flecks) findet man aus einem der parallaktischen Dreiecke ebenfalls mit den *Neper*schen Formeln, z. B.

$$\operatorname{tg}\tfrac{1}{2}(90-b+i) = \frac{\cos\frac{1}{2}(k+\lambda'-p')}{\cos\frac{1}{2}(k+\lambda'+p')}\cdot\operatorname{tg}\tfrac{1}{2}(90-\beta')$$

und

$$\operatorname{tg}\tfrac{1}{2}(90-b-i) = \frac{\sin\frac{1}{2}(k+\lambda'-p')}{\sin\frac{1}{2}(k+\lambda'+p')}\cdot\operatorname{tg}\tfrac{1}{2}(90-\beta').$$

Durch Addition und Subtraktion der beiden Gleichungen erhält man i und b.

Den Einzelwert p' erhält man aus

$$u-v+w = \tfrac{1}{2}(p'+p') - \tfrac{1}{2}(p''+p''') + \tfrac{1}{2}(p'+p''') = p'.$$

Zahlenbeispiel zu *Cagnolis* Methode.

Ein Fleck, der am 1. Juli 1909 in einer südlichen heliographischen Breite von $1\frac{1}{2}°$ durch den Zentralmeridian der Sonnenscheibe ging, gab mir folgende ekliptikalen Koordinaten:

	λ	β
Juni 25	199° 55′,4	+ 4° 32′,6.
Juli 3	312 56,3	− 7 27,8.
„ 5	342 40,6	− 8 34,8.

Folglich

$\frac{1}{2}(\beta''-\beta')$	= −6° 0′,2.	$\frac{1}{2}(\lambda''-\lambda')$	= 56° 30′,45.
$\frac{1}{2}(\beta''+\beta')$	= −1 27,6.		
$\frac{1}{2}(\beta'''-\beta'')$	= −0 33,5.	$\frac{1}{2}(\lambda'''-\lambda'')$	= 14 52,15.
$\frac{1}{2}(\beta'''+\beta'')$	= −8 1,3.		
$\frac{1}{2}(\beta'''-\beta')$	= −6 33,7.	$\frac{1}{2}(\lambda'''-\lambda')$	= 71 22,60.
$\frac{1}{2}(\beta'''+\beta')$	= −2 1,1.		

Die Rechnung liefert

$$u = -3°\,57'\,36'',4.$$
$$v = -2\ \ 7.21,7.$$
$$w = -2\ 12.24,0.$$

also

$$v - w = -0^\circ\ 5'\ 2''{,}3.$$
$$u - v + w = -4\ \ 2\ 38{,}7.$$

Diese Daten geben

$$\operatorname{tg} k + \frac{\lambda' + \lambda''}{2} = \frac{\operatorname{tg} - 3^\circ 57' 36''{,}4}{\operatorname{tg}\ 0^\circ 5' 2''{,}3} \cdot \operatorname{tg} 56^\circ 30' 27''$$

$$k + \frac{\lambda' + \lambda''}{2} = -89^\circ 11' 42''$$

$$\frac{\lambda' + \lambda''}{2} = 256^\circ 25' 51''$$

$$k = -345^\circ 37' 33'' = 14^\circ 22' 27''$$

$$\Omega = 75^\circ 37' 33''.$$

Berechnung von i und b.

$$p' = u - v + w = -4^\circ 2' 38''{,}7$$
$$k = 14^\circ 22' 27''$$
$$\lambda' = 199^\circ 55' 24''$$
$$(k + \lambda') = 214^\circ 17' 51''$$
$$\mp p' = \pm 4^\circ\ 2' 38''{,}7$$
$$\tfrac{1}{2}(k + \lambda' - p') = 109^\circ 10' 14''{,}85$$
$$\tfrac{1}{2}(k + \lambda' + p') = 105^\circ\ 7' 36''{,}15$$

$$\operatorname{tg} \tfrac{1}{2}(90 - b - i) = \frac{\sin 109^\circ 10' 14''{,}85}{\sin 105^\circ 7' 36''{,}15} \cdot \operatorname{tg} 42^\circ 43' 42''$$

$$\operatorname{tg} \tfrac{1}{2}(90 - b + i) = \frac{\cos 109^\circ 10' 14''{,}85}{\cos 105^\circ\ 7' 36''{,}15} \cdot \operatorname{tg} 42^\circ 43' 42''$$

$$\tfrac{1}{2}(90 - b - i) = 42^\circ\ 6' 24''$$
$$\tfrac{1}{2}(90 - b + i) = 49^\circ 17' 39''$$
$$i = 7^\circ 11' 15''$$
$$b = -1^\circ 24' 3''$$

B. Methode von *Delambre*.

In den parallaktischen Dreiecken (Fig. 8) ist allgemein

$$\cos Sm = \cos i \cos Em + \sin i \sin Em \cos SEm$$

oder

$$\sin b = \cos i \sin \beta - \sin i \cos \beta \sin(\lambda - \Omega)$$
$$= \cos i \sin \beta - \sin i \cos \beta \sin \lambda \cos \Omega + \sin i \cos \beta \cos \lambda \sin \Omega.$$

Alle 4 Glieder enthalten Unbekannte (Ω, i, b). Wenn man aber durch $\cos i$ dividiert, so reduzieren sich die Unbekannten auf 3 Glieder:

$$\frac{\sin b}{\cos i} = \sin \beta - \operatorname{tg} i \cos \beta \sin \lambda \cos \Omega + \operatorname{tg} i \cos \beta \cos \lambda \sin \Omega.$$

Zur Abkürzung setze man

$$\text{(I)} \quad \begin{cases} \operatorname{tg} i \cos \Omega = x & \cos\beta \sin\lambda = m \\ \operatorname{tg} i \sin \Omega = y & \cos\beta \cos\lambda = n \\ \dfrac{\sin b}{\cos i} = z & \sin\beta = s \end{cases}$$

Dann hat man $mx - ny + z = s$.

Solche Gleichungen geben alle Positionen eines Flecks, und aus 3 von ihnen kann man die 3 Unbekannten und dann Ω, i, b finden.

Die 3 Gleichungen mit ihren Indices für die Konstanten m, n, s lauten nun:

$$\text{(II)} \quad \begin{cases} m_1 x - n_1 y + z = s_1. \\ m_2 x - n_2 y + z = s_2. \\ m_3 x - n_3 y + z = s_3. \end{cases}$$

Hieraus ergibt sich

$$x = \frac{(n_1 - n_3)(s_1 - s_2) - (n_1 - n_2)(s_1 - s_3)}{(n_1 - n_3)(m_1 - m_2) - (n_1 - n_2)(m_1 - m_3)}$$

$$y = \frac{(m_1 - m_3)(s_1 - s_2) - (m_1 - m_2)(s_1 - s_3)}{\text{Nenner von } x}.$$

y unterscheidet sich von x nur im Zähler (m statt n).

Aus einer der Gleichungen in (II) folgt $z = s - mx + ny$.

Die Formeln (I) geben

$$\operatorname{tg}\Omega = \frac{y}{x}$$

$$\operatorname{tg} i = \frac{y}{\sin\Omega} \text{ oder } \frac{x}{\cos\Omega} \text{ (auch } = \sqrt{x^2 + y^2})$$

$$\sin b = z \cos i.$$

Rechnungsbeispiel (dasselbe wie bei *Cagnoli*).

	λ	β
Juni 25	199°55′24″	+ 4°32′36″
Juli 3	312.56.18	− 7.27.48
„ 5	342.40.36	− 8.34.48

m	n	s
−0,33969	−0,93719	+0,07921
−0,72588	+0,67544	−0,12989
−0,29443	+0,94396	−0,14919

$$m_1 - m_2 = +0{,}38619$$
$$m_1 - m_3 = -0{,}04526$$
$$n_1 - n_2 = -1{,}61263$$
$$n_1 - n_3 = -1{,}88115$$
$$s_1 - s_2 = +0{,}20910$$
$$s_1 - s_3 = +0{,}22840$$

Folglich

$$\log x = 8{,}495534$$
$$\log y = 9{,}086956$$

$$\operatorname{tg} \Omega = \frac{y}{x} \quad \text{gibt} \quad \Omega = 75^\circ\,37'\,48''$$

$$\operatorname{tg} i = \frac{y}{\sin \Omega} \quad ,, \quad i = 7.11.16$$
$$s - mx + ny \quad ,, \quad \log z = n\ 8.391870$$
$$\sin b = z \cos i \quad ,, \quad b = -1^\circ\,24'\,6''$$

Ω, i, b wie bei *Cagnoli*.

Berechnung der Rotationselemente aus mehr als 3 Positionen.

Hierzu braucht man die Methode der kleinsten Quadrate, welche die Überzahl der Gleichungen mit Hilfe der Differentialrechnung in 3 Endgleichungen zusammenzufassen lehrt.

Die mit dieser Rechnungsart nicht vertrauten Leser können diese 3 Endgleichungen mechanisch auf folgende Weise bequem erhalten:

Hat man für die Unbekannten x, y, z die Überzahl von Gleichungen:

$$m_1 x - n_1 y + z = s_1$$
$$m_2 x - n_2 y + z = s_2$$
$$m_3 x - n_3 y + z = s_3$$
$$m_4 x - n_4 y + z = s_4$$
usw.

so multipliziert man jede Gleichung zunächst mit ihrem Koeffizienten von x; dann verfährt man ebenso mit den Koeffizienten von y und von z und addiert jedesmal die neuen Gleichungen.

Also

1. $$m_1 m_1 x - m_1 n_1 y + m_1 z = m_1 s_1$$
$$m_2 m_2 x - m_2 n_2 y + m_2 z = m_2 s_2$$
$$m_3 m_3 x - m_3 n_3 y + m_3 z = m_3 s_3$$
$$m_4 m_4 x - m_4 n_4 y + m_4 z = m_4 s_4$$
usw.

Die Addition liefert

$$\left.\begin{array}{l}(m_1 m_1 + m_2 m_2 + m_3 m_3 + \ldots)x \\ -(m_1 n_1 + m_2 n_2 + m_3 n_3 + \ldots)y \\ +(m_1 + m_2 + m_3 + \ldots)z\end{array}\right\} = m_1 s_1 + m_2 s_2 + m_3 s_3 + \ldots$$

Wenn man die Summen der Reihe nach mit $\Sigma(mm)$, $\Sigma(mn)$, $\Sigma(m)$ und $\Sigma(ms)$ bezeichnet, so erhält man $\Sigma(mm)x - \Sigma(mn)y + \Sigma(m)z = \Sigma(ms)$.

Dies ist die erste Endgleichung.

2. $$m_1 n_1 x - n_1 n_1 y + n_1 z = n_1 s_1$$
$$m_2 n_2 x - n_2 n_2 y + n_2 z = n_2 s_2$$
$$m_3 n_3 x - n_3 n_3 y + n_3 z = n_3 s_3$$
$$m_4 n_4 x - n_4 n_4 y + n_4 z = n_4 s_4$$
usw.

Die Addition liefert $\Sigma(mn)x - \Sigma(nn)y + \Sigma(n)z = \Sigma(ns)$.
Dies ist die zweite Endgleichung.

3. Da die Koeffizienten von z alle gleich 1 sind, so bleiben alle Gleichungen unverändert, und man erhält durch Addition $\Sigma(m)x - \Sigma(n)y + pz = \Sigma(s)$, wo p die Anzahl der Positionen bezeichnet.

Dies ist die dritte Endgleichung.

Zur Auflösung der 3 Endgleichungen eliminiert man zunächst z, indem man die beiden ersten Gleichungen mit der dritten verbindet. Man erhält dadurch folgende zwei Gleichungen:

$$x\{p\Sigma(mm) - \Sigma(m)\Sigma(m)\} - y\{p\Sigma(mn) - \Sigma(m)\Sigma(n)\} = p\Sigma(ms) - \Sigma(m)\Sigma(s)$$

und

$$x\{p\Sigma(mn) - \Sigma(m)\Sigma(n)\} - y\{p\Sigma(nn) - (\Sigma n)\Sigma(n)\} = p\Sigma(ns) - \Sigma(n)\Sigma(s).$$

Zur bequemeren Übersicht setze man die vorstehenden Differenzen,

$$\begin{aligned} p\Sigma(mm) - \Sigma(m)\Sigma(m) &= d_1 \\ p\Sigma(mn) - \Sigma(m)\Sigma(n) &= d_2 \\ p\Sigma(nn) - \Sigma(n)\Sigma(n) &= d_3 \\ p\Sigma(ms) - \Sigma(m)\Sigma(s) &= d_4 \\ p\Sigma(ns) - \Sigma(n)\Sigma(s) &= d_5 \end{aligned}$$

deren Bildungsgesetz in die Augen springt und leicht im Gedächtnis zu behalten ist. (In allen Differenzen wird von der mit p multiplizierten Summe der Produkte das Produkt der Summen subtrahiert.)

Wir haben nun die beiden Gleichungen

$$d_1 x - d_2 y = d_4$$

und

$$d_2 x - d_3 y = d_5.$$

Diese geben

$$x = \frac{d_3 d_4 - d_2 d_5}{d_1 d_3 - d_2 d_2} \quad \text{und} \quad y = \frac{d_2 d_4 - d_1 d_5}{d_1 d_3 - d_2 d_2}.$$

Aus der 3. Endgleichung folgt

$$z = \frac{\Sigma(s) - \Sigma(m)x - \Sigma(n)y}{p}.$$

x, y und z geben schließlich wieder

$$\operatorname{tg}\Omega = \frac{y}{x}, \quad \operatorname{tg} i = \frac{y}{\sin\Omega} \text{ oder } \frac{x}{\cos\Omega}, \quad \text{auch } = \sqrt{x^2 + y^2}$$

und $\sin b = z \cos i$.

Rechnungsbeispiel (dasselbe wie vorher, aber mit 5 Positionen).

		λ	β
Juni	25	199°55′24″	4°32′36″
„	26	214.29.24.	3.29.42.
Juli	3	312.56.18.	−7.27.48.
„	4	327.54.54.	−8.32.42.
„	5	342.40.36.	−8.34.48.

$$m = \sin\lambda \cos\beta$$
$$n = \cos\lambda \cos\beta$$
$$s = \sin\beta$$
$$p = 5.$$

Hieraus ergeben sich

m	n	s
−0.33969	−0.93720	0.07921
−0.56521	−0.82269	0.06096
−0.72589	0.67544	−0.12989
−0.52528	0.83785	−0.14858
−0.29443	0.94396	−0.14919
−2.45050	0.69736	−0.28749
$\Sigma(m)$	$\Sigma(n)$	$\Sigma(s)$

mm	mn	nn	ms	ns
0.11539	0.31836	0.87833	−0.02691	−0.07424
0.31946	0.46499	0.67682	−0.03445	−0.05015
0.52691	−0.49029	0.45622	0.09429	−0.08773
0.27592	−0.44011	0.70200	0.07805	−0.12449
0.08669	−0.27793	0.89106	0.04392	−0.14083
1.32437	−0.42498	3.60443	0.15490	−0.47744
$\Sigma(mm)$	$\Sigma(mn)$	$\Sigma(nn)$	$\Sigma(ms)$	$\Sigma(ns)$

$$\Sigma(m)\Sigma(m) = 6.00496$$
$$\Sigma(m)\Sigma(n) = -1.70889$$
$$\Sigma(n)\,\Sigma(n) = 0.48632$$
$$\Sigma(m)\Sigma(s) = 0.70451$$
$$\Sigma(n)\,\Sigma(s) = -0.20049$$

$$d_1 = 5\Sigma(mm) - \Sigma(m)\Sigma(m) = 6.62185 - 6.00496 = 0.61689$$
$$d_2 = 5\Sigma(mn) - \Sigma(m)\Sigma(n) = -2.12490 + 1.70889 = -0.41601$$
$$d_3 = 5\Sigma(nn) - \Sigma(n)\,\Sigma(n) = 18.02215 - 0.48632 = 17.53583$$
$$d_4 = 5\Sigma(ms) - \Sigma(m)\Sigma(s) = 0.77450 - 0.70451 = 0.06999$$
$$d_5 = 5\Sigma(ns) - \Sigma(n)\,\Sigma(s) = -2.38720 + 0.20049 = -2.18671$$

$$x = \frac{d_3 d_4 - d_2 d_5}{d_1 d_3 - d_2 d_2} = \frac{1.22733 - 0.90969}{10.81770 - 0.17306} = \frac{0.31764}{10.64464} = 0.02984$$

$$y = \frac{d_2 d_4 - d_1 d_5}{d_1 d_3 - d_2 d_2} = \frac{-0.02912 + 1.34896}{\text{Nenner von } x} = \frac{1.31984}{10.64464} = 0.12399$$

$$\operatorname{tg}\Omega = \frac{y}{x},\quad \operatorname{tg} i = \frac{y}{\sin\Omega},\quad z = \frac{\Sigma(s) - \Sigma(m)x + \Sigma(n)y}{5}$$

$$\Omega = 76°28'30'',\ i = 7°16'18'',\ z = \frac{-0.28749 + 0.07312 + 0.08647}{5} = -0.02558$$

$$\sin b = z\cos i$$
$$b = -1°27'14''.$$

Ω ist etwas größer als bei 3 Positionen, weil y größer und x kleiner geworde ist. Bei i gleicht sich der Unterschied ziemlich wieder aus.

III. Rotationsdauer der Sonne.

Das dritte Rotationselement der Sonne, die Rotationsdauer, oder auch der tägliche Rotationswinkel ξ, ist das bedeutsamste dieser Elemente, denn anders als Ω und i weist es Eigentümlichkeiten auf, die dazu beitragen können, die noch immer rätselhafte Natur des Sonnenkörpers aufzuklären.

Während aber für die beiden anderen Elemente, die zur Feststellung einer Richtung dienten, ebensowohl Flecke mit einmaliger Rotation, als solche mit Wiederkehr brauchbar waren, sobald man möglichst weit auseinanderliegende Positionen zur Berechnung benutzte und den Flecken in der Nähe des Äquators den Vorzug gab, sind Randpositionen hier zu vermeiden und Positionen in der Nähe des Zentralmeridians der Sonnenscheibe am geeignetsten, bei welchen Messungsfehler den geringsten Einfluß haben. Aus diesem Grunde sind auch Flecke mit nur einmaliger Rotation wegen zu kleinen Bogens zwischen den mittleren Positionen nicht verwendbar und nur wiedergekehrte Flecke zu benutzen, zwischen deren mittleren Positionen von einer Rotation zur anderen ein Bogen von etwa 360° liegt.

Ferner ist es Tatsache, daß die Flecke verschiedener heliographischen Breiten sich ungleich schnell bewegen, und zwar um so langsamer, je weiter sie vom Äquator entfernt sind. Zur Erforschung dieses Sachverhalts sind daher Flecke aus möglichst verschiedenen Breiten erforderlich und namentlich äquatorferne ebenso wie äquatornahe. Zur Orientierung möge hier eine kleine Übersicht von Flecken teils einmaliger, teils zweimaliger Rotation dienen, fortschreitend von äquatornahen zu äquatorfernen, die ich in den Jahren 1905—1910 beobachtet habe. Man erkennt dabei, daß es keinen Unterschied macht, auf welcher der beiden Halbkugeln ein Fleck liegt.

Durchgang	Heliogr. Breite	ξ	Abnahme für 1° Breite
1909 Jan. 20 und Febr. 15	— 2.9°	14.376°	
			0.008°
1909 Okt. 20	— 5.5	14.355	
			0.010
1905 Nov. 13	+ 6.6	14.344	
			0.007
1909 Jan. 3 und 30	+ 9.4	14.325	
			0.019
1907 Febr. 10 und März 9	—12.6	14.265	
			0.029
1910 März 2 und 29	+16.0	14.168	
			0.038
1906 Aug. 1 und 29	+21.9	13.946	
			0.051
1906 April 11	+25.1	13.784	

Die Verlangsamung der Rotation geschieht, wie die Tabelle zeigt, nicht gleichmäßig für jeden Grad Breite, sondern wird im allgemeinen mit der Entfernung vom Äquator stärker. Da diese ungleiche Bewegung mit der helio-

graphischen Breite zusammenhängt, so entsteht von selbst die Frage, welche mathematische Formulierung den Zusammenhang darzustellen imstande wäre.

Da die Rotation mit der Breite in verstärktem Maße abnimmt, ähnlich wie es beim *Cosinus* der Fall ist, so liegt es nahe, die *Cosinus*-Reihe *Fouriers* heranzuziehen, die nach Vielfachen der Breite fortschreitet (das 1. Glied enthält den *Cosinus* der Breite 0°). Wir haben dann $\xi = c_0 + c_1 \cos b + c_2 \cos 2b + \ldots$, wovon die ersten 3 Glieder mit den 3 Unbekannten c_0, c_1, c_2 genügen dürften. Für die Bestimmung dieser 3 Konstanten würden 3 Flecke ausreichen, aber zur Abschwächung der unvermeidlichen Beobachtungsfehler empfiehlt sich auch hier, wie bei der Bestimmung von Ω und i, die Berechnung einer Überzahl von Flecken nach der Methode der kleinsten Quadrate. Die von dieser Methode zu erlangenden 3 Endgleichungen kann man wieder auf dieselbe mechanische Weise bequem finden, wie bei Ω und i (S. 298—299).

Die *Fourier*schen Reihen

$$\begin{aligned} c_0 + c_1 \cos b_1 + c_2 \cos 2b_1 &= \xi_1 \\ c_0 + c_1 \cos b_2 + c_2 \cos 2b_2 &= \xi_2 \\ c_0 + c_1 \cos b_3 + c_2 \cos 2b_3 &= \xi_3 \\ c_0 + c_1 \cos b_4 + c_2 \cos 2b_4 &= \xi_4 \end{aligned}$$

usw.

werden also nacheinander mit den Koeffizienten von c_0, c_1 und c_2 multipliziert und dann addiert.

1. Da die Koeffizienten von c_0 alle gleich 1 sind, so bleiben bei der ersten Multiplikation die Gleichungen unverändert, und ihre Summe gibt (die Zahl der Gleichungen, d. h. die der Flecke, mit f bezeichnet)

$$c_0 f + c_1 \Sigma(\cos b) + c_2 \Sigma(\cos 2b) = \Sigma(\xi).$$

Dies ist die erste Endgleichung.

2. Multipliziert man die Gleichungen nacheinander mit $\cos b_1$, $\cos b_2$, $\cos b_3$ usw., so gibt ihre Summe

$$c_0 \Sigma(\cos b) + c_1 \Sigma(\cos b \cos b) + c_2 \Sigma(\cos b \cos 2b) = \Sigma(\xi \cos b).$$

Dies ist die zweite Endgleichung.

3. Multipliziert man endlich die Gleichungen nacheinander mit $\cos 2b_1$, $\cos 2b_2$, $\cos 2b_3$ usw., so gibt ihre Summe

$$c_0 \Sigma(\cos 2b) + c_1 \Sigma(\cos b \cos 2b) + c_2 \Sigma(\cos 2b \cos 2b) = \Sigma(\xi \cos 2b).$$

Dies ist die dritte Endgleichung.

Zur Auflösung verbindet man die 1. Endgleichung mit den beiden anderen, um zunächst c_0 zu eliminieren, und erhält dadurch für die beiden Unbekannten c_1 und c_2 die zwei Gleichungen

$$\begin{aligned} & c_1\{f\Sigma(\cos b \cos b) - \Sigma(\cos b)\Sigma(\cos b)\} \\ + & c_2\{f\Sigma(\cos b \cos 2b) - \Sigma(\cos b)\Sigma(\cos 2b)\} \\ - & \{f\Sigma(\xi \cos b) - \Sigma(\xi)\Sigma(\cos b)\} = 0. \\ \hline & c_1\{f\Sigma(\cos b \cos 2b) - \Sigma(\cos b)\Sigma(\cos 2b)\} \\ + & c_2\{f\Sigma(\cos 2b \cos 2b) - \Sigma(\cos 2b)\Sigma(\cos 2b)\} \\ - & \{f\Sigma(\xi \cos 2b) - \Sigma(\xi)\Sigma(\cos 2b)\} = 0. \end{aligned}$$

Sie ähneln ganz denen für Ω und i (S. 299), und die Übereinstimmung wird noch deutlicher, wenn man die 1. Klammer mit d_1, die 2. und 4. Klammer mit d_2, die 5. Klammer mit d_3, die 3. Klammer mit d_4 und die 6. Klammer mit d_5 bezeichnet; man erhält dann

$$c_1 d_1 + c_2 d_2 - d_4 = 0 \text{ und } c_1 d_2 + c_2 d_3 - d_5 = 0,$$

woraus sich schließlich ergibt

$$c_1 = \frac{d_3 d_4 - d_2 d_5}{d_1 d_3 - d_2 d_2} - \text{ und } c_2 = \frac{d_1 d_5 - d_2 d_4}{d_1 d_3 - d_2 d_2}.$$

Aus der 1. Endgleichung findet sich ferner

$$c_0 = \frac{\Sigma(\xi) - c_1 \Sigma(\cos b) - c_2 \Sigma(\cos 2b)}{f}.$$

c_1 entspricht also dem früheren x, c_2 dem y und c_0 dem z.

Man kann nun die Forderung stellen, daß die Rotationsformel

$$\xi = c_0 + c_1 \cos b + c_2 \cos 2b$$

auch den Pol mit umfasse, dann würde für diesen Punkt die Gleichung gelten

$$0 = c_0 + 0 - c_2,$$

also

$$c_0 = c_2,$$

und die allgemeine Rotationsformel würde lauten:

$$\xi = c_2 + c_1 \cos b + c_2 \cos 2b = c_1 \cos b + 2 c_2 \cos^2 b.$$

Für die 2 Unbekannten würden 2 Flecke genügen. Besser aber, man wendet wieder die Methode der kleinsten Quadrate auf eine Überzahl von Gleichungen an. Wir haben dann die Gleichungen

$$\begin{aligned} \xi_1 &= c_1 \cos b_1 + 2 c_2 \cos^2 b_1 \\ \xi_2 &= c_1 \cos b_2 + 2 c_2 \cos^2 b_2 \\ \xi_3 &= c_1 \cos b_3 + 2 c_2 \cos^2 b_3 \end{aligned}$$

usw.

der Reihe nach zuerst mit $\cos b_1$, $\cos b_2$, $\cos b_3$ usw. zu multiplizieren und dann ebenso mit $\cos^2 b_1$, $\cos^2 b_2$, $\cos^2 b_3$ usw. und beidemal die Summe der neuen Gleichungen zu bilden.

Die erste Multiplikation mit $\cos b$ ergibt

$$\begin{aligned} \xi_1 \cos b_1 &= c_1 \cos^2 b_1 + 2 c_2 \cos^3 b_1 \\ \xi_2 \cos b_2 &= c_1 \cos^2 b_2 + 2 c_2 \cos^3 b_2 \\ \xi_3 \cos b_3 &= c_1 \cos^2 b_3 + 2 c_2 \cos^3 b_3. \end{aligned}$$

usw.

Die Summe dieser Gleichungen ist

$$\Sigma(\xi \cos b) = c_1 \Sigma(\cos^2 b) + 2 c_2 \Sigma(\cos^3 b).$$

Dies ist die erste Endgleichung für die Berechnung von c_1 und c_2.

Die zweite Multiplikation mit $\cos^2 b$ ergibt

$$\xi_1 \cos^2 b_1 = c_1 \cos^3 b_1 + 2 c_2 \cos^4 b_1$$
$$\xi_2 \cos^2 b_2 = c_1 \cos^3 b_2 + 2 c_2 \cos^4 b_2$$
$$\xi_3 \cos^2 b_3 = c_1 \cos^3 b_3 + 2 c_2 \cos^4 b_3$$
usw.

Davon ist die Summe

$$\Sigma(\xi \cos^2 b) = c_1 \Sigma(\cos^3 b) + 2 c_2 \Sigma(\cos^4 b).$$

Dies ist die zweite Endgleichung.

Aus beiden Gleichungen ergibt sich

$$c_1 = \frac{\Sigma(\cos^4 b)\Sigma(\xi \cos b) - \Sigma(\cos^3 b)\Sigma(\xi \cos^2 b)}{\Sigma(\cos^2 b)\Sigma(\cos^4 b) - \Sigma(\cos^3 b)\Sigma(\cos^3 b)}$$

$$2 c_2 = \frac{\Sigma(\cos^2 b)\Sigma(\xi \cos^2 b) - \Sigma(\cos^3 b)\Sigma(\xi \cos b)}{\text{Nenner von } c_1}.$$

Zur besseren Übersichtlichkeit wollen wir $\Sigma(\cos^2 b)$ mit Σ_1, $\Sigma(\cos^3 b)$ mit Σ_2, $\Sigma(\cos^4 b)$ mit Σ_3, $\Sigma(\xi \cos b)$ mit Σ_4 und $\Sigma(\xi \cos^2 b)$ mit Σ_5 bezeichnen, so wird dann

$$c_1 = \frac{\Sigma_3 \Sigma_4 - \Sigma_2 \Sigma_5}{\Sigma_1 \Sigma_3 - \Sigma_2 \Sigma_2} \quad \text{und} \quad 2 c_2 = \frac{\Sigma_1 \Sigma_5 - \Sigma_2 \Sigma_4}{\Sigma_1 \Sigma_3 - \Sigma_2 \Sigma_2}$$

also wieder derselbe Formeltypus, wie schon mehrmals vorher.

Zahlenbeispiel.

Als Beispiel mögen 8 Flecke dienen, von denen 2 Durchgänge durch den Zentralmeridian und die gemeinsame mittlere heliographische Breite angegeben sind.

			Breite
1.	1906	Jan. 24/Febr. 20	−10°39',5
2.		Juli 17/Aug. 13	+17.52,2
3.		Aug. 1/Aug. 29	+22.10,7
4.	1907	Jan. 3/Jan. 31	+ 7.48,2
5.		Apr. 24/Mai 22	+ 7.19,2
6.	1909	Jan. 1/Jan. 29	+ 9.16,5
7.		Jan. 20/Febr. 16	− 3. 3,4
8.	1910	März 2/März 30	+16.14,3

ξ beob.	$\cos^2 b$	$\cos^3 b$	$\cos^4 b$
14°,2707	0,96579	0,94913	0,93276
14,0923	0,90584	0,86213	0,82054
13,9161	0,85750	0,79406	0,73531
14,3243	0,98156	0,97248	0,96347
14,3501	0,98377	0,97575	0,96780
14,3426	0,97402	0,96129	0,94872
14,3684	0,99716	0,99574	0,99432
14,1897	0,92181	0,88503	0,84972
	7.58745	7,39561	7,21264
	Σ_1	Σ_2	Σ_3

$\xi \cos b$	$\xi \cos^2 b$
14,02450	13,78254
13,41234	12,76534
12,88644	11,93307
14,19158	14,06024
14,23316	14,11715
14,15516	13,97009
14,34793	14,32754
13,62350	13,08014
110,87461	108,03611
Σ_4	Σ_5

Produkte:

$$\Sigma_3\Sigma_4 = 799{,}7011$$
$$\Sigma_2\Sigma_5 = 798{,}9927$$
$$\Sigma_1\Sigma_5 = 819{,}7185$$
$$\Sigma_2\Sigma_4 = 819{,}9877$$
$$\Sigma_1\Sigma_3 = 54{,}7255$$
$$\Sigma_2\Sigma_2 = 54{,}6950$$

$$c_1 = \frac{799{,}7011 - 798{,}9927}{54{,}7255 - 54{,}6950} = \frac{0{,}7084}{0{,}0305} \qquad 2c_2 = \frac{819{,}7185 - 819{,}9877}{54{,}7255 - 54{,}6950} = -\frac{0{,}2692}{0{,}0305}.$$

Resultate:

$$c_1 = 23°{,}2262$$
$$2c_2 = -8{,}8262.$$

Formel:

$$\xi = 23°{,}2262 \cos b - 8°{,}8262 \cos^2 b.$$

Zur Kontrolle wenden wir die Formel auf die 8 Flecke an, um die daraus sich ergebenden Werte von ξ mit den beobachteten zu vergleichen und daraus den Grad der Übereinstimmung zu erkennen. Wir bekommen folgende Übersicht:

	$c_1 \cos b$	$2c_2 \cos^2 b$	ξ berechnet	ξ beobachtet	Beob.-Rechnung
1.	22°,8255	− 8°,5243 =	14°,3012	14°,2707	−0°,0305
2.	22,1057	− 7,9951 =	14,1106	14,0923	−0,0183
3.	21,5078	− 7,5687 =	13,9391	13,9161	−0,0230
4.	23,0112	− 8,6635 =	14,3477	14,3243	−0,0234
5.	23,0369	− 8,6829 =	14,3540	14,3501	−0,0039
6.	22,9226	− 8,5969 =	14,3257	14,3427	+0,0170
7.	23,1932	− 8,8011 =	14,3921	14,3684	−0,0237
8.	22,2997	− 8,1361 =	14,1636	14,1897	+0,0261
					±0°,1659 : 8 = ±0°,0207.

Die direkte Messung weicht also von der Berechnung im Mittel nur um 021 oder 1¼′ ab, was darauf deutet, daß in der Formel kein belangreicher hler enthalten ist.

IV. Über das Wesen der Sonnenflecke

sind von Anfang an die verschiedensten Mutmaßungen ausgesprochen worden und werden noch weiter ausgesprochen, ein Beweis, daß man heute noch nicht in der Lage ist, von ihnen eine Erklärung zu geben, die alle Zweifel über ihre wahre Natur zu heben vermöchte. Das wird wohl auch nicht eher möglich sein, als bis wir über die Beschaffenheit und den Bau der Sonne selbst deutlichere Vorstellungen haben werden, als wir vorläufig besitzen. Davon sind wir aber noch weit entfernt, und das ist auch ganz erklärlich, da wir das Haupthindernis, das unserer Forschung im Wege steht, die kolossale Entfernung, aus der wir die Sonne betrachten müssen, nicht beseitigen können. Bei der Erforschung der Bewegungsgesetze der Himmelskörper spielte die Entfernung keine Rolle, und daher konnten schon im Altertum die Fundamente derselben gelegt werden, auf denen dann viel später durch die Baumeister *Copernicus*, *Kepler* und *Newton* der stolze Bau der neueren Astronomie errichtet wurde, ohne daß sie eine richtige Vorstellung von den Entfernungen hatten. Bei dem Studium der physischen Beschaffenheit der Himmelskörper bedarf es aber naturgemäß eines möglichst tiefen Eindringens in deren materielle Einzelheiten. Wie sehr dies nun durch die große Entfernung erschwert ist, geht daraus hervor, daß das Kleinste, was wir auf der Sonne durch künstliche Verstärkung unseres Sehvermögens wahrnehmbar machen können, noch Hunderte von Kilometern groß ist. Selbst wenn es uns möglich wäre, viel kleinere Einzelheiten zur Anschauung zu bringen, so wäre damit wohl noch nicht viel geholfen, wie das Beispiel des Mondes zeigt, der uns wegen seiner Nähe ein fast 400mal deutlicheres Sehen gestattet, und uns doch die Bedeutung seiner Gebilde und den Ursprung seiner Oberflächengestaltung noch nicht enthüllt hat, von seinem inneren Bau ganz zu schweigen. Sogar auf unserer Erde, im Bereich unserer tastenden Hände, wo man das Mikroskop statt des Fernrohrs verwenden und die Natur allen Untersuchungsmethoden der Physik und Chemie unterwerfen kann, — ist es da viel anders, wenn es sich um die Frage nach der inneren Beschaffenheit und Konstruktion des Erdballs handelt? Trotzdem wir kilometertief in die Erde eingedrungen sind, ist uns ihr Inneres noch ein Rätsel. Und wir sollen aus der ungeheuren Entfernung von 150 Millionen Kilometer die Beschaffenheit des Sonnenballs ergründen! Kein Wunder daher, daß darüber die verschiedenartigsten Meinungen laut geworden sind. Den alten Astronomen, die mangels eines Fernrohrs nichts Besonderes auf der Sonne wahrnehmen konnten, war sie das „reine Feuer", d. h. für sie existierte die Frage nach der materiellen Beschaffenheit der Sonne noch nicht. Mit der Erfindung des Fernrohrs und der dadurch herbeigeführten Entdeckung der Flecke und Fackeln tauchte diese Frage erstmals auf, und die Forscher versuchten sich seitdem unablässig an ihrer Beantwortung.

Nach der Erfindung der Spektralanalyse durch *Bunsen* und *Kirchhoff* in Heidelberg 1861 begann eine neue Epoche nicht nur der Sonnenforschung, sondern der astron. Forschung überhaupt, und obwohl dieser jüngste Zweig am Baume der astron. Erkenntnis kaum 60 Jahre alt ist, so hat er doch bereits

die reichsten Früchte getragen, und die Astrophysik, wie dieser Zweig genannt wird, gewinnt noch täglich an Bedeutung, auch bei der Sonne.

Die bisherigen Anschauungen über die physische Beschaffenheit des Tagesgestirns, die nur durch teleskopische Beobachtungen gewonnen waren, wurden nicht nur bedeutend modifiziert, sondern auch beträchtlich erweitert. Durch das Spektroskop fand man die chemischen Stoffe, die sich auf der Sonne befinden, entdeckte die Atmosphäre der Sonne mit ihren Protuberanzen und erkannte die Natur der Corona. Die Deutung der spektroskopischen Erscheinungen an der Sonne beruht auf folgenden Erfahrungssätzen der Spektralanalyse:

1. Ein glühender fester oder flüssiger Körper hat ein kontinuierliches Spektrum.

2. Ein glühendes Gas hat ein aus einzelnen farbigen Linien bestehendes Spektrum. Diese Linien sind je nach der chemischen Beschaffenheit des Gases verschieden.

3. Vereinigen sich die beiden vorgenannten Fälle, d. h. ist ein glühender fester oder flüssiger Körper von einem glühenden Gas umgeben, so entsteht ein kontinuierliches Spektrum mit hellen oder dunklen Querlinien, je nachdem das Gas heißer oder kühler als der Körper ist.

Nach den Ergebnissen, die bisher durch die vereinte Anwendung des Teleskops und des Spektroskops erhalten wurden, kann man sich folgendes Bild von der physischen Zusammensetzung der Sonne (abgesehen von ihrem Innern) machen.

Die mit dem bloßen Auge sichtbare, in blendendem Glanze leuchtende Oberfläche ist die bereits erwähnte Photosphäre, auf der man mittels des Fernrohrs die Flecke, die Fackeln und die Granulation unterscheidet. Wie sich diese Dinge optisch darstellen, ist bereits beschrieben. Es ist nun weiter hinzuzufügen, daß das Spektroskop von der Photosphäre ein kontinuierliches Farbenband mit zahlreichen feinen dunklen Querlinien erzeugt. Die Fackeln geben nur einige helle violette Kalziumlinien. Das kontinuierliche Farbenband der Photosphäre fordert, daß man die Sonne für einen in Weißglut stehenden festen oder flüssigen Körper erklärt. Fest aber kann die Oberfläche wegen der ungleichen Bewegung der Sonnenflecke nicht sein, folglich bleibt nichts anderes übrig, als sie für flüssig zu halten.

Bei totalen Sonnenfinsternissen sieht man im Fernrohr meist den Mondrand an einzelnen Stellen mit roten flammenartigen Gebilden von verschiedener Form und Größe besetzt, den Protuberanzen. Bei der totalen Finsternis in Sizilien 1860 erkannte man, daß sie der Sonne und nicht, wie manche vermuteten, dem Monde angehören, da sie nicht mit dem Monde fortrückten, was übrigens schon *Galilei* bekannt war. Sie erschienen nach der Erfindung des Spektroskops den Astronomen so wichtig, daß zu ihrer Beobachtung eigene Expeditionen in die fernsten Länder ausgeschickt wurden. Da machte der französische Astronom *Janssen* bei der Finsternis in Indien am 18. August 1868 die überraschende Wahrnehmung, daß ihr Spektrum nur die hellen Linien des Wasserstoffs zeigte. Am nächsten Tage gelang es ihm sogar, durch Vermehrung der Dispersion, welche das störende atmosphärische Licht abschwächte, die hellen Protuberanz-

linien auch ohne Finsternis zu sehen. Gleichzeitig mit *Janssen* und unabhängig von ihm war auch der englische Astronom *Lockyer* eifrig bemüht gewesen, die Protuberanzen außerhalb der totalen Finsternisse spektroskopisch zu untersuchen, und nach manchen vergeblichen Versuchen sah er zum erstenmal am 20. Oktober 1868 im hellen Sonnenschein die Protuberanzlinien. Seitdem braucht der Astronom zum Studium dieses wunderbaren Phänomens keine großen Reisen mehr zu unternehmen, braucht sich nicht in den wenigen Minuten einer totalen Sonnenfinsternis mit der Beobachtung abzuhasten, sondern kann es zu Hause mit aller Ruhe und Bequemlichkeit täglich beobachten und in seinem Entstehen, Wechseln und Vergehen stundenlang verfolgen.

Lockyer fand ferner, daß die Protuberanzen nicht direkt aus der Photosphäre aufsteigen, sondern aus einer schmalen, auf der Photosphäre lagernden Schicht, die er wegen ihrer ebenfalls roten Farbe Chromosphäre nannte. Diese ist also die eigentliche Atmosphäre der Sonne. Sie hat nur eine Höhe von etwa $^1/_{100}$ des Sonnenradius (ca. = dem Erdhalbmesser) und ist auf der Außenseite nicht glatt, sondern läuft in Spitzen aus, die ihr von der Seite das Aussehen einer Grasfläche geben. Diese Spitzen haben etwa die doppelte Höhe der Chromosphäre.

Durch diese Atmosphäre hindurch gelangt das Licht der Photosphäre in unser Auge, und auf diesem Wege entstehen die dunklen Linien in dem ursprünglich kontinuierlichen Spektrum der Photosphäre, indem die Chromosphäre diejenigen farbigen Strahlen des weißen Lichtes absorbiert, die ihr selbst eigen sind. Es ergibt sich zugleich, was an sich ja ganz natürlich ist, daß sie weniger heiß als die Photosphäre sein muß. Durch eifriges Studium dieser dunklen Linien, deren man nach und nach mehrere Tausende aufgefunden hat, ist man imstande gewesen, die chemische Zusammensetzung der Chromosphäre festzustellen, indem es gelang, die meisten derselben mit den farbigen Linien glühender Dämpfe in der Lage zu identifizieren. Auf diesem Wege hat man alle jene Elemente, die sich in den Protuberanzen durch helle Linien offenbaren, hier an den dunklen Linien wiedererkannt. Man kennt von diesen Stoffen außer Wasserstoff noch etwa 3 Dutzend Metalle, von denen hier nur einige genannt seien, die auch auf unserer Erde eine Hauptrolle spielen, das sind Eisen, Magnesium, Natrium, Calcium, Aluminium. Dagegen hat man die sogenannten Metalloide, selbst diejenigen, die hienieden so verbreitet sind, wie Sauerstoff, Stickstoff, Kohlenstoff, stets vergeblich gesucht und erst in neuester Zeit auch deren Vorkommen auf der Sonne erkannt. Daß die dunklen Linien nur Umkehrungen von entsprechenden hellen Linien darstellen, und die betreffenden Dämpfe wirklich in der Chromosphäre existieren, dafür ist sogar ein direkter Beweis dadurch geliefert worden, daß es dem amerikanischen Astronomen *Young* bei der totalen Finsternis von 1870 in Spanien glückte, in dem Moment, als die Totalität begann und am Ostrande die Chromosphäre noch einige Sekunden unbedeckt war, an Stelle der dunklen Linien derselben im Spektrum helle aufleuchten zu sehen.

Von oben gesehen, projizieren sich die Protuberanzen auf die Sonnenscheibe und ihre leichten Gasmassen (Wasserstoff) werden dabei in der Mitte der Scheibe

wegen der größeren Helligkeit der Photosphäre unsichtbar, am Rande dagegen heben sie sich von dem matteren Untergrunde ab und erscheinen als mehr oder minder helle Fackeln. Daher haben auch die beiden Erscheinungen gleiche Verbreitung und können überall vorkommen. Die schwereren metallischen Dämpfe sinken von mäßiger Höhe, zu flüssigen oder festen Teilen kondensiert, durch die Chromosphäre auf die Photosphäre herab, verdunkeln diese, wenn sie reichlich genug sind, und erzeugen dadurch einen behoften Fleck, dessen Kern der Schlund ist, aus dem sie hervorbrechen.

Ein solcher Ausbruch wickelt sich gewöhnlich in der Weise ab, daß zuerst ein Fleck oder Schlund entsteht, aus dem nur unsichtbare Gasmassen ausströmen. Steigert sich die Eruption, so erweitert sich der Schlund, oder es entstehen neue Öffnungen in der Nähe; größere und dichtere Massen werden ausgeschleudert, und es bildet sich der Hof. Man sieht nie einen größeren Fleck ohne einen solchen, und wäre er auch nur unvollständig vorhanden. Wenn die Entwicklung ihren Höhepunkt überschritten hat, so läßt der Ausbruch der den Hof erzeugenden Massen nach, der Hof wird kleiner oder teilt sich; dasselbe tut der Kern, und zuletzt bleibt von allem nur noch wie im Anfang ein kleiner Fleck übrig, aus dem noch eine Zeitlang Gas ausströmt, bis sich auch diese Öffnung schließt. Nie besteht ein Hof länger als sein Kern, und es gibt wohl viel Flecke ohne Höfe, aber nie Höfe ohne Flecke. Zu- und Abnahme durchlaufen so dieselben Phasen, aber die letztere geschieht in der Regel langsamer als die erstere, ganz wie bei der Gesamttätigkeit der Sonne.

Wegen der Identität der metallischen Protuberanzen mit den Hofflecken haben beide auch dieselbe örtliche Beschränkung auf das mittlere Drittel der heliographischen Breiten; und wo am Ostrand eine größere metallische Protuberanz auftritt, da geht auch in der Regel nachher ein behofter Fleck auf, und wo am Westrande ein größerer Hoffleck untergeht, dort erscheint nachher gewöhnlich eine metallische Protuberanz.

Durch die Chromosphäre wird, so dünn sie auch ist, das Licht der Photosphäre etwas geschwächt, und natürlich dort, wo die aufragenden Spitzen sind, mehr als zwischen ihnen, wo das Licht einen kürzeren Weg durch die Chromosphäre zurückzulegen hat. Die Folge davon ist, daß die Photosphäre nicht als eine gleichmäßig helle Fläche erscheint, sondern das Aussehen annimmt, das man als Granulation kennt. Sonach wäre diese Erscheinung optischer, nicht physischer Natur. Diese Erklärungsweise des Phänomens der Granulation dürfte vor der sonst gebräuchlichen, daß die Photosphäre aus einer Unzahl von in der Sonnenatmosphäre schwebenden Wolken eines festen weißglühenden, trotz der Hitze nicht verflüchtigten Stoffes bestehe, den Vorzug der Einfachheit und Ungezwungenheit haben. Es fallen nämlich hierdurch manche schwer zu beantwortende Fragen weg, z. B. welcher Stoff in den Wolken suspendiert sein soll*), warum er in der dünnen Wasserstoffatmosphäre nicht niedersinkt, warum

*) Man denkt hierbei z. B. an den Kohlenstoff, der in diesen Wolken glühen soll, wie die Kohlenstoffpartikelchen in unseren leuchtenden Gasflammen.

sich diese Wolken niemals vereinigen oder auseinanderschieben, woher sich die scharfe Trennung zwischen Photosphäre und Chromosphäre, wenn sie doch beide eine Atmosphäre bilden, fort und fort aufrechterhält usw.

So gehen die teleskopischen Erscheinungen auf der Sonne mit den spektroskopischen Hand in Hand, Granulation, Fackeln und Flecke verbinden sich mit Chromosphäre und Protuberanzen zu einem harmonischen Gesamtbilde. Die Erscheinungen auf der Sonne stellen sich so unter dem einheitlichen Gesichtspunkte von Gasausbrüchen aus der flüssigen Sonnenmasse dar und werden dadurch zu einem leichtverständlichen Analogon von Vorgängen, die uns von der Erde her wohlbekannt sind, jedoch mit dem Unterschiede, daß die Ausbruchstellen nicht, wie bei unseren Vulkanen, an einen festen Ort gebunden sind, sondern nach Umständen innerhalb des jeweiligen Tätigkeitsgebietes von einem Tag zum andern sich verlagern können.

Auf einen Umstand von großer Bedeutung ist noch hinzuweisen, das ist die Elektrizitätsentwicklung auf der Sonne. Die Spitzen der Chromosphäre weisen auf ein beständiges Ausströmen von Gasen aus der Photosphäre (besonders Wasserstoff) als Ursache hin. Durch dieses Ausströmen wird ähnlich wie bei unseren Vulkanausbrüchen oder wie bei unseren Hydro-Elektrisiermaschinen eine große Menge Elektrizität erzeugt, und die ganze Chromosphäre ist immer elektrisch geladen. Diese Ladung bringt nicht nur den Wasserstoff der Chromosphäre und der Protuberanzen zu rötlichem Leuchten, wie in den Geißlerschen Röhren, sondern ihre bis zur Erde sich fortpflanzenden Wellen wirken hier auf die Magnetnadel und rufen die täglichen magnetischen Variationen hervor. Je stärker gespannt die Dämpfe vor ihrem Ausbruch aus der Photosphäre sind, desto stärker ist auch die Spannung der von ihnen erzeugten Elektrizität, und dies gibt sich wieder an der Größe der magnetischen Variation zu erkennen. Die größten Spannungen der Dämpfe kommen selbstverständlich bei großen Protuberanzen vor, von denen die als behofte Flecke auftretenden mit besonders starker Elektrizitätsentwicklung verbunden zu sein scheinen, sei es wegen der metallischen Natur ihrer Dämpfe (Eisen!) oder wegen der größeren Menge derselben. Wenn wir nun bedenken, daß wir mit unseren künstlichen der Natur gegenüber so winzigen Hilfsmitteln elektrische Wellen Hunderte von Kilometern weit fortzusenden vermögen, so werden wir es nicht allzu erstaunlich finden, daß die bei dem Ausbruch der Sonnenprotuberanzen durch eine Gewalt von unberechenbarer Stärke hervorgerufene Elektrizität imstande ist, vermöge ihrer über alles irdische Maß hinausgehenden Menge und Spannung den Magnetismus der Erde in Verwirrung zu setzen und die oberen verdünnten Schichten der Atmosphäre in Polarlichtern zum Leuchten zu bringen. (Drahtlose Telegraphie im Weltall!) Dies dürfte wohl die einfachste und natürlichste Beantwortung der Frage sein, auf welchem Wege sich die Einwirkung der Sonne auf die magnetischen Verhältnisse der Erde vollzieht, einer Frage zu deren Lösung weder die Wolken-, noch die Schlackentheorie, noch andere Versuche zur Erklärung der Sonnenflecke die geringste Andeutung zu machen in der Lage sind.

Halten wir an der elektrischen Theorie fest, so erklären sich dadurch auch

manche Einzelheiten, die wir an Sonnenflecken zu beobachten Gelegenheit haben.

Die aus den Flecken ausgeworfenen und elektrisierten Massen stoßen sich nämlich ab, und daher kommt es,

1. daß sie sich in der Höhe gleichmäßig ausbreiten und einen runden Hof erzeugen;

2. daß bei einem Hoffleck, in dem zwei oder mehr Kerne enthalten sind, der Raum zwischen diesen oft unbedeckt bleibt und im vollen Glanze der Photosphäre leuchtet. Das sind die sogenannten Lichtbrücken, die von manchen Forschern für von außen in den Schlund hineinstürzende photosphärische Massen gehalten werden, wobei sie natürlich, ohne es beweisen zu können, annehmen, daß in demselben ein geringerer Druck herrsche als außen;

3. daß oft an der Außenseite eines Hofes eine Einbuchtung entsteht, wenn in der Nähe eine Ausströmungsöffnung liegt;

4. daß behofte Flecke, die einander nahe liegen, meist nur auf den abgewandten Seiten behoft sind usw.

Wenn wir nun am Ende unserer Betrachtungen noch einmal einen Blick auf die besprochenen Erscheinungen zurückwerfen, so muß sich uns der Gedanke an eine gemeinsame Ursache für sie alle schon aus dem Grunde aufdrängen, daß sie gemeinsam auf und ab fluktuieren, gemeinsam an Zahl und Stärke zu- und abnehmen, wobei von allen die 11jährige Periode eingehalten wird. Aber freilich, die Ursache dieses regelmäßigen Wechsels und die Beschränkung eines Teils ihrer Wirkung auf die mittleren Zonen der Sonne bleibt noch zu finden und wird, da sie wahrscheinlicher innerhalb, als außerhalb der Sonne zu suchen ist, wohl nicht eher sich enthüllen, als bis man über die innere Konstitution der Sonne eine klarere Vorstellung gewonnen haben wird. Bis dahin muß es genügen, daß die aufgestellten Erklärungen so einfach wie möglich sind, mit den Lehren der Physik und Chemie im Einklang stehen und keiner Tatsache widersprechen. Am wenigsten dürfte dies wohl von der Theorie zu sagen sein, nach welcher die Sonne nichts anderes als ein ungeheurer Gasball sein soll; denn es fällt einem Physiker schwer, zu glauben, daß eine solche Gasmasse beständig eine so genau mathematische und scharf begrenzte Kugelform bewahre, eine so enorme Menge Licht und Wärme erzeuge, einen so ungeheuren Druck im Innern besitze und schließlich durch ihre Anziehung das ganze Planetensystem zu regieren imstande sei.

Th. Epstein.

Der Mond.

Die frühesten Aufblicke zu der wechselvollen Scheibe des Mondes waren, wenn zugleich sinnende Menschen sich ihre Gedanken darüber machten, wohl geeignet, dem Erdenbewohner das große Gestirn näher zu bringen. Die nachbarliche Welt trat in gewissem Sinne unserer irdischen an die Seite; freilich begnügte man sich zunächst mit der äußersten Formenerkenntnis und sah im Antlitz unseres Gegenübers ein „Gesicht“ oder einen „Hasen“, wie ja auch unsere Märchenbücher vom „Mann mit dem Reisigbündel“ oder neuere Ausleger der Fleckenzüge von einem „Hummer“, einem „Esel“, einer „lesenden Frau“ oder einem „Männerprofil“, wenn nicht gar vom „Kuß im Monde“ fabeln. Demgegenüber mutet es schon viel ernster an, wenn bereits im griechischen Altertum ein *Anaxagoras* (—450) die stoffliche Wesensgleichheit des Mondes mit der Erde annahm oder *Plutarch* (+100) unser Nachbargestirn als zweite Erde ansah. Die sonderbare Anschauung, im Monde werde wie in einem Metallspiegel das Bild der Erde uns zugeworfen, anscheinend eine morgenländische Überlieferung, hat er dem *Klearchos* und dem *Agesianax* zugeschrieben. In Persien soll man noch vor 100 Jahren im Monde eine Karte unserer Erde gesehen haben.

Fig. 1.
Phantasiebilder im Monde für das freie Auge: Hummer, Krebs, Esel, Frauenantlitz (Photobild) und Männerkopf.

Wenn *Plutarch* aus der wechselnden Gestalt des beleuchteten Mondkörpers richtig auf die Kugel als Grundform schloß und aus der manchmal ungleichen Form der Hörnerspitzen — im *N* fein zugespitzt, im *S* dagegen gelegentlich etwas stumpf — auf offenbar vorhandene, Schatten werfende Höhen raten konnte, so dürften diese Vorstellungen die frühesten, klug erfaßten Begriffe sein, die die alte Kultur von unserem Begleiter auf dem Wege der richtigen Überlegung und Folgerung gewonnen hat. Weiter war ohne andere Hilfsmittel

als das Auge nicht zu kommen, und es war wohl überhaupt nur unter Völkern mit vollwertigem Gesichtssinne, die innerhalb klimatisch bevorzugter Gegenden wohnten, eine solche Beurteilung zu erwarten.

Wer das tastende Erkennen der wahren Verhältnisse unserer nächstbefindlichen Außenwelt nicht unter die Ergebnisse planmäßigen Erforschens rechnen

Fig. 2.
Verteilung der Mondmare nach *Mädler* und *Franz*.

ll, muß die Zeit der ersten sicheren Erkenntnisse auf das Jahr 1609 verlegen, welchem der großzügige und glückliche Physiker *Galilei* zum ersten Male schaute, was die Vorstellung von anderthalb Jahrtausenden geahnt hatte, ne es erweisen zu können. Er sah richtig die andere Erde mit ihren Höhen d Tiefen und Ebenen, mit den Schatten der Berge und der eigentümlichen ndform der Mondgebirge; und er maß sogar auf einwurfsfreiem Wege Berghen. Eine von ihm hinterlassene Erstlingsabbildung des Mondes läßt freilich

nicht ahnen, daß ihre Dürftigkeit von seinen sonstigen Untersuchungen weit übertroffen wird. — Auch *Keplers* Schriften lassen uns wissen, daß ihm die „Berge, Täler und Wasseransammlungen" — wie er meinte — aus eigener Anschauung bekannt geworden waren, besonders nachdem ihm der Jesuitenpater *Nikolaus Zucchi* ein anscheinend ziemlich gutes Fernrohr geschenkt hatte. Seine Ansicht vom Bau der Mondoberfläche ging in ihrer Richtigkeit hie und da sogar über *Galileis* „Sternboten" hinaus. Daß er die Rundformen für Festungen und Wohnplätze seiner Mondmenschen ansah, mag dem in den Anschauungen seiner Zeit befangenen Forscher nicht verübelt werden.

Der Belgier *van Langren* war wohl der erste Zeichner einer ansehnlichen Mondübersicht, die er freilich nur erarbeitete, um vielleicht besondere Erleuchtungswirkungen, etwa das erste Auftauchen von Berggipfeln aus der Nachtseite, bei Längenbestimmungen verwerten zu können. Die *Selenographia Langreniana* von 1645 enthielt schon 270 Einzelheiten. Sein Zeitgenosse *Chr. Scheiner* war mit seiner eigenen, recht guten Übersicht (1673 von *A. Kircher* in den *Mundus subterraneus* aufgenommen) weniger glücklich. War *Langren* zwar 1628 fertig, so hat doch *Claudius Mellan*, ein Franzose, seine Arbeit (Phasenbilder) schon 1635 veröffentlicht. — *Johannes Hevelius* in Danzig zeichnete ebenfalls Phasenbilder für jeden Tag der Scheibenentwicklung und daraus eine Vollkarte, die seine Zeitgenossen sehr hoch schätzten; seine echt wissenschaftliche Auffassung gibt sich in dem Berichte darüber und über seine Arbeitsmethoden kund (1647). Er kannte und wertete auch die Libration ganz richtig. Von seinen Namen für die Einzelheiten hat sich eine Anzahl erhalten, z. B. die Benennung der großen Ebenen und mehrerer großer Gebirgslandschaften. — *Ricciolis* astronomisches Handbuch endlich bringt 1665 noch eine von *P. Grimaldi* herrührende, mäßig gelungene Übersichtskarte. Allein da er Vorgänger gehabt hatte, entstand ein brauchbares Hilfsmittel, das hauptsächlich durch eine ausgiebige Namenwahl aus der Gelehrtenwelt, die sich bis heute für die Mondformen erhalten hat, bemerkenswert geworden ist.

Nach 1650 waltete ein böser Stern über gleichgerichteten Bemühungen. *De la Hire* zeichnete (1676—86) eine — nach einer verkleinerten Kopie zu schließen — wertvolle Karte in Kreide, die verloren ging; *Dom. Cassini* (von 1670 an) sammelte Phasen in schwarzweißer Kreidezeichnung auf blauem Grunde, von denen nur die Kupferabzüge zugänglich sind; das Original verschwand; *Clara Müllers* (geb. *Eimmart*) 300—400 Zeichnungen sind verschollen. — Aber um 1750 bescherte ein echter Wissenschaftler, *Tobias Mayer*, damals in Nürnberg, seinen Zeitgenossen die erste auf wirklich planmäßigen Messungen beruhende Mondkarte, deren 194 mm großes Abbild in *Schroeters Selenographische Fragmenten* (1791) lange Jahre die beste Grundlage der ferneren Mondaufnahme wurde. Von den bedeutsamen Originalen hat *Klinkerfues* 1881 eine Vollkarte (45 cm) und etwa 40 Spezialkarten herausgeben können. — *J. H. Schroeter* in Lilienthal bei Bremen hatte zwar riesige Teleskope zur Verfügung und arbeitete mit größtem Eifer; aber es blieb dank seinen geringen künstlerischen Fähigkeiten eben bei „Fragmenten", deren Studium gleichwohl von großem Wert sein kann; aber eine Vollkarte läßt sich daraus nicht gewinnen. Die Absicht

Schroeters, Veränderungen nachzuspüren, für welches Arbeitsfeld noch viel zu wenig Vorarbeiten bestanden, war verfrüht; sein Werk blieb unvollkommener, als es die überreichen Mittel der Lilienthaler Sternwarte hätten erwarten lassen. Soweit auch der allgemeine Einblick in die Mondnatur bis zum Ende des 18. Jahrhunderts durch die genannten Forscher gefördert worden war, es blieb der nach einem neuen halben Jahrhundert Pause erst wieder einsetzenden Tätigkeit neuer Kräfte mit neuen, vollkommeneren Hilfsmitteln vorbehalten, das angefangene oder wenigstens vorbereitete Werk zu einer gewissen hohen Vollendung zu bringen. Die Ergebnisse der Altmeister der Selenographie, *Mädler*, *Lohrmann* und *Schmidt*, werden später in nähere Betrachtung gezogen, und es genügt hier zu sagen, daß ihre Arbeiten bis zum heutigen Tage die geschichtlich zu würdigende Grundlage der gesamten Mondkunde geworden sind.

Hat schon *Galilei* im Jahre 1609 die Natur der Mondoberfläche insofern wohl erkannt, als ihm sein bescheidenes Fernrohr von gut 30facher Vergrößerung das Vorhandensein von Gebirgen bestimmter Ausprägung und sogar von feststellbaren Gipfelhöhen bekräftigte, so mußte in der Folge der so gekennzeichnete Bau der Oberfläche unseres Nachbars immer deutlicher erfaßt werden, je bessere Gläser man herzustellen wußte. Über ein gewisses bescheidenes Maß der Erkenntnis des Einzelnen ging es freilich erst dann hinaus, als die alte Form des Linsenfernrohres durch den *Dollond*schen und gar durch den vollkommeneren *Fraunhofer*schen Achromaten abgelöst wurde. Man hätte auf die schon früher benützten Spiegelrohre, die wenigstens farbenfreie Bilder lieferten, die größten Hoffnungen auch hinsichtlich der Monduntersuchung setzen können. Allein *Herschels* d. Ä. Sinn war auf viel größere Dinge gerichtet, die auch sein Sohn *John Herschel* weiterpflegte, und *Schroeter* war eingeschränkt durch einseitigen Plan bei seinen Mondbeobachtungen und durch wenig Glück in der gerade hier so notwendigen bildlichen Darstellung.

Wenn es heute Kennern verwunderlich erscheinen muß, wie dürftig die zeichnerischen Ernten aus fast zwei Jahrhunderten Mondforschung geblieben sind, so darf zunächst an das psychologische Moment der Überraschung und des gänzlich Neuen erinnert werden, demzufolge die fremdartigen Eindrücke viel zu wenig gewohnten Vorstellungen begegneten und an sich auch viel zu unbestimmt blieben, um leicht von einer anders gearteten Begriffswelt verarbeitet zu werden. Voreingenommen im Sinne einer Deutungsmöglichkeit der neuartigen Weltform waren die oben genannten älteren Forscher gewiß am wenigsten; darum verbanden sich die neuen Gestalten nur langsam mit Bekanntem. Die heutige Zeit krankt vielleicht am umgekehrten Fehler: Reiche Vorstellungen und Erfahrungen auf verwandten Gebieten, viel Lehre und eigene Schlußfolgerung sind nur allzu rasch bereit, das Erschaute mit Namen zu nennen und nach Art zu bestimmen, obwohl zu beidem oft keine innere Notwendigkeit zwingt. Daher manches Hinausschießen über das Ziel im Urteil über Mondstände und manche allzu rosige Erwartung bezüglich der Durchmusterung einer völlig fremdartigen, „anderen" Welt, innerhalb welcher alle, aber auch alle auf der Erde gewohnten natürlichen Umstände, Verhältnisse, Kräfteäußerungen und Erfahrungsmöglichkeiten so ins Fremdartige verkehrt sind,

daß man mit den Begriffen des Ähnlichen oder Verwandten kaum mehr arbeiten kann. Dabei ist augenfällig, daß heute wie ehedem das Auge hilflos über eine scheinbar oder wirklich überreich besetzte Fülle von Formen und Gegenständen streift, ratlos, wie das Urteil sich darin zurechtfinden und die zeichnende Hand das alles festlegen soll. Die Alten sahen wenig und in großen Überblicken, suchten ganze „Phasen" darstellend zu bewältigen; die Neuen mit oft ausgezeichneten und wirkungsvollen Mitteln haben meist noch nicht gelernt, die Aufmerksamkeit des schweifenden Blickes auf eine bestimmte Stelle zu leiten und wollen auch heute noch aus dem Vollen schöpfen. Jene hätten in der Tat, wie das Beispiel *van Langrens* beweist, viel weiter ins Kleine eindringen können, wenn nicht schon die Monddurchmusterung in ihrer Vollständigkeit als das erste Ziel gegolten hätte; und heute zaubert die vollendete Güte der Fernrohre eine solche Überfülle von fein modellierten Erhabenheiten der Mondfläche vor das überraschte Auge, daß dem Beobachter im vollen Wortsinne „die Wahl wehe tut", wo er beginnen und was er auswählen solle: Er übersieht das wichtigere Kleine innerhalb der weniger wichtigen Allgemeingestaltung.

Es wurde schon der geringen Anwendung der Spiegelrohre des 18. Jahrhunderts auf den Mond Erwähnung getan. *Herschels* Bemühungen, etwa von 1774 ab von Erfolg gekrönt, mußten auch zu keinem verlockenden Ziele gegenüber Flächengebilden, wie Mond und Planeten es sind, führen, weil seine allem Anscheine nach fast nur kugelig gewölbten Spiegelflächen keine hohe Genauigkeit der Abbildung gewährleisteten. Man kann sogar diesen Mangel einer optischen Definition aus den Kupfern der Selenographischen Fragmente *Schroeters* ablesen, die ja auf Beobachtungen mit selbstgeschliffenen Spiegeln beruhen. Die Sachlage änderte sich sofort, als die *Dollond*sche Methode des Objektivbaues durch *Fraunhofer* wissenschaftlich aufgehellt und durch die Tat in vollkommen einwurfsfreier Weise verwirklicht war; der „Achromat" erst hat eine regelrechte, erfolgreiche und unerschöpfliche Mondforschungsarbeit ermöglicht. Aber man darf hier einschalten, daß das Zeitalter, das unter dem Eindrucke des *Herschel*schen Beobachtungssegens stand und die Entdeckung des ersten Planetoiden erlebte, vordringlichere Pflichten kannte als das anscheinend in ewig gleicher Miene erstarrte Antlitz des Mondes eingehend zu prüfen. So hat denn eigentlich keine Sternwarte als Staatsanstalt sich des vereinsamten Arbeitsfeldes angenommen, und man hat es bis zum heutigen Tage der Fürsorge privater Bemühung überlassen, soweit es sich um Herstellung von Bildern und Karten handelt. Jetzt tauchen die berühmt gewordenen „3- bis 5zölligen *Fraunhofer*" auf und liefern in den Händen geschickter und ausdauernder Beobachter unersetzliche Ergebnisse, so seitens *Hch. Webers* und *Pastorfs* an der Sonne, seitens der Altmeister *Mädler* und *Lohrmann* am Monde. Natürlich wären neben ihnen auch Beobachter wie *Kunowski* oder Pastor *Kinau* zu nennen; aber welcher Besitzer eines guten Fernrohres hätte damals nicht auch am Monde seine Kenntnis außerirdischer Zustände bereichert oder sich im Darstellen gewisser Züge versucht. Einige Beobachter waren darin sogar glücklich, wie besonders auch *F. P. v. Gruithuisen* in München, der etwa im Geiste *Schroeters* vorging; aber die Zeit war reif für Großtaten, und diese geschahen gleich in zwiefältiger Form unabhängig voneinander

Wilhelm Gotthelf Lohrmann begann seine Aufnahmearbeiten Ende 1821, und schon 1824 erschienen 4 von 25 vorgesehenen Blättern nebst umfänglicher Beschreibung. Sein Hauptinstrument war ein *Fraunhofer* von 120 mm Öffnung und 1945 mm Brennweite (1:16), aber es wurde auch ein Achromat von 83 mm (130 cm) benutzt, jedenfalls tadellose Fernrohre. Es scheint aber, daß die Aufstellung unter einem Klappendache „in der 4. Etage eines Hauses" in Dresden den Beobachtungen nicht sehr günstig war, worauf sowohl die nicht allzu zahlreichen Einzelheiten der Karte als besonders die wenig gegliederte Gestalt der Bergwälle hinweisen dürften, die gerade dem Berufsgeometer nach Gliederung und Darstellung sonst besser gelungen wären. Angenehm wäre es freilich für die Beurteilung dieser Umstände, zu wissen, welche Vergrößerungen angewandt worden sind. Sonst ist man auf den psychologischen Grund der Neuheit des Gegenstandes und der Zwangslage, zum ersten Male eine Gesamtaufnahme des Mondes von gleichmäßiger Güte zu liefern, angewiesen. Trotz alledem scheint irgend ein optischer Mangel bestanden zu haben, lag er nun vielleicht doch im wenig gelungenen Objektiv oder im Auge des Beobachters. Anders wären gewisse Eigentümlichkeiten des mondlichen Geländes nach *Lohrmann* schwer zu verstehen. Heute handelt es sich keineswegs allein um die Tatsache der erstmaligen großen Mondkarte von 3 Fuß Durchmesser, denn auf dieses Maß war *Lohrmanns* erster Entwurf von 4 Fuß Durchmesser verkleinert worden, sondern darum, so genau als möglich die Umstände ihrer Entstehung zu wissen; denn als einzigartige und mit dem Alter immer wertvoller gewordene Kunstwerk muß als Zeugenaussage aus dem ersten Viertel des 19. Jahrhunderts für den Mond gelten. Heute genügt ein viel kleineres Fernrohr als eins der Dresdener Instrumente, um nicht allein den Karteninhalt der *Mondkarte in 25 Sektionen* nachzuweisen, sondern um recht viel mehr und kleinere Dinge noch zu finden. Da es schwer ist, sich in die Unbefangenheit des Auges und der Einsicht des Erstbeobachters hineinzuversetzen, so bleibt nur übrig, die Optik jener Instrumente, sofern sie noch vorhanden sind, zu prüfen, oder abzuschätzen, wie sumarisch etwa *Lohrmann* aufgefaßt haben mochte, oder die Wirkung des Neuen auf den Erdgeometer als urteilsbestimmend in Rechnung zu stellen. Besser wäre das Experiment einer Neubearbeitung des Gestirns unter denselben Bedingungen durch einen opferfreudigen, der Karten noch nicht kundigen Liebhaber. So erst käme man zugleich zur Klarheit, wieweit den damals gleichten Kleinformen sachliche Richtigkeit zugebilligt werden kann — als Wiedergabe des Eindrucks, den sie hervorrufen konnten; und das ist wichtig für der Beurteilung von ähnlichen Kartenwerken mit abweichender Wiedergabe.

Unleugbar stellt *Lohrmanns* Karte ein völlig einheitliches, in sich geschlossenes Urkundenwerk dar; auch läßt sich ziemlich sicher herauslesen, daß der Verfasser nur zeichnete, was und wie er es sah, und sich kaum zu Deutungen ungenügend erkannter Dinge verleiten ließ. Als feine Federzeichnung von der Hand des Schöpfers konnte die Karte, die ja unmittelbar auf die Kupferplatte übertragen wurde, auch nur die Schwerfälligkeit der Methode und der Mittel nennen; was aber an geringer Ungleichmäßigkeit der Ausführung zu beklagen ist, kommt wohl mehr den verschiedenen Bearbeitern aufs Konto, denn

die Herausgabe des Gesamtwerkes konnte erst 1878 infolge der Mithilfe *Jul. Schmidts* geschehen, 54 Jahre nach dem ersten Hefte, und durch die Hände verschiedener Kupferstecher.

Man hat der Karte auch Auffassungsfehler oder -Eigentümlichkeiten nachweisen wollen. Sieht man vom allgemeinen Charakter der wulstigen Wallzeichnung und der geringen Unterscheidung zwischen Gebirgskämmen und Bergadern ab, so bleibt nicht allzu viel übrig, was zu tadeln wäre. Gewiß ist zu verwundern, daß z. B. auf Blatt I bei *Triesnecker* auch die Hauptrillen fehlen, auf Bl. III *Posidonius* im *NO* breit geschlossen erscheint, auf Bl. VI *Stadius* mit wulstigem Walle auftritt und *Reinhold* ein schlechtes Oval bildet, auch auf Bl. VII etwa *Kies* und *Lubienietzky* keine schmalen, niederen Ränder haben und *Capuanus* wie *Posidonius* rings geschlossen gezeichnet ist, auf Bl. XI die *Messier*-Streifen als Bergadern angenommen sind, auf Bl. XIX *Flamsteed* wie ein mächtiges Hufeisen daliegt, auf Bl. XXII der ausgefüllte *Wargentin* nicht aufgefaßt ist. Aber solche Eigenheiten finden sich auch bei anderen Gewährsleuten und sogar noch überraschender; sie fallen zunächst der Großzügigkeit der Erstlingsarbeit zur Last, die das Hauptaugenmerk auf die Raumverteilung und die Hauptgegenstände richten mußte, zwischen denen Kleines nach Bedarf zum Füllen der Fläche diente. Eine Auswahl unter der Überzahl der Kleinformen — ohne Kenntnis ihrer da und dort gewiß vorhandenen örtlichen oder inneren Wichtigkeit — war anfangs so gut wie unmöglich.

Dem ersten Hefte der *Lohrmann*-Karte mit 4 Blättern war zunächst keine Fortsetzung gefolgt. Da beschlossen *Beer* und *Mädler* eine eigene Bearbeitung des Mondes, die denn auch in den Jahren 1830—37 am 95-mm-Refraktor der Privatsternwarte des Ersteren im Berliner Tiergarten unternommen wurde und zu einer völlig selbständigen, einheitlichen, reich besetzten Karte des Mondes führte, die 1837 in vier Blättern (Viertelkreisen) erschien. Die Steinzeichnung ließ eine viel feinere Ausführung der Kleinigkeiten zu, und schon aus der Fülle des Gebotenen geht hervor, daß die äußeren Bedingungen zu diesem Werke besser gewesen sein dürften als in Dresden. Schon die Angabe, daß zum Zeichnen vorzugsweise 300mal vergrößert wurde, — heute würde man solche Überlastung der Optik vermeiden —, spricht für die Güte des Fernrohrs und der Luftzustände. Jedenfalls sahen die Zeichner alles so groß und gegliedert, daß sie erleichterte Arbeit hatten; zugleich enthüllte sich ihnen mancher Zug und manches Gebilde, das sonst ungesehen geblieben wäre, und sie beurteilten anderes richtiger als ihr Vorgänger. Übrigens ist nicht aufgeklärt, wieviel Anteil *Beer* an dem Werke hatte, das wohl den Stempel der Persönlichkeit *Mädlers* trägt und an seinen Namen geknüpft bleibt.

Die *Mappa selenographica* spiegelt das tiefere Eindringen in die Mondnatur wider, und dieses beruht auf allen Umständen, die zusammenwirkten, nicht zum wenigsten wohl auch auf dem Ehrgeiz, das Muster *Lohrmanns* inhaltlich und in der Darstellung zu übertreffen. So wurde die neue Karte das reichere und für den späteren Mondforscher zuverlässigere Werk und wäre es auch geblieben, wenn die andere Karte gleichzeitig vollendet gewesen wäre. Die Gleichmäßigkeit der Durchbearbeitung läßt kaum zu wünschen übrig, und nirgend

hat man das Gefühl, daß eine Gegend auf zu wenig Beobachtungen beruhe. Auch die Flächentönung ist in reichem Maße zur Geltung gekommen. Steigt man bis in die kleinsten Angaben herab, so tritt freilich manchmal ein fühlbarer Mangel zutage, wenn man angesichts dieser ebenfalls selbständigen ersten Sammelarbeit diesen Ausdruck wählen darf. Es liegt nahe, jede dargestellte Geländeform, also jeden Hügelzug oder Berg oder Kraterring als Abbild eines bestimmten Mondobjektes gelten zu lassen; aber das stimmt für die allerkleinsten Formen und für das Trümmergewirr des Berglandes im einzelnen nicht mehr. Hier will nur der Eindruck der Vielgipfeligkeit, dort vielleicht nur die Wahrscheinlichkeit des Kraterloches betont werden, obwohl eigentlich nur ein helles Fleckchen gesehen worden war, wobei jedoch in zahlreichen Fällen ein derartiges Etwas sich als Kratergrube erwiesen hat. Die Bearbeiter der *Mappa* waren hierin etwas zuversichtlich, haben in vielen Fällen richtig vermutet, in anderen falsch geraten. Wie oft das der Fall sein konnte, sagt eine Überprüfung etwa der halben Kartenfläche (ohne die Randteile). Hier verzeichnet *Mädler* 337 Gruben und kleinste Krater, die es gar nicht gibt; andererseits fehlen bei ihm 17 solche Gebilde, die er eigentlich gesehen haben sollte, die ihm aber beim Durchmustern entgangen sind. *Lohrmann* hat auch mehrere solcher Formen nicht festgelegt und 95 Krater angegeben, wo keine sind. Hiebei sind selbstverständlich keine Lagenfehler gemeint, denn solcher gibt es genug. Nimmt man ein anderes Vergleichsmittel zu Hilfe, die sogenannten Rillen, flache Risse im Mondboden, so kommt *Lohrmann* in den Vorteil, vielleicht wegen seines lichtstärkeren Objektivs und einer klareren Sicht bei maßvollerer Vergrößerung. Er sah nämlich von diesen im allgemeinen feinen Bildungen, deren *Schroeter* trotz seiner großen Rohre nur 11 gefunden hatte, 99 Formen, *Mädler* in den durch zu starke Vergrößerung getrübten Fernrohrbildern nur 77; später fügte er, freilich am Dorpater Zöller, noch 55 hinzu, und die anderen, besonders späteren Forscher setzten deren Stolz darein, durch verfeinerte Beobachtungskunst, durch planmäßiges Suchen und durch Beharrlichkeit die Zahl der bekannten Bruchlinien zu vermehren.

Nachdem heute zwei im Maßstab gleiche, in sich völlig einheitliche, auch in kurzen Zeiträumen erarbeitete Urkunden über das Aussehen des Mondes vorliegen, darf man in allen Zweifelsfragen, die ältere Vermutungen oder Denken über Zustände betreffen, beide Zeugnisse anrufen, um Klarheit zu gewinnen. Darin liegt ihr hoher Wert zunächst. Eine andere Wichtigkeit war, daß sie als Grundlage tieferer Erforschung dienen konnten.

J. F. Julius Schmidt trat in die Fußtapfen der Altmeister. 1839 schon konnte er als Vierzehnjähriger *Schroeters* Kupfertafeln kennen und konnte mit verschiedenen Rohren bereits als Schüler Studien machen; „vier- bis sechsstellige" Fernrohre in Hamburg und Altona, später geringere Mittel in Bilk bei Düsseldorf, von 1846—53 ein 4-Zöller in Bonn, 1849 und 1853 auch der 9-Zöller in Berlin, dann wieder ein 4″ in Olmütz, im März 1855 der 9″ in Rom, ein 5″ in Neapel, ein 3″ in Wien und endlich zwischen 1859 und 1874 ein $4\frac{1}{2}$″ in Athen waren seine Hilfsmittel zur Sammlung von Stoff für die 6 Fuß große *Charte des Mondes*, die 1878 in Berlin auf *Moltkes* Verwendung hin photolithographisch

gedruckt wurde — ein Riesenwerk der zähen Arbeit am Monde, überraschend reich an Stoff, wenn auch ungleich in den einzelnen Blättern, deren Hauptzüge einfach von *Lohrmann* her auf die doppelte Größe gebracht wurden. Die Einzelheiten sind *Schmidt*sche Arbeit. Man mag durch langjährige Benützung dieses größten Mondatlas, den es gibt, wohl erkennen, welche Summe von Nachweisen hier aufgespeichert ist; man muß aber bedauern, daß das Gesamtwerk unter den unzulänglichen Grundlagen *Lohrmann*s und dem häufigen Orts- und Fernrohrwechsel im Leben *Schmidt*s gelitten hat. Die schöne Gleichmäßigkeit der älteren Karten und die Ruhe der künstlerischen Darstellung — des Erzeugers Federzeichnung wurde ja selbst wiedergegeben — fehlt dem großen Werke. Aber es wird dauernd eine unersetzliche Fundgrube bleiben, besonders in jenen Teilen, deren Inhalt auf Zeichnungen an den 9-Zöllern beruht und die der Kenner leicht herausfindet. *Schmidt* hat die Zahl der Rillen auf 348 erhöht, die Zahl der „Krater" im weiten Wortsinne, deren *Lohrmann* 7178 und *Mädler* 7735 notierte, auf 32856 gebracht; die Zahl der Berge, Hügel, Adern und Beulen auf den 290 qdm Kartenfläche ist nicht abzählbar. Die wechselnden Umstände im Leben *Schmidt*s und der Zwang, endlich einmal die Tausende von Einzelaufnahmen zu vereinigen, obwohl ergänzende Beobachtungen da und dort nötig gewesen wären, brachten Lücken, Ungleichmäßigkeiten und auch eine kleine Anzahl Versehen in die Riesenkarte, für deren Vorhandensein aber der Mondbeobachter gar nicht genug dankbar sein kann.

Nach *Schmidt*s Karte wurden auch von anderen, hauptsächlich englischen Beobachtern (*Nasmyth* und *Carpenter*, *Birt*, *Neison* u. a.) Nachsuchungen gehalten, in Frankreich besonders von *Gaudibert*, beiderseits hauptsächlich mit Silberspiegeln. Allein die Karte wurde nicht mehr anders überboten als durch Hinzufügung von neuen Kratergruben und Rillen, deren z. B. *Neisons* Atlas (Kopie *Mädlers*) 366 aufzeichnet. *Leo Brenner* fand in Lussinpiccolo weitere 360 Rillen, *Fauth* in Landstuhl nochmals 1258 Rillen in den begrenzten Bezirken seiner Spezialkarten. So ist eine vor vierzig Jahren ausgesprochene Vermutung, es möchten wohl tausend Rillen gefunden werden, mit den mehr als 1600 heute bekannten weit überflügelt. Auch *Krieger* in München, später in Triest, sammelte mit Eifer Kleinformen, um die Mondkarte zu bereichern; Spezialkarten aber von besonders wichtigen Gegenden hat außer dem Verfasser niemand mehr erarbeitet. Was hierin überhaupt mit mehr oder weniger Glück geschah, trägt das Kennzeichen des Zufälligen.

Oben war schon davon die Rede, daß *Mädlers* große Karte in vier Vierteln als Lithographie hergestellt worden ist. Das erschwert den Gebrauch am Fernrohr und bei mattem Lampenlichte um so mehr, als die Zeichnung äußerst fein gehalten ist. Darum ist es sehr angenehm, auch eine kleinere Übersichtskarte im gleichen Verlage (*Sim. Schropp*, Berlin) zu bekommen, die im viel klareren Kupferstich ausgeführt ist und fast alle Kleinformen der Ursprungskarte wiedergibt; der Mond ist darauf 32 cm groß, und das Blatt enthält dazu noch 378 Namen mit vielen Höhenzahlen nebst einer kurzen, klassischen Erläuterung über die Darstellung und die Zeichen, so daß dieses schon 1837 herausgegebene Blatt bei Benützung eines kleinen Fernrohres die Hauptkarte zu e

setzen vermag. Eine noch mehr zusammengedrängte Übersicht gibt eine auf 278 mm Größe des Mondes gebrachte Zeichnung auf Kupfer, die früher dem *Stieler*schen Handatlas beigegeben war und bei *Perthes* in Gotha zu haben ist. Auch sie enthält 376 Namen und Angaben nebst vielen Höhenwerten und genügt bescheideneren Ansprüchen, wenn nicht bis ins Kleine herabgegangen werden soll. Weitere Nachahmungen in noch kleinerem Maßstabe, etwa die Tafel 6 des *Bruhns*schen Atlas (*Brockhaus*) mit 208 mm Monddurchmesser und 182 Namen mit Höhenzahlen, können mit Nutzen höchstens neben guten Büchern gebraucht werden.

Auch *Lohrmanns* Karte erfuhr durch den Lithographen *W. Werner* eine brauchbare Verkleinerung auf 39 cm (*Barth, Leipzig*). Statt der Namen erscheinen nur Zahlen für die Kraterformen, und man muß sich die Namenliste selbst aufstellen. So kräftig der Kupferstich der Hauptkarte wirkt, so überzart sieht die Lithographie aus; sie wird am Fernrohr nur schwer lesbar sein. Im übrigen vermag sie fast die Hauptkarte zu ersetzen.

Seit 1881 gibt es auch eine 61 cm große Karte *Neisons* (deutsch bei *Vieweg*), die eine grobe Nachbildung *Mädlers* ist und durch Krater- und Rillennachträge bereichert wurde; das ganz unkritische Werk ist aber handlich im Format. Alle Fehler *Mädlers* hat es übernommen. Der Hauptwert liegt übrigens in dem beigegebenen, sehr ausführlichen Textbande von 446 Seiten. — So hatte schon *Mädler* seiner Karte einen Quartband von 412 Seiten und 5 Tafeln und *Schmidt* der *Charte* einen solchen von leider nur 304 Seiten (*Reimer, Berlin, 1878*) beigegeben. — Endlich gibt es noch eine *Carte pittoresque*, von *Fenet* nach *Gaudiberts* Bearbeitung unter *Flammarions* Mitarbeit geschaffen; sie will auch gewisse kleine Züge mehr aufweisen als die klassischen Karten der Altmeister. Als brauchbares Wandkärtchen in der Sternwarte eignet sich auch die $^4/_4$ Zeichnung *Elgers* in seinem Buche *The Moon*, zumal der Monddurchmesser 46 cm groß, die Auswahl gut und das Bild klar ist.

Es hat nicht an Versuchen gefehlt, andere Kartenhilfen zu schaffen; ein Unternehmen der britischen *Lunar Section* ist in den Anfängen stecken geblieben, und eine Umrißausgabe von *Godacre* ist recht skizzenhaft ausgefallen. So bleibt es eine erfreuliche Tatsache, daß Deutschland oder deutscher Forschergeist so lange die Führung gehabt haben, als Auge und Hand allein die Mittel zur Ergründung des Mondantlitzes waren. Die Namen *Tobias Mayer* und *Schroeter*, *Lohrmann* und *Mädler* und zuletzt *Schmidt* werden dauernd mit der Geschichte der Mondkunde verbunden bleiben.

Der Fernrohrbetrachtung des Mondes ist schon vor 80 Jahren ein wichtiger Mitstreiter um die Erkenntnis erwachsen, die Lichtbildkunst. Schon 1841 gewann die „Daguerrotypie“ durch den geschickten *Dr. John W. Drayer* in New York Mondbilder auf Silberplatten. Zehn Jahre später lud *William C. Bond* vom *Harvard*-Observatory den Photographen *A. Whipple* zu Boston ein, Versuche am *Merz*schen 38-cm-Refraktor auszuführen; das sind die von *Humboldt* im *Kosmos* erwähnten Arbeiten, bei denen auch der Vollmond noch 8 Minuten Belichtung nötig machte. Die Mondbilder mögen 5 cm groß gewesen sein. Erst der Amerikaner *Humphrey* fand Mittel und Wege, sogar bei nur 2^s Be-

lichtung Bilder zu bekommen, deren Relief deutlich war. Ebenso soll der Königsberger *Barkowski* Negative besessen haben, deren Vergrößerung auf 5 cm getrieben werden konnte, — alles Vorversuche, die nur zur Vervollkommnung reizen konnten.

Seit 1852 hatte auch *Warren de la Rue* in London zu photographieren begonnen; aber erst die 1857 ermöglichte Uhrbewegung seines Teleskopes ließ feinere Resultate zu, so daß er schon 1858 aus seinem Plattenvorrate Paare zusammenstellen konnte, die im Stereoskop den bekannten bestrickenden Effekt des kugelähnlich erscheinenden Himmelskörpers gaben. — *Dr. Henry Draper* in Hastings am Hudson, Physiologe, Chemiker, Photograph, Glasschleifer und Mechaniker in einer Person, schliff 1860 einen Metallspiegel, 1861 einen Glasspiegel von je 40 cm Durchmesser und photographierte damit mit beispiellosem Erfolge. Eine Mondaufnahme von 1863 (30 mm groß) konnte bis zur Größe der *Mädler*schen Karte ausgedehnt werden, ohne unkenntlich zu sein. 1870 entstand noch ein Spiegel von 50 cm, aber nach 1880 wurde doch ein handlicher 11½zölliger photographischer Refraktor benützt. — *Rutherfurd* in Cambridge (N.-A.) fand bereits 1857 zwischen dem optischen und für die empfindliche Platte in Betracht kommenden chemischen Brennpunkt seines Fernrohres einen Lagenunterschied von 18 mm und erzielte 1858 unter Ausnützung seiner Kenntnis Bilder, die sich auf 13 cm vergrößern ließen. Zugleich fand er unabhängig sein erstes Mondstereogramm aus seinem Bildervorrat. Ein Objektiv von 28½ cm Öffnung und 425 cm Brennweite lieferte ihm am 13. November 1864 ein Bild des Vollmondes, das, auf 18 cm vergrößert, noch scharf begrenzte Einzelheiten zeigte. Ein Teleskop vom Jahre 1865 erzielte am 6. März ein 15 mm großes Fokalbild, das auf 53 cm vergrößert werden konnte. Seit 1871 benützte der Künstler einen 33-cm-Refraktor mit Korrektionslinse für Lichtbilder. — In Südamerika war der Direktor der argentinischen Sternwarte, *B. A. Gould*, nach vielen Verdrießlichkeiten und Unglücksfällen mit Objektiven und Hilfsarbeitern, von 1875 ab mit Erfolg tätig. Ihm und seinem von *Rutherfurd* eingeweihten Fachphotographen *Heard* gelangen Aufnahmen von 35 mm Größe, die bis zu 48 cm vergrößert wurden.

Endlich brach im Jahre 1888 eine neue Zeit großer Erfolge an. Der *Lick*-Refraktor, auf dem Mt. Hamilton (Kal.) in 1283 m Höhe aufgestellt, und bei 914 mm Öffnung 17,63 m lang, wurde auch in den Dienst der Mondphotographie gestellt. Eine Korrektionslinse von 84 cm macht aus ihm eine Kamera von 14,80 m Länge und gab Mondbilder von 125—140 mm Durchmesser. Leider mußte meistens auf 20 cm abgeblendet werden; aber was *Burnham* und nach 1889 *Schäberle* und *Campbell* erreicht haben, ist bewunderswert. Die schönsten Platten wurden zu einem ersten photographischen Atlas (Heliogravure) verarbeitet, dessen Tafeln die Mondlandschaften in der Größe der *Mädler*-Karte in teilweise wunderbarer Plastik wiedergeben. Die zahlreichen Platten waren auch käuflich und wurden vielfach — auch durch Ausmessen — nützlich verwertet.

Ein neuer, bedeutsamer Schritt vorwärts geschah durch Anwendung der Methode der durchs Okular vergrößerten Aufnahmen, denn alle bisher genannte

Künstler hatten im Brennpunkt der Fernrohre belichtet. Man kann aber auch einfach nach Art der Sonnenprojektion oder durch Zwischenschaltung einer achromatischen Negativlinse unmittelbar vergrößerte Bilder aufnehmen und so das nach Einführung der Trockenplatte allzu grob gewordene Plattenkorn fast unschädlich für die nachträgliche Vergrößerung des Negativs machen. So hatten die Pariser Optiker und Astronomen *Paul* und *Prosper Henry* schon 1886/87 mit einem selbstgeschliffenen 33-cm-Objektiv auf dem neuen Wege gute Resultate erhalten, und sie stiegen durch Glückszufälle so rasch zum Gipfel ihrer Leistung gegenüber dem Monde, daß bis heute kaum nennenswerte Fortschritte über jene Zufallstreffer hinaus erreicht worden sind. Auch *Prinz* in Brüssel (1888/89) machte mit einem 225-mm-Objektiv Aufnahmen zwischen 11 und 33 cm Durchmesser; *W. H. Pickering* (September/Oktober 1889) benützte auf dem Mt. Wilson in Südkalifornien einen 325-mm-Refraktor, mit dem er u. a. einen Mondkrater *Copernicus* (45 mm) und den *NW*-Teil der Mondapenninen mit wunderbarer Schärfe erhielt. Und so hat *Spitaler* am 68-cm-Refraktor in Wien in den Jahren 1885—90 neben Brennpunktbildern auch Vergrößerungen durchs Okular erhalten, besonders schön am 30. Januar und 25. Juni 1890, und damit bewiesen, daß sogar eine minder gute Optik — die optisch-chemische Fokusverschiebung betrug 25 mm, und im chemischen „Brennpunkt" lag die beste Bildwirkung innerhalb 10 mm Raum — etwas leistet. Die besten Bilder entstanden im optischen Brennpunkt, wenn ein die violetten und ultravioletten Strahlen verschluckendes Filter angewandt wurde.

Nun begannen 1893 *Loewy* und *Puiseux* Aufnahmen mit dem 60-cm-*Equatorial coudé* von 18 m Brennweite, das Fokalbilder von etwa 170 mm Größe gab, so daß die *Lick*-Platten an Größe und Feinheit übertroffen werden konnten. Viele gut gelungene Platten wurden nachmals so ausgebeutet, daß der große photographische Mondatlas entstand, dessen 48/57 cm messenden Heliogravüre-Tafeln die Zahl 100 schon überschritten haben, — ein für die Mondkunde unübertreffliches Material. Übrigens sind die Gebrüder *Henry* auch wieder die Schöpfer des 60-cm-Objektivs vom *Equatorial coudé*! — So schien denn so ziemlich das Wünschenswerte erreicht, obwohl man sich allmählich bewußt wurde, daß das feinste Detail auch der vorzüglichsten Photos dem Auge in einem modernen 4-Zöller erreichbar war; man gab sich Mühe, aus den Negativen herauszuholen, was immer sich gewinnen lassen wollte. Dabei ging es leider ohne Irrungen und Wirrnisse nicht ab. Der Direktor der Prager Sternwarte versuchte durch Lupenbetrachtung aus Diapositiven die letzten Feinheiten abzulesen, und es gelang ihm auch, denn er kam bis zur Feinstruktur der Plattenschicht, deren Runzeln und Feinrisse er glaubte als unter der optischen Grenze liegende Kondrillen ansehen zu sollen. Die Zeit ist über die unerquicklichen Auseinandersetzungen jener Jahre der Täuschung und Kraftvergeudung an unfruchtbare Aufgaben mit mildem Schweigen hinweggeschritten, und die prachtvollen Vergrößerungssysteme der Lichtbildkunst haben die Wahrheit über Plattenkorn und kleinste Mondgegenstände innerhalb der Körnung enthüllt. Man lernte verstehen, daß nur verlängerte Brennweiten (Riesenrohre) oder unmittelbar vergrößerte Aufnahmen durch die beste Optik neuen Fortschritt gewähren

könnten. Das wurde denn auch festgestellt, als am 102-cm-Objektiv des *Yerkes*-Observatory bei Chicago Fokal- und vergrößerte Aufnahmen gewonnen wurden, die zum Vollkommensten gehören, was jemals in dieser Richtung geleistet worden ist. Leider sind diese wunderbar klaren und reichen Bilder zum Teil Zufallstreffer, und es besteht anscheinend auch nicht die Absicht, den Mond planmäßig photographisch zu bearbeiten. Somit stellen die letzten Bemühungen auch den Gipfel derselben dar.

Neuestens sind an der Sternwarte der Technischen Hochschule in Charlottenburg von *Miethe* und *Seegert* mittels Spiegeln von *B. Schmidt* Mondaufnahmen zur Ergründung der Lichtqualität des Vollmondes und der Reflexionsfähigkeit des Mondbodens mit viel Aussicht auf gute Ergebnisse gemacht worden, und ebenso haben *H. Rosenberg* und *P. Götz* in Tübingen an einem 13-cm-Apochromaten von 2.4 m Brennweite photographische Mondaufnahmen gemacht (1913/14), Helligkeitsverhältnisse und Albedo von 55 Vollmondsstellen untersucht, eine erste photographische Grundlage der Mondphotometrie. — Ingenieur und Optiker *B. Schmidt* wiederum hat 1912 und 1913 mit einem Spiegel von 30 cm Öffnung und 31m Brennweite vorzügliche Phasenbilder erhalten, die bis zu 29 cm Durchmesser besitzen. Aber das vollkommene Gelingen ist hierbei so sehr von dem Zufall und den Luftzuständen abhängig, daß man nur zu gewissen Zwecken, z. B. Finsternisverlauf, Lichtverteilung und Lichtwechsel über gewissen Mondgegenden u. a., solche Veranstaltungen treffen wird, die übrigens auch gegenüber Planeten oder Sterngruppen oder Kometen gerechtfertigt wären. Die Mondphotographie scheint zu einem vorläufigen Abschluß gelangt zu sein und neue Fortschritte nur dann in Aussicht zu stellen, wenn einmal etwa die „Turmteleskope", wie sie in Amerika für die Sonnenstudien geschaffen sind, auch auf den Mond angewandt werden.

Man hat den photographischen *Lick*-Atlas bereits vergessen über dem Tafelreichtum des Pariser Atlas; *Pickerings* Phasenatlas war ein zwar neues, dem Beleuchtungsproblem gewidmetes Unternehmen, das aber ein ziemlich verflachtes Ergebnis hatte, aus dem viel weniger zu entnehmen ist als aus direkter Beobachtung mit mäßigen Mitteln. Der Prager Atlas, den *Weinek* (aus *Lick*-Platten zumeist) erarbeitete, ist leider ein ziemlich überflüssiges und teueres Unternehmen gewesen, das kaum irgendeinen Nutzen bringen wird. — Dagegen war es ein ganz richtiger Weg, den *J. Franz* in Breslau einschlug, als er gute Platten vermaß, um die genaue Lage einer großen Zahl von Mondbergen und Kratern zu gewinnen, und als er im Jahre 1900, den stereoskopischen Effekt von Plattenpaaren ausbeutend, durch Messung von einer Art Tiefenplastik die erste summarische Höhen- oder Niveauschichtenkarte des Mondes herausgab. Noch ist viel zu tun, um die vorhandenen Platten zu erschöpfen. Gerade die besten Pariser und *Yerkes*-Platten harren da der Ausbeute, und die Arbeit ist um so sicherer von Erfolg, als sie unabhängig vom wechselnden Mondalter am Tisch vorgenommen werden kann.

Wir haben die Großzeit der optischen Erforschung der Mondoberfläche mit der Besprechung der damals entstandenen Karten verlassen und müssen noch der Nachfahren der Klassiker gedenken, die das Erbe im Sinne der „an

Fig. 3.

ispiel einer modernen Mondkarte: Das Ringgebirge Gassendi im SO-Quadranten des Mondes nach Detailaufnahmen von *Ph. Fauth.* M = 1:1 Million (1 mm = 1 km).

rtrauten Zentner" zu verwalten hatten. Das waren in England *Nasmyth* d *Carpenter*, die einen 50-cm-Reflektor zu sehr eingehenden Detailstudien t viel Glück und Fleiß verwendeten; man muß als Selbstkenner der Verhält-

nisse die von ihnen modellierten und photographierten Reliefs im einzelnen zu beurteilen verstehen und wird ihre Kunst voll zu würdigen wissen. Nicht so sehr ihre zum Aufbau einer auf rein plutonischer Grundlage ruhenden Selenologie gezogenen Schlüsse. Man denkt heute bezüglich des lunaren Vulkanismus vielerseits anders; aber ungemein lehrreich und anziehend bleibt ihr Werk: *Der Mond als Planet, Welt und Trabant* (*1884*). — Sodann ist neben einer Reihe von Mitgliedern der *Lunar Section* der Herausgeber des Atlas mit Textband, *Edm. Neison*, zu nennen, der viel Eigenes zur Karte hinzugefügt und den Mondfreunden ungemein nützlich in die Hand gearbeitet hat. Er war vorzugsweise der Topographie zugetan. Erwähnt sei auch noch einmal der Verfasser des Buches *The Moon*, *Gwyn Elger*, und dessen Karte in 4 Quadranten. — In Frankreich arbeitete als Führer der Mondfreunde *C. M. Gaudibert* mit Spiegeln von 23 und 27 cm Durchmesser in Vaison (Vaucluse). Die Spiegel des als hochbetagter Greis um 1900 verstorbenen Forschers befinden sich in der Schweiz. Seine *Carte pittoresque* wurde schon erwähnt; er hat hauptsächlich neuen Rillen nachgespürt. *P. Moreux* scheint den Sinn für das Arbeitsfeld geerbt zu haben; sonst drang aus Frankreich nur wenig Erfolg auf diesem Gebiete in die Öffentlichkeit.

In Deutschland pflegte *Herm. J. Klein* (in Köln † 1913) die Mondkunde seit der Mitte der 70er Jahre, stand mit *Schmidt* in Fühlung und wußte als Herausgeber des heute unentbehrlich gewordenen „*Sirius*“ (einer Gründung *Rud. Falbs*) gerade dieses Beobachtungsfeld den Liebhabern mit Geschick und Ausdauer nahezubringen. *Schroeters* und *Gruithuisens* Arbeiten wurden von ihm voll gewürdigt, manche Liebhaberstudie kam im *Sirius* zu Worte, wie auch er selber; *Kinau*, *Rudin-Hefti*, *Nielsen*, *Fauth*, *Krieger*, *Weinek*, *Meller*, *Valier*, *Sirakiau* teilen ihr Wissen oder ihre Abbildungen mit, wie denn auch eine gute Auswahl der nach und nach immer wertvolleren Photogramme zur Kenntnis gebracht wird. Leider war *Klein* einem gefährlichen Irrtum *Schmidts* bezüglich lunarer „Veränderung“ in mehr als zuversichtlicher Weise gefolgt und hat sich und anderen eine Anschauung eingeredet, die bis heute ihr schädliches Wesen treibt. Hier ließ es der verantwortliche Führer der Mondfreunde sehr an Sachlichkeit fehlen, woraus denn mancherlei Schiefheiten und Mißhelligkeiten erwuchsen. Die äußeren Verhältnisse seines „selenographischen Observatoriums“ ließen seine eigenen Arbeiten nur in sehr mäßigem Umfange gedeihen. — In Prag zeichnete Professor *Lad. Weinek* wunderschöne, aber viel zu kleine Mondlandschaften, bis er sich der Bearbeitung von Photoplatten zuwandte; seine Tätigkeit war fast nur darstellend und kopierend. Was er selenologisch in Anlehnung an die Platteninhalte erreichen wollte, war der zweite große Irrtum der neueren Selenographie und wiederum eine Quelle unfreundlicher Auseinandersetzungen. — In Nymphenburg, dann in Triest beschäftigte sich *J. N. Krieger* ausschließlich mit dem Monde und hat viele Zeichnungen gemacht, die zwar in der Bildwirkung sehr ansehnlich erscheinen, leider aber inhaltlich sehr ungleichmäßig durchgearbeitet sind und sehr kritisch gewertet sein wollen, sollen nicht irreführende Folgerungen aus dem Detailbestande der Blätter später einmal neue Verwirrung anrichten. Es sind Bilder von Mondlandschaften, erhalten

durch Überarbeitung gegebener Photogrundlagen. Als Zustandsbilder eines gewissen Abends können sämtliche Tafeln des stattlichen Doppelbandes keinen Anspruch erheben, Kartentreue zu verbürgen; man müßte zuviel hinzudenken. — Auf der klimatisch äußerst vorteilhaft gelegenen Insel Lussin südöstlich von Pola arbeitete *Leo Brenner* ein Jahrzehnt auch selenographisch und teilte hauptsächlich in seiner *Astronom. Rundschau* seine zahlreichen Neueinträge von Kratern und Rillen mit, die eine bedeutende Bereicherung der Karte darstellen. Die späteren Jahre waren fast nur den Planeten gewidmet. — Gleichzeitig bearbeitete *Ph. Fauth*, seit 1890 in Kaiserslautern, nach 1895 in Landstuhl, Mondgegenden mit dem Ziele des Vordringens bis zu den kleinsten Gegenständen, was auch in einer Reihe von Fällen über Erwartung hinaus gelungen ist. Leider mußte ein sehr wesentlicher Teil der Untersuchungen den alten, eingewurzelten Irrtümern hinsichtlich der früher und neuerdings vermuteten „Veränderungen" gewidmet sein, was den Anhängern solcher Voraussetzungen Schmerz bereitete und zu bitteren Auseinandersetzungen führte, die der Mondforschung und der Lust, ihr weitere Opfer zu bringen, nicht wenig geschadet haben. Die Erfahrungen 20jähriger Untersuchungen wurden 1906 in dem Buche *Was wir vom Monde wissen* niedergelegt und in Aufsätzen in verschiedenen Zeitschriften mitgeteilt, auch in zwei Veröffentlichungen der Sternwarte hinausgegeben. Größere Spezialkarten warten noch des Abdruckes. Neuerdings wurde wieder eine Gruppe Mondfreunde zum gemeinsamen Vorgehen eingerichtet, in der namentlich *K. Glitscher* sich durch Mitarbeit verdient macht. Im Jahre 1906 erschien auch *Der Mond von J. Franz* (*Leipzig, Teubner*) und 1909 *Der Mond von M. W. Meyer* (*Kosmosverlag*).

Hier ist die Stelle, der Voraussetzungen zu gedenken, die den Mondforscher zum Ziele führen können, denn die vielköpfige Arbeitsgemeinschaft an sich kann auch zum Hindernis werden. Vor allem muß der Fernrohrbesitzer seinen Plan als Verpflichtung betrachten und den festen Willen zu erfolgreichem Tun mitbringen. Wenn kein inneres Interesse den Antrieb bildet, erlahmt erfahrungsgemäß bald die Hingabe an den Gegenstand. Daß anfängliche Enttäuschungen entstehen, ist in der Schwierigkeit der Sache und in der hochgespannten Erwartung des Liebhabers begründet; sie müssen mit Eifer und wachsender Zuversicht überwunden werden, und sie werden es um so leichter, je mehr Übung den Meister macht. Natürlich bildet eine gute Ausrüstung von vornherein die sicherste Gewähr für ein gutes Gelingen. Dazu gehört nicht allein ein dem gesteckten Ziele entsprechendes Fernrohr von mindestens 8—10 cm Öffnung, sondern auch eine parallaktische Aufstellung, womöglich mit Uhrantrieb, denn je weniger Hindernisse bestehen, desto erfreulicher wird die ungehemmte Arbeit. Aber es gehört auch ein günstiger Aufstellungsort — womöglich dauernd und erschütterungsfrei, und nicht minder ein wenigstens normales Auge zu den Vorbedingungen jeglicher Leistung, die Neues bringen will. Zum mindesten sollte Nützliches erstrebt werden, und das könnte sogar in einer planvollen Wiederholung eines älteren Werkes zwecks kritischer Vergleiche bestehen. Wählt man aber einen begrenzten Arbeitsplan, so muß man sich entscheiden, ob das eine gleichmäßig durchzuarbeitende Übersicht über die Art der Gestaltung oder

ob es eine Vertiefung in die Kleinformen sein soll. Die optische Verfassung des Auges und des Objektivs (Größe und Güte) sagen hierüber bald das Nötige. Am ehesten wird der Beobachter belohnt, wenn er sein Ziel von vornherein räumlich zu beschränken und zeitlich — hinsichtlich der Phasenausnützung — wohl zu verteilen weiß. Will ihm auch dann scheinen, als sei seine Ernte gering, so kann ihm sein Tagebuch, dessen Einträge sachlich, kurz, treffend, zeitlich bestimmt sein müssen, sagen, wieviel und wie gut seine Mühe sich gelohnt hat. Gut ist mehr wert als viel.

Wer als Anfänger an den Mond herankommt, mag die unvermeidliche, im übrigen harmlose Blendung des Auges durch etwas stärkere Vergrößerung mildern, also durch eine Vergrößerungszahl, die 1½mal die Millimeter des Objektivs beträgt, bei 100 mm Durchmesser also 150fach. Später geht man von selbst gerne herunter. Es wäre töricht, ohne Karten- und Literaturkenntnis reine Eigenarbeit schaffen zu wollen; das ist nur bei absichtlicher Wiederholung einer älteren Arbeit zu kritischen Zwecken Voraussetzung. In jedem anderen Falle wird man sich das bereits Errungene zu eigen machen und darauf weiterbauen; besonders sind da die Photographien unentbehrlich. Jede ernste Beobachtung läßt die eigene Erfahrung und das Urteil erstarken. Darum soll man auch bei weniger günstigen Umständen irgend etwas zu Papier bringen; die Schule der Geduld, die gerade hier wirksam wird, kommt zu Nutzen, und die Hand, die das Gesehene festhalten soll, gewöhnt sich an die Übertragung des rein gedanklich Erfaßten aufs Papier. Wie schwer es oft fällt, das vermeintlich einfache Detail aus der Blickrichtung ins Fernrohr auf die zum Papier zu übertragen, weiß nur der, dem die physiologisch zu begründende Schwierigkeit selber zum Bewußtsein gekommen ist. Es gibt gewisse Kunstgriffe, mit denen man allmählich in die Geheimnisse unserer Nachbarwelt eindringen lernt. Dazu gehört u. a. die Abhärtung der Hornhaut, besonders gegen Kälte, so daß das häufige Zwinkern unterbleibt und die Hornhaut von Fettschlieren auf viele Sekunden befreit bleibt; es gehört Ruhestellung des Augapfels hierher, damit die fliegenden Punkte und Fäden im Gesichtsfeld Zeit haben sich herabzusenken; es gehört ferner unentwegtes Hinstarren auf die Stelle der Untersuchung hierher, weil sich klarste Aufhellungen meist blitzartig vollziehen und man das Feinste nur in diesen kurzen Fristen gewahr wird; und es gehört auch öftere Überprüfung der „bekannten" Stellen zum Erfolge.

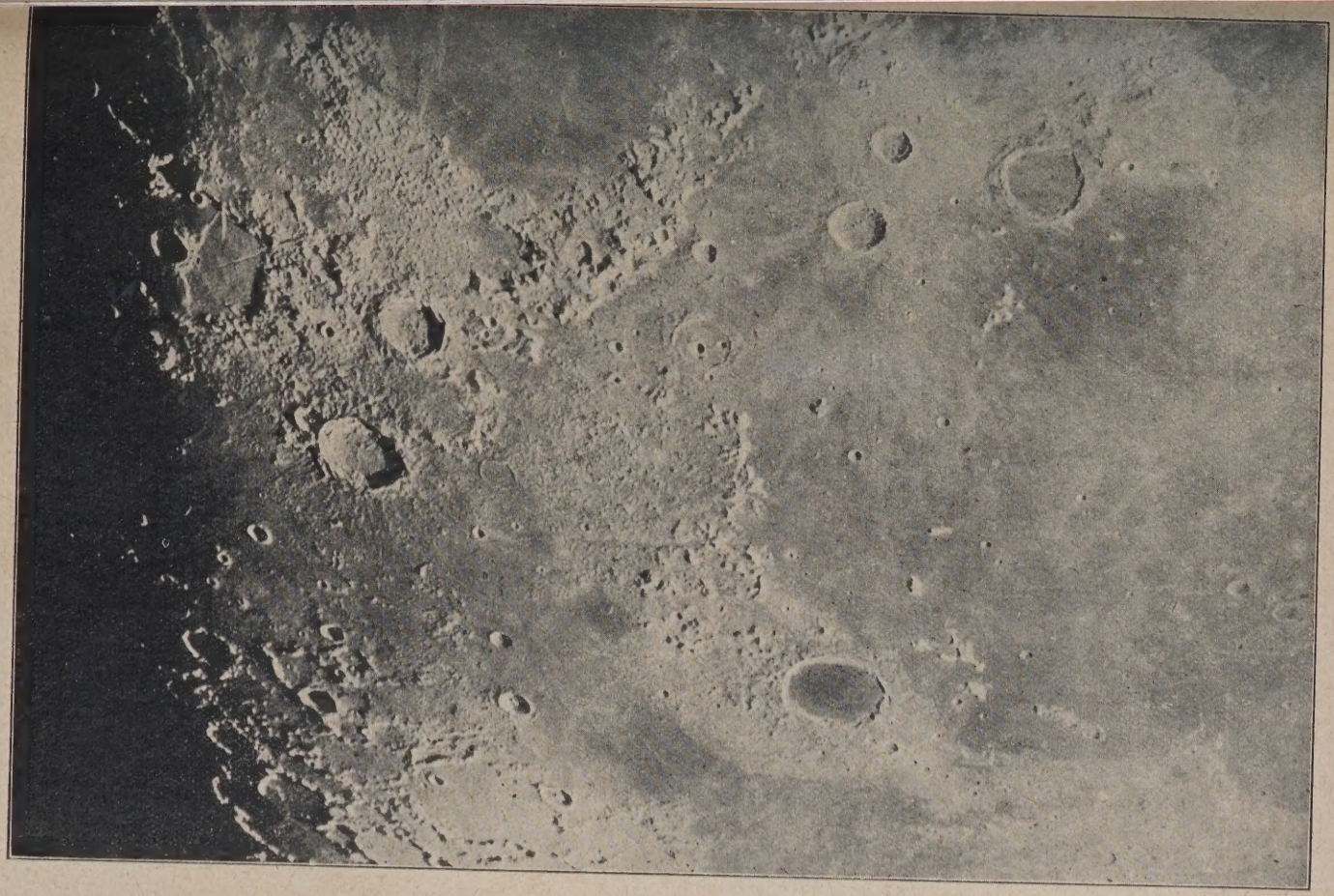
Das Fernrohr soll man kennen und ausnützen und lieben lernen. Kein Laie kann das bloß aus sich heraus. Wenn er aber hört, daß die Normalvergrößerung durch die Zahl der Millimeter der Objektivöffnung ausgedrückt wird, so wird ihm nicht beifallen, sich eine ganze Reihe Okulare mit blinden und unnützen Vergrößerungen anzulegen. Ein Objektiv von 100 mm bei 160 cm Brennweite mag am Monde mit Vergrößerung 100 und 160fach verwendet werden, bei Finsternissen des Überblicks wegen mit 50—60fach. Andere Okulare sind völlig unnötig. Hier tritt deutlich zutage, daß *Mädler*, der 300mal zu vergrößern pflegte, das Doppelte vom Äußersten nahm, was noch gut wirksam gewesen wäre. Das war ein Fehler, der auch in seiner Karte zum Ausdruck kommt. Jedes normale Auge kann in der Tat mit Vergrößerung 160 heute viel mehr

sehen als die Karte enthält. *Mädlers* Bilder waren zu matt und stumpf und entbehrten der klaren, bestimmten Linien. Bei *Lohrmann* muß das noch deutlicher gewesen sein. Auch *Jul. Schmidt* machte viel von zu hohen Vergrößerungen Gebrauch, was aber teilweise durch die klarere Luft Griechenlands und sein Ziel einer großen Zahl von Feinheiten entschuldigt wird. Ich selbst habe 15 Jahre hindurch fast nur mit der Normalvergrößerung gearbeitet und die allerfeinsten Züge am Monde entdeckt. Wenn *Brenner* in Lussin manchmal noch viel weiter ging als *Mädler*, so durfte er auch ganz ungewöhnlich vorteilhafte Luftzustände an der Adria ausnützen. Ist das Objektiv vom Öffnungsverhältnis 1:16 bis 18 oder gar ein Apochromat mit fast verschwindendem sekundären Spektrum, so mag das Auge durch die oben gekennzeichnete etwas stärkere Vergrößerung unterstützt werden; man soll aber ja nicht weitergehen, denn was an Größe gewonnen wird, geht durch Lichtschwäche wieder verloren. Welche Sorte der Okulare aber zu wählen sei, ist leicht gesagt. Am Monde handelt es sich meistens auch um vergleichende Überblicke, woraus die Forderung eines großen Feldes entspringt, besonders bei der absolut höheren Vergrößerung größerer Objektive; also *Mittenzwey* mit großem Felde, das *Heele*sche Barytokular oder ein entsprechendes achromatisches Mikrometerokular. Wer sich vor dem lästigen Beschlagen des Glases mit Tau oder Eis schützen will, muß eine sogenannte Taukappe vor das Objektiv setzen, die etwa dreimal so lang sein kann als sie dick ist; freilich gibt sie im Winde wieder mehr Anlaß zum Erschüttern des Rohres und Fernrohrbildes. Ist die Gesamtausrüstung gut (und sie kann es bei aller Einfachheit auch heute ohne zu große Kosten werden), so steht der Beobachter bald in jenem fast persönlichen Freundschaftsverhältnis zu seinem in doppelter Hinsicht „teuren" Fernrohre, in das der Berufsastronom fast nie kommt, das aber auch einen *Secchi* seinerzeit zu dem rührenden Ausspruch veranlassen konnte: *il mio equatoriale di Merz*; und man denke sich die sanfte Berührung mit der Hand hinzu, wie man sie etwa dem treuen Haustiere gewährt! Das erst ist die richtige Grundlage, auf der dem Liebhaber Früchte reifen.

Zur weiteren Ausrüstung des zielbewußten Beobachters gehört wenigstens ein Teil der Literatur. Für Objektive bis 6 cm Öffnung genügt *Mädlers* kleine Karte oder auch die *Lohrmanns*; bei 8 cm wird schon der große *Mädler* samt Text nötig; bei genügenden Mitteln auch *Lohrmanns* Atlas. Öffnungen zwischen 10 und 13 cm sollten *Neison* und *Gaudibert* mitbenützen; größeren optischen Mitteln (Linse oder Spiegel) entspricht *Schmidts Charte* samt Textband. Unter allen Umständen sollten bessere Photogramme von Phasenteilen zur Verfügung stehen, am besten der in Brüssel herausgegebene verkleinerte Pariser Mondatlas. Alles, was noch weitergeht, muß der Mondforscher selbst erarbeiten. — Findet er philosophische Betrachtungen über die Natur und mögliche Entwicklung des Mondkörpers anziehend, so greife er zu *Nasmyth* und *Carpenter* und zu *Thiersch* (*Die Physiognomie des Mondes, 1883*), allenfalls zur *Glazialkosmogonie nach Hörbiger* (*Fauth, 1913*) und zu *Voigt, Eis ein Weltenbaustoff* (*1920*). Auf alle Fälle muß er eine der heute so wohlbedienten Zeitschriften halten, um auf dem laufenden zu bleiben (*Sirius, Himmelswelt, Weltall* etwa). Unter einer Reihe von ausgezeichneten Handbüchern der Himmelskunde sei nur das beste erwähnt,

Figur 4.
Mare serenitatis und tranquillitatis, dazwischen Haemus-Gebirge nach einem Yerkes-Bilde.

die heute schon in 6. deutscher Auflage vorhandene *Populäre Astronomie von S. Newcomb* (*Leipzig, W. Engelmann*). — „Selenologischer" Studien zur Behandlung der Entstehungsfrage der Mondkrater gibt es eine ganze Reihe. In



Figur 5.
Ringgebirge Aristoteles, Eudoxus (links), Archimedes (oben rechts) und Plato (unten) nebst Kaukasus- und Alpen-Gebirge nach einer Yerkes-Aufnahme.

allgemeinen beruhen sie ganz und gar auf der großzügigsten Anwendung von Vorstellungen aus der eigentlich doch überholten *Laplace*schen Weltbildungshypothese, die seinerzeit von *Gauß* als nicht sehr glückliches Geistesprodukt des berühmten Mathematikers angesehen worden war. Sämtliche Autoren, mit Ausnahme des Amerikaners *See* vielleicht, arbeiten sowohl mit ihren Voraussetzungen als hinsichtlich der „Meteoritenhypothese" (*Martus*) mit veralteten und untauglichen Mitteln. Man möchte geradezu warnen, sich in Gedankengänge von Nichtkennern der geheimen Runenschrift des Mondes — *Mädlers* „Hieroglyphen" — zu versenken, denn gerade das, was erst noch erforscht werden soll, erschließt bessere Einsichten. Heute wie vor 45 Jahren ist des Altmeisters *J. Schmidt* Ausspruch blanke Wahrheit, daß es im Punkte der Erklärung des Mondantlitzes schon ein Gewinn ist, wenn Unberufene, d. h. Leute, die den Gegenstand nur ungenügend kennen, mit ihrem Urteile zurückhalten.

Wer dem Monde mit der Absicht des Forschers naht, muß das Bewußtsein wach halten, daß er einer neuen, fremden, völlig anders gearteten Welt gegenübersteht, auf der nicht einmal die rein physikalischen Verhältnisse der irdischen Heimat vergleichende Anwendung finden können. Zunächst ist der Mond ein viel kleinerer Körper als die Erde, die gleichwohl selber im Sonnenreiche einen bescheidenen Rang einnimmt. Seine 3480 km Durchmesser bedeuten gerade 0.2728 vom Erdendurchmesser. Das entspricht einem Rauminhalte von 0.0202 der Erde; es leuchtet aber ein, daß das Gefüge der gesamten geringen Mondmasse lockerer sein werde als das des Erdenstoffs, und man hat denn auch die Mondmasse nur als $^1/_{80}$ (=0.0124) von der Erdenmasse erkannt, woraus die mittlere Dichte unseres Nachbarn sich zu (0.0124:0.0202=) 0.624 im Vergleich zur Erde ergibt; und da für diese 5.56 im Verhältnis zum Wasser gefunden ist, wäre die spezifische Schwere des Mondes oder Mondkernes, wie man auch annehmen kann, nur 3.47, und das ist eine auffallend geringe Zahl, die sogar von dem doch viel weiter von der Sonne entfernten und nur doppelt so großen Mars mit 3.84 übertroffen wird. — Die Fallstrecke in der ersten Sekunde wäre für einen Körper auf dem Monde 0.8 m (Erde 4.9 m) und die Länge des Sekundenpendels 0.16 m (Erde 0.993 m); 1 kg würde auf dem Monde nur etwa 165 g wiegen.

Das sind lauter Umstände, die auf eine höchst besondere Beeinflussung des mondlichen Stoffes von Urzeiten her hindeuten, der zufolge auch die Wirkung der Gestaltungen anders sein mußte, als sie auf der Erde werden konnte. Der kleinere Mond mußte zugleich im kosmischen Sinne früher „altern" und stellt sich auch darum in eine andere Parallele zur Erde. Spottet schon die Erkenntnis der Entwicklungsgeschichte dieser im letzten Grunde so sehr der Forschung, so ist der Mond in 385000 km Entfernung noch viel spröder. Die Größe einer Bogensekunde entspricht im Mondabstande 1800 Metern, sie bedeutet einen selenographischen Bogen von 3′.37; ein Mondgrad scheint uns noch nicht halb so groß als das Scheibchen des Planeten Jupiter, nämlich nur 16″.6. — Da mahnen denn wirklich alle Umstände zur Bescheidenheit in den Erwartungen, und es ist nur gut, daß der so gut wie gänzliche „Luft"-Mangel an unserem Nachbarn eine so klare Sicht auf seine Oberfläche zuläßt wie auf keinen anderen

Himmelskörper. Jede vielleicht früher einmal bestandene Gasumhüllung des Mondes muß zur Verflüchtigung gelangt sein, weil die geringe Massenanziehung an seiner Oberfläche nicht stark genug war, der Geschwindigkeit der enteilenden Gasmoleküle erfolgreich entgegenzuwirken. So mag denn vielleicht noch die Spur einer Hülle von $^1/_{2000}$ der Dichte der Erdenluft vorhanden sein, ohne daß man es wahrnehmen könnte. Es liegt neben klarstem Sonnenscheine tiefste Nachtschwärze und läßt auch überraschend kleine Bodenformen nach Art und Größe erkennen.

Das Bewußtsein der ganz besonderen Artung dieser fremden Welt, zu dem man wohl besser durch eigenes Studium am Okulare als durch Bücher gelangen wird, läßt mit der Zeit einsehen, daß uns da eine Doppelnatur herübergrüßt: Eine alte, großnarbige Urfläche gibt im Groben die Grundlage zum Bau des Mondgesichtes, in dem wir gewöhnlich lesen wollen, — soweit auch das Grobe nicht unter eine ausgeglichene Oberfläche versunken ist —; und eine feinere Ziselierung schmückt in allgemeiner Verbreitung „über Tal und Hügel" jene Urschollen samt den verdeckenden „*Mare*"-Flächen mit fast zahllosen Zirkeln von allen Größen, vom kaum sichtbaren Grübchen bis zur Wallebene von 225 km Durchmesser. Das ist der Gegenstand des Studiums für den Beobachter, jenes mehr der selenologischen Überlegung vorbehalten. Man merke wohl: Kein anderes Körpersystem weist so wenig verschiedene Massen auf, wie das Paar Erde—Mond. Es ist zugleich das erste von der Sonne her gerechnet; und es liegt nicht nahe, den Begleiter hier als „eingefangenen Planetoiden" anzusprechen, wie das vom Marszirkel an nach auswärts mehr oder weniger aufdringlich sich der Annahme darbietet. So bleibt denn die Voraussetzung einer einstigen Planetenstellung unserer *Luna*, wie sie in *Hörbigers* Glazialkosmogonie dargelegt wurde und nachträglich auch der *See*schen Einfangstheorie entspricht, der einleuchtendste Weg, um hinter die Bedeutung der großen Hieroglyphe zu kommen. Wenigstens ist ein Erkenntnisweg gewiesen, der dem, der sehen will, auch zu einem befriedigenden Verstehen verhilft; solange der Weg fruchtbar bleibt, sei er zum Nutzen einer modernen Mondkunde dem Forscher empfohlen!

So neuartig nun aber die Mondplastik auftritt, den Formen können ebenso gut Namen gegeben werden wie den Erhebungen der Erde. Wir glauben das Hochgebirge, das Hügelland und die Ebene unterscheiden zu dürfen; wir sehen Gipfel und Kämme, Inseln und Beulen, lange Adern und Niederungen; der Steilabsturz wie die Terrassen und die absolute „Ebene" lassen sich finden. „Nur mußt du mich auch recht verstehen"! Das magmatisch oder durch Faltung aufgequollene und nachträglich durch Erosion zersägte irdische Hochgebirge gibt es überhaupt auf dem Monde nicht, weder in dem täuschenden, 600 km langen Massiv der Apenninen (etwa dem abessinischen Hochlande an Ausdehnung vergleichbar), noch sonstwo. Und das Hügelland, etwa die mondliche „Alpen"-Scholle ist weiter nichts als ein Trümmerfeld völlig vereinzelter Gipfel und Berge, vielleicht wie die Kalkriffe und Zinken in den Dolomiten. Nur die Ebene ist vom bekannten Anblick irdischer Flächen, weist aber Böschungen und Höhenunterschiede auf, die auf der Erde gar nicht im Gelände bemerkt würden. —

Über die Gipfelsteilheit darf man sich nicht durch die Schattenkegel täuschen lassen; daß der Begriff der Insel auf der Mondkarte nicht zu finden ist, muß verwunderlich erscheinen, denn alle Einzelberge steigen frei aus der Mareebene auf. Die „Adern", wie Blutadern auf dem Handrücken sichtbar, sind eine lunare Besonderheit, die mit dem Rillenbegriff zusammenhängt. Auch der Steilhang erscheint bei genauer Prüfung als Böschung, die kaum irgendwo 60° erreicht. Rechnet man innere Böschungswinkel von Wallkamm bis Wallfuß, so kommen nach meinen vor etwa 30 Jahren angestellten Untersuchungen 33°.5 auf die Kraterdurchmesser von 10—30 km, 22°.7 auf 30—50 km, 14°.8 auf 50—100 km und 11°.6 auf größere Wallebenen. Die einzelnen Terrassen sind jeweils steiler, die Neigungen der Wälle nach außen 3—8° groß. Aber es ist auch möglich, Beulenböschungen von knapp 0°.5 zu erkennen, was auf der Erde etwa der Neigung einer Straßenrinne von 0.9% gleichkommt.

Alle Rundformen des Mondes sind geiserartige, vertiefte Becken, keine „Krater"-Berge; ihre Einsenkung ist oft viele hundert Meter tief. Daraus ist zu schließen, daß Auswaschung oder Auslaugung oder Ausschmelzung die Ursache gewesen sein kann, nicht aber Aufschüttung. Wer die Topographie am schnellsten darstellen und darnach deuten will, bedient sich am besten der Methode der Höhenschichtlinien — zunächst in Form von Gefühls-Isohypsen. — Manches Auge kann sich um die Schätzung der Licht- oder gar Farbentöne verdient machen, welch letztere z. B. im Bezirk der großen *Herodot*-Rille, im *Mare serenitatis* und an mehreren anderen Stellen sehr deutlich sind. Gute Achromasie der Bilder ist natürlich sehr wünschenswert. Fast alle Mondflächen treten düster aus der Nacht und gehen auch matt in die Nacht hinein, schon aus Gründen einer gewissen Rauhigkeit des Bodens, der mit kleinen Schatten besäet ist, wenn der Sonnenstand niedrig ist. Inwieweit das wirkliche „Bleichen" nach Art und Grad eintritt, müssen sorgfältige Überwachungen im Einzelfalle lehren; hier ist noch fast alles zu tun. Stellen, welche wie Steilhänge sehr bald steile Bestrahlung erfahren, aber auch ganze Wallkämme oder gewisse Bezirke des Bodens werden sehr bald weißlich und bleiben es; gegen Sonnenuntergang tritt das Gegenspiel an entgegengesetzten Böschungen ein. Die noch wenig erforschten Strahlensysteme um eine Anzahl Krater bleiben ihrem Bestande nach so ziemlich gleich — lauter rätselhafte Erscheinungen. — Ebenso gibt es aber auch sehr kleine und auch größere Fleckchen von abstechender Dunkelheit, deren Natur wenig untersucht ist. Gerade sie sollten genau geprüft werden wie der Fleck im *Alphonsus* von *Klein* und mir. *Pickerings* Phasenatlas kann höchstens Spuren des Daseins solcher Flecke geben; am Okular sind sie zu beobachten. Auch bei Mondfinsternissen bleibt das Aussehen der Flächenhelligkeit bestehen, sogar im aschgrauen Lichte vor und nach Neumond erkennt man die größeren und grelleren Zeichnungen noch. — Ein höchst seltenes Vorkommen ist das zarte Aufglimmen im schwarzen Schatten liegender Wallteile oder Zentralgipfel eines Kraters, wie es im *Bullialdus* und *Copernicus* gesehen worden ist; dazu gehört aber ein sehr erfahrenes Auge und lichtstarkes Objektiv. — Unterstützt wird das Erkennen von Farbtönen ganz wesentlich, wenn einmal ein Planet dem Rande des Mondes nahekommt oder bedeckt wird; solche Fälle sind schon

ihrer Seltenheit wegen wahrzunehmen. Bedeckungen überhaupt, auch von Fixsternen, besonders wenn sie an Mondniederungen oder Pässe herantreten, waren auch schon Prüfungsmittel, ob eine Strahlenablenkung eintrete oder nicht.

Figur 6.
Dunkle Flecken im Ringgebirge Alphonsus nach *Pickering* (links) und *Fauth* (rechts).

Endlich wäre noch den vermuteten „Veränderungen" in der Topographie des Mondes eine Betrachtung zu widmen. Die Geschichte des Meinungsaustausches hierüber ist voller unerfreulicher, unkritischer Urteile, die aus allerlei psychologischen und anderen Irrungen erwachsen sind und die Wertung der Mondforschung häufig und nachhaltig herabgedrückt haben. In diesem Zusammenhange läßt sich nicht vermeiden, auf die betreffenden Mondgegenden zu verweisen; ich darf nach 35jähriger Kenntnis der Verhältnisse, die ich eigens untersucht habe, dazu Stellung nehmen. — *Schroeters* zwei deutbare Beispiele, den Innenkrater des *Posidonius*, der einmal wie dampferfüllt ausgesehen haben soll, und eine Bergspitze im *NW* des *Agrippa* betreffend, die *Klein* vergeblich auffinden wollte, scheiden aus technischen und instrumentellen Gründen aus. Jene Erscheinung ist gar nicht wirklich, und diese sieht heute noch aus wie damals (1798, Juli 19), ist nur von *Schroeter* schlecht gezeichnet. — *Jul. Schmidt* hat

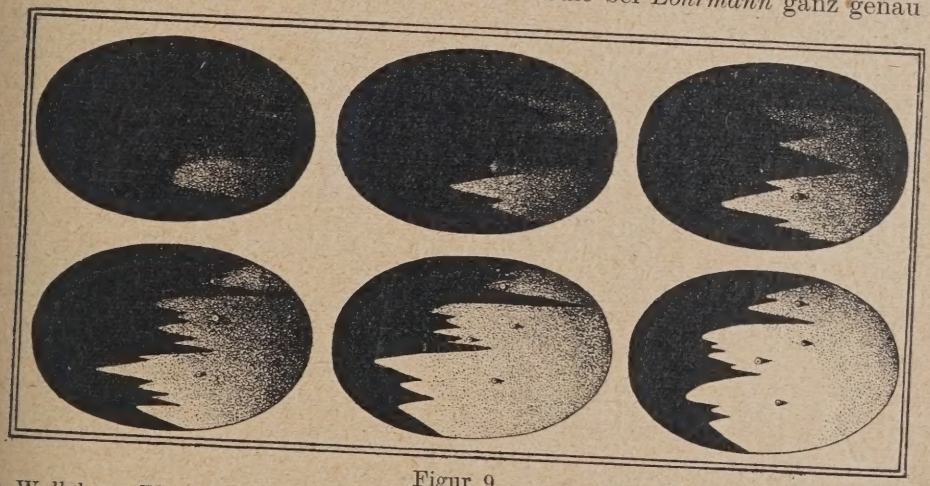
Figur 7. Kärtchen der Harbinger-Berge bei Aristarchus nach *Fauths* Aufnahmen. Übersicht über die zahlreichen und schwierigen Rillen dieser Gegend.

vor 53 Jahren die Zweifel am Aussehen des „Kraters“ *Linné* auf den Mondkarten laut werden lassen und gefolgert, daß *Linné* auf ein Mindestmaß verkleinert sei. Heute übersieht man leicht, warum *Lohrmann* den weißen Fleck mit Mulde oder Grube als Krater angegeben hat; *Schroeters* Tafel IX gibt den Fleck völlig richtig und am richtigen Orte an. *Mädler*, der ja die Sektion IV der *Lohrmann*-Karte auch kannte, verfiel um so leichter in denselben Irrtum wie *Lohrmann*, aber jeder Nachfolger, der nur zu überprüfen hatte, mußte auf den Fehler aufmerksam werden. Die Geschichte der genauen Untersuchung des Ortes *Linné* ist erkenntnistheoretisch interessant, und das Problem liegt heute gar nicht mehr vor. *Schmidt* hat nachmals die Erkenntnis eines ganz gleichen,

Figur 8.
Das Innere der Ebene des Ringgebirges Plato: Vermutete Kratergruben nach *Pickering*, wirkliche Oberflächenformen und Bodenfärbung nach *Fauth*.

zweiten Irrtums bezüglich eines Kraters im *W* von *Parry* (bei *Mädler*), der gar nich vorhanden ist, gehabt, ohne darüber Lärm zu schlagen; und im Falle *Alpe tragius d* liegt derselbe Punkt in milderer Fassung wiederum vor. Offenba wurde auch *Schmidt* bedenklich; die Nachfolger aber fanden den Fall imme noch ausbeutenswert bis zum Überdruß — um so mehr, je weniger sie selbs Beobachter waren. — Der Doppelkrater *Messier* im *Mare foecunditatis* sollt nach *Mädler* veränderlich sein, und er hat das Kraterpaar merkwürdig gleic gezeichnet. Gleichzeitig mit ihm hatte aber *Lohrmann* eine richtigere Au fassung niedergelegt, *Gruithuisen* genau das gezeichnet, was heute noch vo kommt, und *Schmidt* ebenfalls eine bessere Kenntnis des Gegenstandes b kundet; hier hat sich also nichts geändert. — *Schmidt* glaubte nach *Kleins* Mi teilung auch zeitweises Verschleiertsein der gekrümmten, feinen Rillen im *N* von *Aristarchus* zu bemerken; ich kann das verstehen, habe aber auch unt schwierigen Umständen der Beleuchtung die Rillen durch das blendende Lic hindurch wahrgenommen. Die Fragestellung ist unklar, denn *Schmidt* hat das erst nach 1861 in Athen bei Sonnenhöhen von 6° und 7° im $4\frac{1}{2}''$ gesehe „Am Berliner Refraktor“ wurde am 16., 17. und 18. Mai 1853 deshalb nich davon gesehen, weil die Sonne noch gar nicht über der Gegend aufgegangen wa

— Wenn behauptet wurde, *Mädler* hätte eigentlich das Rillengebiet beim Krater *Ramsden* nicht übersehen können, so verkannte man vollständig die Schwierigkeit einer Erstbearbeitung des Mondes und auch die jenes Rillensystems. — Der dreieckige, dunkle Fleck am inneren *O*-Walle des *Alphonsus* mag selenologisch eine beliebige Entstehung genommen haben und sogar wie alle diese Bildungen einem jüngeren Bildungsvorgange entstammen: Unter sogenannte Neubildungen gehört er nicht. — Der kleine, aber ziemlich gut sichtbare Krater im *O* des *Mare nectaris*, der von *Klein* im Hinblick auf *Nasmyths* Angabe (Tafel XI) als Neubildung seit den Altmeistern in Anspruch genommen wurde, scheidet auch aus. Einmal ist er genau halb so groß als bei *Nasmyth*, sodann ist er gar kein „leichtes Objekt", endlich steht er als Beule bei *Lohrmann* ganz genau am



Figur 9.
Die Wallebene Plato bei Sonnenaufgang am 23. I. 1896 (5^h45^m, 6^h15^m und 7^h30^m), am 2. V. 1895 (10^h30^m), am 24. IV. 1893 (7^h15^m) und am 15. III. 1894 (6^h45^m), gez. am 163 mm-Fernrohr in Landstuhl, Vergr. 210fach von *Ph. Fauth*.

rechten Orte und läßt sich auch aus *Mädler* als Hügelausläufer erkennen. Man muß nur die Karten lesen können und nicht deuten wollen. — Ein 100 km großes langrundes Schattenoval nordöstlich von *Triesnecker* soll heute nicht mehr da sein; gleichwohl ist es auf jeder Photographie mit höherem Sonnenstande über der Gegend klar zu finden. — Die *Birt*-Rille (nordöstlich) soll nach *Klein* gut 10 Jahre unsichtbar gewesen sein, von 1878 August 20 an sah er sie wieder. Heute erscheint sie auch auf guten Platten, aber ihre Deutlichkeit ist eben an gewisse Sonnenstände gebunden. — Nun sei noch *Kleins* Entdeckung des „Kraters" *Hyginus N* (= *Nova*) erwähnt, die seit 1877 die Gemüter bewegt hat. Ich habe schon vor Jahren nachgewiesen, daß die flache, schiefe Mulde (= *N*) weiter nichts ist als eine unscheinbare Geländeform, über deren starke Schattenform nach Sonnenaufgang niemand verwundert war als *Klein* und nach ihm *Neison* und einige beeinflußte Beobachter. Das Objekt war auch *Mädler* zugänglich, denn sein *W*-Ufer steht klar als Kuppe richtig auf der Karte, und *Lohrmann* hat das noch klarer; beide waren aber nüchternere Beurteiler der Plastik. —

Über sonst gemeldete „Veränderungen“ bei *Hyginus*, bei *Theaetetus*, im *Plinius*, im *Cleomedes*, im *Taquet*, bei *Eimmart* usw. kann man hinweggehen, und die wirklichen Änderungen etwa in der Wallebene *Plato* sind Erscheinungen, die sich allmonatlich wiederholen. So bleibt denn von der ganzen, über 50 Jahre alten Sensation nichts übrig als eine Kraftverschwendung an eine Untersuchung von Dingen, deren Wesen mit etwas mehr Kritik der eigenen und fremden Wahrnehmungen früher hätte aufgeklärt werden können. Die „Vegetationsstreifen“ *Pickerings* im Walle des *Eratosthenes* werden am besten milde verschwiegen und die heute noch messend verfolgten Änderungen des Basisflecks um *Linné* gleichfalls. Alles dies ist eine lehrreiche Warnung vor falschen Voraussetzungen am Monde.

Wer sich der Förderung der Mondkunde zuwenden will, sollte von Anbeginn der Beobachtungen die Erfahrungen der Vorgänger ausnützen, damit er sich keine unnötigen Hindernisse bereitet. Er vermeide einen gewissen Tiefstand des Mondes und beobachte bei der Mondstellung im südlichen Teile der Ekliptik — Skorpion, Schütze, Steinbock — nahe dem Meridian. Dagegen können in der Dämmerung oft sehr günstige Stunden ausgenützt werden. Eine Vorausbestimmung der Lage der Lichtgrenze für eine gewisse Mondgegend läßt die Arbeit bequem vorbereiten; auch ist z. B. für die Zeichnung gewisser Schlagschattenformen unbedingt nötig, die Lage der Lichtgrenze im Norden, am Äquator und im Süden des Mondes aufzuschreiben.

Die Bestimmung der Lage der Lichtgrenze auf dem Monde.

I.

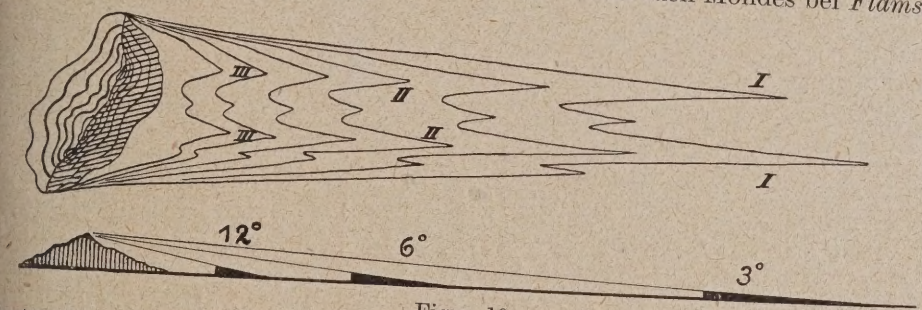
1900 +	λ	1900 +	λ	1900 +	λ	1900 +	λ	1900 +	λ	1900 +	λ
21	186°37	26	246°05	31	305°75	36	353°26	41	52°95	46	112°63
22	56.74	27	116.43	32	163.95	37	223.63	42	283.32	47	343.00
23	237.12	28	334.65	33	34.33	38	94.00	43	153.70	48	201.22
24	145.32	29	205.00	34	264.70	39	234.38	44	11.90	49	71.58
25	15.68	30	75.38	35	135.06	40	182.58	45	242.28	50	301.95

II.

Tag	März	April	Mai	Juni	Juli	August
1.	0°00	17°63	23°58	42°12	48°85	67°73
7.	73.05	90.78	96.83	115.53	122.18	141.05
13.	146.12	163.95	170.10	188.85	195.53	214.35
19.	219.20	237.15	243.38	262.17	268.87	287.63
25.	292.32	310.37	316.68	335.50	342.18	0.90

Tag	September	Oktober	November	Dezember	Januar	Februar
1.	86°37	92°38	110°07	115°12	132°03	148°93
7.	159.62	165.53	183.10	188.08	204.97	221.90
13.	232.83	238.65	256.13	261.03	277.90	294.90
19.	306.03	311.75	329.15	334.00	350.85	7.92
25.	19.22	24.83	42.13	46.95	63.82	80.93

Bestimmung (unter der Voraussetzung, daß das Fortschreiten der Lichtgrenze am Mond-Äquator in 4, 8, 12 und 16 Stunden beträgt: 2°.03, 4°.06, 6°.09 und 8°.12 und der tägliche Fortschritt 12°.2): Vom Tafelwert I wird der Wert II abgezogen (wenn nötig, (I + 360°) — II); die gefundene Länge bedeutet zwischen 0° und 90° die westliche Länge der Morgenlichtgrenze; zwischen 90° und 180° bedeutet ihre Ergänzung zu 180° die östliche Länge der Abendlichtgrenze; zwischen 180° und 270° bedeutet ihr Überschuß über 180° die westliche Länge der Abendlichtgrenze und zwischen 270° und 360° bedeutet ihre Ergänzung zu 360° die östliche Länge der Morgenlichtgrenze. Das Jahr beginnt mit 1. März. — Beispiel für 25. Dezember 1921, 6h nachm.: Aus I = 186°.37; aus II für 25. Dezember = 46°.95; 186°.37 — 46°.95 gibt 139°.42 für Mittag; das bedeutet den 2. obigen Fall, und die Differenz gegen 180° wäre 40°.58 östlicher Länge der Abendlichtgrenze. Für 6h nachm. kommen 3°.04 hinzu, gibt 43°.62 (+ 43°.62), also Lichtgrenze des abnehmenden Mondes bei *Flamsteed*.

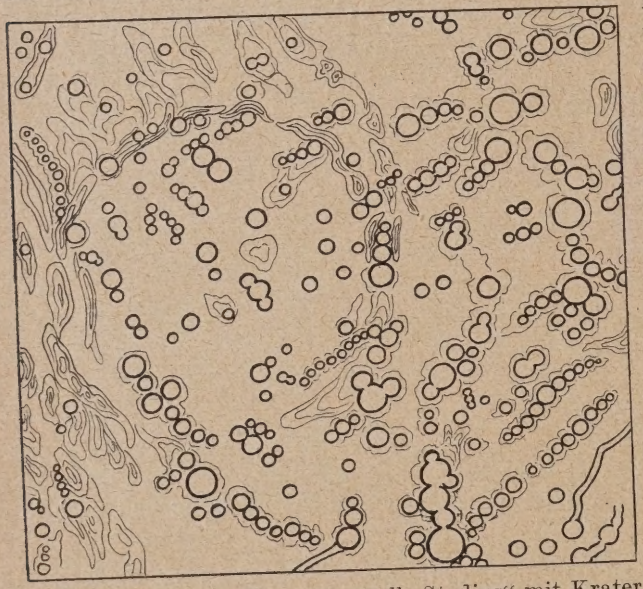


Figur 10.
Schattenfigur eines größeren Mondberges 6 Stunden nach Sonnenaufgang und nach je weiteren 3h, 6h usw.

Das Objektiv sollte so selten als möglich abgeblendet werden; der vermeintche Nutzen ist trügerisch, auch käme das eher im Winter bei grellem Lichte nd großer Phase in Frage. Aber die Taukappe ist wünschenswert, wenn die rbeit längere Zeit dauert. Blendgläser sind wohl auch überflüssig, da man urch starke Vergrößerung das Licht besser abdämpfen kann und durch Okulare it kleinerem Felde auch das Auge weniger reizt. Ein Zenitprisma wäre zwar schädlich, ist aber trotz bequemeren Einblicks ins Gesichtsfeld zu vermeiden; nn es liefert nur verdrehte (Spiegel-) Bilder. Wer es sich leisten kann, möge wenigstens 3faches Revolverokular anlegen, das z. B. bei 150 cm Brennweite ch die Vergrößerung 60, 100 und 150 wechseln läßt. Noch mehr ist Uhrwerksegung und dazu ein ganz einfaches Fadenmikrometer zu empfehlen. Eine hltat ist auch ein kleiner Treppenstuhl mit Klappsitzen und halbhohem Schemel alle Sitzhöhen. Schlüssel oder Schnüre zur Feinbewegung sollten mit der Hand ichbar sein. Zum Zeichnen genügt als Unterlage harte Pappe oder ein ckheft; als Beleuchtung finde ich heute noch das Rapsöllämpchen am anehmsten. — Alle Zeichnungen sollten durch Studium und Skelettkärtchen pien aus Photogrammen) vorbereitet sein; denn das Landschaftszeichnen heute überholt und muß der durch die Methode des Dreieckschätzens unter-

stützten topographischen Aufnahme weichen, bei der sich Höhenschichten am schnellsten erarbeiten lassen.

Je nach der Güte des Instrumentenortes wähle man einen Achromaten (Apochromaten) oder *Cassegrain*-Spiegel, dessen Länge nur 6 Durchmesser des Objektivs beträgt; auch der *Schaer*-Typus (*Refracto-Reflecteur*) ist bei 35% der normalen Länge des Fernrohres gut ausführbar, hat aber 2 Spiegelungen. Das Medial sollte höchstens von 25 cm (Brennweite 2.5 m) an in Betracht kommen, weil es da immer deutlicher seine Kraft entfaltet. Geht es an, so sollte das Fernrohr in reiner Höhenluft aufgestellt werden, wenigstens in nebelfreiem Felde. Ist dem Beobachter vielleicht gar gelungen, einen Glasspiegel selber zu schleifen, dann wächst sein inniges Verhältnis zu diesem noch mehr, und bei zähem Willen und Ausdauer muß er gute Ergebnisse gewinnen.



Figur 14. Der versunkene Ringwall „Stadius" mit Kratergruben übersät. (Maßstab der *Schmidt*schen „Charte" [1 mm = 1,8 km]. Kartenskizze in Höhenschichten nach Aufnahmen von *Ph. Fauth*).

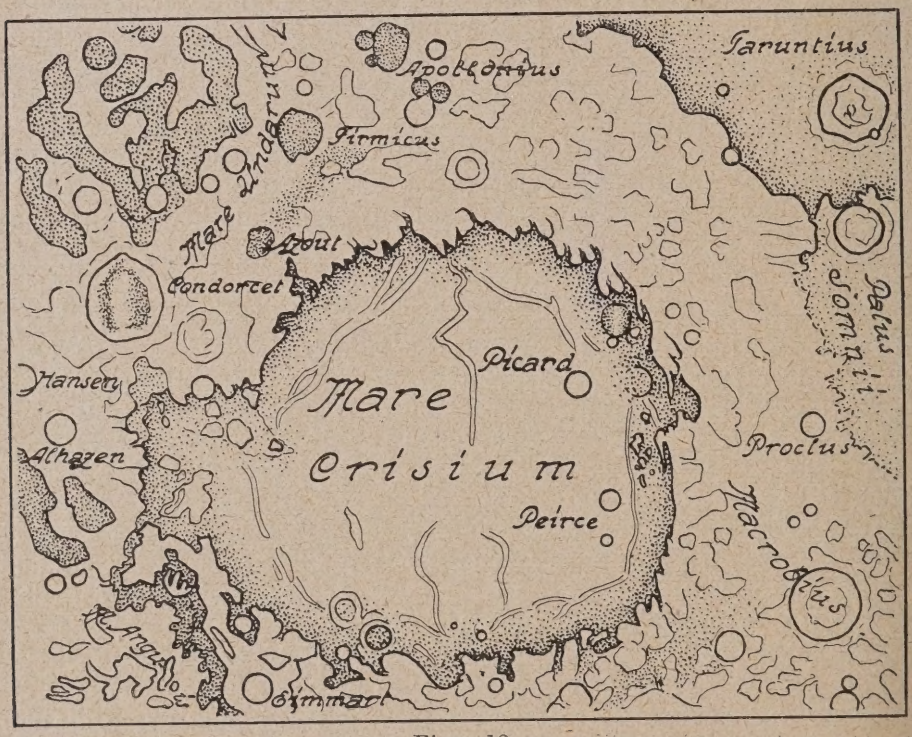
Was am Monde zu arbeiten sei, hängt teilweise vom Objektiv ab. Bei kleinen Gläsern (bis 6 cm) würde sich eine selbständige Mondaufnahme lohnen; wenn jemand auf Grund eines ihm gelieferten nackten Positionskarte mit einem 4-Zöller eine neue, unbeeinflußte Mondkarte bearbeiten wollte, so würde er sich ein großes wissenschaftliches Verdienst erwerben. Große Mittel können heute mit Vorteil nur auf eng begrenzte Landschaften angewendet werden, aber hier soll dann bis zur Grenze des Möglichen gegangen werden: *Non multa, sed multum! Multa* besorgte längst die Photographie. Das Ziel aller Arbeiten sei das Neue, Unbekannte, Bessere. Genaue Schattensilhouetten, ausgedehnte Feststellung der Böschungswinkel oder der verglichenen Helligkeiten, besonders aus dem Vollmonde, sind gleichwertvoll. Eine Überwachung des Bleichens des Mondbodens müßte wie eine Farbenprüfung erst organisiert werden; Untersuchungen der vom Monde uns gestrahlten Wärmemenge und Lichtqualität (*Miethe*) sind kaum begonnen worden. Die Randteile des Mondes (*Franz*), auch die jenseitigen (*Böddicker*) bieten besonders im Westen, aber auch teilweise im *SO* Anlaß zu wertvollen Aufnahmen, dort der Randmeere, hier einiger alpinen Landstrecken. — Inwieweit Arbeitsgruppen zum Ziele führen, darüber gibt es bis heute

nur enttäuschende oder noch schlimmere Erfahrungen; wo zwei oder drei in idealer Konkurrenz verbundene Beobachter etwas unternehmen, befruchten sie sich in überraschender Weise zu außerordentlichen Erfolgen. Meine besten Arbeiten hatte ich nach 1895 zusammen mit *Leo Brenner* in Angriff genommen. Das ist immer eine höchst persönliche Sache, wie auch mein Einverständnis mit *Karl Glitscher* wieder beweist. — In allen Fällen sollte man den Weg finden, das Erarbeitete auch einem größeren Kreise von Kennern zum allgemeinen Nutzen mitzuteilen. Was ich an älteren Mondkärtchen vorlegen konnte, ist im Atlas meiner *Publ. II*, in *Brenners Astr. Rundschau*, in meinem Mondbuche, in *Der Mond von Wilh. Meyer* und in *Henselings Kleiner Sternkunde* abgedruckt; die neueren Mondkartenblätter konnten noch nicht gedruckt werden.

Von einer Beschreibung der Mondkarte kann hier abgesehen werden; die Karten und Photogramme sprechen da am besten ihre eigene Sprache, und jedes Auge, das mit Formensinn ausgestattet ist, liest auch die Hauptsachen ab. Aber es gibt Wesenseigentümlichkeiten und Zusammenhänge, auf die nur Erfahrene den Neuling verweisen können. Dem soll noch eine Betrachtung gewidmet sein.

Der Urmondboden hebt sich weißlich, oft grell leuchtend, aus den grauen Mareflächen heraus. Er beginnt schon nördlich der Scheibenmitte und reicht in einer Flächenausdehnung von rund 1 Mill. qkm bis zur Linie *Fracastorius*—*Pitatus*. Dieser Scholle schließt sich der ganze Süden und Südwesten der Scheibe an, und die Sichelhörner dieses einheitlichen Bodens reichen — breit im *W* und zugespitzt im *O* — über mehr als den halben Mondumfang. Der *NW* schiebt breites Gebiet einer weiteren Scholle über den Rand herein, eigentlich aus 2 Parallelbändern bestehend und im *NO* schmal am Rande verlaufend. Was so umrahmt wird, ist aber keine einheitliche Ebene; vielmehr wird diese von einer einseitig geneigten Urscholle, den Apenninen, in eine größere *O*-Ebene und in 4 (5) *W*-Ebenen von kleinerer Ausdehnung geteilt. Alles, was außerhalb des inhaltlich so gekennzeichneten Rahmens liegt, also alles, was sich über diesem Gebirgsgebiet und den Ebenen angebaut hat, ist Neubildung im Sinne eines geologischen Zeitalters etwa, und entstammt der Epoche, seit welcher der Mond Erdenbegleiter und damit einer gewaltigen Gezeitenwirkung durch die 80mal massenreichere und anziehungskräftigere Erde ausgesetzt gewesen ist. Hebt die Mondflut heute periodisch nicht nur das irdische Ozeanwasser, sondern auch sogar den Erdboden um etwa 25 cm (Potsdamer Pendelapparat), so muß einstens die Zertrümmerung und Überflutung und nachmalige Besetzung durch Becken, die im Sinne von Geisern von innen heraus sich gebildet haben mögen, eine gewaltige Tätigkeit entfaltet haben, sobald der Mond anfing, die Erde dauernd zu umkreisen. Das ist wenigstens eine himmelsmechanische Vorstellung, die sich nachdenken und begreifen läßt, während alle anderen sogenannten Erklärungen der Mondrätsel nicht Herr werden können. Faßt man die Ebenen als Überflutungsgebiete auf, die eingesunkene Urflächen verdecken, so wird auch das inselartige Aussehen der Gebirgsteile und Piks, überhaupt aller plötzlich aus der „Ebene" aufsteigenden Höhen klar. Die Ränder des *Mare imbrium*, *crisium*, *serenitatis*, *humorum* und *M. nectaris* sprechen deutlich genug.

Alle systematische Einteilung der Rundformen des Mondes hat nur äußeren Wert. Es gibt Grübchen von einigen hundert Metern Größe bis zu 3 oder 5 km, aber allen kann man die Bezeichnung „Kratergrube“ belassen. Was größer ist, kann bis 50 km „Krater“ heißen, darüber hinaus bis 100 km bei normaler Ausbildung „Ringgebirge“, vielleicht auch schon „Wallebene“, wie die ganz großen Formen besser genannt werden. Gewiß ist der große, abgestufte *Petavius* ein „Ringgebirge“, wie der kleinere, ebene *Archimedes* eine „Wallebene“ ist. Wenn man der Namengebung *Neisons* folgen will, so ist man so gut und so schlecht



Figur 12.
Wahre Gestalt des Mare Crisium, wenn es vom Mondrande in die Mitte der Mondscheibe gerückt würde. Übertragung nach Photos von *Ph. Fauth.*

daran wie ohne diese. Die Mondformen sind ja Individuen, und seien sie so verwandt im Aussehen wie *Copernicus* und *Theophilus* oder wie *Gassendi* und *Posidonius* oder wie *Fracastorius* und *Letronne*. Der Formenkult aber hat sich immer noch der Formenforschung unterzuordnen. Wohin sollte man am Ende das *M. nectaris* einreihen, dessen Rundung als Ebene, wenn überhaupt noch vom 1. Grade, sicherlich von einem Zuge umfaßt wird, der über *Theophilus—Cyrillus—Catharina—Polybius—Piccolomini A—Neander A—Borda A—Santbech—Colombo—Guttemberg—Capella—Isidor* verläuft? Und diesen umschließt ein weiterer Ring, dessen Richtung die Altaiberge, *Piccolomini—*

Neander—Borda—Biot A und *b* noch scharf angeben; im Norden ist die Umgrenzung freilich zerstört. Ähnlich ist das *M. humorum* gestaltet, doch gliedert sich dieses noch deutlicher im Inneren.

Die Ebenen (*Mare*), deren größte der *Oceanus procellarum*, dann das *M. nubium* sind, zeichnen sich durch besondere Helligkeitsunterschiede aus, weil sie hauptsächlich die Träger der großen Strahlensysteme (um *Copernicus*, *Kepler*, *Aristarchus*, *Aristyllus*) sind und auch wirkliche Farbentöne aufweisen, wie das *M. serenitatis* und der Hügelbezirk nördlich von *Herodot*. Gerade das Lichtgeäder und die „Strahlen", deren schönster Kranz um *Tycho* sich ausbreitet, sind noch so wenig als möglich erforscht, und jedermann kann sich am Fernrohr überzeugen, daß sie ganz anders aussehen als ihr Ruf und die an sie geknüpften selenologischen Gedankengänge vermuten lassen. Abgesehen von ihnen, die man Fleck um Fleck studieren muß, gibt es glänzende Krater wie *Proclus*, *Aristarchus*, *Censorinus* u. a., aber auch solche mit dunklem Innern wie *Plato*, *Billy*, *Grimaldi*, *Crüger* u. a., solche mit Glorien (*Euclides* z. B.) und solche, die nur weiße Ringe bilden (wohl die Mehrzahl der Umwallungen). In gar keinem Falle sind wir genügend unterrichtet über Zustand und Veränderlichkeit, so daß in diesen Richtungen noch ungezählte Früchte zu ernten sind.

Noch sei auf gewisse rein mondliche Bildungen hingewiesen, deren Untersuchung helles Licht auf ihre Entstehung werfen kann. Sie sind äußerlich wohl mit den geologischen „Grabenbrüchen" (z. B. ostafrikanischer und kalifornischer Grabenbruch, Rotes Meer) verwandt, stellen aber sonst doch anderes dar. So sind viele Rillen (am *Hyginus*, am *Stadius*, bei *Hippalus*) Reihungen von Kratergruben; von *Rheita* zieht sich gegen *SW* eine Folge von Rundformen wie ein Zug großer Seen; und westlich *Alphonsus*, aber auch sonst häufig, sieht man gewaltige „Längentäler" oder Bruchgegenden. Sie sind gar nicht erforscht und gewertet. — Die mächtige Scholle der „Alpen" ist mitten durchgebrochen, und das „Tal", das etwa halb so lang und breit ist als die oberrheinische Tiefebene, zeigt weitere Spuren des Berstens längs und quer; auch die „Apenninen"-Scholle ist gebrochen, wenn auch minder auffällig. Die *Hippalus*-Brüche aber zeigen wieder ganz abweichende Kräfteentspannung. Wenn man auch noch so eingehend beschreiben wollte, was heutige Photographien und gute Karten berichten, das Auge würde am Okular dennoch auf Eigenprüfung und Eigenarbeit angewiesen bleiben. Erst der Beobachter am Fernrohr wird sich der tatsächlichen Armut unserer Mondkenntnis bewußt. Indem wir vom Mondkapitel scheiden, wollen wir uns zweier Gelöbnisse erinnern, die allein zur Gesundung und Förderung der modernen Mondkunde beitragen können: Wir wollen erarbeiten, was sich aus dem Fernrohr herausholen läßt; — und wir wollen uns soweit als möglich vor dem Auskundschaften von „Veränderungen" hüten!

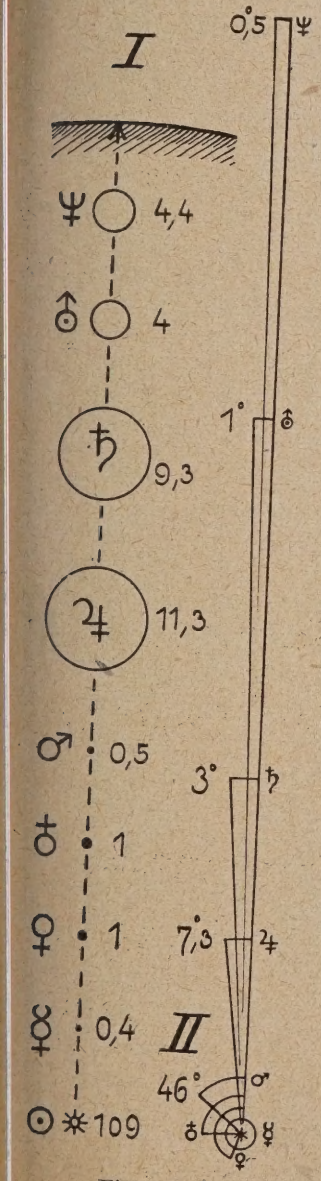
Ph. Fauth.

Die Planeten.

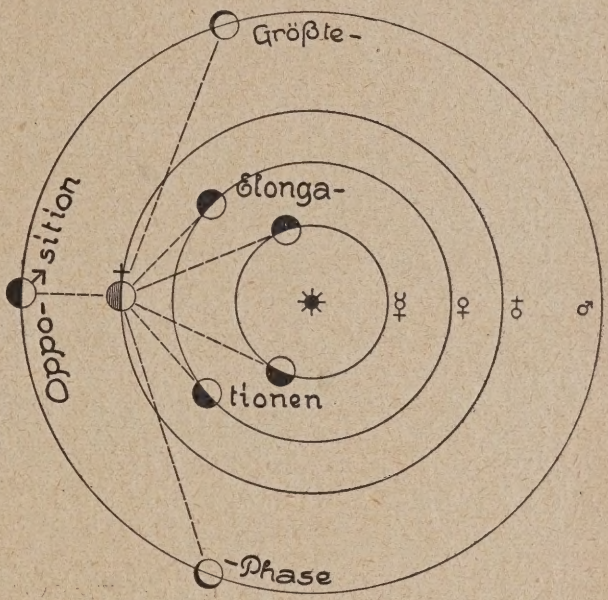
Der Beobachter des Mondes wagt sich schon mittels der hinaustragenden Kraft des Teleskops auf rund 400000 km über die Erde hinaus und hat dabei doch nur auf einer ersten Stufe Fuß gefaßt. Die Leiter führt aber in unabsehbare Fernen, wenn er auch zu den anderen Gestirnen, die um die Sonne kreisen, vordringen will. Es ist gut, sich die unendliche Kleinheit der irdischen Verhältnisse dabei immer vor Augen zu halten, damit nicht Wünsche entstehen, deren Erfüllung kaum möglich ist. Schon auf dem Monde ist der kleinste Hügel, den man wahrnehmen kann, 350—400 m groß. Wie Planetenfernen wachsen, so wächst auch das Maß des kleinsten erkennbaren Fleckchens, von dem dann aber nicht gesagt werden kann, was es sei, sondern höchstens, daß ein punktförmiges Etwas da sei. Hier also findet man sich Außenwelten gegenüber, zu denen keine Brücke zu führen scheint als die, die von enge begrenzten Sinneswahrnehmungen und ihrer geistigen Verarbeitung geschlagen wird. Täuschen die ersteren und ist die letztere irgendwie willkürlich, dann kann das Ergebnis der Erkenntnisarbeit keine reine Wahrheit sein. Es besteht fast die Gefahr, daß die Treffsicherheit des schließlichen Urteils abnehme, wie die Entfernungen wachsen. Aber letzten Endes gibt es glücklicherweise Verwandtschaften und Ähnlichkeiten auch draußen im Weltraume; und darum dürfen auch Schlüsse auf Unbekanntes Vertrauen finden, sonst gäbe es keine Hoffnung, „planetographische" Errungenschaften zu buchen.

Sehen wir uns um, welche Stellung wir in der Sonnenwelt einnehmen und wie wir zu den „Nachbarn" Beziehungen haben! Folgeweise kommen als mittlere Entfernungen von der Sonne in Betracht (in Erdabständen): Merkur 0.387; Venus 0.723, Erde 1, Mars 1.524, Jupiter 5.203, Saturn 9.539, Uranus 19.191 und Neptun 30.071. — Das sind anscheinend übersichtliche Größen, deren Grenzen zwischen dem Einfachen und 78fachen liegen; ganz anders wird aber das Bild, wenn wir die Mondentfernung, unsere erste Schrittweite zur Unendlichkeit, zugrunde legen und sie im nämlichen Zusammenhang mit 0.00256 bewertet finden! Da hört plötzlich alle Vorstellung auf, und wir müssen wieder zu einem neuen Maßstab greifen. Es sei aber angenommen, daß wir jeweils die größte Annäherung unserer Erde an jeden Planeten betrachten dürfen, also bei den zwei inneren Planeten die Stellung der unteren Konjunktionen, bei den äußeren jeweils die günstigsten Oppositionen. Da zeigt sich denn, daß sich Venus (vor der Sonne) als nächster Planet immer noch in 100mal so großem Abstande von uns befindet als unser Mond. Leider blicken wir dann auf ihre dunkle Seite (Neumondstellung!). Aber auch wenn es anders wäre,

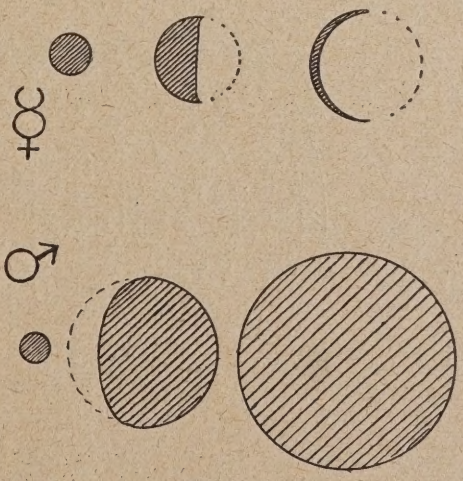
hätten wir selbst bei 100facher Vergrößerung etwa eines 4-Zöllers nur einen Venus-Anblick, wie schon die alten Kulturvölker einen Mondanblick genossen.



Figur 1.
Größen der verschiedenen Planeten im Vergleich zur Sonne und Maß ihrer Winkelbewegung im Vergleich zum Merkurumlauf (88 Tage).



Figur 2.
Merkur und Venus in beiden „Elongationen" vom Erdenorte aus und Marsörter mit größtem Scheibendefekt infolge „Phase".

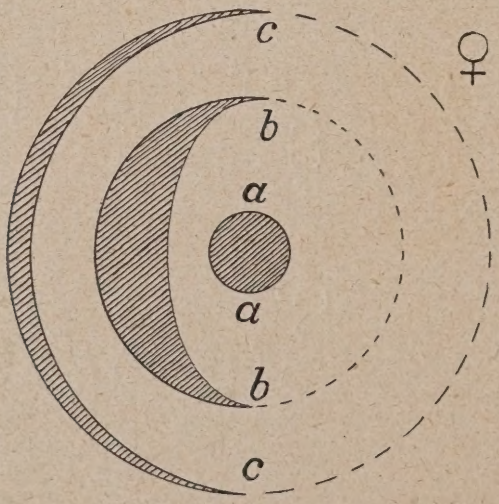


Figur 3.
Scheinbare, wechselnde Größe von Merkur und Mars von der Erde aus gesehen; zugleich ihre Scheibengestalten.

In Wahrheit müssen wir uns mit ungünstigeren Stellungen begnügen und sehen dann sogar mit größeren Mitteln noch weniger. — In Hinsicht der Mars-Opposition sind wir ebenso schlimm daran, weil Mars sich uns nie auf weniger als 140 Mondfernen nähern kann. Allein jetzt haben wir wenigstens „Vollmars"

Figur 4.
Gestalten und scheinbare Größen des Planeten Venus während eines Umlaufs von der Erde aus gesehen.

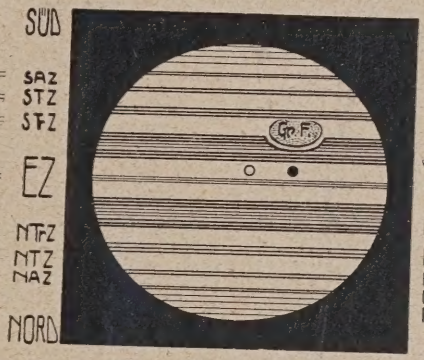
und sehen seine gut halb so hell als die Erde erleuchtete Scheibe. Die Sichtbarkeits-Minima müßten also dort schon gegen 60 km Größe haben, sofern Mars eine so klare Sicht verbürgt wie der luftlose Mond, was aber sehr fraglich ist. —



Figur 5.
Gestalt und wechselnde Größe des Planeten Venus hinter der Sonne (a—a), im größten Glanze (b—b) und nahe der unteren Konjunktion (c—c).

Der nächste Schritt würde zur Konjunktion Merkurs führen, der bestenfalls noch 200 Mondweiten entfernt bleibt, auch er ist dann unsichtbar — außer vor der Sonne als schwarzer Fleck — und kommt nicht in Betracht; andere Bahnorte entrücken ihn aber noch weiter vom Erdenorte.

Damit sind anscheinend die Möglichkeiten erschöpft, im Geiste eine Entdeckungsfahrt nach fremden Planeten zu unternehmen. Aber der jetzt folgende



Südarktische Zone = SAZ
Südgemäßigte Zone = STZ
Südtropische Zone = STZ
Aequatorzonen = EZ
Nordtropische Zone = NTZ
Nordgemäßigte Zone = NTZ
Nordarktische Zone = NAZ

SPZ = Südpolarzone
SPB = Südpolarband
SAB = Südarktisches Band
STB = Südgemäßigt. Band
SEB = Süd-Aequatorband
EB = Aequatorband
NEB = Nord-Aequatorband
NTB = Nordgemäßigt. Band
NAB = Nordarktisch. Band
NPB = Nordpolarband
NPZ = Nordpolarzone

Jupiter-Nomenklatur.

Figur 6.

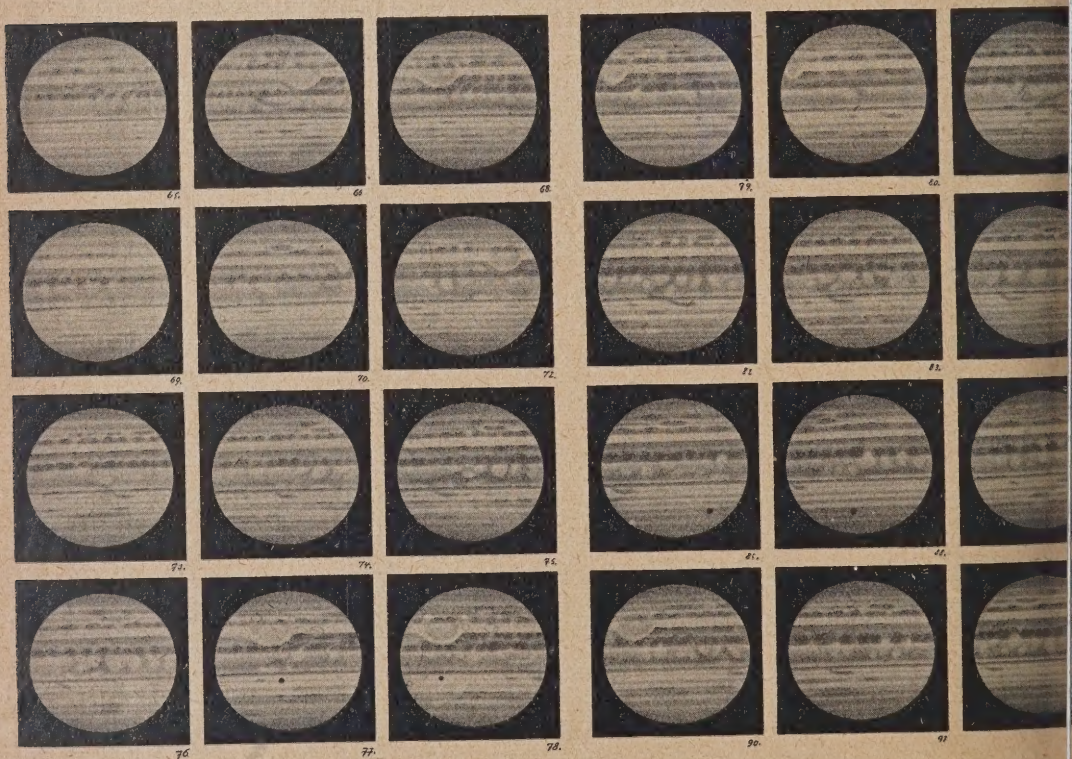
Verwandte leuchtet so hell und lädt so dringend zum Besuche ein, daß wenigstens ein ferner Gruß hinübergewinkt werden soll. Er steht uns um Mitternacht im Süden im Abstande von 1500 Mondweiten gegenüber. Was soll man da erwarten? Vielleicht ist einer der amerikanischen Astronomen mit seinem Riesenfernrohre

Figur 7.
Haupteinteilung von Ring und Kugel des Planeten Saturn. (Auf dem Außenring die „Encke-Linie").

einmal in der Lage, so stark zu vergrößern, — dann hat auch er den Jupiter gesehen wie den Mond mit freiem Auge. — Und jetzt sind wir schon soweit draußen im Raume, daß wir auf Geheimnisse verzichten können und auf gut Glück noch weiter hinausfühlen, sei es mit, sei es ohne Erfolg. Saturn, der Langsamwandelnde, ist ja „nur" doppelt so weit weg als Jupiter (3000 Mond-Entfernungen), Uranus, den man vor genau 140 Jahren erst entdecken mußte, gar 600 Mondweiten, und der nach Errechnung durch *Leverrier* am 23. September

1846 in Berlin durch *Galle* gefundene Neptun die Kleinigkeit von 11000 Mondweiten. Wer sich also als Beobachter des Mondes unbefriedigt fühlt, darf seine Erwartungen bezüglich des Neptun getrost noch 11000 mal weiter zurückschrauben.

Die Aussichten sind für „Planetographien" trotzdem nicht so schlecht. Hat es sich am Monde um eine Kartenbearbeitung bis auf den Einzelberg herunter handeln können, so muß man beim Mars zufrieden sein, wenn man „regionale Zustände" von Provinzgröße gerade noch wahrnimmt, und wenn man auf dem ja an sich riesengroßen Jupiter Flecke von der Ausdehnung Europas oder Australiens gerade noch erkennt. Die Bescheidenheit der Erwartung steigert sich angesichts Saturns; wir sind zufrieden, etwa ein Flächenstück von der Ausdehnung Afrikas als undefinierbaren Punkt zu erkennen. Ob ein solches von



Figur 8.

Jupiter 1898 nach Aufnahmen von *Ph. Fauth* am 178 mm-Apochromaten (299 cm Brennweite) von *Dr. M. Pauly*. Abgebildet sind aus der Erscheinung 1897/98 von 159 Zeichnungen folgende zwei Dutzend: 65, 66 u. 68 vom 7. April, $\lambda = 185°$, 321° und 0°; 69, 70, 72, 73, 74, 75 u. 76 vom 8. April, $\lambda = 246°{,}5$, 278°, 314°,5, 63°, 83°, 96° und 114°,5; 77, 78, 79 u. 80 vom 11. April, $\lambda = 355°{,}5$, 10°,5, 31°,5 und 49°,5; 81, 82, 83 und 85 vom 13. April, $\lambda = 59°{,}5$, 78°, 90° und 105°; 85 und 88 vom 14. April, $\lambda = 113°$ und 146°; 89 vom 20. April, $\lambda = 248°$; 90, 91 und 93 vom 21. April, $\lambda = 34°{,}5$, 101°, 137

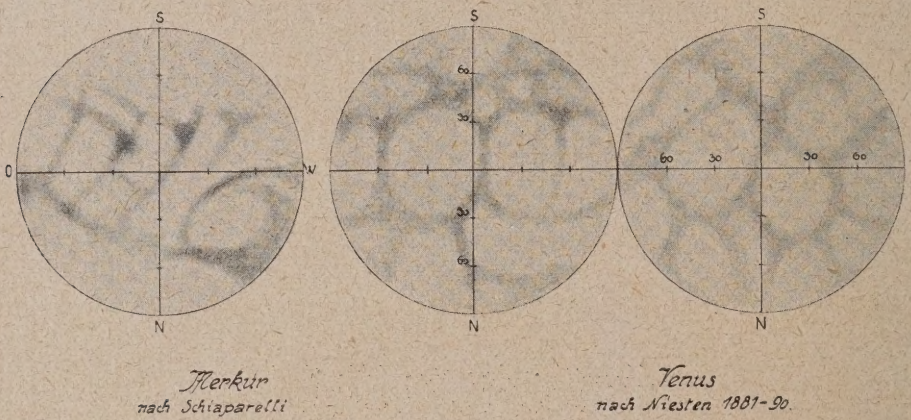
Asiengröße auf Uranus zu finden wäre, und ob selbst ein gut begrenzter Fleck so groß wie unsere ganze Erde auf dem Neptunscheibchen dem Auge erreichbar würde? Man muß es bei dem heutigen Stande der Optik und Beobachtungskunst bezweifeln und kann auf künftige Möglichkeiten hoffen. Auch das erzieht zur Bescheidung und zur Bescheidenheit; was wollte man von den beiden Einsamen da draußen erhoffen, was sie uns auf den Wellen des Lichtes hereinmelden sollten, wenn sie doch selber nur $^1/_{333}$ und $^1/_{900}$ des Lichtes teilhaft werden, das die Sonne uns spendet?

Die Ergebnisse der Planetenkunde sind bis auf einen Körper bescheiden. Mars ist wirklich im Bau und in der Verteilung seiner Oberflächengebilde („Meere" und Zwischenflächen, die darum keine „Kontinente" irdischer Art sein müssen) recht gut erforscht, und die Marskarte ist reich besetzt. Wir sehen je nach der Jahreszeit den weißen Nordpolfleck oder sein Gegenüber unter der Sonneneinwirkung wegschmelzen und anscheinend Wasser sich äquatorwärts verteilen, sehen Überflutungen und können überzeugt sein, daß eine Flüssigkeitsbewegung die „Kanäle" hervorbringt und wieder schwinden läßt; sogar ausgedehnte Schneefälle von wenigen Tagen Dauer und Bestand (wie zuletzt im Frühjahre 1920) sind nicht unbeachtet geblieben. Nur die orangerote Marsfärbung und die Veränderlichkeit der Festlandgrenzen kommen dem Grübler noch ungelegen, der hier „eine zweite Erde" sehen möchte. Die Dichte der Marsatmosphäre ist gleichfalls noch strittig. — Wer ein gute Optik besitzt, mag bei Mars ausnahmsweise stark vergrößern; der Planet ist hell genug, und für sein kleines Scheibchen ist es auch gut. Nur Kanäle soll man nicht gleich sehen wollen. Polflecke und Meeresumrisse müssen das Auge gewöhnen, das Marsbild aufzufassen; von den Buchten und „Seen" aus finden sich dann auch die Überleitungen zu den dünnen Streifen und Linien, dem „Kanalnetze", das seit *Schiaparelli* (1877) allmählich auch von *St. Williams*, *Brenner* und mir, dann auch von *Cerulli* in Italien sowie auch in Amerika (*Lick-* und *Flagstaff-*Sternwarte) und endlich auch in Frankreich (*Antoniadi*) gesehen wurde. Wer sich genau über Mars unterrichten will, tut es am besten in *Flammarions* großem Werke *La planète Mars* (*Paris, Gauthier-Villars*).

Die Mars-Opposition 1922 bietet schon gewisse Vorteile für den Beobachter, der sich ihr durch lange Wochen dauernd zuwenden will; diejenige im Jahre 1924 wird von so ungewöhnlicher Größe der Marsscheibe begleitet sein, daß es sich schon wegen der seltenen Gunst der Umstände auch für kleinere Fernrohre von vielleicht 10 cm Öffnung an lohnt den Planeten zu studieren. Die heurige Erscheinung wird dazu eine Erfolg versprechende Vorübung sein.

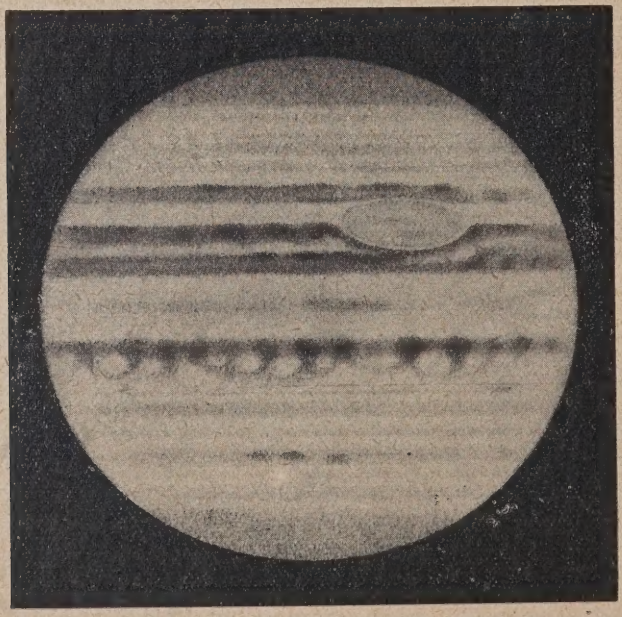
Venus und Merkur erfordern nach Erfahrung nur etwa 10—12 cm große Objektive, weil sie beide Licht genug haben; aber ihre unscharf begrenzten matten Flecke, wenn es überhaupt solche ihrer Oberflächen und nicht vielmehr solche in einer verhüllenden Schicht sind, dürfen nicht stark vergrößert werden, wenn sie sichtbar bleiben sollen. Hier ist neben großer Ausdauer auch Tagesbeobachtung von längerer Ausdehnung nötig; heute noch weiß man nicht bestimmt, ob die Rotationen der beiden Planeten von Tages- oder mehrmonatlicher Dauer sind. Man achte auf die Gestalt und Länge der Sichelhörner, auf die scheinbare

Halbierung der Scheiben durch die Lichtgrenze, auf die scheinbare oder wirkliche „Sichtbarkeit der dunklen Seite“ besonders bei Venus, kurz auf alle und jede Besonderheit, die auftauchen kann. Ein mildes Dämpfglas für Abend-



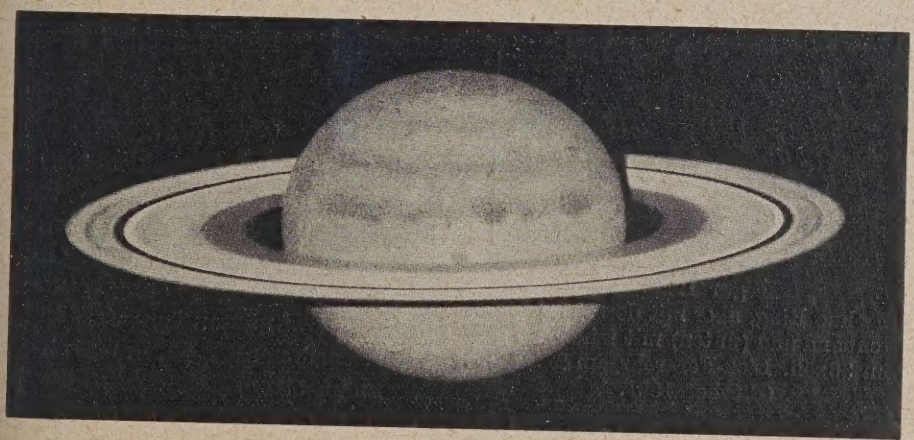
Figur 9.

beobachtungen ist empfehlenswert, jedenfalls sind alle Beobachtungen mit sicheren Zeitangaben zu versehen und genau, unzweideutig zu beschreiben.



Figur 10.
Ansicht des Planeten Jupiter nach einer Aufnahme von *Ph. Fauth* mit dem 38,5 cm-Medial, Vergr. 305fach, am 26. Aug. 1915. ($11^h 24^m$ MEZ., Dm. 45″,2, $\lambda = 154°,5$).

Jupiter lohnt unter allen Planeten am meisten die Mühe, obwohl, wie oben angedeutet, die zu gewinnende Übersicht sehr großzügig bleiben muß. Da der Planet im Durchmesser 11.3 mal so groß ist als die Erde und 21 mal so groß als Mars, scheint seine stark abgeplattete Scheibe mit zahlreichen Einzelheiten besetzt zu sein und ist es auch; doch ist das Kleinste meist selber von der Größe eines inneren Planeten, nur die feinen unter den Parallelstreifen grenzen an die scheinbare Schmalheit der „Marskanäle", sind dann aber freilich 10 mal so breit. — Anziehend ist es, am Fernrohr die jeweilige Grenze der Streifung gegen die Pole und ihre Gliederung sowie die Flecke in den breiteren Bändern nach Größe, Zahl, Färbung und Eigenbewegung festzustellen, wozu Vergrößerung nicht unter 150fach wünschenswert ist. Da man nicht immer — trotz einer stündlichen Winkelbewegung der Kugel von 36,°27 — Vorübergänge der Flecke vor dem mitt-

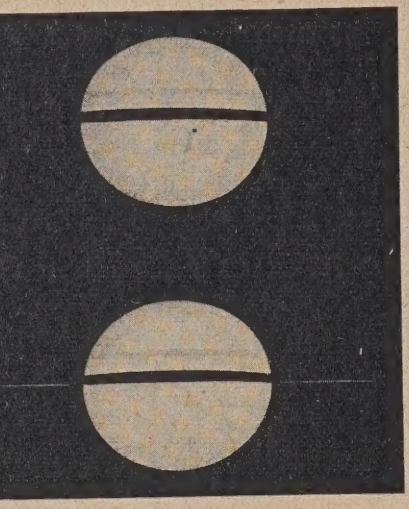


Figur 11.
Ansicht des Planeten Saturn nach *E. M. Antoniadi* am großen Aequatorial von Meudon bei Paris am 6. Nov. 1909, $20^h\,30^m$.

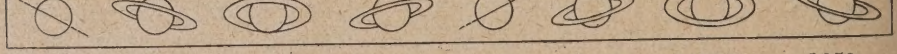
eren Meridiane abwarten kann, oft auch dafür zu spät kommt, sollte man immer nehrere Zeichnungen nach guter Schätzung ausführen und ausmessen. Für ede Zeichnung ist genau die Zeit ihrer Herstellung anzumerken. Man bereitet Zeichnungen am vorteilhaftesten vor, indem man die Hauptbänder mit Blei nd Wischer angibt und am Fernrohre nur Einzelflecke einträgt. Das sollte asch hintereinander nach minutenlangem Vertiefen in den Anblick und Aus-endiglernen des Gesehenen geschehen. Nie lasse man sich verleiten, einen kreis-örmigen Umriß für Jupiter zu wählen oder die Hauptbänder flüchtig und un-enau verteilt oder gerichtet zu zeichnen; solche Bilder tragen sichtbar den tempel der Oberflächlichkeit. Gut ausgefallene Zeichnungen lassen immer eine ertvolle Ausbeute an Lagen und Eigenbewegungen zu, wie sie im letzten ahrhundert hauptsächlich von *Lohse*, *Brenner* und mir gewonnen wurden. ndere Jupiterbeobachter waren *v. Konkoly* und *Nijland*, dann Mitglieder der nglischen Liebhabervereinigung, die *Lick*-Sternwarte, *Antoniadi* in Paris, *Rheden*

in Wien u. a.; Ephemeriden bringt alljährlich das letzte Heft des *Sirius*. Die Erscheinungen in der Trabantenwelt bringt ausführlich der *Nautical Almanac*, auszugsweise die *Himmelswelt*.

Saturn beginnt seit 1921, da man auf die Ringkante sah, eine neue Erscheinung; aber jedenfalls war die Kugel in diesem Jahre am besten zu untersuchen. Deutliche Flecke sind sehr selten und müßten allerseits zur Rotationsbestimmung beobachtet werden, die noch recht unsicher ist. Auf der gegen die Erde 80mal blasser erhellten Kugel sind nur wenige Bänder zu sehen, merkwürdigerweise oft ein heller als die Polkappe erscheinender Polfleck. Der Ring wird erst in einigen Jahren wieder interessant und gibt wegen der zwar meistens physiologisch zu erklärenden Form des Schlagschattens der Kugel, die gleichwohl auch Besonderheiten verraten kann, Gelegenheit zur Untersuchung. Neben der *Cassini*-Linie die *Encke*-Linie auf dem äußeren Ringteil und wenige Färbungszonen sind alles, was wahrgenommen werden kann, aber alles ungemein zart und schwierig. Wer nicht strengste Selbstprüfung anwendet, unterliegt beim Saturn einer Reihe von Täuschungen. — Nur der Mond Titan veranlaßt sichtbare Vorübergänge der Scheibe und des Schattens, wogegen die 4 Jupitermonde laut Ephemeriden zahlreiche Gelegenheit bieten, Bedeckungen, Vorübergänge, Schatten



Figur 12.
Saturn ohne Ring, aber mit dessen Schlagschattenband und (unten) mit feiner Ringlinie im 36zöll. Lick-Fernrohr am 22. und 29. Oktober 1891.



1863	1866	1869/70	1874	1877	1881	1855/6	1859
1891	1895	1899	1903	1906	1909	1884/5	1888
1921	1924	1927	1930	1934	1937	1912/3	1916/7

Figur 13. Wechselnde Gestalt und Lage des Saturnringes innerhalb rund 80 Jahren.

Finsternisse, ja sogar 1926 wieder gegenseitige Bedeckungen zu beobachten, lauter hochinteressante Erscheinungen von lehrreichem Verlaufe. Saturnmonde lassen auch die Lichtstärke eines Objektivs bequem prüfen.

Uranus dürfte für gewöhnlich, Neptun immer nur sein blasses Scheibchen von grauer und grünlicher Färbung zeigen. Nur Riesenobjektive werden Flecke zeigen, aus denen bei Uranus noch Schlüsse auf die Umdrehungszeit und -richtung gezogen werden mögen.

Ph. Fauth.

Figur 14.
Zeichnungen von Jupiter am 163 mm-Fernrohre von *Ph. Fauth.*

Sternhaufen und Nebelflecke.

Die Beobachtung der Sternhaufen und der Nebelflecke, auch einfach Nebel genannt, ist heute zu einer fast unbestrittenen Domäne der Himmelsphotographie geworden, so daß sich dem Liebhaber auf diesem Gebiete nicht mehr viel Gelegenheit zu eigner Forschungsarbeit bietet. Die photographische Kamera besorgt weit besser und mit geringerem Aufwande an Zeit und Mühe Arbeiten, die früher der visuellen Beobachtungstätigkeit vorbehalten waren, so insbesondere die Vermessung und Abbildung der Sternhaufen und Nebel; von spektralanalytischen Untersuchungen gar nicht zu reden. Aber selbst wenn der eine oder andere Liebhaber es mit der Photographie versuchen wollte, würde für die Wissenschaft kaum etwas Neues dabei herauskommen; denn die mit modernen Hilfsmitteln und einer vollendeten Technik gewonnenen Aufnahmen der Heidelberger Sternwarte und vor allem der nach *Harvard*, *Lick* und *Yerkes* benannten amerikanischen Observatorien lassen sich unter bescheideneren Verhältnissen unmöglich erreichen, geschweige denn übertreffen. Etwas anderes ist es natürlich, wenn sich der Liebhaber nur zur eigenen Belehrung und Anregung mit dem gestirnten Himmel beschäftigt. Für solche Fälle gibt es gerade unter den Sternhaufen und Nebeln sehr lohnende Objekte. Die Durchmusterung des Himmels nach diesen Gebilden, die Betrachtung der Sternhaufen, von denen einzelne wahre Sterndiademe von wunderbarer Pracht darstellen, und auch gelegentliche photographische Aufnahmen können dem Besitzer eines kleineren Fernrohres (2- bis 6-Zöller) manche genußreiche Stunde bereiten. Damit läßt sich übrigens leicht eine anspruchslose Arbeit verbinden, die auch für die Forschung von Nutzen sein wird, nämlich Helligkeitsschätzungen an Nebelflecken. Man verfährt dabei am besten nach der bekannten Stufenschätzungsmethode, indem man den Nebel an benachbarte Sterne von nahe derselben Helligkeit anschließt. Mit dem anfangs vielleicht als störend empfundenen Umstande, daß hierbei eine flächenhafte Lichtquelle mit einer punktförmigen zu vergleichen ist, wird man sich nach einiger Übung schon abfinden. Als Grundlage für diese und ähnliche Beschäftigungen kann das am Schlusse des Kapitels zusammengestellte Verzeichnis dienen. Bevor wir aber darauf eingehen, mögen zur näheren Charakterisierung der hier besprochenen Objekte kurz einige Forschungsergebnisse mitgeteilt werden, die dem Liebhaber geläufig sein müssen, wenn er mit Verständnis an die Beobachtung herangehen will.

Der Artenreichtum in der Welt der Sternhaufen und Nebel macht es er

forderlich, der Besprechung dieser Objekte eine zweckmäßige Einteilung zugrunde zu legen. Unter den mannigfachen Versuchen, die nach dieser Richtung unternommen worden sind, erweist sich für unsere Zwecke die *Bailey*sche Einteilung[1]) als die geeignetste, da sie bei großer Übersichtlichkeit sowohl den Spektraltypus als auch die äußere Form der Objekte berücksichtigt und so in gleichem Maße den Anforderungen des Theoretikers wie des Beobachters gerecht wird. *Bailey* unterscheidet folgende Haupt- und Untergruppen:

A. Große, schwache, unregelmäßige Nebelmassen, die auf lange belichteten Photographien erscheinen. Beispiele: Der Nebel im Schwan, die große Nebelspirale im Orion.

B. Gasnebel. Objekte mit Gasspektren.

B_1. Große, diffuse, unregelmäßige Gebilde. Beispiele: Der große Orion-Nebel, der Nebel um *η Carinae*.

B_2. Planetarische, ringförmige und andere kleine, gut definierte Gasnebel. Beispiele: Der Ringnebel in der Leyer, der *Omega*-Nebel.

B_3. Nebelsterne. Beispiele: *N. G. C.* 1514, *N. G. C.* 2003.

C. Weiße Nebel und kugelförmige Sternhaufen. Objekte mit kontinuierlichen Spektren.

C_1. Kleine, nicht aufgelöste Nebel von ziemlich definierter Gestalt, rund oder elliptisch. Diese Gruppe umfaßt wahrscheinlich die Mehrzahl der vielen Tausende kleiner Nebel.

C_2. Spiralnebel. Beispiele: Der große *Andromeda*-Nebel, der Spiralnebel in den Jagdhunden.

C_3. Kugelförmige Sternhaufen. Beispiele: *ω Centauri*, *47 Tucanae*, der große Sternhaufen im Herkules.

D. Unregelmäßige Sternhaufen.

D_1. Ziemlich verdichtet, leidlich regelmäßig, die Sterne von annähernd derselben Helligkeit. Beispiele: *N. G. C.* 2437, *N. G. C.* 6494.

D_2. Ziemlich verdichtet, unregelmäßig, die Sterne von ungleicher Helligkeit. Beispiele: Der doppelte Sternhaufen *χ* und *h* im Perseus, *κ Crucis*.

D_3. Zerstreut, unregelmäßig, die Sterne von ungleicher Helligkeit. Beispiele: Die Hyaden und Plejaden.

Zur Gruppe *A* gehören vielleicht auch die neuerdings lebhaft besprochenen dunklen Nebel, die sich über weite Strecken des Himmels hinziehen. Die großen diffusen Nebel der Gruppe B_1 sind, wie den meisten Lesern bekannt sein wird, ein ausgesprochenes Milchstraßen-Phänomen. Für kleinere Instrumente ist von diesen Objekten wohl nur der Orion-Nebel erreichbar. Die merkwürdigste Klasse bilden zweifellos die planetarischen Nebel (B_2). Ihre Zahl erreicht noch nicht 150, und die galaktische Anordnung ist derart, daß die kleinen und kleinsten von ihnen die Milchstraße und deren nächste Umgebung bevorzugen, während die größeren und helleren anscheinend gleichmäßig über den ganzen Himmel verteilt sind. Bezüglich der Gestalt herrscht unter diesen Objekten die größte Mannigfaltigkeit; bemerkenswert sind vor allem die scheiben- und hantelförmigen und die Ringnebel. In vielen Fällen ist mit dem Nebel ein Centralstern, gewöhnlich Kern genannt, verbunden[2]).

[1]) *Harvard Annals, vol. LX, Nr. 8.* Daß sie nicht mehr ganz den heutigen Anschauungen entspricht, spielt für den Beobachter keine Rolle.

[2]) Über die planetarischen Nebel vgl. die Ausführungen des Verfassers in der Zeitschrift *Himmelswelt, Mitteilungen der Vereinigung von Freunden der Astronomie und kosmischen Physik, 1921, Heft 3/4.*

Von den im Fernrohr sichtbaren Nebeln gehören die meisten der Klasse C_1 an. Die Zahl der einem 90-cm-Reflektor zugänglichen Objekte dieser Art schätzt man auf Grund von Auszählungen auf mehr als 700000, ihre Gesamtzahl mag annähernd eine Million betragen. Der großen Mehrzahl dieser Nebel ist allerdings nur auf photographischem Wege beizukommen, da sie für die visuelle Beobachtung entweder zu lichtschwach sind oder wegen ihres sternartigen Aussehens nicht bemerkt werden. Vermutlich handelt es sich bei sehr vielen Objekten der Klasse C_1 um Spiralnebel, die wegen ihrer Kleinheit oder ihrer ungünstigen Neigung zur Gesichtslinie nicht als solche zu erkennen sind. Dafür spricht jedenfalls ihre galaktische Verteilung, in welcher die den Spiralnebeln eigentümliche Koncentration an den Polen der Milchstraße deutlich hervortritt. Daß die Spiralnebel (C_2) übrigens keine reinen Nebel sind, sondern hauptsächlich Sternansammlungen, dürfte allgemein bekannt sein.

Im Gegensatze zu den Spiralnebeln zeigen die kugelförmigen Sternhaufen (C_3) und die offenen, unregelmäßigen Sternhaufen (D_1 und D_2) wieder eine starke Anhäufung in der Milchstraße. Die kugelförmigen Sternhaufen erscheinen in kleineren Fernrohren meistens als blasse runde Wölkchen; erst größere Instrumente lösen sie in einzelne Sterne auf und enthüllen damit ihre ganze Pracht. Ausgezeichnete Objekte für mäßige Instrumente gibt es auch unter den Sternhaufen der Gruppe D_2; es sei nur an den Doppelhaufen χ und h im Perseus erinnert, der schon bei einem 2- oder 3-Zöller das ganze Gesichtsfeld mit funkelnden und glitzernden Sternen erfüllt. Demgegenüber liegt der Reiz ausgedehnter Sterngruppen nach Art der Plejaden und Hyaden mehr in ihrer Wirkung auf das unbewaffnete Auge; im Fernrohr betrachtet, können sie kaum noch als Sternhaufen gelten.

Was nun die Katalogisierung und die damit zusammenhängende Nomenklatur der Objekte betrifft, so bezeichnet man die helleren Sternhaufen und Nebel gewöhnlich mit ihrer Nummer im *Neuen Generalkatalog* (*N. G. C.*) von *Dreyer*[1]). Dieses Werk enthält sämtliche Sternhaufen und Nebelflecke, die bei visueller Beobachtung in 12- bis 15-zölligen Refraktoren noch sichtbar sind, insgesamt etwa 10000 Objekte. Daß die Zahl der noch nicht katalogisierten Nebel in die Hunderttausende geht, wurde bereits oben erwähnt. Die 2- bis 4-zölligen Fernrohre, wie man sie meistens bei Liebhabern findet, zeigen davon freilich nur einen geringen Bruchteil; mit einigen hundert Objekten wird in der Regel die Grenze des Erreichbaren gegeben sein. Neben den Nummern des genannten Verzeichnisses werden noch vielfach die des weit älteren und weniger umfangreichen Kataloges von *Messier* gebraucht; als Bezeichnung dient hier ein M mit beigesetzter Nummer.

Ein Verzeichnis von hellen Sternhaufen und Nebelflecken, das auch dem Liebhaber gute Dienste leisten kann, hat *Bailey* in den *Harvard Annals* veröffentlicht[2]); es beruht auf photographischen Aufnahmen mit *Cooke*schen anastigmatischen Linsen von 1 Zoll Öffnung, die bei einstündiger Belichtungs-

[1]) *A New General Catalogue of Nebulae and Clusters of Stars being the Catalogue of the late Sir John F. W. Herschel, Bart., revised, corrected and enlarged. Memoirs of the Royal Astron. Soc. Vol. 49. London 1887.*

[2]) *Harvard Annals, vol. LX, Nr. 8. 1908.*

dauer Sterne bis zur 12. Größe zeigen. Da die *Harvard Annals* vielen Lesern nicht zugänglich sein werden, wollen wir zum Schluß dieses Kapitels das *Bailey*-sche Verzeichnis wenigstens im Auszuge wiedergeben, indem wir uns auf die Objekte nördlich von —23° Deklination beschränken.

Unsere Tabelle gibt in der ersten Spalte die Nummer des Objektes im *N. G. C.*, in der 2. die Bezeichnung nach *Messier* und anderen Autoren oder, wie bei *N.G.C. 659* und *869*, den Namen des Autors, der es zuerst erwähnt hat, in der 3. und 4. die Position für 1900. Weiterhin sind mitgeteilt der Durchmesser in Bogenminuten, ferner bei Sternhaufen die Anzahl und Helligkeit der darin enthaltenen Sterne (schätzungsweise) und schließlich die Klasse, zu der das Objekt gehört, entsprechend der oben gegebenen Einteilung. Die letzte Spalte enthält eine kurze Beschreibung der einzelnen Objekte. Dabei werden folgende Abkürzungen gebraucht: St.H. = Sternhaufen; N. = Nebel; ⊙ = kugelförmiger Sternhaufen; zml. = ziemlich; gedr. = gedrängt; zerstr. = zerstreut. Besonders merkwürdige Objekte sind durch ein oder mehrere ! gekennzeichnet.

N. G. C.	Bezeichnung	1900 *A. R.*	1900 *Decl.*	Durchmesser	Zahl der Sterne	Größe der Sterne	Klasse	Beschreibung
				′				
221	*Messier 32*	0h 37.2m	+40° 19′	—	—	—	C_1	N. elliptisch.
224	*Messier 31*	37.3	+40 43	120	—	—	C_2	!!! N. spiralig, 40′ bis 15′ breit. Der große Andromeda-N.
457	—	1 12.8	+57 48	10	15	8—11	D_3	St.H. zerstr.
581	*Messier 103*	26.6	+60 11	5	15	9—11	D_3	St.H. zerstr.
598	*Messier 33*	28.2	+30 9	—	—	—	C_2?	N. oval, schwach, darin 2 oder 3 Sterne, spiralig?
654	—	37.2	+61 23	4	10	10—12	D_3	St.H. zerstr.
659	*Carol. Herschel*	37.4	+60 12	4	10	10—14	D_3	St.H. zerstr.
663	—	39.2	+60 44	15	25	10—13	D_3	St.H. zerstr.
752	—	51.8	+37 11	30	40	9—11	D_3	St.H. zerstr.
869	*Hipparchos*	2 12.0	+56 41	30	400	7—12	D_2	!! St.H. zml. verdichtet. *h Persei.*
884	*Hipparchos*	15.4	+56 39	30.0	300	7—12	D_2	!! St.H. zml. verdichtet. *χ Persei.*
1039	*Messier 34*	35.6	+42 21	30.0	40	9—13	D_3	St.H. zerstr.
—	*Plejaden*	3 41.0	+23 48	120.0	—	—	D_3, B_1	! Bekannter Haufen heller Sterne.
1528	—	4 7.8	+50 59	20.0	40	10—14	D_3	St.H. zerstr.
—	*Hyaden*	14.0	+15 23	200.0	—	—	D_3	Bekannter Haufen heller Sterne, zerstr.
1647	—	40.2	+18 53	30.0	50	8—14	D_3	St.H. zerstr.
1746	*D'Arrest*	58.0	+23 40	30.0	50	9—14	D_3	St.H. zerstr. unregelmäßig.
1907	*Legentil*	5 21.4	+35 14	2.0	15	10—13	D_3	St.H. zerstr.
1912	*Messier 38*	22.0	+35 45	15.0	50	10—12	D_2	St.H. zerstr. unregelmäßig.
1952	*Messier 1*	28.5	+21 57	—	—	—	B_2	N. elliptisch, 3′ bis 1′. Der *Crab*-N.
1960	*Messier 36*	29.5	+34 4	15.0	50	8—12	D_2	St.H. zml. gedr.
1976	*Messier 42*	30.4	— 5 27	50.0	—	—	B_1	!!! N. unregelm. diffus. Der große Orion-N.

N.G.C.	Bezeichnung	1900 A.R.	1900 Decl.	Durchmesser	Zahl der Sterne	Größe der Sterne	Klasse	Beschreibung
1977	—	5h 30.4m	— 4° 54′	30	—	—	D_3, B_1	Nördlicher Teil des großen Orion-N.
1980	—	30.5	— 5 59	15	—	—	D_3, B_1	N. 2 helle und einige schwache Sterne in N. gehüllt.
1981	—	30.6	— 4 25	25	—	—	D_3	St.H. 8 helle und viele schwache Sterne.
2024	—	36.8	— 1 54	—	—	—	B_1	2 unregelmäßige N., jeder 10′ bis 15′ lang.
2064	*D'Arrest*	41.2	— 0 3	4	—	—	B_1?	N. mit einem Doppelstern.
2099	*Messier 37*	45.8	+ 32 31	25	200	10—12	D_1	! St.H. regelmäßig, zml. verdichtet, zml. kugelförmig.
2168	*Messier 35*	6 2.7	+ 24 21	30	200	10—14	D_2	! St.H. zml. gedr.
2244	—	27.0	+ 4 56	15	15	8—11	D_3	St.H. zerstr.
2264	—	35.5	+ 9 59	20	20	8—11	D_3	St.H. zerstr.
2281	—	42.3	+ 41 10	15	20	8—11	D_3	St.H. zerstr.
2287	*Messier 14*	42.7	— 20 38	30	25	8—11	D_3	St.H. zerstr.
2301	—	46.6	+ 0 35	15	25	8—12	D_3	St.H. zerstr. äußerst unregelmäßig.
2323	*Messier 50*	58.2	— 8 12	15	40	9—11	D_3	St.H. zerstr.
2360	*Carol. Herschel*	7 13.2	— 15 27	10	40	10—14	D_1	St.H. zml. gedr.
2403	—	27.2	+ 65 49	—	—	—	C_1	N. schwach, schlecht begrenzt.
2422	—	32.0	— 14 16	40	50	6—10	D_2	! St.H. zml. gedr.
2420	—	32.5	+ 21 48	3	10	10—12	D_3	St.H. zerstr. unbedeutend.
2437	*Messier 46*	37.2	— 14 35	40	100	11—13	D_1	! St.H. zml. gedr.
2539	—	8 6.0	— 12 32	25	50	10—14	D_1	St.H. zerstr.
2548	*Carol. Herschel*	8.8	— 5 30	25	40	8—12	D_3	St.H. zerstr.
2632	*Messier 44*	34.3	+ 20 20	60	50	7—12	D_3	St.H. zerstr. bekannte Gruppe hellerer Sterne. *Praesepe.*
2682	*Messier 67*	45.8	+ 12 11	15	50	9—13	D_2	St.H. zml. gedr.
2903	—	9 26.5	+ 21 56	—	—	—	C_2	! N. spiralig mit hellem Kern.
3031	*Messier 81*	47.3	+ 69 32	1	—	—	C_1?	N. elliptisch 6′ bis 4′; heller Kern spiralig?
3034	*Messier 82*	47.5	+ 70 10	—	—	—	B_2	N. 6′ bis 1′; ein heller und mehrere schwache Kerne
4051	—	10 58.0	+ 45 5	—	—	—	C_1	N. länglich, spiralig?
4214	—	12 10.6	+ 36 53	—	—	—	C_2?	N. 2′ bis 0′.5; länglich mit Kern spiralig?
4254	*Messier 99*	13.8	+ 14 58	0.6	—	—	C_2	N. mit Kern; spiralig?
4258	—	14.0	+ 47 52	—	—	—	C_1?	N. klein mit hellem Kern.
4303	*Messier 61*	16.8	+ 5 2	2	—	—	C_2	N. mit hellem Kern spiralförmig.

N. G. C.	Bezeichnung	1900 A. R.	1900 Decl.	Durchmesser	Zahl der Sterne	Größe der Sterne	Klasse	Beschreibung
4321	*Messier 100*	12h 17.9m	+ 16° 23′	0.3	—	—	C_1	N. mit hellem Kern; spiralförmig?
4374	*Messier 84*	20.0	+ 13 26	0.5	—	—	C_1	N. mit geringer Aufhellung im Centrum; etwas länglich.
4382	*Messier 85*	20.4	+ 18 45	1.1	—	—	C_1	N. heller im Centrum; spiralig?
4406	*Messier 86*	21.1	+ 13 30	0.5	—	—	C_1	N. länglich, heller im Centrum; spiralig?
4449	—	23.4	+ 44 39	—	—	—	C_1?	N. länglich 1′.5 bis 0′.3; heller im Centrum; spiralig?
4450	—	23.4	+ 17 38	—	—	—	C_2	N. länglich 1′.5 bis 0′.6; mit Kern; spiralförmig?
4472	*Messier 49*	24.7	+ 8 33	1.5	—	—	C_1	N. viel heller im Centrum; spiral- oder kugelförmig?
4486	*Messier 87*	25.8	+ 12 57	0.8	—	—	C_1	N. rund, viel heller im Centrum; spiralig oder ⊙?
4490	*D'Arrest*	25.8	+ 42 12	—	—	—	C_1	N. länglich, 1′.0 bis 0′.3; heller im Centrum; spiralig?
4501	*Messier 88*	26.9	+ 14 58	1.5	—	—	C_2	N. spiralförmig, länglich 3′.0 bis 1′.5; mit hellem Kern.
4526	—	29.0	+ 8 15	—	—	—	C_1	N. länglich, 2′ bis 1′, mit hellem Kern; spiralig?
4569	*Messier 90*	31.8	+ 13 43	3	—	—	C_1	N. länglich, 3′ bis 1′, mit hellem Kern; spiralig?
4594	—	34.8	− 11 4	—	—	—	C_1?	N. länglich, 4′.0 bis 0′.4, mit Kern.
4631	—	37.3	+ 33 6	—	—	—	C_1?	N. länglich, 6′ bis 1′, mehrere Kerne, schwacher Stern dabei.
4651	—	38.7	+ 16 56	—	—	—	C_1	N. länglich, 2′ bis 1′, spiralig?
4656	—	39.1	+ 32 43	—	—	—	C_1?	N. langgestreckt, unregelmäßig, mit mehreren Kernen.
4376	*Messier 94*	46.2	+ 41 40	0.5	—	—	C_1	N. fast rund mit hellem Centrum; spiralig oder ⊙?
4826	*Messier 64*	51.8	+ 22 13	—	—	—	C_2	N. länglich 3′.0 bis 1′.5 mit hellem Kern; spiralig.
5005	—	13 6.3	+ 37 36	—	—	—	C_1	N. langgestreckt mit Kern; spiralig?

N. G. C.	Bezeichnung	1900 A. R.	1900 Decl.	Durchmesser	Zahl der Sterne	Größe der Sterne	Klasse	Beschreibung
5024	*Messier 53*	13h 8.0m	+18° 42′	5	350	13—14	C_3	! ⊙, zml. gedr.
5055	*Messier 63*	11.3	+42 34	1	—	—	C_1	N. etwas länglich mit Kern; spiralig?
5194	*Messier 51*	25.7	+47 43	5	—	—	C_2	! N., spiralförmig mit Kern.
5272	*Messier 3*	37.6	+28 53	12	1000	13—17	C_3	!! ⊙ verdichtet.
5866	—	15 3.8	+56 9	—	—	—	C_1?	N. langgestreckt, 2′.0 bis 0′.7; spiralig?
5904	*Messier 5*	13.5	+ 2 27	12	1000	13—15	C_3	!! ⊙, verdichtet.
6093	*Messier 80*	16 11.1	−22 44	5	500	12—15	C_3	! ⊙, verdichtet.
6171	*Méchain*	26.9	−12 50	3.5	50	13—14	C_3?	⊙?, zml. offen, etwas unregelmäßig.
6205	*Messier 13*	38.1	+36 39	15	3000	13—15	C_3	!! ⊙, gedr. Der große Sternhaufen im Herkules.
6218	*Messier 12*	42.0	− 1 46	10	400	13—15	C_3	! ⊙, zml. gedr.
6229	*Schultz*	44.2	+47 42	0.4	—	—	C_1	⊙?; äußerst verdichtet
6254	*Messier 10*	51.9	− 3 57	12	700	13—15	C_3	! ⊙, zml. gedr.
6333	*Messier 9*	17 13.3	−18 25	5	200	13—15	C_3	⊙, gedr.
6341	*Messier 92*	14.1	+43 15	5	100	13—15	C_3	⊙, zml. verdichtet.
6356	—	17.8	−17 43	2	—	—	C_3	⊙, äußerst verdichtet
6402	*Messier 14*	32.4	− 3 11	4	250	14—15	C_3	! ⊙, zml. gedr.
6494	*Messier 23*	51.0	−19 0	30	100	10—14	D_1	St. H. zml. gedr.
6531	*Messier 21*	58.6	−22 30	15	25	8—13	D_2	St. H. zml. gedr.
6603	*Messier 24*	18 12.6	−18 27	5	25	11—14	D_2	St. H. zml. gedr. in einer der reichsten Milchstr.-Gegenden.
6611	*Messier 16*	13.2	−13 49	15	25	8—12	D_3	St. H. zerstr.
6618	*Messier 17*	15.0	−16 13	15	—	—	B_2	! N. unregelmäßig mit Kern. Der *Omega*-Nebel.
6633	*Carol. Herschel*	22.7	+ 6 30	30	25	8—10	D_3	St. H. zerstr.
—	—	25.8	−19 19	25	50	9—12	D_2	St. H. zml. gedr.
6645	—	26.8	−16 58	15	100	11—15	D_2	St. H. zml. gedr.
—	—	34.0	+ 5 22	40	50	9—10	D_3	St. H. zerstr.
6694	*Messier 26*	39.8	− 9 30	6	25	8—15	D_3	St. H. zerstr.
6705	*Messier 11*	45.7	− 6 23	12	250	12—14	C_3	! ⊙, zml. offen, etwas unregelmäßig
6712	—	47.6	− 8 50	3	75	16	C_3?	⊙?, etwas unregelmäßig, zml. gedr.
6720	*Messier 57*	49.9	+32 54	1	—	—	B_2	! Ring-N., elliptisch mit Kern. Der Ring-N. in der Leier.
6779	*Messier 56*	19 12.7	+30 0	2.5	25	13—15	C_3	⊙?, etwas unregelmäßig, zml. gedr.
6811	—	35.2	+46 20	10	20	10—12	D_3	St. H. zerstr.
6853	*Messier 27*	55.3	+22 27	5	—	—	B_2	! Der bekannte *Dumbbell*-Nebel.
6864	*Messier 75*	20 0.2	−22 12	2.5	—	—	C_3	⊙, äußerst verdichtet.

N. G. C.	Bezeichnung	1900 A. R.	1900 Decl.	Durchmesser	Zahl der Sterne	Größe der Sterne	Klasse	Beschreibung
6866	—	20h 0.5m	+43° 43′	5	10	8—12	D_3	St. H. zerstr.
7078	*Messier 15*	21 25.2	+11 44	10	1000	13—15	C_3	!! ⊙, verdichtet.
7089	*Messier 2*	28.3	— 1 16	8	800	13—15	C_3	! ⊙, verdichtet.
7092	*Messier 39*	28.6	+48 0	30	20	7—11	D_3	St. H. zerstr.
7331	—	22 32.5	+33 54	—	—	—	C_1?	N. lang gestreckt mit hellem Centrum.
7654	*Messier 52*	23 19.8	+61 3	12	50	9—13	D_3	St. H. zml. gedr.
7789	*Carol. Herschel*	52.0	+56 10	10	40	10—12	D_1	St. H. zml. gedr.

Friedrich Becker.

Die Sternwarte.

Habe ich wohl recht, wenn ich sage, daß der Besitz einer Sternwarte, d. h. eines besonderen Raumes, der den Beobachter und sein Fernrohr umgibt und schützt, der heimliche Wunsch eines jeden Liebhabers der Himmelskunde ist, wenn er erst soweit fortgeschritten ist, daß er vom Spazierensehen zu ernster Beobachtungstätigkeit übergeht? Und wie Wenigen unter uns geht gerade dieser Wunsch in Erfüllung! In diesen Tagen ist der Bau auch des bescheidensten Häuschens nur mit großen Opfern möglich, haben doch die Preise für alle Baustoffe eine schwindelnde Höhe erreicht.

Wenn ich es trotzdem unternehme, diese Frage ausführlich zu bearbeiten, so lasse ich mich von der Hoffnung leiten, daß doch einmal wieder bessere Zeiten kommen werden, und daß bis dahin doch der Eine und Andere unter uns Mittel und Wege finden wird, sich zu helfen; und einige Winke hierzu sind im folgenden zu finden.

Der Beobachtungsplatz im Freien.

Der einfachste und schönste Beobachtungsplatz zugleich! Sei es ein Balkon, der wenigstens so groß ist, daß ein kleines Fernrohr aufgestellt werden kann, sei es eine Veranda, sei es eins der in den letzten Jahren wieder glücklicherweise bei Neubauten bevorzugten flachen Dächer, sei es auch nur ein Gärtchen oder Garten hinter dem Hause oder ein Rasenplatz in seiner Nähe. Erwünscht ist ein möglichst freier Ausblick nach Süden, aber auch Ost- und Westausblick müssen genügen, wenn's nicht anders geht. Ausblick nach Norden ist nicht streng notwendig. In allen Fällen ist die wichtigste Bedingung die Möglichkeit einer sicheren und erschütterungsfreien Aufstellung des Rohres mit seinem Untersatz. Die beste Gewähr hierfür bietet der Erdboden, darauf, für kleine Rohre ein Tischstativ, ein etwa 90 cm hoher Tisch mit drei Beinen und dreieckiger fester Platte; unter der Platte in etwa 65 cm Höhe ein zweites Brett zum Ablegen von Okularen, Büchern, Zeichenblock, Bleistift und Uhr. Die Beine werden fest auf den Erdboden aufgedrückt. Ist Rasen vorhanden, so ist es sehr zu empfehlen, die kleine Stelle, an der man beobachtet, von Graswuchs zu befreien und mit grobkörnigem Sande zu bestreuen. Ein einigermaßen fester Tisch ist einem gemauerten Pfeiler, soweit es sich um tragbare Instrumente handelt, wohl vorzuziehen, denn unter den Tisch kann man bei unbequemen Stellungen (un-

diese sind häufiger als die bequemen!) immerhin die Beine ausstrecken, aber am Steinpfeiler stößt man sich immer wieder die Kniee.

Glücklich sind die dran, welche auf ihrem Hause ein flaches Dach haben, da in den allermeisten Fällen von dort aus der größte Teil des Himmels übersehen werden kann. Anderseits können zu zahlreiche oder zu nahe Schornsteine erheblich stören. Die Aufstellung des Instrumentes erfolgt dann auf einer der Grundmauern oder wenigstens über einer Innenwand oder dort, wo ein kräftiger Träger unter dem Dache durchgezogen ist. Bei älteren Häusern, bei denen wohl ein Schornstein nach Einbau einer Sammelheizung seine Dienste völlig eingestellt hat, läßt man ihn bis zur gewünschten Höhe abtragen und mit einer Fliesenplatte abdecken, die nun das Instrument tragen wird.

So wird auch der bescheidenste Beobachtungsplatz im Freien zur „Sternwarte"; entstand doch die *Mädler*sche *Mappa selenographica* auf dem Balkon des Hauses des Bankiers *Beer* am Tiergarten zu Berlin. (Vgl. S. 318f.).

Beobachtungen vom Fenster aus.

Wem keiner der erwähnten Aufstellungsplätze zur Verfügung steht, der muß natürlich wohl oder übel, jedoch mehr übel als wohl, vom Fenster eines Zimmers oder einer Dachkammer aus beobachten. Gut ist in diesem Falle die Aufstellung des Rohres mit Tischstativ auf einer steinernen Fensterbank, ungünstig aber die Aufstellung eines sogenannten Feldstativs auf dem hölzernen Fußboden, denn dieser ist mehr als wacklig. Jeder Schritt im Zimmer stört den Beobachtenden, und das um so mehr, je stärker die gerade benutzte Vergrößerung ist. Aus einem geheizten Zimmer beobachten zu wollen, ist ausgeschlossen, und auch im ungeheizten Zimmer muß zum Zwecke des Wärmeausgleiches das Fenster wenigstens 20 Minuten lang vor Beginn der Beobachtung geöffnet werden.

Diejenigen unter uns, welche über keine andere Beobachtungsmöglichkeit verfügen, dürfen darum den Mut nicht sinken lassen: auch ihnen wird der Sternhimmel ab und an seine schönsten Wunder zeigen. So beobachtete z. B. der als Entdecker mancher Planetoiden bekannte *R. Luther* in Bilk bei Düsseldorf vielfach aus dem Fenster seiner zu ebener Erde gelegenen Wohnung, und *L. Rudeaux*, ein Liebhaber wie andere, erhielt von dem Fenster seiner Pariser Wohnung aus die wundervollsten Lichtbilder des Sternhimmels. Geduld, Ausdauer und Geschick, besonders aber die Ausnutzung des günstigen Augenblickes führen auch hier zum ersehnten Ziele!

In allen vorgenannten Fällen können einfache und tragbare Instrumente ohne jede Schwierigkeit benutzt werden. Selbst für parallaktisch aufgestellte Rohre bis etwa 75 mm Objektivdurchmesser genügen die geschilderten Beobachtungsplätze durchaus, denn diese Instrumente werden ja in den weitaus meisten Fällen erst zur Beobachtung herausgetragen und nach Schluß derselben wieder in das Haus gebracht. Sie sollen ja auch nur zum Beobachten und nicht zum Messen dienen. Über das Messen wird weiter unten noch ausführlich gesprochen werden.

Aufstellung mittlerer Fernrohre.

Bei Rohren mit einem größeren Objektivdurchmesser als 75 mm, also von 80 mm (3″) an, sind die Stative meist schon so kräftig gehalten, daß das Hin- und Hertragen des ganzen Instrumentes einige Schwierigkeiten bietet. Das Gewicht des Instrumentes wird ja durch das bei parallaktischer Aufstellung notwendige Gegengewicht an der Deklinationsachse im Vergleich mit der azimutalen Aufstellung ohne Gegengewicht erheblich vermehrt. Die Aufstellung eines 95 mm-Refraktors von *Merz* auf dem immerhin noch recht leichten *K*-Stativ erfordert schon eine tüchtige Männerkraft. Entsprechend dem Gewichte ist nun ein fester, glatter Boden unentbehrlich, besonders dann, wenn das Stativ mit Rollen und Fußschrauben versehen ist. Will man solche Stative mit Hilfe der Fußschrauben recht fest aufstellen, so empfehle ich, nach der Beobachtung das Rohr, das oft an der Halterung oder Wiege mit nur zwei Schrauben befestigt ist, von der Halterung loszunehmen und das Stativ, das dann im Freien stehenbleiben kann, mit einem wasserdichten Überzuge zu bedecken, der aus festem Segeltuche anzufertigen wäre. Diese Art des Stativschutzes hat sich bei mir seit 8 Jahren tadellos bewährt. Um den Bezug leichter von dem Stativ abheben zu können, habe ich den Ausweg gefunden, in dem Bezuge auf zwei Stellen von oben bis unten durchgehende leichte Holzlatten zu befestigen, mit denen man den Segeltuchbezug leicht hochheben und abnehmen kann. Ich empfehle jedoch, wenn man sich für diese Art des Stativschutzes entscheidet (und ich kann nur jedem dazu raten), das Stativ mit einer kräftigen Last zu beschweren, die zweckmäßig zwischen dem Dreibein an einer Kette und nahe über dem Boden hängt, oder, wenn das Dreibein unten noch feste Querverbindungen besitzt, wie z. B. die Stative von *Heyde* für 80—120-mm-Rohre (Fig. 1) oder wie mein eigener dreifacher Refraktor von 110 mm, unten auf die Querhölzer aufgelegt wird, gegebenenfalls unter Benutzung eines darüber gelegten Brettes. Diese Beschwerung ist notwendig, um ein Umwerfen des Stativs durch Sturm zu vermeiden

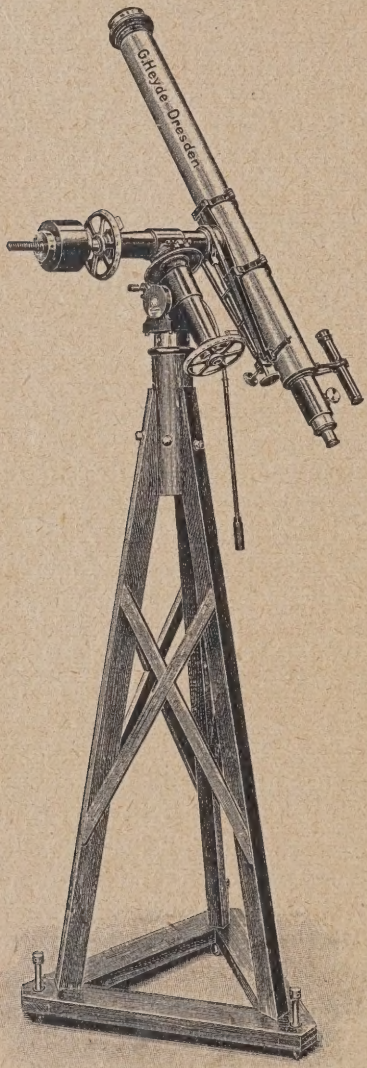


Fig. 1.

(ich spreche da aus eigener, schmerzlicher Erfahrung), kann doch der Winddruck auf 195 kg auf ein Quadratmeter steigen und bei Böen sprungweise noch darüber hinausschnellen. Das Belastungsgewicht meines zurzeit noch im Freien stehenden Stativs beträgt annähernd 90 kg.

Hiermit wären nun die Beobachtungsbedingungen im Freien, also ohne einen schützenden Umbau, wohl genügend besprochen, denn daß wir zur Beobachtung mit freiem Auge (Milchstraße, Tierkreislicht, Sternschnuppen) oder mit dem Doppelglase (veränderliche Sterne) kein schützendes Haus gebrauchen, ist selbstverständlich. (Vgl. S. 9—10).

Unterbringung größerer Rohre.

Was aber nun, wenn wir über ein größeres, fest und parallaktisch aufgestelltes Fernrohr verfügen? Da ist billiger Rat teuer und teurer Rat billig, d. h. die gewählte Unterbringung des Rohres hängt davon ab, mit welchen Glücksgütern der Freund der Sterne gesegnet ist.

Es wurde schon angedeutet, daß mit 95 mm Objektivöffnung eigentlich die Tragbarkeit aufhört, und ich kann nicht genug davor warnen, etwa 110 mm-Rohre noch mit Fußschrauben zu bestellen, um damit spazierenfahren zu können; diese Art der „Sternwarte" darf nur als äußerster Notbehelf gelten. Wir stehen somit beim Vierzöller vor der Entscheidung, ob unsere Mittel und die örtlichen Verhältnisse die gute Aufstellung eines solchen Instrumentes noch erlauben. Selbstverständlich gibt es für eine schlechte Montierung keine Grenze nach unten, aber unsere Leser dürfen versichert sein, daß ihnen das Beobachten dann nicht nur bald zur Last, sondern auch sehr schnell völlig verleidet sein wird.

Zum Glück sind nun die Abmessungen eines Vierzöllers noch so bescheiden, daß wir mit einem recht kleinen Häuschen auskommen werden, welches wir uns zudem noch selbst herstellen können. Die leichtest herstellbare Form ist die quadratische mit etwa 2700 mm Seitenlänge; die Höhe des festen Teiles richtet sich nach der Höhe des Kreuzungspunktes der Achsen über dem Fußboden. Es ist zu empfehlen, diese Seitenhöhe so zu wählen, daß, wenn in größerer Entfernung noch irdische Objekte mit dem Rohre erreichbar sind, diese auch im Rohre noch ganz zu sehen sind. Wird dann die Seitenhöhe zu gering, so muß man durch einen Unterbau unter dem Stativ zur Höherlegung des Kreuzungspunktes der Achsen nachhelfen. Jedenfalls sollte die Seitenhöhe 1800 mm nicht unterschreiten. Als Drehdach können wir die Form einer achteckigen, abgestumpften Pyramide oder die oben flache, aber nach vorne 1 : 10 geneigte Trommel oder noch besser die Halbkugel wählen. Alle drei Formen lassen sich in diesen Abmessungen noch recht leicht aus Holzlatten oder kleinen Winkel- und Flacheisen herstellen. Als Überzug dient entweder gutes Segeltuch oder Ruberoidpappe, beides gut an dem Gerüste befestigt und wenigstens zweimal mit Ölfarbe gestrichen. Eine sehr nette kleine Sternwarte dieser Art beschreibt *v. Krudy* in seinem neuen Buche über die Selbstanfertigung von Spiegelfernrohren, worauf ich an dieser Stelle hinweise. Die Beschreibung der kleinen Sternwarte enthält alle nötigen Maßangaben. Eine gleichfalls sehr brauchbare

Anleitung findet sich auch im *Sirius*, Jahrgang 1920, zur Herstellung einer leichten Kuppel mittlerer Abmessung. Die Selbstanfertigung dieser Kuppel verlangt allerdings, da fast ausschließlich Eisen verwendet wird, schon eine etwas größere Handfertigkeit, wird aber zweifellos manchem Liebhaber gelingen.

Die leichtest herstellbare Form bildet die ganz flache Kugelhaube (Regenschirm), doch müssen wir hier zwischen zwei Übeln dasjenige wählen, welches uns am wenigsten stört. Entscheiden wir uns dafür, das Objektivende des Rohres beim Beobachten nicht aus dem Spalte herausragen zu lassen, dann wird bei der flachen Form der Calotte die Höhe der Seitenwände natürlich erheblich größer werden müssen, und wir verlieren den freien Ausblick auf den Horizont, haben aber wahrscheinlich ruhigere Luftverhältnisse vor dem Objektiv und außerdem die Gewähr, daß unser Rohr durch Wind nicht erheblich erschüttert werden kann. Wählen wir dagegen den Überblick über den Horizont, dann müssen wir den Übelstand der Unruhe am herausragenden Objektivende wohl oder übel in Kauf nehmen. Wenn ich raten darf, dann entscheide man sich für den ersten Fall.

Welche Form des Drehdaches wir auch mit Rücksicht auf die bestehenden Verhältnisse wählen mögen, eine Forderung bleibt immer dieselbe: die Breite des Spaltes soll so groß wie nur irgend angängig gemacht werden. Bei zu engem Spalte würde man dauernd gezwungen sein, während einer längeren Beobachtung oder Lichtbildaufnahme das Dach weiterzudrehen, damit das Gesichtsfeld des Rohres oder das noch größere der Lichtbildkammer freibleibt. Außerdem dauert auch der Wärme- oder Kälteausgleich mit der Außenluft bei engem Spalte viel zu lange. Aus beiden Gründen sollte man nie unter 600 mm heruntergehen, und jedes Centimeter mehr bedeutet einen Gewinn in jedem Falle. Notwendig erscheint mir auch, die Länge des Spaltes so groß zu wählen, daß das Zenit jederzeit bei beiden Lagen des Rohres links und rechts der *RA*-Achse erreichbar ist. Diese Bedingung wird deshalb besonders betont, weil die Beobachtung im Zenit bei der Feinaufstellung der Montierung im Azimut möglich sein muß.

Hier darf auch ein kleines Schutzhaus für Rohre von $2\frac{1}{2}''$ bis $3\frac{1}{2}''$ nicht übergangen werden, nämlich ein Häuschen, das sich als Ganzes verschieben läßt. Hierbei können die Abmessungen natürlich so gering gewählt werden, daß das Rohr nur eben darin Platz findet. Das Dach kann also in diesem Falle fest bleiben, doch muß dafür eine Seitenwand als Tür ausgebildet werden. Das Häuschen muß unten mit Fußrollen auf gut verankerten Schienen laufen, und es muß auch eine Vorrichtung vorhanden sein, um das Häuschen im Ruhezustand an den Laufschienen fest anklammern zu können.

Eine recht selten angewandte Dachform für ein Häuschen von quadratischem oder rechteckigem Querschnitte, die aber sehr zu empfehlen ist, wenn nur bescheidene Mittel zur Verfügung stehen, ist folgende: Spitzdach von prismatischer Form mit geringer Neigung, einteilig oder einmal querüber geteilt, mit Rollen auf Schienen laufend. Das Dach sollte sich in der Ost-Westrichtung verschieben lassen, da man dann an der einen Innenwand des Häuschens auch noch ein kleines Passageninstrument mühelos unterbringen kann. Diese Dach

form hat sich in den leider wenigen Fällen, wo sie in Gebrauch ist, ausgezeichnet bewährt.

Ich will nun die Hauptbedingungen nochmals kurz zusammenfassen: 1. Sichere und erschütterungsfreie Aufstellung des Rohres. 2. Möglichste Leichtigkeit des Drehdaches. 3. Überall guter Verschluß gegen Regen und Flugschnee. 4. Breiter Spalt. 5. Wenigstens ½ m freier Abstand zwischen Okularende und Wand, wenn das Rohr das Okular längster Brennweite (schwächster Vergrößerung) trägt. 6. Gute Instandhaltung der Bewegungsvorrichtung des Daches und der Spaltklappe; es ist nichts störender, als wenn man sich beim Nachführen des Drehdaches abarbeiten muß. Dann hört die Beobachtung auf, eine Erholung zu sein, und die Ermüdung beginnt bereits, bevor wir mit der eigentlichen Arbeit anfangen. 7. Bei Sonnenschein, wenn nicht baldiger Regen zu erwarten ist, sollte der Spalt immer geöffnet sein, auch wenn nicht beobachtet wird, um die Luft im Häuschen so trocken wie nur möglich zu halten. 8. Wir müssen das Stativ und das Rohr in unserer kleinen Sternwarte immer mit Tüchern oder einer abgedankten Zeltbahn, die ja wohl überall zu haben ist, bedecken. Über das Okularende wird außerdem noch ein dünnes Säckchen gezogen und zugeschnürt.

Betreffs der bei dem Bau unseres Häuschens und des Drehdaches benötigten Eisenteile, Winkel- und Flacheisen, Rollen usw. empfehle ich zunächst bei einem Eisenschrotthändler nachzufragen und auf dem Schrotthaufen selbst nachzusuchen. Man ahnt kaum, welche oft geradezu beglückende Fundgrube ein solcher Schrotthaufen für den bastelnden Liebhaber darstellt.

Mit der kleinen Sternwarte, die wir uns selbst herstellen können und wollen, bin ich nun am Ende. Ein allgemein gültiges Muster läßt sich auch nicht annähernd aufstellen oder gar festlegen wegen der überall verschiedenen Umstände. Und sind es nicht gerade Stunden hoffnungsfreudigen Erlebens, wenn man sich selbst an das Zeichenbrett setzt und seine Sternwarte entwirft? Deshalb bringen wir hier keine unnützen Bilder und haben auch nur auf zwei Stellen verwiesen, wo man solche finden kann.

Kleinere Sternwarten fester Bauart.

Ich komme jetzt zur Sternwarte höherer Ordnung, wenn ich mich so ausdrücken darf, zu der auf festem Grund und Boden oder auf gemauertem Hause aufgeführten festen Sternwarte, bei der nun auch das Behelfsmäßige in der Ausführung so ziemlich sein Ende hat. Hier ohne Hilfe eines Fachmannes, Maurer, Zimmermann und Schlosser, auszukommen, wird nur in wenigen Fällen möglich sein. Der Bauherr und der Architekt müssen mehr als sonst Hand in Hand gehen, denn der Bau von Sternwarten gehört in der Praxis des Architekten leider zu den allergrößten Seltenheiten. Die Anregungen müssen also in vollem Umfange von dem Bauherrn ausgehen, der alle Abmessungen, welche der kleine Bau notwendig haben soll, allein anzugeben imstande ist.

Betreffs der Höhe der Seitenmauer des Beobachtungsraumes gilt dasselbe, was schon vorher gesagt wurde. Anders liegen die Verhältnisse mit Länge und

Breite. Falls nur das Beobachtungsinstrument und vielleicht noch eine Pendeluhr in dem Raume untergebracht werden sollen, so wird die Grundfläche zweckmäßig quadratisch gewählt, nicht rund, und zwar stets etwa ½ m größer im Lichten, als der innere Durchmesser der Kuppel oder des Drehdaches beträgt. Der Maurer legt in diesem Falle die letzten 8 Schichten der Mauersteine je 30 mm zurückspringend: dadurch wird, ohne daß dies störend oder unschön wirkt, die lichte Weite oben um etwa ½ m eingezogen. Die Mauer wird einen Stein (25 cm) stark aufgeführt. Wir erhalten daher bei 3 m lichtem Durchmesser der Kuppel für die Grundfläche innen $3\frac{1}{2} \times 3\frac{1}{2}$ m, außen 4×4 m. Durch die Verjüngung nach oben erhält der Bau ein sehr gefälliges Aussehen. Für eine Pendeluhr ist in einer der Nordecken Platz. An der Nordwand befindet sich auch die Tür, deren Oberteil Glasfenster besitzt. Die Türbreite richtet sich nach den Abmessungen des Stativunterteiles, dazu etwa 10 cm Zugabe; geringste Öffnung aber 80 cm. (Bei *Zeiß* beträgt der Durchmesser des Säulenfußes eines 130-mm-Rohres 90 cm, Türbreite also 1 m.)

Große Sorgfalt muß auf den Unterbau des Refraktors gelegt werden. Die obere Fläche wird 1 m im Quadrat, unten breiter, so daß auf dem tragenden Erdreiche eine möglichst große Auflagefläche geschaffen wird. Die Höhe dieses Sockels richtet sich nach dem Untergrund, sollte aber nicht unter 1.20 m betragen. Eine Zwischenlage von Dachpappe, gut geteert, ist erwünscht, um das Hochsteigen der Feuchtigkeit des Bodens zu verhindern. Aus demselben Grunde sollte auch der ganze Sockel vor dem Anschütten des Erdreiches gut geteert werden. Ein massiver Zementklotz ist einem gemauerten Unterbau entschieden vorzuziehen. Zement muß Zeit zum Abbinden haben; daher soll der Bau mit dem Pfeilerunterbau begonnen werden. Nach dem Abbinden des Zementes wird der Sockel mit Mauersteinen oder Sandsäcken im ungefähren Gewichte des Instrumentes so lange belastet, bis die Aufstellung des Instrumentes erfolgen kann. Der Sockel hat dann Zeit, sich zu „setzen", bevor das Rohr aufgestellt wird. Als Abschluß kommt auf den Sockel noch eine Zementplatte von 15 cm Stärke bei 1 m Durchmesser.

Der Belag des Fußbodens schließt mit der Unterkante dieser Platte ab und darf an keiner Stelle den Sockel berühren, denn jede Erschütterung des Fußbodens würde sich sonst auf das Rohr übertragen.

Unser Bau ist fertig, aber einziehen dürfen wir erst, wenn Mauerwerk und Wandputz völlig ausgetrocknet sind. Nichts schadet den Metallteilen des schönen Rohres und ev. auch dem Flintglase des Objektivs mehr als die feuchten Ausdünstungen frischen Mauerwerkes. Also übe man Geduld, wenn auch das Fernrohr aus den Kisten schon ausgepackt ist.

Etwas anders gestaltet sich natürlich die Baufrage, wenn die Sternwarte auf einem fertigen Hause später aufgesetzt werden soll. Wir sind dann an vorhandene Grund- oder Zwischenmauern gebunden, welche die Abmessungen des Beobachtungsraumes zum Teil bedingen werden. Immer wird man wenigstens eine Wand, die an den Hausboden anschließt, oft alle vier Wände aus kräftigem Holzfachwerk ausführen können, das dann außen mit gefugten Brettern bedeckt wird. Um dem Rohr einen sicheren Stand zu geben, sollen zwei sogenannte

Doppel-T-Träger in 1.20 m Abstand voneinander von einer Grundmauer zur anderen durchgezogen und in den Mauern eingelassen werden. Die breitflanschigen Doppel-T-Träger (Differdinger Profile) sind vorzuziehen. Die beiden Träger werden in der Mitte durch zwei Querträger mit 1 m Abstand voneinander fest verbunden, und zwar vernietet, nicht verschraubt, und über dieser Querverbindung kommt dann die etwa 20 cm starke Platte aus Zement zu liegen, auf welcher das Rohr steht. | Falls nur eine Giebelwand, aber keine bis zum Dachboden durchgeführte und wenigstens 1 Stein starke Zwischenwand für die Auflage der Träger zur Verfügung steht, so muß Anschluß an einen Schornstein im Hause gesucht werden; gegebenenfalls müssen sogar zwei Schornsteine erst mit zwei Winkeleisen verbunden werden, und auf diese werden dann erst die T-Träger gelegt. Diese Anordnung stellt natürlich nur einen Behelf dar und sollte nur dann gewählt werden, wenn es wirklich nicht anders geht. Es kann nicht dringend genug davor gewarnt werden, an der sicheren Aufstellung des Rohres sparen zu wollen: Sparsamkeit an dieser Stelle wäre denkbar schlecht angebracht und würde sich bald bitter rächen.

Ich möchte nun eine etwas größere, zu ebener Erde liegende Sternwarte beschreiben, die wohl geplant war, aber wegen des Krieges nicht zur Ausführung kam (Fig. 2). Der Bau besteht aus einem runden Kuppelraum *K*,

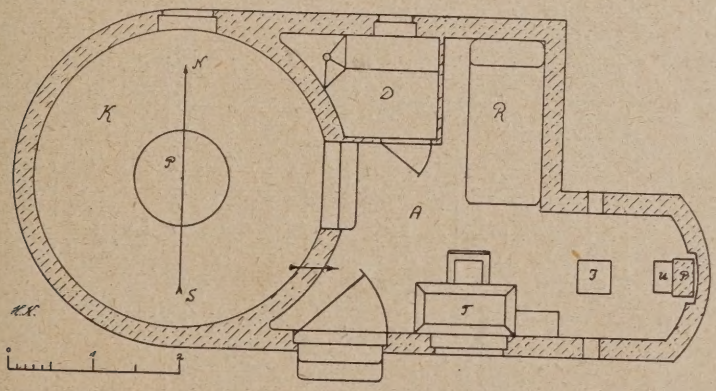


Fig. 2.

einem Arbeitsraum *A* mit Ruheplatz *R*, einer Dunkelkammer *D* und einem Raume *I* für ein kleines Durchgangsrohr und die Pendeluhr *U*. Die Außenmauern sind durchweg 1 Stein stark. Die Innenwände um die Dunkelkammer bestehen aus Patent-Zementplatten von nur 6 cm Stärke. *U* hängt an einem gemauerten, 1 Stein starken Pfeiler *P*, der frei vom übrigen Mauerwerk steht und gut fundiert ist. Dasselbe gilt auch von dem das Durchgangsrohr tragenden Pfeiler von 1½ Stein im Quadrat. Statt dieses Pfeilers kann mit Vorteil auch eine Natursteinsäule, Granit oder Basalt, verwendet werden, die aber in ein gemauertes Fundament einzementiert werden muß. Als Schlußplatte wird eine Fliesenplatte aus Kunststein, wie sie zur Abdeckung der Bürgersteige benutzt werden, aufgelegt. Die Höhe vom Fußboden bis zur Oberkante der

Platte soll etwa 1.20 m betragen. An dem Pfeiler läßt man sich noch ein Brett anbringen, auf dem man ein Box-Chronometer sicher aufstellen kann. Neben dem Arbeitstische T steht ein Bücherbord, auf dessen oberem Brett gegebenenfalls ein Chronograph Platz hat. A hat eine Fensteröffnung nach Süden, K und D nach Norden, letztere mit doppeltem Fenster, das äußere mit gelbem, das innere mit rubinrotem Glase. Um U von K aus ablesen zu können befindet sich in der K-Wand an der mit ⟶ bezeichneten Stelle ein kleines Ablesefernrohr eingelassen. Für Kleiderablage ist in der Ecke hinter der Eingangstür Platz. Der Fußboden von K liegt 40 cm höher als der von A; es sind also zwei Stufen zur Verbindung der beiden Räume nötig. A, D und I haben eine lichte Höhe von 2.15 m. Das Dach besteht aus gefugten Brettern und ist mit geteerter Dachpappe, besser Zinkblech oder wenigstens verzinktem Eisenblech abgedeckt. Es erhält über A und I prismatische Form mit etwa 10 cm Steigung nach der Mitte. Der 20 cm breite Spalt wird durch vier Holzklappen geschlossen, zwei in den Wänden und zwei auf dem Dache. Letztere müssen mit Falzen gut übereinander und auch über die beiden Seitenklappen übergreifen.

Dieser Bauplan genügt trotz seiner bescheidenen Abmessungen für fast alle Arbeiten, die für einen Liebhaber in Frage kommen. Falls auf R noch verzichtet wird, ist eine weitere Vereinfachung möglich, und der Grundriß

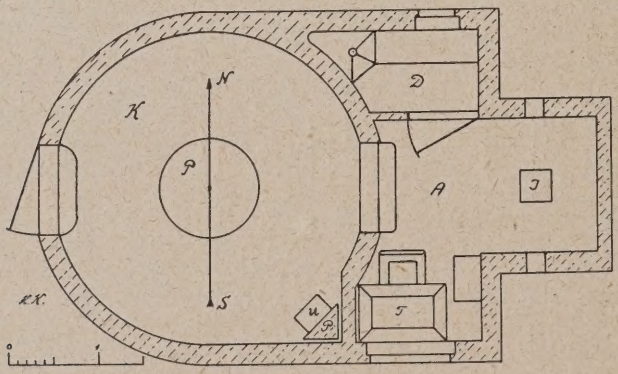


Fig. 3.

geht dann in die durch Fig. 3 dargestellte Form über. Der Eingang liegt nun an der Westseite von K. Um die Tür nicht allzu niedrig zu bekommen, legt man sie an die Außenseite der Mauer, nach außen aufschlagend, und die beiden Stufen in die Mauer und den Kuppelraum. U hängt in einer Nische von K. Ich möchte raten, die Abmessungen von I nicht kleiner zu wählen, als angedeutet, da um das Durchgangsrohr doch genügend Platz sein muß, um beim Umlegen des Rohres bequem arbeiten und den Höhenkreis ablesen zu können.

Sie wollen auf den kleinen Raum I verzichten? Tun Sie das nicht, es wird Ihnen leid tun, denn Sie schaffen sich später doch noch ein Durchgangsrohr an

Kuppel und Spalt.

Wie schon früher ausgeführt, ist zwar das Drehdach in Trommelform mit senkrechter Wand und etwas schräger Decke erheblich leichter herzustellen als die Kuppel in Halbkugelform, wirkt aber auf dem sonst gefälligen Unterbau fremd und unschön. Wir dürfen aber, außer der billigeren Herstellung, auch einen anderen Vorteil nicht übergehen, der darin liegt, daß wir meistens wohl nur die Klappe im schrägen Dache zu öffnen brauchen werden und die Klappe in der Trommelwand geschlossen halten können. Dabei verringern sich die Gewichte der einzelnen beweglichen Klappen recht merklich. Ich möchte vorschlagen, die Anordnung des Spaltes mit den Klappen folgendermaßen zu treffen: die Spaltbreite richtet sich danach, ob am Refraktor eine Lichtbildkammer angebracht ist, sowie nach dem Bildwinkel derselben. Beträgt der Bildwinkel 10° (Berechnung s. Einf. in die geom. Opt.) und sollen Aufnahmen von 40 Minuten Dauer gemacht werden können, ohne inzwischen die Trommel weiterzudrehen, so kommen noch 10° hinzu; Gesamtbreite also $20° = {}^1/_{18}$ des Umfanges. Das gibt für die $3\frac{1}{2}$-Metertrommel etwa 60 cm, ein Maß, das ich auch aus anderen Gründen schon vorher als Mindestmaß festlegte. Unsere

∅	20°	25°	30°	35°	40°
3.50 m	61	76	92	104′	122″
3.75 „	66	82	98	111′	131″
4.00 „	70	87	105	119″	139″
4.25 „	75	93	112′	126″	148″
4.50 „	79	98	118′	134″	157″
4.75 „	83	104′	124′	141″	166″
5.00 „	87	109′	131″	148″	174″
	10° 40	10° 60	10° 80	15° 80	20° 80
		15° 40	15° 60	20° 60	
			20° 40		

kleine Tafel gibt für den Durchmesser des Drehdaches von 3.50 bis 5.00 m und für 20° bis 40° die Spaltbreite in Zentimetern an. In den drei unteren Zeilen stehen Bildwinkel in Graden und Belichtungszeit in Minuten. Bei den Zahlen mit ′ wird allerdings eine einteilige Klappe recht breit; man wählt da besser die darüberstehende Zahl ohne ′ als Spaltbreite und führt notgedrungen die Trommel einmal nach, oder man macht den Spaltverschluß schon 2-teilig der Länge nach. Die Zahlen mit ″ sind alle für 2-teilige Klappen gedacht. Diese Zahlen sind Mindestzahlen und gelten für den Fall, daß die Lichtbildkammer in der Mitte des Rohres (Wiege oder Schelle) sitzt. Rückt man die Kammer jedoch 25 cm nach vorne, so wählt man die Spaltbreite für den um 50 cm kleineren Drehdachdurchmesser. Beispiel: die Kuppel hat 4.50 m Durchmesser, die Lichtbildkammer hat 15° Bildwinkel, sitzt 25 cm nach vorne, und es soll 40 Minuten belichtet werden, ohne die Trommel zu drehen. Wir finden die Spaltbreite dann zu 105 cm.

Als Spaltlänge im Dache ist $^4/_7$ des Durchmessers empfehlenswert, da die Öffnung dann genügend über das Zenit hinausreicht. Der hinter dem Spalte liegende Teil des Daches wird dann zweckmäßig flach bleiben.

Als Grundform des Drehdaches schlage ich unbedingt die Kreisform vor. Falls man sich scheut, wenigstens die untere Laufbahn aus einem Gußstücke herstellen und abdrehen zu lassen, so bietet folgende Form (Fig. 4) manchen Vorteil: aus zwei sogenannten T-Eisen werden zwei Ringe gebogen, einmal hochkant T_1, einmal flach T_2. Durch diese Form ist die Laufbahn für die Kugeln von selbst gegeben, gleichzeitig auch seitliche Führung und große Auflagefläche erreicht. Die von den Kugeln berührten vier Flächen sowie die Unterkante von T_1 und Oberkante von T_2 werden einmal überdreht, um grobe Unebenheiten, welche beim Biegen, Richten und Schweißen entstanden sind, zu beseitigen. Die Befestigung des unteren Kranzes geschieht mittels einzementierter Stiftschrauben, welche in Löcher im Außen-Flansch von T_2 passen. Um ein Hochheben des Daches zu verhüten, werden an drei Stellen, um je 120° versetzt, Klauen der angedeuteten Art innen am Laufring T_1 angeschraubt, Schraubenlöcher im oberen Flansch von T_1. Am oberen Flansch werden auch die Bauteile des Daches, Winkel- und Flacheisen, angeschraubt oder besser angenietet: so bleibt die Kugellaufbahn ohne jede Durchbohrung. Will man ganz sicher gehen, daß die drei Kugeln sich nicht verlaufen, so kann man dieselben auch in der Querrichtung noch führen durch Annieten von zwei kurzen Stücken Winkeleisen auf der oberen oder unteren Lauffläche, doch kann ich dies nur bedingt empfehlen. Die Zwischenräume x müssen etwa 12 bis 15 mm betragen. Ein gutes Ausrichten von T_2 auf der Unterlage ist notwendig und geschieht durch Unterlegen von dünnen Paßblechen vor dem Anziehen der Muttern auf den Stiftschrauben. An der Nordseite der Kuppel, dem Spalte gegenüber, wird dann an T_1 noch ein kräftiger Handgriff angebracht, mit dem das Dach gedreht werden kann. Die nach außen liegende Öffnung wird durch ein dünnes Zinkblech Z, das an T_1 befestigt ist, gegen Regen und Flugschnee abgedichtet, darf aber auf T_1 und dem Mauerwerk nicht reiben oder schleifen.

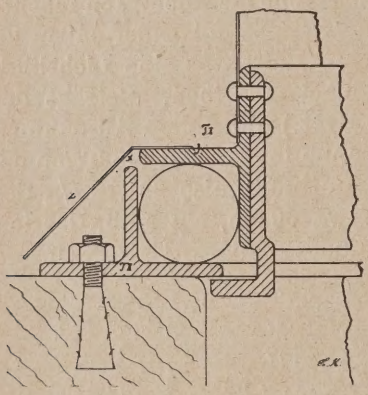


Fig. 4.

Eine andere Art des Laufkranzes mit Rollen statt der Kugeln ist in Fig. 5 dargestellt. Diese Form hat sich vielfach gut bewährt. Von T (möglichst wieder in einem Stück angefertigt) wird nur die untere Kante überdreht. Dieser Ring liegt in drei um je 120° versetzten Rollen R auf. Die Rollen haben flache Ausdrehungen. Die Zapfen sind in Aussparungen der drei U-förmigen Lager L eingelassen. Auf dem inneren Zapfen der an der Nordseite liegenden Rolle wird ein kräftiges Handrad (Autosteuerrad) oder eine kleine Seil- oder Kettenscheibe mit einem Vierkant aufgesetzt. Dieser Vierkant soll an allen drei Rollen vorhanden sein, um gegebenenfalls das Handrad dort aufstecken zu können,

wo es bei der Beobachtung gerade am nächsten zur Hand ist. Ein kleiner Splint S dient zur Sicherung. Statt des Handrades tut auch eine Kurbel aus-

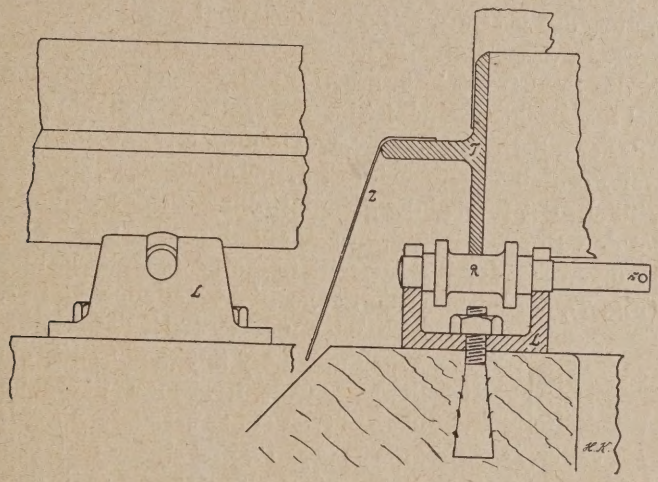


Fig. 5.

gezeichnete Dienste; sie kann sich allerdings im Dunkeln mit ihrem vorstehenden Handgriff recht unangenehm durch unsanfte Berührung mit dem Kopfe des Beobachters bemerkbar machen. Feste Klauen, wie beim Kugelringe, sind freilich bei dieser Rollenauflage nicht möglich; sie müssen also hochgeklappt werden können, während das Dach gedreht wird. Ein Zinkblech Z dient auch hier wieder zur Abdichtung.

Um ein Ecken des Ringes T in den Ausdrehungen der Rollen R zu verhindern, wird es notwendig sein, in den Mitten zwischen den drei Lagern L noch Führungsrollen anzubringen, die ein Ausweichen nach außen verhindern. Sie können leicht und billig in nebenstehender Form, Fig. 6, ausgeführt werden. Natürlich muß die Außenkante innerhalb des Schutzbleches Z liegen. Die Schraubenlöcher für die Stiftschrauben, die gleich den anderen einzementiert werden, werden länglich ausgeführt, um die Lager gut einpassen und während des Betriebes etwas nachstellen zu können. Um ein Hochrutschen der Rollen aus den Lagern zu verhindern, muß man sie bei sr durch einen Stellring oder Stellstift sichern.

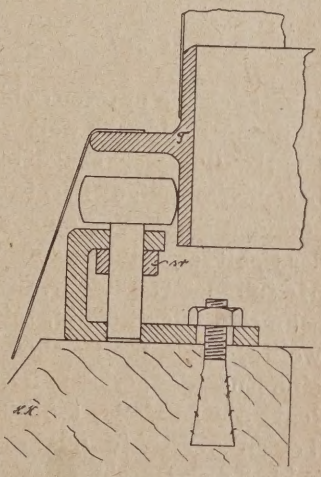


Fig. 6.

Die obere Kante von T bildet nun, falls wir uns für die Kuppel in Halbkugelform entscheiden, die Grundfläche der Halbkugel. Diese Form ist ohne Frage diejenige, welche das Auge am meisten befriedigt, mag man die Sternwarte von außen oder von innen betrachten. Aber die Kugelform bietet doch,

wenn die Kuppel in Eisen ausgeführt werden soll, einige Schwierigkeiten wegen der Formgebung für die Abdeckungsbleche. Man kann sich natürlich helfen, indem man die einzelnen Bleche in eine entsprechende Kugelform pressen oder „poltern" läßt, aber das ist teuer. So ist die Annäherung an die strenge Kugelform nur eine Frage des Geldbeutels.

Aber auch die Spaltfrage hat ihre dunklen, oft sehr dunklen Seiten. Mit Klappen, wie bei der Drehtrommel, ist bei der Halbkugel nichts mehr zu machen, und wir sind daher allein auf den verschiebbaren Spalt angewiesen. Hierbei müssen wir zwei Formen unterscheiden: 1. parallele Verschiebung, 2. Öffnung unter einem Winkel. Bei 1. wird die Seilanordnung für das Öffnen und Schließen dieselbe wie bei den Doppeltüren der Straßenbahnwagen; es ist aber nicht ganz leicht, die Führungsrollen für die Zugseile überall zweckmäßig und fest zugleich anzubringen (Fig. 7), und wenn die Sache nicht tadellos klappt, wenn Ecken oder Klemmen eintritt, dann hat man viel mehr Ärger und Last mit dem Spalt, als die Bequemlichkeit wert ist. Man übergebe diese Arbeit also nur einem zuverlässigen Schlosser, mit dem man auch schon mal ein Wort reden kann. Das vorher Gesagte gilt natürlich nur im ersten Falle bei zweiteiligem Spalt, wo ein gleichzeitiges Angreifen der Zugkraft oben und unten notwendig ist, was im 2. Falle nicht in Frage kommt. Dafür muß aber hier, wenn man nicht den Drehpunkt unverhältnismäßig weit über das Spaltende hinausschieben will, der Öffnungswinkel recht groß werden, und dadurch stehen dann auch die unteren Schienen, auf die sich der Spaltverschluß mit Rollen stützt, an ihrem Ende sehr weit von der Kuppel ab. Wer die Wahl, hat auch hier die Qual! In dieser Frage muß also der Bauherr mit dem Erbauer der Kuppel besonders innige Beratung halten, wenn etwas Brauchbares dabei herauskommen soll. Vor einem will ich jedenfalls dringend warnen: die Tragerollen des Spaltverschlusses sollen unbedingt auf hochkant gestellten Flacheisen laufen, nie in einer U-Schiene, denn darin frieren sie beim ersten Frost, der auf Schneeschmelze folgen sollte, rettungslos fest, und wenn man dann Gewalt anwenden wollte, hätte man sicher beim zweiten, spätestens beim dritten Versuche das eine Ende des gerissenen Zugseiles in der Hand, und dann geht das elende Flicken los! Als Zugseile, die auch einen Ruck vertragen können, bewähren sich am besten verzinkte oder verkupferte, besonders biegsame Stahldrahtseile von 4 bis 5 mm Durchmesser. Reine Kupferseile sind auch gut, da sie ja nicht rosten, sie können aber weniger vertragen.

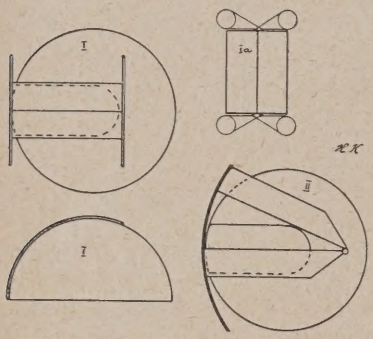


Fig. 7.

Damit wäre unser Kuppelraum fertig. Am Eingang zum Arbeitsraum pflanzen wir einige Glycinen, um den runden Refraktorbau rankt wilder Wein, um das übrige Bauwerk Efeu, und vor dem Fenster blühen bunte Blumen in einem Holzkasten: so sind Herz und Auge zugleich erquickt.

Zubehör zur Sternwarte.

Wir wollen nun besprechen, welche sonstigen Einrichtungen wir zu unserer Sternwarte noch gebrauchen. Außer dem Refraktor, der ja die Seele des Ganzen darstellt, ist auch als Herz die Uhr notwendig, Box-Chronometer oder Pendeluhr; beides leider zurzeit recht teuer. Die gewählte Uhr (möglichst wähle man beide zugleich) wird nach Sternzeit geregelt, da nach dieser Zeitart ja auch die Einstellung der Gestirne am Stundenkreise erfolgt. Wenn man mit annähernder Zeit, etwa auf $\pm$ 10 Sekunden genau, zufrieden ist, kann die Kontrolle der Uhr mit dem Refraktor selbst ausgeführt werden (s. Zeitbest.-Methoden), sonst bietet ein noch so kleines Zeitbestimmungsinstrument die beste Gewähr für hinreichend genaue Zeit.

Um am Deklinations-Kreise einstellen zu können, muß man auch den Wert der Strahlenbrechung kennen. Dazu gebrauchen wir ein Barometer (Aneroid- oder Quecksilber-Heber-Barometer; ersteres findet sich wohl in einfacher Form in jedem Haushalte). Auch ein Thermometer ist bei genauen Deklinations-Bestimmungen notwendig, da auch die Wärme auf die Strahlenbrechung Einfluß hat, den ein gewissenhafter Beobachter, schon um sich selbst zu genügen, nicht vernachlässigen wird.

Die Okulare werden in einem vom Erbauer des Rohres stets mitgelieferten, aber immer viel zu kleinen Kästchen mit den Blendgläsern und dem Okulardeckel-Prisma zusammen aufbewahrt. Andere, seltener benutzte Beigaben wie Zenit-Prisma, Barlow-Linse, Mikrometer, kleines oder großes Spektroskop, helioskopisches Okular, Dynameter, Centrierfernrohr oder was man sonst noch an Herrlichkeiten hat, finden in der Schublade des kleinen Tisches Platz, während hingegen die Blenden für das Objektiv in möglichster Nähe des Refraktors zu finden sein müssen.

Die Ephemeriden, Sterntafeln, Stern- und Mondkarten, Bücher mit Beobachtungsobjekten und das wichtige Beobachtungs-Tagebuch liegen oder stehen in dem Bücherbord, welches auch als Ort für folgende unentbehrliche Kleinigkeiten dient: ein weithalsiges Glas mit staubdichtem Verschluß für Putztücher für die optischen Gläser (altes, oft gewaschenes Leinen), ein Kästchen für Staubpinsel, ein Fläschchen (*Koch*sches) Uhrenöl für das Uhrwerk am Refraktor, eine Flasche säurefreies Knochenöl für die Achsen, Klemmungen und Feinbewegungen, eine Dose *Stauffer*-Fett für die Kugeln oder Laufrollen, eine Flasche Benzin zum Abwischen abgetropften oder verhärteten Öles und noch einige Wischtücher und Pinsel für gröbere Arbeit. Auf dem Schreibtische liegen mehrere angespitzte Bleistifte sechseckiger Form (nicht einer, denn den kann man im entscheidenden Augenblicke doch nicht finden, und runde liegen mehr auf der Erde als auf dem Schreibtische!), weiter ein Block Papier für vorläufige Vermerke und Tinte und Feder für das Tagebuch.

Über dieses Tagebuch ist noch einiges zu sagen. Man wähle es gleich groß genug und möglichst aus gewürfeltem Papier, Größe der Quadrate 5 mm, auf dem sich bequemer zeichnen läßt, als wenn keine Linien als Anhalt vorhanden sind. Am Kopf jeder Seite steht bei mir die Jahreszahl. Alle Beobachtungen in

dem betreffenden Jahre erhalten fortlaufende Nummern; 20. 137 bedeutet also die 137. Beobachtung im Jahre 1920. Eine Trennung nach Sternen oder Sonne oder Planeten findet zunächst nicht statt. Auf der letzten Seite des Tagebuches beginnt das „Inhaltsverzeichnis". Es enthält folgende Angaben: Datum, benutztes Instrument, Luftzustand, Barometer, Thermometer, Anfang und Ende der Beobachtung, Zeitdauer derselben und die laufende Nummer. Beispiel: 1920. VII. 19. 4″. Luft sehr ruhig, klar, gegen Ende leichter Dunst. 763,4 mm. + 11,9° C. $11^h\ 15^m$ bis $13^h\ 50^m$. $2^h\ 35^m$. 119—136. Als Zeit gilt die mitteleuropäische; doch zählt die Stunde über Mitternacht zum Mittag bis 24 Uhr weiter, so daß statt des 20. Juli nachts $1^h\ 50^m$ geschrieben wird: 19. Juli, $13^h\ 50^m$ Ist eine Seite des Inhaltsverzeichnisses voll, so fahre ich auf der vorhergehenden Seite fort. Alle Beobachtungen sollen, wenn nicht unmittelbar, so doch spätestens am folgenden Tage von dem Merkblock in das Tagebuch übertragen werden. Dabei sind Zusätze aus dem Gedächtnis oder Änderungen zu vermeiden: nur was man schwarz auf weiß besitzt, darf man getrost ins Buch eintragen! Also müssen auch alle Skizzen gleich abgeschlossen und nicht später vollendet oder berichtigt werden. Dann braucht man sich niemals über entstehende Unsicherheiten oder gar Zweifel Vorwürfe zu machen, mit denen man sich vergebens abquälen wird.

Als Beobachtungslampe eignet sich jede tragbare Lampe, welche so abgeblendet werden kann, daß ihr Licht das Auge nicht unmittelbar treffen kann und überhaupt nicht so hell ist, daß der Schein auf weißem Papier blendet oder stört. Das Ideal ist natürlich die elektrische Lampe, und zwar am Schreibtische die gut abgeblendete 5-kerzige Kohlefaden-Lampe, der man zweckmäßig in der Leitung noch einen wechselbaren Widerstand vorschaltet, um die Leuchtkraft ganz nach Wunsch oder Notwendigkeit ändern zu können. Am Refraktor selbst zum Einstellen nach den Kreisen, Ablesung der Mikrometer-Trommel und vor dem Zifferblatte der Pendeluhr verwende man ausschließlich kleine Glühlampen von 2 und 4 Volt, die durch Akkumulatoren gespeist werden wenn im Lichtnetze des Hauses Gleichstrom fließt. In diesem Falle schaltet man die Akkumulatoren, zwei hintereinander für 4 Volt, unmittelbar in den Lampenstromkreis, + Pol der Leitung an + Pol des Akkumulators, und erzielt dadurch die Vorteile, daß die 5-kerzige Lampe mit 4 Volt weniger, also in milderem, rötlichem Lichte brennt, und daß man trotz der Netzspannung von 110 oder 220 Volt von den Klemmen der Akkumulatoren doch gleichzeitig 2 oder 4 Volt Spannung abnehmen kann. Falls jedoch im Lichtnetze Wechselstrom fließt, so wird statt der Akkumulatoren für die Kleinbeleuchtung ein sogenannter Klingel-Transformator eingeschaltet, von dem verschiedene Spannungen, zumeist 3, 5 und 8 Volt abgenommen werden können. Nähere Angaben findet man im Abschnitt „Elektr. Einricht. auf Sternw." (S. 389—398).

Vergessen wir zum Schluß nicht, für den Winter einen recht warmen und langen Mantel und eine am Kopfe eng anliegende Mütze mit Ohrenklappen zu besorgen.

Die Bücherei.

Nun zu unserer Bücherei, deren Wert nur von ihrem Inhalte, nicht aber von ihrem Umfange abhängt.

Wenigstens eine gute populäre Astronomie sollte vorhanden sein, und da wäre wohl die neue Ausgabe von *Newcomb-Engelmann* und *Plassmann, Himmel und Erde* zu empfehlen. Auch *Littrows Wunder des Himmels*, die, von Prof. *Guthnick* neu bearbeitet, demnächst in *F. Dümmlers Verlag* erscheinen, können nicht warm genug empfohlen werden. Im übrigen rate ich an, sich im allgemeinen mit populär sein sollenden Werken nicht allzusehr zu belasten, sondern das Geld lieber für kleinere Sonderwerke anzulegen. Zu den empfehlenswertesten Werken dieser Art rechne ich folgende:

A. Allgemeine Bearbeitung des gesamten Gebietes der Himmelskunde.

Plassmann, Himmelskunde. Versuch einer methodischen Einführung in die Hauptlehren der Astronomie. 2. u. 3. Auflage. Freiburg i. Br., Herder, 1913.

Dieses schöne Werk bringt außer den Grundbegriffen eine Fülle von Anregungen.

Klein, Anleitung zur Durchmusterung des Himmels. Braunschweig, Fr. Vieweg, 1892. 2. Auflage.

Zwar nur in dieser älteren Auflage vorhanden, aber tadellos, da es auch eine große Menge von Beobachtungsobjekten, nach Sternbildern geordnet, enthält. Auch Sonne, Mond, Planeten usw. werden ausführlich behandelt. Das Buch wird nur antiquarisch zu erhalten sein.

Klein, Handbuch der allgemeinen Himmelsbeschreibung. Braunschweig, Fr. Vieweg. 3. Auflage der *Durchmusterung*.

Es ist die neue Bearbeitung der *Durchmusterung* und berücksichtigt auch die neueren Forschungsergebnisse. Die Anzahl der Beobachtungsobjekte ist noch erweitert und im einzelnen vervollständigt.

Klein, Astronomische Abende. Leipzig, E. H. Mayer.

Ein wunderschönes, inhaltsvolles Buch, das in einzelnen mehr erzählenden als belehrenden Abschnitten die Wunder der Sternwelt bespricht. Man wird oft in stillen Stunden oder wenn kein Stern am Himmel leuchtet, das Buch zur Hand nehmen und dieses und jenes Kapitel mit Genuß wieder lesen.

Klein, Führer am Sternhimmel. Leipzig, E. H. Mayer.

Auch ein gutes Buch, das aber entbehrt werden kann, wenn die *Durchmusterung* oder das *Handbuch* bereits vorhanden ist.

B. Astrophysik.

Scheiner-Graff, Astrophysik. Leipzig, B. G. Teubner, 3. Aufl. 1922.

Das Buch ist ausgezeichnet und behandelt die Astrophysik in mustergültiger Weise. Es ist ein Werk zu ernstem Studium, keine Sofalektüre! Man lese es von Anfang bis zum Ende durch und hole nach, was man zunächst vielleicht überschlagen sollte.

Wislicenus, Astrophysik. Leipzig, Göschen.

Als Einführung genügend, aber entbehrlich, wenn das *Scheiner*sche Werk vorhanden ist.

C. Sonne.

Secchi, Le Soleil. Paris, Gauthier-Villars, 1875 oder

Secchi-Schellen, Die Sonne. Braunschweig, Westermann.

Die deutsche Bearbeitung des *Secchi*schen Werkes ist in einzelnen Anschauungen wohl überholt; sie sollte aber doch unter unseren Büchern nicht fehlen, da sie viele sehr wertvolle Anregungen und Mitteilungen enthält, die man anderswo vergeblich sucht.

Weitere Werke über die Sonne sowie über Mond, Planeten usw. findet man in den betreffenden Abschnitten mitgeteilt.

D. Fixsterne.

Außer in Sonderwerken finden sich auch in den unter *A* genannten Büchern eingehende Bearbeitungen der Fixsterne, Doppelsterne usw.

E. Astrophotographie.

v. Konkoly, Praktische Anleitung zur Himmelsphotographie. Halle, W. Knapp, 1887.

Leider stark veraltet.

Scheiner, Photographie der Gestirne. Leipzig, W. Engelmann, 1897.

Auch nicht ganz neu, auch oft sehr theoretisch, aber doch sehr lesenswert. Der zugehörige Atlas enthält wundervolle Bildertafeln.

F. Instrumente.

v. Konkoly, Praktische Anleitung zur Anstellung astronomischer Beobachtungen. Braunschweig, Fr. Vieweg, 1883.

Veraltet, aber doch besser als gar nichts. Die letzte Ausgabe ist lange vergriffen und auch antiquarisch schon selten. Es wäre sehr wünschenswert, wenn sich der Verlag zu einer Neubearbeitung entschließen wollte.

Ambronn, Handbuch der astronomischen Instrumentenkunde. Berlin, J. Springer, 1899.

Ausgezeichnet und sehr ausführlich. Leider zurzeit vergriffen und auch antiquarisch recht selten.

G. Ephemeriden.

Für bescheidenere Ansprüche genügen die in der *Himmelswelt, Mitteilungen der Vereinigung der Freunde der Astronomie und kosmischen Physik* (*V. A. P.*) *bei Ferd. Dümmler, Berlin*, laufend gebrachten Ephemeriden, soweit es sich um Sonne, Mond, Planeten und veränderliche Sterne handelt.

Das *Nautische Jahrbuch*, jährlich vom Reichs-Wirtschafts-Ministerium herausgegeben und bei *C. Heymann in Berlin* erscheinend, enthält fast alles, was für den Liebhaber in Frage kommt, bringt aber wieder zu wenig Sternörter um bei Zeitbestimmungen mit dem Passagen-Instrument ausreichend zu sein. An Planeten sind nur Venus, Mars, Jupiter und Saturn berücksichtigt. Dagegen sind die vorausberechneten Sternbedeckungen recht zahlreich.

Der seit 1918 bei *E. H. Mayer in Leipzig* erscheinende *Sirius-Kalender* ist sehr zu empfehlen. Er enthält vieles, was man sonst nur selten findet, so z. B. für jeden Tag die heliographischen Koordinaten des Sonnenmittelpunktes und Positionswinkel der Sonnenachse, desgleichen die selenographischen Koordinaten des Mondmittelpunktes und Positionswinkel der Mondachse. Für Merkur, Venus

und Mars sind die Örter für jeden vierten, für Jupiter, Saturn, Uranus und Neptun für jeden achten Tag angegeben. Außer den täglichen Ephemeriden für die Jupiter-Monde finden wir auch ausreichend genaue Ortsangaben für die Saturn-Monde Tethys, Dione, Rhea und Titan. — Tafeln für die physikalische Beobachtung des Mars und Jupiter, für die Lage der Central-Meridiane derselben und für die mittleren Umdrehungswinkel des Jupiter, Tafeln über die Sichtbarkeitsverhältnisse der Planeten, sowie recht ausführliche Ephemeriden der Veränderlichen und der Finsternisse lassen die Anschaffung erwünscht erscheinen.

Der *Nautical Almanac*, der jährlich in London erscheint, ist wesentlich umfangreicher als das *Nautische Jahrbuch*, aber leider wegen der derzeitigen Verhältnisse sehr teuer. Für Besitzer größerer Rohre ist allerdings die Anschaffung doch zu empfehlen, da u. a. außer den vier im *Sirius-Kalender* berücksichtigten Saturn-Monden auch die Örter für Hyperion und Japetus, sowie für die vier Satelliten des Uranus und den Neptun-Mond gegeben sind. Im *Nautical Almanac* findet sich auch eine vollständige Tafel aller bedeutenderen Sternwarten der Welt.

Für Zeitbestimmungen allein empfehle ich sehr das *Berliner Astronomische Jahrbuch. Berlin, Ferd. Dümmler*, das jährlich erscheint und größte Genauigkeit gewährleistet.

H. Sternkarten.

Eine drehbare Sternkarte sollte nicht fehlen, da man sich mit deren Hilfe schnellstens über das Aussehen des Sternhimmels zu jeder Stunde des Jahres unterrichten kann. Außer ihr kommen in Frage:

Schurig, Tabulae Coelestes und *Messer, Sternatlas*, beide recht gut und zunächst ausreichend. Strengeren Ansprüchen genügen:

Heis, Atlas Coelestis Novus. Köln, Du Mont-Schauberg, 1872.

Ein schönes Werk, aus 12 Karten und einem kleinen Sternkatalog bestehend. Dieser Atlas ist besonders wertvoll durch seine prächtige Darstellung der Milchstraße, ist aber nur noch antiquarisch zu haben.

Klein, Sternatlas für Freunde der Himmelskunde. Leipzig, E. H. Mayer.

Gleichfalls 12 Karten und 6 Bildertafeln, dazu umfangreicher Text und viele Beobachtungsobjekte. Ich halte bei diesem Atlas das Fehlen der figürlichen Darstellungen in den Sternbildern für einen Vorzug.

Littrow, Atlas des gestirnten Himmels, der gänzlich veraltet war, ist endlich von *Becker* für 1940 neu gezeichnet und bei *F. Dümmler* erschienen. Er ist wegen seines bequemen Formates zur Verwendung am Fernrohre besonders gut geeignet. Dieser großen Ausgabe ist ein ausführliches Sternverzeichnis beigegeben. Eine Taschenausgabe, die die älteren Karten mit den Bildern wiedergibt, ist ebendort erschienen.

Argelander und Schönfeld, Atlas des nördlichen gestirnten Himmels. Bonn, Marcus und Weber, 1899. 2. Auflage.

Es ist der Sternatlas! In zwei Mappen sind die Karten des nördlichen gestirnten Himmels vom Pol bis zum Äquator und von dort bis $-23°$ enthalten. Das Sternverzeichnis dazu umfaßt allein 4 stattliche Bände. Wenn

man Himmelsaufnahmen machen will, dürfte dieser herrliche Atlas zum Identifizieren der abgebildeten Sternpünktchen unentbehrlich sein. (Vgl. S. 22 und 27).

I. Sternverzeichnisse.

Außer den Verzeichnissen zum *Heis*schen und *Argelander*schen Atlas gibt es noch ein prächtiges Werk, dessen Anschaffung ich recht empfehlen möchte:

Ambronn, Sternverzeichnis. Berlin, J. Springer, 1890.

Es enthält 7796 Sterne bis herab zur 6.5. Größe mit folgenden Angaben: 1. laufende Nummer. 2. Bezeichnung des Sterns nach Buchstaben und Zahlen sowie das Sternbild. 3. Helligkeit. 4. Mittlere gerade Aufsteigung für 1900 und jährliche Änderung derselben. 5. Mittlere Deklination für 1900 und jährliche Anderung derselben. 6. Nachweis. 7. Bezeichnung des Sterns in der Bonner Durchmusterung. 8. Bemerkungen betreffs Duplizität und Farbe. In einem Anhang findet man noch die Eigenbewegungen von 43 Sternen und Präzessionstafeln auf 45 Jahre vorausberechnet.

Annals of the Harvard College Observatory, vol. 50. Revised Harvard Photometry. Cambridge-Mass. 1908). — Item, vol. 54.*

Band 50 enthält die Örter und Helligkeiten (auch photographisch!) von 9110 Sternen bis herab zur 6.5. Größe für 1900; Band 54 dasselbe (außer den photographischen Helligkeiten) für 36682 Sterne von 6.5. bis etwa 10. Größe. Das Werk ist sehr wertvoll!

Hagen, Atlas Stellarum Variabilium. Berlin, F. L. Dames, 1899. Heute schwer erhältlich und sehr teuer. (Vgl. S. 511—512).

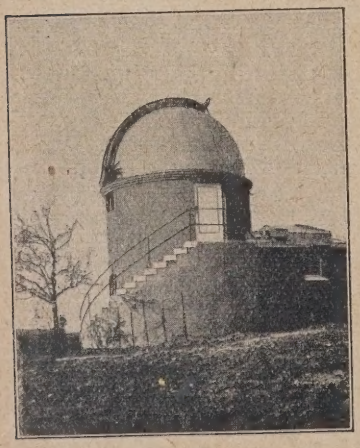


Fig. 8.

Die Ausführung der einzelnen Karten und des zu jeder Karte gehörenden Sternverzeichnisses ist mustergültig und über jedes Lob erhaben. Ein umfangreiches Textwerk über die Veränderlichen erscheint seit 1913 bei *Herder zu Freiburg i. Br.* Die ersten 4 Lieferungen liegen zurzeit vor. Dieses ganze herrliche Werk ist für Beobachter teleskopischer Veränderlicher unentbehrlich.

Wir verlassen nun unsere eigene Sternwarte und wollen noch kurz zwei kleine Privat-Sternwarten besprechen, die in den letzten Jahren ausgeführt worden sind. Die Abb. 8 zeigt uns die Sternwarte des Prof. *Rosenberg* in Tübingen. Der runde Refraktorturm erhebt sich auf einem kräftigen Unterbau. Besonders zu erwähnen ist die Form des Zuganges zum Beobachtungsraume:

*) Ob diese beiden Werke im Wege des Buchhandels erhältlich sind, ist mir nicht bekannt. Das *Harvard Observatory in Cambridge U.S.A.* hat sie an ernstere Freunde der Wissenschaft öfters umsonst geliefert.

die Treppe führt außen um das Gebäude herum, und dadurch fällt im Beobachtungsraume die entsetzliche Klappe im Fußboden über der Treppe fort. Bitte wählen Sie jede andere Art des Zuganges zum Fernrohre, nur verfallen Sie nicht auf diese „Falltür". Sie glauben ja gar nicht wie viele Leutchen sich an diesen „Falltüren" schon die Köpfe halb eingerannt und die Finger drei viertel abgeklemmt oder wenigstens ein Bein ganz verstaucht haben! Also Zugang seitlich und nicht von unten. Die Kuppel ist eine der bekannten und bewährten Holzkuppeln von *Zeiß*, hat 4.30 m Durchmesser und ist mit Ruberoid gedeckt. Der Spaltverschluß ist zweiteilig ausgeführt und parallel verschiebbar (s. o. Bauart 1).

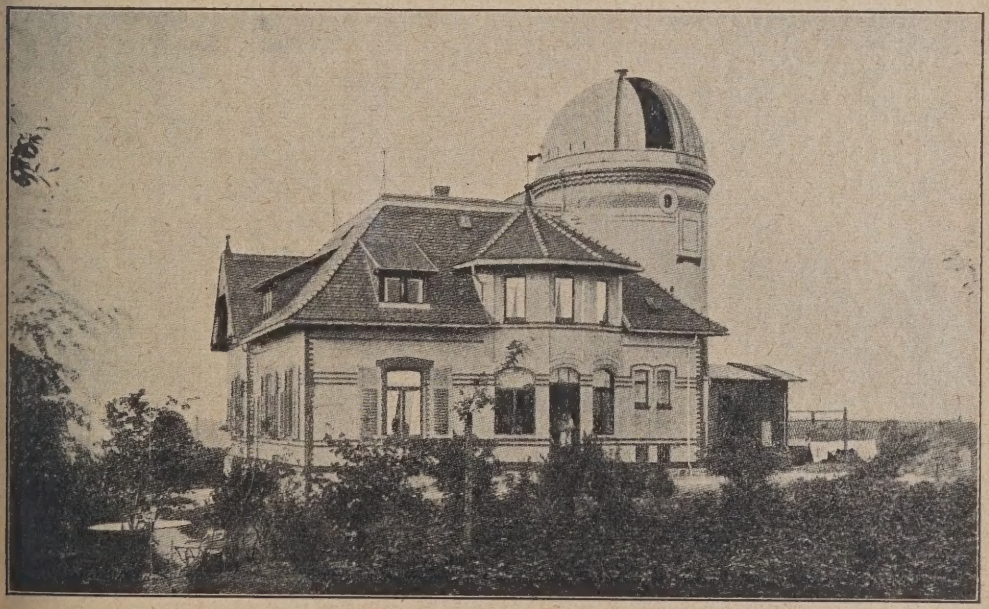


Fig. 9.

Die Fig. 9 stellt das Muster eines Sternwartenbaues in enger Verbindung mit dem Wohnhause des Besitzers dar. Sie wurde 1898 von *F. Krüger* in Altenburg erbaut. Der Refraktorturm wurde, um zwischen den Wohnräumen und der Sternwarte die engste Verbindung herzustellen, so in das Wohnhaus eingebaut, daß der Turm als Treppenhaus verwendet werden konnte, und eine von der Haupttreppe abzweigende Treppe in den Kuppelraum führt (also auch hier keine Falltür!). Vom Refraktorraum ist die aus Holzzement hergestellte Plattform des Daches zugänglich. Das Passagen-Instrument steht in einem Anbau zu ebener Erde auf der Ostseite des Hauses, so daß dieser Raum vor der Bestrahlung durch die Nachmittags- und Abendsonne geschützt wird. (Zur Nachahmung bestens empfohlen!) Arbeitszimmer und Laboratorium liegen im Oberstock dicht beim Kuppelraum. Um den Raum unter dem Fußboden der Stern-

warte für das Treppenhaus genügend ausnutzen zu können, erhielt der Pfeiler eine schornsteinartige Form. Seine Isolierung von dem ihn umgebenden Treppenhause wurde dadurch bewirkt, daß um ihn eine Mauer als Mantel gesetzt ist, welche mit auf dem Fundamente des Refraktorturms ruht und von hier bis zum untersten Flur glockenförmig aufsteigt. Durch Rohre, die in der Höhe des Erdreiches liegen, ist für gute Lüftung des Pfeilers gesorgt. Übrigens bildet der Innenraum eines solchen Pfeilers einen geradezu idealen Platz für die Unterbringung einer Normaluhr. Die Kuppel aus Eisenkonstruktion mit Blechbekleidung hat 4.50 m Durchmesser und ist von *G. Heyde in Dresden* geliefert. Der Spalt reicht nur bis zum Zenit. Der Spaltverschluß ist zweiteilig nach der Bauart 2 ausgeführt, doch lassen sich die beiden Spaltteile so weit herumdrehen, daß die ganze Spaltöffnung frei wird. Als Hauptinstrument wurde ein Doppelrefraktor von *H. Heele in Berlin* aufgestellt; die zwei Objektive, für Beobachtung und Photographie, haben 172 mm Öffnung und 260 bzw. 200 cm Brennweite.

Es ist aufrichtig zu bedauern, daß nach *Krügers* Fortgange aus Altenburg dieser schöne Bau nicht mehr der Himmelsforschung dient.

Und hiermit nehmen wir Abschied von der Privatsternwarte.

Große Sternwarten.

Unter den vielen bedeutenden Staatssternwarten wollen wir nur zwei herausgreifen, die neue Hamburger in Bergedorf und die neue preußische in Babelsberg. Die Fig. 10 zeigt uns den eindrucksvollen Bau, in welchem in Bergedorf das Hauptrohr seinen Platz gefunden hat. Der Bau liegt mit leichter Erhöhung zu ebener Erde, wodurch eine wundervoll sichere Aufstellung des Refraktors ermöglicht ist. Die von *Zeiß* gelieferte Kuppel hat 12.70 m Durchmesser und ist ganz in Eisenkonstruktion ausgeführt. Der Verschluß des breiten

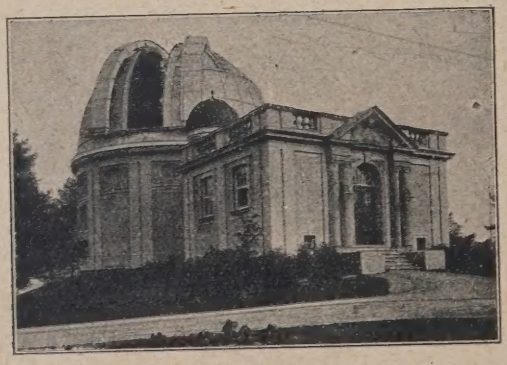


Fig. 10.

Spaltes ist zweiteilig und zeigt die Bauart 2, doch ist der Drehpunkt so weit über das Zenit hinausgelegt worden, daß, ohne die Spaltteile zu weit auseinander schieben zu brauchen, doch der Spalt in seiner ganzen Breite freigegeben wird. Das Objektiv des Refraktors hat 60 cm Durchmesser und ist nach Aussage

der Beobachter ein in seinen Leistungen mustergültiges Erzeugnis deutscher Glasschmelz- und Glasschleifkunst.

Bei der Schilderung der Babelsberger Sternwarte müssen wir etwas länger verweilen; stellt sie doch das Neueste und Vollendetste dar, was in Deutschland

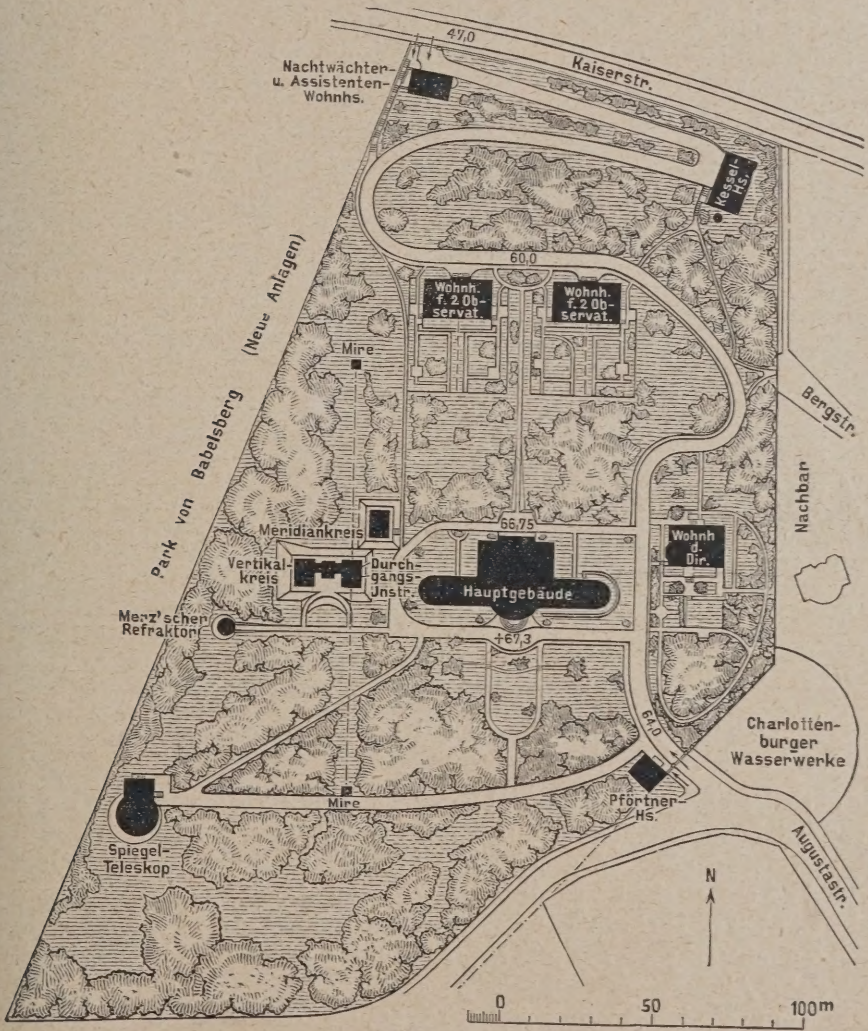


Fig. 11.

in den letzten Jahren geschaffen werden konnte. Wie in Heidelberg und Bergedorf, ist auch in Babelsberg die ganze Anlage großzügig im wahrsten Sinne des Wortes. Die Fig. 11 zeigt uns den Lageplan des etwa 6.6 ha großen, an den Schloßpark angrenzenden Geländes, auf dem sich inmitten eines herrlichen alten Baumbestandes, weit ab vom störenden Verkehr (die nächste Eisen-

bahnlinie liegt über 1 km entfernt) die einzelnen Gebäude erheben. Während es auf dem Gelände in Bergedorf möglich war, alle Instrumente in einzelnen Bauwerken aufzustellen, ließ sich dies in Babelsberg nicht strenge durchführen; man war dort gezwungen, den neuen großen Refraktor und den neuen photographischen Refraktor, die beide von *Zeiß* geliefert wurden, sowie den aus der alten Berliner Sternwarte am *Encke*-Platz mitgebrachten 12zölligen Refraktor in einem gemeinsamen Bau (Fig. 12) zu vereinigen. So sehen wir dieses Hauptgebäude, das auch alle für die Verwaltung der Sternwarte nötigen Räumlich-

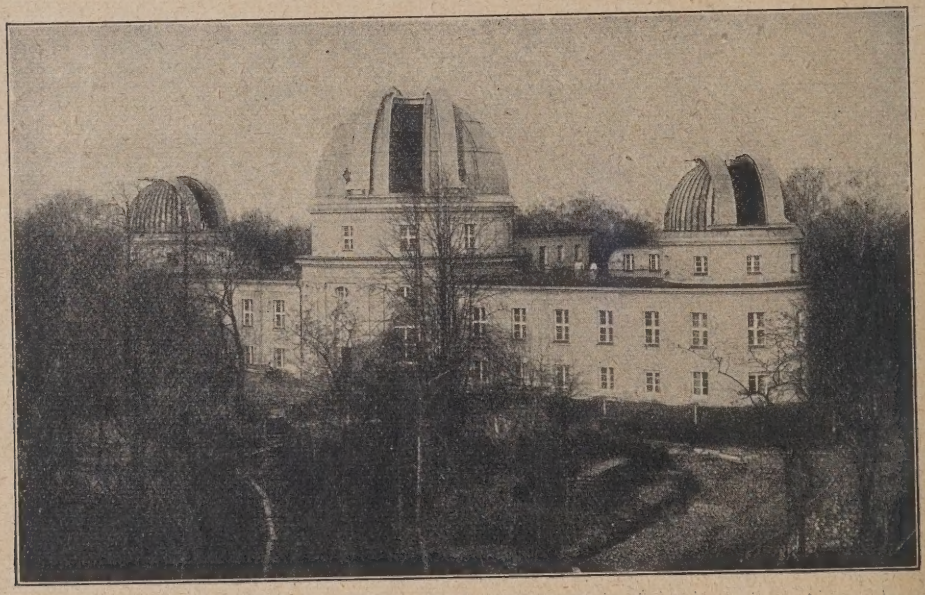


Fig. 12.

keiten enthält, überragt von drei prächtigen Kuppeln, eine von 14.50 m und zwei von je 8.30 m Durchmesser. Unter der Hauptkuppel erhebt sich der massive runde Festpfeiler vom Baugrund 8.50 m hoch und wird zum Wärmeschutz von einer 15 cm starken Eisenbetonwand umgeben. Die Säule des mächtigen Refraktors ist 8 m hoch. Wenn, wie im großen Refraktorbau in Potsdam, zum Beobachten ein fahrbarer Beobachtungsstuhl gebaut worden wäre, so hätte dieser solche Abmessungen erhalten müssen, daß seine Unterbringung in dem Raume kaum möglich gewesen wäre. Deshalb wurde an seiner Stelle der ganze Fußboden in der Form einer Hebebühne ausgebildet. Mit Hilfe derselben kann der Beobachter jede von ihm gewünschte Lage vor dem Okular einnehmen und während der Beobachtung mühelos ändern. In ihrer tiefsten Lage ist die Hebebühne etwa 1.60 m über der Oberkante des Pfeilers; sie läßt sich bis zur höchsten Stellung um 4.25 m heben, so daß dann auch Beobachtungen im Horizont von der Hebebühne bequem angestellt werden können. Die Bühne, deren Gerüst aus eisernem Gitterwerk besteht, ruht auf drei festen Schraubenspindeln und

wird durch Antrieb mit Gleichstrommotoren gehoben und gesenkt. Der Gewichtsausgleich der 28 Tonnen schweren Bühne wird durch drei Gegengewichte (*c* in der Figur) erreicht.

Der Spalt in der Kuppel ist 2.50 m breit und reicht über das Zenit hinweg. Die beiden Hälften des Spaltschiebers reichen vom Fuße des Spaltes ganz über die Kuppel hinweg und ruhen auf der entgegengesetzten Seite mit Drehzapfen am Haupttragering der Kuppel auf. Die etwa 55 Tonnen schwere Kuppel und die Spaltschieber sind in Eisen ausgeführt, ihre Bewegung erfolgt durch Elektromotoren.

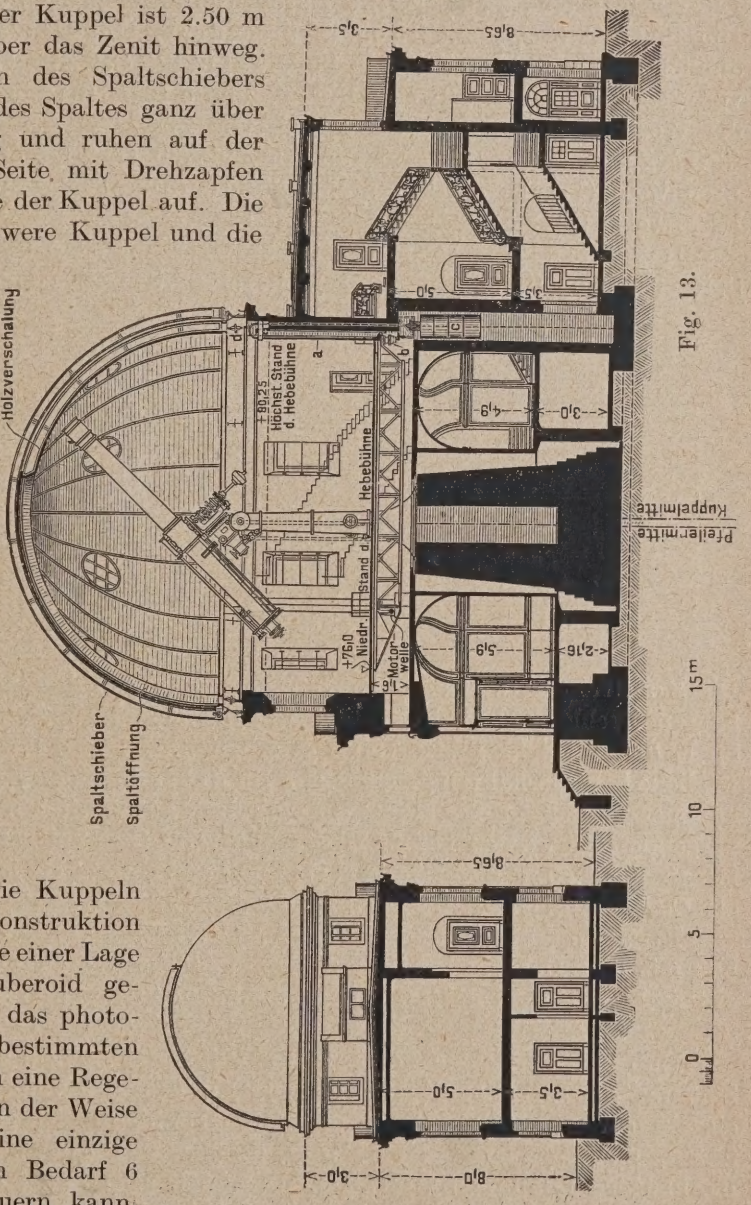


Fig. 13.

Abweichend hiervon stehen die beiden Instrumente unter den kleineren Kuppeln nicht auf Festpfeilern; hier wirken die Decken selbst als Träger und sind dementsprechend stark ausgebildet. Der Fußboden der Kuppelräume liegt natürlich frei über der Decke. Die Kuppeln sind in Holz-Eisenkonstruktion ausgeführt und mit je einer Lage Dachpappe und Ruberoid gedeckt. Bei der für das photographische Rohr bestimmten Westkuppel ist noch eine Regelung der Drehung in der Weise vorgesehen, daß eine einzige Umdrehung je nach Bedarf 6 bis 36 Stunden dauern kann. Bei photographischen Daueraufnahmen kann daher die Spaltöffnung der Uhrbewegung des Rohres selbständig folgen: eine ganz besonders praktische Einrichtung!

Über die im Hauptgebäude untergebrachten Instrumente ist noch im Einzelnen folgendes zu sagen: der große Refraktor hat ein Objektiv von 65 cm Durchmesser (*Zeiß*) mit 10.50 m Brennweite, Öffnungsverhältnis also 1:16, ähnlich dem großen 30-Zöller in Pulkowa; in der Ostkuppel steht der Refraktor von *Zeiß-Repsold* mit 31 cm Öffnung und 5.10 m Brennweite (1:16.5) und in der Westkuppel der neue Astrograph von *Töpfer in Potsdam*, Objektive von *Steinheil*, photographisches Hauptrohr mit 40 cm Durchmesser und 5.50 m Brennweite (1:14), das Leitfernrohr mit 30 cm Durchmesser und ebenfalls 5.50 m Brennweite (1:18.5).

Im südwestlichen Teile des Geländes erhebt sich der Bau für das neue Spiegelteleskop (Grundriß Fig. 14) mit einer Kuppel von 13 m Durchmesser.

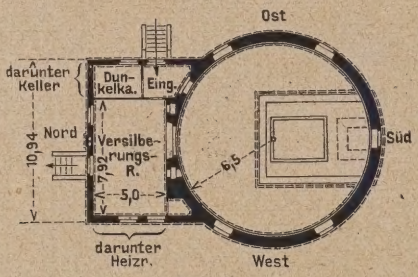


Fig. 14.

Die Konstruktion und die Bewegungsvorrichtungen der ebenfalls von *Zeiß* gebauten Drehkuppel sind dieselben wie auf dem Hauptgebäude, doch hat der Spalt die stattliche Breite von 3 m erhalten. Er wird durch zwei parallel bewegliche Schieberhälften geschlossen. Im Anbau befinden sich noch eine Dunkelkammer und ein großer Raum, in dem das Neu-Versilbern des großen Spiegels vorgenommen werden kann. Dieser Silber-auf-Glas-Spiegel hat 1.20 m Durchmesser mit 8.40 m Brennweite (1:7) und kann sowohl als *Newton*scher wie auch als *Cassegrain*scher Reflektor benutzt werden. Er wurde von *Zeiß* geliefert.

Etwas nordöstlich steht dann gleichfalls zu ebener Erde der kleine Refraktorbau mit 5 m Durchmesser, in welchem zunächst ein älterer 6-Zöller von *Merz* untergebracht ist. Die Drehkuppel stammt von dem alten Gebäude der Berliner Sternwarte.

Nun zu den Gebäuden, in welchen die Instrumente zur Bestimmung der Zeit und der Sternkoordinaten stehen. Nordwestlich vom Hauptgebäude steht einzeln der Bau (Fig. 15) für den alten Meridiankreis, bestehend aus einem festen, niedrigen Unterbau 6×8 m, darüber das Dach in Form eines flachen Korbbogens mit 8 m Spannweite. Der Spalt reicht über die ganze Länge des Daches hinweg, ist 3 m breit und wird durch geteilte Schieber geschlossen. Um eine unmittelbare Bestrahlung der großen Eisenflächen zu vermeiden, hat man über der Blechverkleidung des ganzen Gebäudes noch eine Verkleidung von Brettern in doppelter Schicht hinzugefügt, deren einzelne Bretter gegeneinander versetzt angeordnet sind. Der hier untergebrachte Meridiankreis wurde

1868 von *Pistor* und *Martins* gebaut und hat bei 19 cm Öffnung 2.60 m Brennweite (1:13,7).

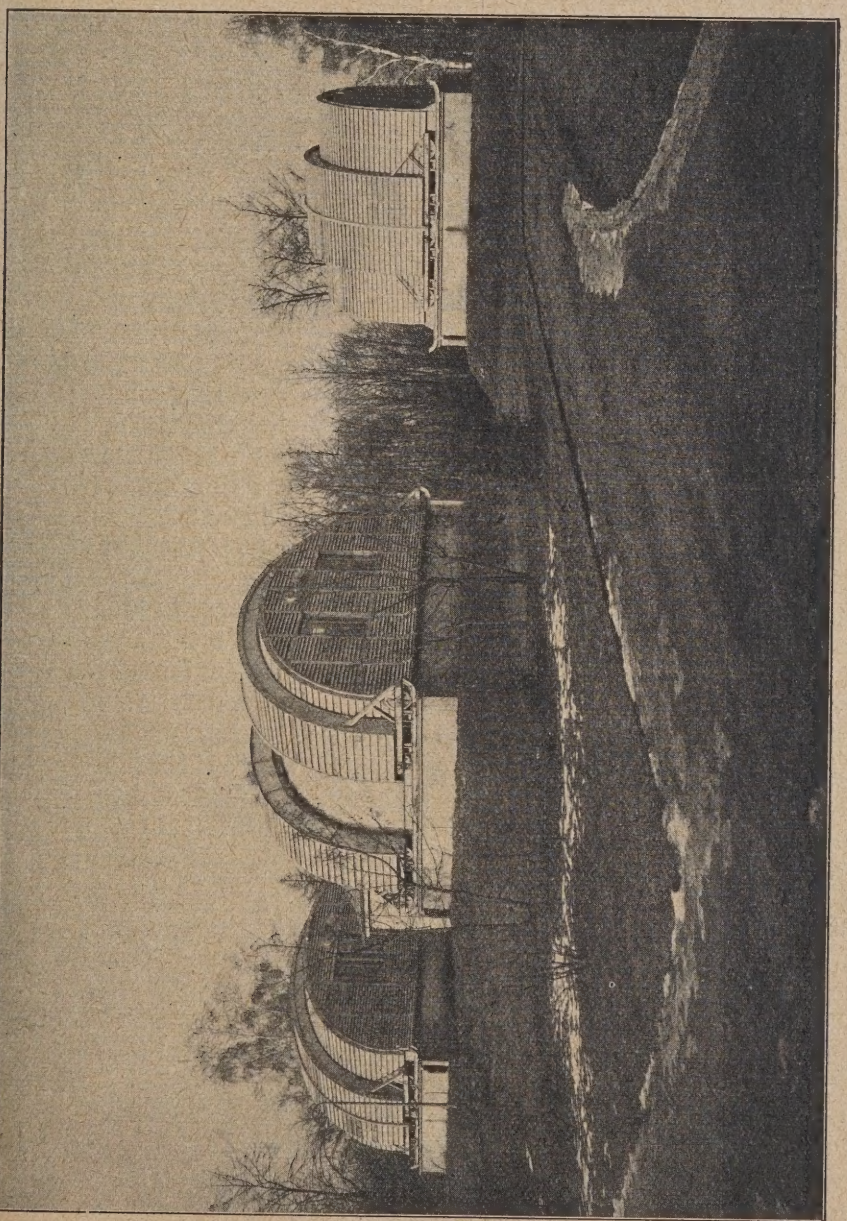


Fig. 15.

Zwei ganz ähnliche Gebäude, durch einen Mittelbau verbunden, stehen südwestlich davon. Sie enthalten ein neues Durchgangsinstrument von *Töpfer*, Objektiv von *Reinfelder & Hertel* mit 19 cm Durchmesser und 2.50 m Brenn-

weite (1:13.2). In dem Keller unter dem Mittelbau befindet sich ein ringsherum hermetisch abgeschlossener Raum für die Aufstellung von Uhren.

Zur weiteren instrumentellen Ausrüstung der Sternwarte gehören noch ein älterer 4½-Zöller von *Merz & Mahler* mit 1.95 m Brennweite (1:17), ein neuer 5-zölliger Kometensucher von *Zeiß* mit nur 70 cm Brennweite (1:5.3!) und ein neues 10-cm-Rohr von *Zeiß* mit 1.50 m Brennweite (1:15).

Die große Uhrenanlage entspricht dem hohen Werte der ganzen Ausrüstung. Neu beschafft wurden zwei erstklassige Normaluhren von *Riefler in München*, eine Normaluhr von *Richter in Berlin* und eine nach mittlerer Zeit gehende Uhr für den Zeitdienst, gleichfalls von *Richter*. In einem großen Kellerraume des Hauptgebäudes sind an starken Pfeilern, die in der Mitte aufgeführt sind, drei Uhren aufgehängt, eine ältere luftdichte Normaluhr (*Tiede 400*) mit *Riefler*schem Nickelstahlpendel, eine ältere Normaluhr (*Tiede 3*) mit Quecksilberpendel und die neue Uhr (*Richter 50*) mit Aneroid-Kompensation (s. Abschnitt „Uhren") und Nickelstahlpendel. In dem vorher erwähnten Uhrenkeller beim Durchgangsinstrument hängen an Pfeilern die neue luftdichte *Riefler*-Uhr (*356*) mit Nickelstahlpendel und die *Riefler*-Uhr (*346*) mit Aneroid-Kompensation und Nickelstahlpendel. Weiter sind eine Anzahl Pendeluhren zweiter Güte (*Tiede 40*, *387* und *428*, *Hohwü 23* und *Seiffert 3*) zum Teil im Uhrenzimmer, zum Teil bei den Beobachtungsinstrumenten aufgestellt. Fast alle Uhren werden früh morgens automatisch miteinander verglichen. Für die Registrierung der Uhrzeiten bei den Beobachtungen sind teils *Fueß*sche, teils *Hipp*sche Chronographen vorhanden, auf welche je nach Bedarf verschiedene Uhren sich schalten lassen.

Mit Rücksicht auf den Zeitdienst wurde eine drahtlose Anlage geschaffen, um die Zeitsignale von Nauen, Norddeich und Paris abhören zu können, wozu eine 300 m lange Antenne vom Hauptgebäude nach einem im Garten stehenden hohen Maste gezogen wurde.

Auf dem Grundstücke stehen ferner noch folgende Gebäude: das Wohnhaus des Direktors, zwei Wohnhäuser für je zwei verheiratete Beobachter, ein Haus für Assistenten, ein Pförtner- und ein Kesselhaus, die alle mit Gas, Wasser und Strom versorgt werden. Eine große Fernsprechanlage mit zunächst 15 Sprechstellen vermittelt den Verkehr innerhalb der Sternwarte und mit der Außenwelt.

Die Polhöhe des großen Refraktors ist $52°24'24''.19$, die östliche Länge von Greenwich (*Transit-Circle*) ist $0^h52^m25^s.494$.

So ist hier eine Musteranstalt entstanden und im Kriege unter immer schwieriger werdenden Verhältnissen vollendet, auf der Grundlage deutscher Geisteskraft, deutscher Baukunst, deutscher Optik und Mechanik!

Nun dürfen Sie sich das Herz nicht schwer werden lassen. Das Wort von dem Raum, der auch in der kleinsten Hütte ist, wird bei uns Liebhabern zur köstlichsten und oft tiefst empfundenen Wahrheit!

Hans Kolbow.

Elektrische Einrichtungen auf Sternwarten.

Eine moderne Sternwarte ohne elektrische Einrichtungen ist kaum denkbar. Wenn wir in unserer eigenen kleinen Sternwarte auch Starkstromanlagen notgedrungen dem Installateur (Zwangsinnung!) übergeben müssen, so sind wir anderseits in der Lage, die Schwachstromanlage in allen ihren Teilen uns selbst einrichten oder gar herstellen zu können. Hierauf soll in diesem Abschnitt, der sich an das Sternwartenkapitel eng anschließen wird, besonderes Gewicht gelegt werden. Seien unsere Leser versichert, daß ihnen die eigene Anlage und Selbstherstellung höchste Befriedigung bereiten wird. Aber auch an Fehlschlägen wird es nicht mangeln, denn auch der Schwachstrom ist, wenn schon kein gefährlicher, so doch ein launenhafter Geselle, und wird oft dort, wo seine Kontaktstellen liegen, direkt widerspenstig.

Bei einer großen Sternwarte, wie sie in der Babelsberger Anlage geschildert wurde, findet die Elektrizität in weitestem Umfange Anwendung, als Starkstrom (Wechsel- und Gleichstrom) beim Betriebe der Motoren zum Drehen der Kuppeln, Öffnen der Spaltverschlüsse, selbständigen Aufzug der schweren Fernrohruhrwerke, Heben und Senken der Bühne und für die gesamte Beleuchtung, während fast alle anderen elektrischen Einrichtungen mit Schwachstrom arbeiten. Diese kleineren, aber um so zahlreicheren Anlagen umfassen folgende Gebiete: selbsttätiger Aufzug der Pendeluhren (s. Abschnitt „Uhren"), elektrische Kontakte der Pendeluhren zum Betriebe der Synchronisation von Nebenuhren oder Sekundenspringern, Chronographen, Sekundenklopfern, Regulierung des Ganges der Fernrohruhrwerke und zur elektrischen Feinbewegung dieser Uhrwerke in der Stundenbewegung. Für spektroskopische Arbeiten ist sogar eine kleine Funkeninduktoranlage notwendig, um mit Hilfe von *Geissler*schen Röhren die Spektra irgendwelcher Gase erzeugen zu können, mit denen die beobachteten oder zu photographierenden Spektra der himmlischen Objekte im Spektroskop verglichen werden sollen.

Bei älteren Schwachstromanlagen für die Uhren usw. dienten zur Stromerzeugung fast ausschließlich nasse Dauerelemente, und zwar die schwachen, aber äußerst gleichmäßigen *Meidinger*-Ballon-Elemente, wenn mit Ruhestrom gearbeitet, und die stärkeren, aber weniger ausdauernden *Leclanché*-Elemente, wenn Arbeitsstrom benutzt wurde. Der typische Unterschied zwischen den beiden Arbeitsarten ist folgender: beim Ruhestrom ist der Stromkreis dauernd geschlossen, wird im maßgebenden Augenblicke unterbrochen und läßt dann den festgehaltenen Anker des Elektromagneten los, während der Arbeitsstrom

im gewollten Augenblick geschlossen und nur in der beabsichtigten Dauer des Kontaktes geschlossen gehalten wird. Die Wahl einer dieser beiden Arbeitsarten darf als Geschmackssache gelten, doch dürfte die Verwendung von Ruhestrom im allgemeinen die größere Zuverlässigkeit bieten.

Die nassen Elemente, die immerhin ab und an einer geringen Wartung bedürfen, wurden später durch die sogenannten Trockenelemente abgelöst, die, soweit es sich um bewährte Fabrikate handelt, gute Dienste leisten; allerdings erscheint mir ihre Verwendung auf den Arbeitsstrom beschränkt. Irgendeiner Überwachung bedürfen diese Elemente nicht, nur müssen sie an einem kühlen und vor Sonnenstrahlen geschützten Platze stehen.

Das *Meidinger*-Element hat eine Klemmenspannung von 0.8 Volt, das *Leclanché*- und ein gutes Trockenelement 1.4 Volt. Außer diesen drei Elementen kommen noch in Frage: das Kohlen-Beutel-Element (1.5 Volt), das Braunstein-Zylinder-Element (1.4 Volt), das *Fleischer*-Standkohlen-Element (1.4 Volt) und das kleine *Meidinger-Krüger*-Element (0.8 Volt).

In der Neuzeit sind nun alle diese Elemente durch die Akkumulatoren verdrängt worden, die bei sorgfältiger Behandlung eine lange Lebensdauer haben. Offene Zellen sind dabei nicht zu empfehlen, es sei denn, daß sie in abgesonderten Räumen aufgestellt sind, in denen sich keine Uhren, Meßapparate oder dgl. befinden. Als Zelle mittlerer Größe, wie sie bei unseren kleineren Anlagen in Frage kommt, gilt eine solche mit einem Fassungsvermögen von 3.5 Ampère-Stunden, d. h., daß wir aus der Zelle 7 Stunden lang 0.5 Ampère oder 35 Stunden lang 0.1 Ampère entnehmen können. Eine kleine Metallfadenlampe für 2 Volt Spannung und mit einer Leuchtkraft gleich 0,6 *Hefner*-Kerzen gebraucht 0.3 Ampère, würde also mit unserer Zelle ununterbrochen 12 Stunden lang gebrannt werden können. Die Zelle hat gleich nach Beendigung der Ladung etwa 2.3 V., doch sinkt diese Spannung bald auf 2 V. und dann ganz langsam weiter auf 1.86 V. Unter 1.83 V. soll die Spannung überhaupt nicht sinken, und die Zelle muß dann neu geladen werden. Auf jeder Zelle ist der Maximal-Lade- und Entladestrom vermerkt.

Sehr praktisch sind die Doppelzellen, in gemeinsamem Glase mit trennender Glaswand. Sie geben die doppelte Spannung von 4 V., und dies ist auch wohl die geringste Spannung, die im Betriebe von Apparaten noch gut verwendet werden kann und von *Riefler in München* auch bei größeren Zeitdienstanlagen allgemein verwendet wird. Natürlich kommt man mit einer Doppelzelle allein nicht aus, eine Reservezelle mit gleicher Spannung oder statt ihrer 3 Trockenelemente sind unentbehrlich.

Der Stromverbrauch in unseren kleinen Anlagen ist nun in der Tat sehr bescheiden und rechnet nur nach Milli-Ampère (MA.). Nach *Riefler* werden von einer Hauptuhr und einer von ihr synchronisierten Nebenuhr dauernd nur 4.9 MA. verbraucht, und da würde unsere kleine Zelle schon 72 Stunden lang aushalten, wenn ihr inzwischen keine neue Nahrung zugeführt würde. Hierfür gibt es nun, wenn wir über Gleichstrom im Lichtnetze verfügen, einen wunderbar einfachen Weg, die sogenannte kontinuierliche Ladung. Eine solche Anlage kann man sich mit den einfachsten Mitteln selbst schaffen, wie die Fig. 1 zeigt,

Auf einem kleinen Brett montiert man sich 4 Glühlampenfassungen, 4 Klemmen und ein kleines Bord, auf welchem die Zelle ihren Platz findet. In die Fassungen schraubt man 4 Kohlenfadenlampen von 220 V. für 5 Kerzenstärken, die zusammen einen Widerstand von etwa 7850 Ohm (Ω) besitzen. Diese Lampen werden hintereinander geschaltet, so daß der Strom sie der Reihe nach durchlaufen muß. Die Ladestromstärke ist dann $(110-4):(7850) = 13.5$ MA. Es ist also ein reichlicher Überschuß vorhanden! Es muß nur darauf geachtet werden, daß wir auch mit dem +-Pol der Starkstromleitung an den +-Pol der Zelle gehen und die Pole niemals vertauschen. Man findet den +-Pol, indem man die Drahtenden, ohne daß sie sich berühren, in angesäuertes Wasser taucht, wobei der +-Pol braust, der —-Pol schäumt, oder auch mit Hilfe von Pol-Reagenzpapier, indem man auf das gut feuchte Papier die zwei Drahtenden getrennt auflegt; am —-Pol zeigt sich dann ein roter Fleck.

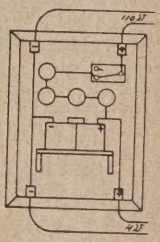


Fig. 1.

Kerzen	Volt	Widerst. in Ω
5	220	1500/2000
5	110	600/900
10	110	400/500
16	110	230/330
25	110	120/150

Für den Fall, daß wir mit etwas stärkerem Strom laden wollen, findet man in der vorstehenden Tafel die Widerstände von handelsüblichen Kohlenfadenlampen, die man als Vorschaltwiderstände benutzen kann. Bei geringster Temperatur, wenn also der Faden nicht zum Glühen kommt, hat die Lampe ihren höchsten Widerstand und umgekehrt. Den Anschluß an das Schaltbrett erzielt man leicht dadurch, daß man mit einer Doppelschnur an eine normale Steckdose herangeht; dann braucht man keinen Installateur zu Rate zu ziehen.

Etwas anders wird es nun, wenn im Lichtnetze Wechselstrom (in fast allen Fällen zwei Phasen von Drehstrom) fließt. Auch da gibt es Rat, nur müssen wir uns einen „Gleichrichter“ beschaffen, den jede gute elektrische Firma liefern oder besorgen wird. Dieser Gleichrichter läßt nur Strom einer Richtung durch und verwandelt dadurch den Wechselstrom in Gleichstrom. Da aber die eine Hälfte des Wechselstroms vernichtet wird, so wäre auch der abgelieferte Gleichstrom nur die Hälfte dessen, was man gebraucht. Anderseits hat aber der Wechselstrom fast stets 220 V. Spannung, und das gleicht die Sache wieder aus. Man erhält, dasselbe Schaltbrett vorausgesetzt, $0.5\,(220-4):7850 = 13.8$ MA. Ich brauche wohl nicht zu sagen, daß alle diese Werte nur Näherungswerte sind und sich völlig nach dem tatsächlichen Widerstande der gekauften Lampen richten. Diesen Widerstand wird uns jedes größere Geschäft, das über ein „Universal-Meßinstrument“ verfügt, gerne feststellen.

Wir wollen nun die einzelnen Schwachstromwege besprechen.

Die Beleuchtung des Rohres.

Für Beleuchtung am Refraktor kommen in Frage: Stunden- und Dekli nationskreis, Gesichtsfeldbeleuchtung und gegebenenfalls Beleuchtung für da Mikrometer. Gewiß ist die fest angebrachte Beleuchtung an den Kreisen un am Mikrometer das Ideal, aber sie ist nicht leicht auszuführen und erfordert wenn sie dauerhaft und zweckmäßig zugleich sein soll, eine nicht geringe Hand fertigkeit. Ich habe daher auf diese Art Beleuchtung verzichtet und benutz bereits seit Jahren eine kleine Handlampe mit 4 V. Spannung, mit Klein-*Edison* Gewinde, die mit Hilfe eines an der Fassung befindlichen Hakens überall an Rohre eingehängt werden kann. Das Glühlämpchen selbst befindet sich i einem dünnen, etwa 10 cm langen zylindrischen Zinkblechrohr, welches an di Fassung angelötet oder auf dieselbe fest aufgeschoben ist. Dieses innen wei lackierte Rohr schützt sowohl die Lampe vor Zerstörung als auch das Aug vor den Lichtstrahlen und läßt das Licht der Lampe nur in einem sehr enge Strahlenkegel austreten. Mit dieser leichten und sehr praktischen Handlamp kann man alles, was man sehen will, zur gewünschten Zeit ausreichend he beleuchten, und wird selbst von keinem Lichte geblendet. Für die Feldbeleuch tung benutze ich nur 2-Volt-Lämpchen in Liliputfassung. Das winzige Lämp chen wird mittels eines Halteringes an der Objektivfassung oder vorne an de Taukappe so angebracht, daß es eben in die Fläche des Objektives hineinrag Die günstigste Stellung muß durch Versuch ermittelt werden. In diesen Stron weg wird ein regelbarer kleiner Widerstand eingeschaltet, welcher gestatte das Licht bis zum Verlöschen des Lämpchens abzudunkeln. Diese Feldbeleuc tung wird natürlich nur gebraucht, wenn man ein Objekt am Faden beobachte will, sei es beim Photographieren, sei es beim Messen mit dem Mikromete

Für den Betrieb dieser Refraktorbeleuchtung ist nicht unbedingt Gleic strom erforderlich, vielmehr tut hier bei Wechselstrom im Lichtnetze der „Klinge transformator" ausgezeichnete Dienste. Von ihm kann man je nach Wunsch 5 oder 8 V. Spannung abnehmen; man richtet sich beim Kaufe der Lämpch nach dieser Spannung. Wie man die Drähte der Starkstromleitung an die beid Hauptklemmen des Transformators anschließt, ist dabei gleichgültig. Zweifell bietet dieser Betrieb gegenüber dem Akkumulatorbetrieb größte Vorteile; versagt allerdings auch in demselben Augenblicke, wo der Strom im Lich netze aus irgendeinem Grunde ausbleibt.

Stromwege zum Betriebe von Apparaten.

Hier will ich nun gleich vorausschicken, daß die Grundbedingung überhau das Vorhandensein eines Sekundenkontaktes in der Pendeluhr ist, denn hiera kommt letzten Endes die Sache doch immer wieder heraus. Die Bauart d Kontaktes (s. Abschnitt „Uhren") ist Nebensache.

Die beste Stromart zum Betriebe von Apparaten mit Elektromagnet bleibt unbestritten der Gleichstrom, während der schwachgespannte Wechs strom aus dem Transformator nur eine Ausnahme bildet. Allerdings hat e

Chronographenanlage mit Relais, die ich in Düsseldorf auf einer Privatsternwarte versuchsweise einrichtete, befriedigende Ergebnisse gezeitigt. In den folgenden Ausführungen nehmen wir nun das Vorhandensein von Gleichstrom mit 4 V. stillschweigend an.

Widerstände, Vorschaltwiderstände und Stromverbrauch in den einzelnen Stromkreisen.

Nach praktischer Erfahrung arbeitet ein Elektromagnet mit der 4-Volt-Spannung am besten, wenn der Widerstand in jeder Spule etwa 50 Ohm (Ω) beträgt. Man schaltet nun in alle Stromwege noch einen Rheostaten mit veränderlichem Widerstande ein und stimmt den gesamten Widerstand so ab, daß der Stromverbrauch den gewollten Betrag in Milli-Ampère nicht übersteigt. Die Elektromagnete kann man alle leicht selbst herstellen, die Spulen in einschlägigen Geschäften fertig kaufen oder in wenigen Tagen anfertigen.

Nun sind aber die Stromwege der Elektromagneten nicht die einzigen, welche der Strom zu durchlaufen hat. Es hat sich in der Praxis herausgestellt, daß Kontaktstellen, an denen Funken auftreten, am besten vor Verbrennung („Korrosion") geschützt werden, wenn man parallel zum Kontakte eine Drahtspule mit sehr hohem Widerstande schaltet. In dieser sogenannten „Antifunkenspule" hat der beim Öffnen des Kontaktes durch Selbstinduktion in der Drahtwicklung der Elektromagneten auftretende hochgespannte, den gefährlichen „Öffnungsfunken" bildende „Extrastrom" Gelegenheit, sich totzulaufen. Wollte man diese Antifunkenspule in derselben Weise herstellen, wie eine normale Magnetwicklung, nämlich immer in demselben Drehsinne um den (Holz-) Kern gewickelt, so würden wir durch Selbstinduktion wieder einen neuen, noch höher gespannten Extrastrom erhalten und das Gegenteil von dem erreichen, was beabsichtigt ist. Aus diesem Grunde werden die Antifunkenspulen, die man auch „Funkenlöschspulen" nennt, „bifilar" gewickelt, d. h. man beginnt mit dem Aufwickeln des abgemessenen Drahtendes in dessen Mitte und wickelt so die Spule aus dem Doppeldraht fertig. Zum Schlusse behält man also zwei Drahtenden gleichzeitig in der Hand und legt die Enden dann unter die vorgesehenen Klemmschrauben. Nur eine bifilare Funkenlöschspule ist frei von Selbstinduktion.

Wir wenden uns nun zu den einzelnen Stromkreisen, wie sie in einer modernen Uhrenanlage vorhanden sind. Die mitgeteilten Werte sind von *Riefler in München* in seinen mustergültigen Uhrenanlagen erfahrungsmäßig erprobt und festgelegt.

1. Elektrischer Aufzug einer Uhr. Der hierzu benutzte, im Uhrwerke selber untergebrachte Magnet hat nur eine einzige Spule mit 50 Ω; dazu kommt noch eine Widerstandsspule mit 25, zusammen also 75 Ω. Wäre der Strom unserer 4-V.-Zelle in diesem Stromwege dauernd geschlossen, so wäre der Stromverbrauch $= 4 : 75 = 53$ MA. Nun wird aber der Stromkreis nur alle 30 Sekunden auf die Dauer von 0.1 bis 0.2 Sekunden geschlossen, und so vermindert sich der Stromverbrauch im Hauptstromkreise auf eine kontinuier-

liche Stromabgabe von $4 \times 1000 : 75 \times 30 \times 5 = 0.4$ MA. Im Nebenschlusse liegt eine Antifunkenspule mit 1500 Ω; hier beträgt der Stromverbrauch $4 \times 1000 : (75 + 1500) = 2.5$ MA. Somit ist der gesamte Verbrauch des elektrischen Aufzuges, als Dauerverbrauch gerechnet, $0.4 + 2.5 = 2.9$ MA.

2. Synchronisation einer Nebenuhr. Der benutzte Elektromagnet hat zwei Spulen, also 100, der Vorschaltwiderstand 450, zusammen 550 Ω. Der Stromverbrauch ist demnach $4 : 550 = 7.3$ MA. Da aber der Strom bei der Synchronisation, wie sie von *Riefler* angewendet wird, nur für die Hälfte der Betriebsdauer geschlossen ist, so vermindert sich der Verbrauch im Hauptstromkreise auf $4 \times 1000 : 550 \times 2 = 3.6$ MA. Im Nebenschluß liegt eine Funkenlöschspule mit 2500 Ω, Stromverbrauch dort also $4 \times 1000 : (550 + 2500) = 1.3$ MA. und Gesamtverbrauch $3.6 + 1.3 = 4.9$ MA.

3. Relais zum Betriebe eines Chronographen. Bei einem Widerstand von 150 im Relais selbst und 150 im Vorschaltgebiete, zusammen 300 Ω, ist der Verbrauch $4 : 300 = 13.3$ MA. Unter der Annahme, daß das Relais durchschnittlich täglich 1 bis 2 Stunden in Betrieb ist und wegen der Art des Kontaktes nur während der Hälfte der Betriebszeit auch unter Strom steht, berechnen wir uns den wirklichen Stromverbrauch im Hauptstromkreise zu $4 \times 1000 : 300 \times 18 \times 2 = 0.4$ MA. Die Funkenlöschspule mit 2500 Ω läßt im Nebenstromkreise noch einen Strom von $4 \times 1000 : (300 + 2500) \times 18 = 0.1$ MA. fließen, so daß der Gesamtverbrauch des Relais sich zu 0.5 MA. ergibt.

4. Chronograph. Da hier ein kräftiges Anzugsmoment verlangt wird, ist der Widerstand der Magnetwicklung nur zu 50 und der Vorschaltwiderstand zu 30 Ω angenommen, Verbrauch also $4 : 80 = 50$ MA. Relais und Chronograph haben natürlich dieselbe Betriebsdauer, und der reduzierte Stromverbrauch ergibt sich zu $4 \times 1000 : 80 \times 18 \times 2 = 1.4$ MA. Die Funkenlöschspule im Nebenstromkreise verbraucht bei 1500 Ω gleichzeitig $4 \times 1000 : (80 + 1500) \times 18 = 0.1$ MA.; Gesamtverbrauch $1.4 + 0.1 = 1.5$ MA.

5. Sekundenklopfer. Er hat wie der Chronograph den geringen Widerstand von 50 und vorgeschaltet dasselbe, zusammen 100 Ω. Verbrauch demnach $4 : 100 = 40$ MA., oder, auf die Betriebsdauer des Relais umgerechnet, $4 \times 1000 : 100 \times 18 \times 2 = 1.1$ MA. Im Nebenstromkreise liegt eine Funkenlöschspule mit 2500 Ω, also reduzierter Verbrauch $4 \times 1000 : (100 + 2500) \times 18 = 0.1$ MA., zusammen 1.2 MA.

6. Ferneinstellung. Die beiden Magnete haben je zwei Spulen, also je 100 Ω. Vorgeschaltet wird noch so viel Widerstand, daß der Verbrauch etwa 15 MA. beträgt. Da diese Einrichtung wohl ausschließlich bei längeren Fernleitungen verwendet wird, so ist der Widerstand dieser Leitung für die Auswahl des Vorschaltwiderstandes maßgebend. Als Zellenspannung wird hierbei 8 V. gewählt.

Angenommen, wir haben in der Synchronisation eine Nebenuhr ununterbrochen und ein Relais und einen Chronographen 1 bis 2 Stunden täglich in Betrieb, so ist der Verbrauch aus der Zelle $4.9 + 0.5 + 1.5 = 6.9$ MA. Der oben berechnete Ladestrom mit dauernd 13.5 MA. ist also auch für den Fall, daß wir später noch eine zweite Uhr synchronisieren wollen, mehr als aus-

reichend. Außerdem geben uns die angeführten Zahlenbeispiele die Möglichkeit, jede andere gewünschte oder aus den Verhältnissen sich notwendig ergebende Ladestromstärke selbst zu berechnen, und diese Hinweise auf die Praxis sind ja gerade der Zweck unseres Handbuches.

Zur Messung der Stromstärke dienen Milliampère-Messer; aber man falle über die zurzeit üblichen Preise nicht auf den Rücken! Erwünscht sind diese Meßapparate nur in den Stromkreisen der Synchronisation und des Relais. Bei der Synchronisation leistet der Apparat uns noch den Dienst eines Kontrollapparates, indem wir an dem Ausschlage der Nadel uns stets vergewissern können, daß die Leitung auch tatsächlich unter Strom steht.

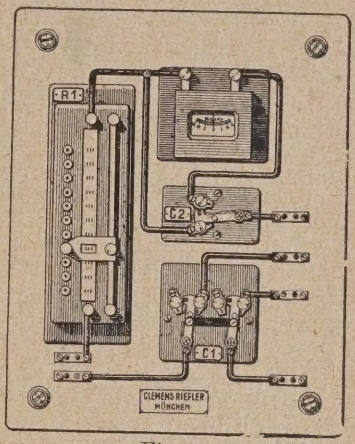


Fig. 2.

Für eine nur aus Hauptuhr, Relais und Chronograph bestehende Anlage liefert *Riefler* die in Fig. 2 dargestellte kleine Schalttafel, auf welcher ein veränderlicher Vorschaltwiderstand R_1, ein MA.-Messer mit dem einfachen Umschalter C_2 und ein doppelter Ausschalter C_1 für das Relais und den Chronographen angebracht sind. R_1 dient zur Einstellung des Relaisstromes, der etwa 13 MA. betragen muß. Der Vorschaltwiderstand für den Chronographen wird neben diesem selbst angebracht. Die Schaltung der ganzen Anlage ist aus Fig. 3 zu ersehen. Zum Betriebe sind zwei Batterien von je drei Elementen erforderlich.

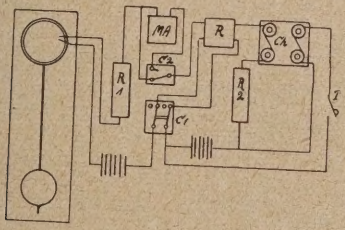


Fig. 3.

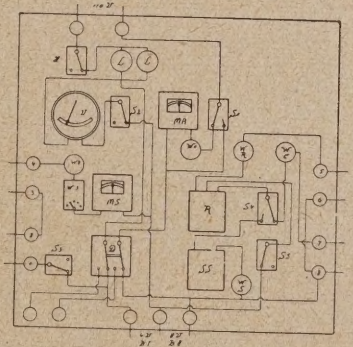


Fig. 4.

Akkumulatoren mit Dauerladung sind bei dieser einfachen Anlage nicht vorgesehen.

Die Schaltung der für meine eigene Sternwarte geschaffenen Uhrenanlage zeigt Fig. 4. Vorhanden sind: eine Hauptuhr mit Sekundenkontakt und eine von ihr synchronisierte Nebenuhr. Diese ist ebenfalls mit Sekundenkontakt versehen und betreibt die Nebenapparate, bestehend aus Relais, Chronograph und Sekundensummer. Zum Betriebe sind zwei Akkumulatoren-Batterien vorhanden, eine Doppelzelle B_1 mit 4 V. für die Synchronisation, und vier einzelne Zellen B_2 mit 8 V. für Relais, Chronograph und Summer. Die von *Riefler* ab-

weichende Voltzahl, nämlich 8 V., wurde notwendig, da der als Chronograph benutzte einfache *Morse*-Apparat (ein früherer Streckenapparat der Staatsbahn der sich nie hat träumen lassen, daß er einmal der Himmelskunde dienen sollte und sich daher auch in seinem Innern gar nicht darauf eingestellt hatte) bei 4 V nur unsicher, bei 6 V. schon gut, aber bei 8 V. völlig zuverlässig arbeitet. De zur Dauerladung zugeführte Starkstrom mit 110 V. kann durch den Haupt schalter H ausgeschaltet werden. Die Dauerladung ist durch den Vorschalt widerstand W_1 und eine 220-V.-5-Kerzenlampe auf 9 MA. gebracht. Wen eine etwas kräftigere Ladung erfolgen soll, wird eine zweite gleiche Lampe de ersten parallel geschaltet, wodurch die Stromstärke auf 10.5 MA. steigt. I diesen Stromkreis ist ein Milliampère-Messer dauernd eingeschaltet. Nebe dieser Dauerladung können von derselben Schalttafel durch Umlegen des Doppel schalters D nach links auch die am Refraktor benutzten Zellen kräftig gelade werden, wobei dann eine Lampe 110 V. 32 Kerzen eingeschraubt und W_1 un $M.A.$ durch Umschalten bei S_1 ausgeschaltet werden. Während dieser kräftige Ladung ist nur die Dauerladung für B_1 und B_2 unterbrochen, während di ganze Anlage trotzdem unter Batteriestrom bleibt. R ist das Relais, SS ei Sekundensummer, V ein Spannungsmesser für B_1, durch S_2 vorübergehen einzuschalten; WR, WS und WC sind die Vorschaltwiderstände für Relai Summer und Chronograph, S_3 ein Ausschalter für die Synchronisation, MS ei dauernd in die Synchronisation eingeschalteter MA.-Messer, W_2 ein fester un W_3 ein veränderlicher in dieser Leitung liegender Widerstand, S_4 ein Un schalter für Summer und Chronograph, S_5 ein Ausschalter für das Relais. A die Klemmen *1* und *2* ist die Leitung des Sekundenkontaktes der Hauptul gelegt, die dann von *3* und *4* zum Elektromagneten der Synchronisation in d

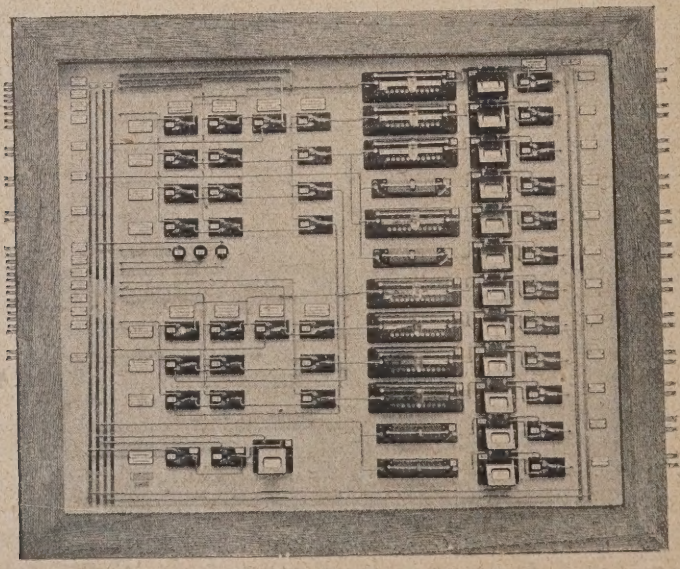


Fig. 5.

Nebenuhr weitergeführt ist. An *5* und *6* kommt die Leitung eines bei der Nebenuhr hängenden Handkontaktes, des Tasters für den Chronographen und des Sekundenkontaktes der Nebenuhr, an *7* und *8* der Chronograph selbst. Die Anlage wird mit Arbeitsstrom betrieben und arbeitet einwandfrei. Die Schalttafel hängt neben der Nebenuhr im Arbeitsraume neben dem Refraktor.

Die Schaltung der ganzen Tafel erscheint nur verwickelt, ist aber tatsächlich denkbar einfach, wenn man damit die in Fig. 5 dargestellte, von *Riefler* gelieferte Schalttafel für die große Uhrenanlage der Belgischen Sternwarte in Uccle vergleicht. Allerdings besitzt diese Anlage auch einen gewaltigen Umfang! Sie ist in zwei Uhrengruppen für Sternzeit und mittlere Zeit geteilt, deren jede eine Hauptuhr für den Betrieb und eine als Reserve enthält. An der Sternzeituhr hängen sieben, an der anderen sechs synchronisierte Nebenuhren in der Sternwarte und außerdem noch eine synchronisierte Uhr in der Stadt Brüssel. Die Anlage umfaßt weiter sechs Sekundenklopfer, drei Relais und drei Chronographen, deren einer nur zur Vergleichung der Hauptuhren unter sich dient. Der Strom wird innerhalb der Sternwarte von zwei Akkumulatoren-Batterien von 4 V., für die Leitung nach der Stadt von einer 8-V.-Batterie geliefert.

Die Einrichtung und Arbeitsweise der elektrischen Apparate wird als bekannt vorausgesetzt. Ich will nur noch kurz erwähnen, daß statt der prächtigen, aber auch maßlos teuren *Hipp*schen Chronographen die einfachen *Morse*-Apparate der Reichstelegraphie ausgezeichnete und für die Zwecke des Liebhabers völlig ausreichende Dienste tun. Die Arbeitsgenauigkeit ist bei richtiger Einstellung des Arbeitsstromes, sauberem Zustande des Sekunden- und Relaiskontaktes und genauer Einstellung der Abreißfeder des Relais und des Magneten am *Morse*-Apparate viel größer als die genaueste Beobachtung des Liebhabers. Abweichend von *Hipp*schen Chronographen, hat der *Morse*-Apparat nur einen Magneten, und auf diesen arbeitet sowohl der Sekundenkontakt der Nebenuhr als auch der Handkontakt. Es kann nun bei einer Beobachtung eintreten, daß der von uns beobachtete und zu registrierende Moment gerade mit einer vollen Sekunde der Uhr zusammenfällt, so daß in diesem Falle auf dem Papierstreifen des Chronographen nur ein einziger, durch beide Kontakte gleichzeitig gebildeter Punkt aufgezeichnet würde, den man nachher beim Ausmessen des Zeitstreifens nicht als den zur eigenen Beobachtung gehörenden Kontaktpunkt wird herausfinden können. Ich habe mir dadurch geholfen, daß ich mit dem Handkontakte stets Doppelkontakte gebe, die einander so schnell wie möglich folgen, sich auf dem Papiere sehr deutlich als enge Doppelpunkte aufzeichnen und deren erster den Zeitpunkt der Beobachtung darstellt.

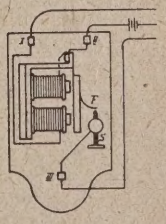


Fig. 6.

Betreffs Herstellung eines Relais möchte ich noch einen praktischen Rat geben. Haben Sie noch irgendwo in Ihrer Hamsterkiste eine alte elektrische Klingel? Ja? Ausgezeichnet! Sie biegen die kleine Feder *F* (Fig. 6), an welcher die Stromunterbrechung erfolgte, vorsichtig so weit nach außen und zugleich nach oben, bis die kleine Schraube *S*, die nur etwas herumgedreht zu werden braucht, unter *F* Platz hat. Die Glocke schrauben Sie ab, den Klöppel kneifen

Sie unmittelbar am Magnetanker ab. Die Drahtenden der Magnetspulen kommen an die Klemmen *I* und *II*, während *S* mit *III* und *F* mit *II* verbunden werden. Die Klemme *III* ist das einzige Stück, das Sie neu gebrauchen! An *I* und *II* wird die Leitung vom Sekundenkontakt gelegt, an *II* und *III* liegt die Chronographenleitung. Die Batterie liegt in der gemeinsamen Leitung *II*. Der Handkontakt liegt parallel zum Sekundenkontakt. Ich empfehle aber noch, die Wicklung der Spulen, die meist aus wenigen Windungen eines stärkeren (0.4 mm) Drahtes besteht, abzunehmen und durch eine solche von 0.25 bis 0.3 mm zu ersetzen. Ein derart umgearbeites Relais hat mir jahrelang treue Dienste geleistet, als ich mit dem Strom noch nicht so sparsam umging, wie jetzt.

Für den Fall, daß man sich einige Magnete oder Widerstands- und Funkenlöschspulen selbst herstellen will, findet man in nachstehender Tafel einige nützliche Zahlen.

A. Reiner Kupferdraht bei 0° Celsius

∅ in mm	Widerst. in Ω für 1 m	Länge in Meter für 1 Ω
0.1	2.03	0.49
0.2	0.51	1.97
0.3	0.23	4.42
0.4	0.13	7.87
0.5	0.08	12.29

B. Widerstand einiger Widerstandsstoffe in Ω für 1 m und 1 mm² Querschnitt bei 15° C

Superior	0.86
Kruppin	0.85
Konstantan	0.50
Rheotan	0.47
Manganin	0.42
Nickelin	0.40

So, und nun genug hiervon. Gehen Sie getrost selbst an die Arbeit, Sie werden es schon schaffen. Und wenn's nicht klappen will, dann schreiben Sie nur, wir werden Ihnen schon helfen.

Hans Kolbow.

Instrumente und Methoden zur Zeitbestimmung.

Über die einzelnen Zeitarten und ihre Beziehungen zueinander finden sich in jedem Werke, das die Himmelskunde behandelt, so umfangreiche Angaben, daß es Eulen nach Athen tragen hieße, wollten wir dieses Gebiet hier auch noch behandeln. Wir geben also das Nötige nur im Kurzstil und verweisen auf die Literaturangaben am Ende dieses Abschnittes.

Mittlerer Tag = 24^h = 1 Sterntag + $3^m 56^s.56$ Sternzeit = 1,00274 Sterntage.

Sterntag = $23^h\,56^m\,4^s.09$ mittl. Zeit = 1 mittl. Tag − $3^m\,55^s.91$.

Zeitgleichung (den Ephemeriden zu entnehmen, vergleiche Seite 379) = mittl. Zeit *minus* wahre Zeit.

Mittlere Zeit = wahre Zeit *plus* Zeitgleichung.

Wahre Zeit = mittl. Zeit *minus* Zeitgleichung.

1^h Sternzeit = $15°$, $4^m = 1°$, $1^m = 15'$, $1^s = 15''$ Bogenmaß.

$1° = 4^m$, $1' = 4^s$, $1'' = 0^s.067$ Sternzeit.

Im Anhang „Tafeln" findet man Angaben zur Umrechnung von mittl. Zeit in Sternzeit und umgekehrt.

Um die Sternzeit für eine bestimmte mittl. Ortszeit zu finden, hat man die Formel:

$$S = T + t \pm \Delta\,,$$

worin S die gewünschte Sternzeit, T die Sternzeit im mittl. Greenw. Mittag, t die mittlere Ortszeit, verwandelt in Sternzeit, und Δ den Längenunterschied des Beobachtungsortes gegen Greenwich bedeutet (+ östlich, − westlich von Greenwich). Δ wird gefunden, indem man den in Stunden berechneten Längenunterschied mit $9^s.8565$ multipliziert. T ist den Ephemeriden zu entnehmen und steht im *Naut. Jahrb.* unter „Mittlere Sonne, Gerade Aufst. im mittleren Greenw. Mittag" und im *Naut. Alm.* unter „*Sidereal Time*".

Die mittlere Ortszeit, welche einer bestimmten Sternzeit entspricht, wird nach der umgekehrten Formel gefunden:

$$t = S - T \pm \Delta.$$

Das in Sternzeit gefundene Ergebnis muß dann nach Tafel III in mittlere Zeit verwandelt werden.

Bei allen Zeitbestimmungen sind Ephemeriden unentbehrlich.

Da unsere Zeitbestimmungen wohl ausschließlich der Kontrolle unserer Uhren dienen, müssen wir kurz die Begriffe Uhrstand, Uhrgang usw. erläutern. Der Uhrstand ist die Abweichung der Uhrangabe von der richtigen Zeit. Wir erhalten ihn durch die Zeitbestimmung unmittelbar. Um die richtige Zeit zu

erhalten, muß man den Uhrstand zu der abgelesenen Uhrangabe addieren, wobei das Vorzeichen + für die nachgebliebene und — für die vorgeeilte Uhr genommen wird.

Der Uhrgang ist die nach 24^h eingetretene Änderung des Uhrstandes. Aus zwei bekannten Ständen, welche für bestimmte Zeitpunkte gültig sind, finden wir den Gang g unserer Uhr als die Differenz der beiden Stände, dividiert durch die in Tagen (als Dezimalbruch) ausgedrückte Zwischenzeit:

$$g = \frac{S_2 - S_1}{T_2 - T_1}.$$

Beispiel: Der Stand meines Box-Chronometers war am
4. Sept. 1920 um $23^h 0^m 0^s$ mittlerer Greenw. Zeit $S_1 = -0^h 2^m 14^s.4$
18. Sept. 1920 um $0^h 0^m 0^s$ mittlerer Greenw. Zeit $S_2 = -0^h 2^m 16.1$

$T_2 - T_1 = 13^d\ 1^h$ $\qquad$ $S_2 - S_1 = -0^h 0^m\ 1^s.7$

$= 13^d 04$

$$g = \frac{-1^s.7}{13{,}04} = -0^s.13$$ (gewinnend) als mittlerer täglicher Gang.

Variation: Aus den täglichen Gängen einer längeren Beobachtungsperiode können wir dann die tägliche Variation, d. h. den durchschnittlichen täglichen Fehler gegenüber dem mittleren Gange berechnen, um mit seiner Hilfe Uhrgänge extrapolieren zu können; doch haben diese Berechnungen nur bei wirklich guten Uhren Zweck, bei denen für die Aufhebung der normalen Störungen, insbesondere der Wärme, genügend gesorgt ist. Wir benutzen dazu als Beispiel die Kontrolle einer erstklassigen Taschenuhr. Die Werte in der letzten Spalte werden ohne Berücksichtigung des Vorzeichens addiert. Die Uhr hatte also einen mittleren Gang von $-0^s.24$ mit einer mittleren Variation von $0^s.13$, die ebenso gut positiv wie negativ sein kann.

Datum	Stand	Differenz in ^{s}	Differenz in ^{d}	tägl. Gang	mittl. Gang *minus* tägl. Gang
Sept. 3.	$+14^s.6$				
		$-3^s.8$	8	$-0^s.47$	$+0^s.23$
„ 11.	$+10.8$				
		-5.6	10	-0.56	$+0.32$
„ 21.	$+5.2$				
		$+1.6$	10	$+0.16$	-0.08
Okt. 1.	$+6.8$				
		-0.8	6	-0.13	-0.11
„ 7.	$+6.0$				
		-3.4	14	-0.24	± 0.00
„ 21.	$+2.6$				
		$+2.0$	10	-0.20	-0.04
„ 31.	$+0.6$				
				$\Sigma = -1.44$	$= 0.78$
				Mittel daraus $(\Sigma : 6)$ $= -0.24$	$= 0.13$

Aus den Werten der letzten Spalte berechnen wir uns schließlich nach der Methode der kleinsten Quadrate die „wahrscheinliche Variation“:

$$= \frac{2}{3}\sqrt{\frac{0.23^2 + 0.32^2 + 0.08^2 + 0.11^2 + 0.04^2}{6}}$$

$$= \frac{2}{3}\sqrt{\frac{0.1754}{6}} = 0^s.114.$$

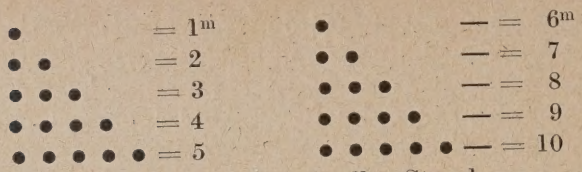
Die Werte für die mittlere und die wahrscheinliche Variation bieten das beste Kriterium für die Güte der Uhr.

Es gibt nun eine Anzahl einfacher Wege und einfacher Instrumente, mit deren Hilfe wir gute Genauigkeiten erreichen können. Wir wollen zunächst das Sonnenlot besprechen. Man kann es leicht selbst herstellen. Als Lot wählt man ein Gewicht oder ein richtiges Maurerlot, das an einer wenigstens 1 m langen Saite oder guten, nicht aufrollenden Hanfschnur aufgehängt wird. Der Galgen, an dem das Lot hängt, darf seine Lage nicht verändern. Das Lot muß zur Dämpfung etwaiger Pendelungen in ein Gefäß mit Flüssigkeit (Glyzerin) eintauchen. Bei der Benutzung des Sonnenlotes ist nun die einmalige Festlegung der Nord—Süd-Linie unerläßlich. Annähernd erhalten wir dieselbe mit Hilfe eines Kompasses, wobei aber die magnetische Mißweisung in Betracht gezogen werden muß. Die Länge des Beobachtungsortes gegen Greenwich (oder auch den mitteleuropäischen Meridian) und die Zeit des wahren Mittags müssen bei der Festlegung der Nord—Süd-Linie, die selbstverständlich unter der Spitze des Lotes durchgehen muß, bekannt sein. Der Boden sei möglichst glatt und darf sich, wie die Aufhängung des Lotes, nicht verändern. Der Augenblick, in dem der Schatten der Schnur sich mit der Mittagslinie deckt, ist der wahre Mittag des Beobachtungsortes.

Die zur Vorarbeit einmal notwendige genaue Zeit holen Sie mit Ihrer Taschenuhr von einem Uhrmacher (nicht Uhrenhändler) oder vormittags kurz vor 8 Uhr von der nächsten Bahnstation, die um diese Zeit die genaue mitteleuropäische Zeit aus Berlin erhält. Dieses durch ganz Deutschland gehende Zeitsignal wird von einer in Berlin auf dem Schlesischen Bahnhofe stehenden Normaluhr automatisch gegeben, die ihrerseits mit der Normalzeituhr der Babelsberger Sternwarte vorher verglichen und reguliert wird. Das Signal ist innerhalb $0^s.5$ als genau zu betrachten. Genauere Anweisung wird der damit betraute Stationsbeamte geben können.

Ein anderer Weg, die genaue Zeit zu erhalten, ist die Abhörung des telephonischen Zeitsignals der Hamburger Sternwarte. Die Verbindung wird durch ganz Deutschland hergestellt, Anruf Hamburg, Zeitsignal*). Jede Minute ertönt für Hörer von Sek. 55 bis 60 *M.E.Z.* ein Sirenenton, dessen Ende das Ende der betreffenden Minute ist. Welche Minute abgelaufen war, wird sofort hinterher durch folgende Zeichen festgelegt:

*) Vgl. *Himmelswelt XXX [1920], S. 71—72.*



Ein ganz langer Ton deutet das Ende einer vollen Stunde an.

Die Festlegung der Mittagslinie gestaltet sich nun folgendermaßen: 1. Feststellung des Beobachtungsortes und Berechnung des Zeitunterschiedes daraus gegen Greenwich; man erhält dann die mittlere Ortszeit. 2. Kontrolle der Beobachtungsuhr mit Hilfe der besten Taschenuhr. 3. Vorherige Berechnung der wahren Ortszeit, zu welcher die Sonne den Meridian passiert, mit Hilfe der Zeitgleichung.

Da die erste Forderung von grundlegendem Werte für alle Wege der Zeitbestimmung ist, soll sie an dieser Stelle eingehender besprochen werden. Man benutzt dazu das für den Ort in Frage kommende Meßtischblatt der Landesvermessung, das jederzeit durch den Buchhandel bezogen werden kann. Es hat den Maßstab 1:25000 und umfaßt eine Fläche von 10′ in Länge und 6′ in Breite. Die für die Zeitbestimmung allein notwendige Längenangabe ist auf dem Blatt nun leider auf den Meridian von Ferro bezogen, der endlich, wenn auch viel zu spät, von der Erdoberfläche, aber noch lange nicht aus den Büchern und Karten verschwunden ist. Dieser Ferro-Meridian liegt für die Meßtischblätter $17°39'59''33 = 1^h10^m39^s.96$ westlich von Greenwich*), und diesen Unterschied muß man von der aus der Ausmessung sich ergebenden Länge abziehen, um die Differenz gegen Greenwich zu erhalten. Sie suchen auf dem Blatte Ihr Haus oder Ihren Garten auf und messen mit einem guten hölzernen Zeichenmaßstab (dreikantige oder abgeschrägte Form) die Abstände von den seitlichen Begrenzungslinien aus, wobei die 0.1 mm noch geschätzt werden. Die Meßlinie muß parallel zur unteren Begrenzungslinie des Blattes liegen, da das Blatt nach oben mit der zunehmenden Breite schmäler wird. Durch Umwandlung der gemessenen Längen in Bogen und dann in Zeit erhalten Sie nach Abzug der Ferro-Länge die Differenz gegen Greenwich und *M.E.Z.* Beispiel: Ausmessung der Lage meiner ehemaligen Düsseldorfer Sternwarte auf Meßtischblatt *Nr. 2718*. Die Länge der Meßlinie, die 188,2 mm über der unteren Begrenzungslinie liegt, beträgt 462,5 mm. Dieser Wert entspricht $10' = 40^s$. Der Beobachtungsort lag 371.9 mm vom linken Rande ab, also in Zeit ausgedrückt $= 40 \cdot \frac{371.9}{462.5} = 32^s.15$.

Der linke Blattrand liegt bei $24° 20' = 1^h37^m20^s$ östlich Ferro, der Beobachtungsort also $1^h37^m52^s.15$ östl. Ferro. Nach Abzug der Ferro-Länge erhalten wir die Differenz gegen Greenwich $= 27^m12^s.19$ und gegen *M.E.Z.* $= 32^m47^s.81$. Der Meßfehler selbst um $^2/_{10}$ mm hätte nur einen Fehler von $0^s.02$ ausgemacht, also weniger, als der wahrscheinliche Fehler, der in unseren Zeitbestimmungen liegen wird.

Die Erfüllung der dritten Forderung verlangt noch, daß die stündlich

*) *F. G. Gauss, Fünfstellige Logar. und trigon. Tafeln. 100. Aufl. 1909. S. 155.*

Änderung des Sonnenortes und der Zeitgleichung entsprechend der Differenz der Sternwarte gegen Greenwich verbessert werden, doch ist beim Sonnenlot wegen seiner geringeren Genauigkeit die Einbeziehung dieser Feinheiten in die Zeitbestimmung überflüssig.

Wir wollen nun vier mit Optik ausgestattete Zeitbestimmungsinstrumente besprechen.

Das Passagen-Prisma.

In ihm sehen wir die kleinste Form eines Zeitbestimmungsinstrumentes, das von *Steinheil in München* hergestellt wird. Das zierliche kleine Fernrohr (Fig. 1) hat nur 7 mm Öffnung, 55 mm Brennweite und 8fache Vergrößerung. Für Zeitbestimmungen an der Sonne ist ein Blendglas mitgegeben. Das kleine Stativ, das mit der Holzschraube an jedem festen Fensterkreuz angebracht werden kann, besitzt eine Federkorrektion für Azimut und Neigung, um nach einer annähernd richtigen Anbringung des Instrumentes noch kleine Stellungsfehler beheben zu können. Das Fernrohr läßt sich um die Säule nach beiden Seiten um 70° drehen und in jeder Lage festklemmen. Die eine Hälfte des Objektivs sieht über das Prisma hinweg, die andere empfängt die durch das Prisma gegangenen Strahlen, so daß der Beobachter im Gesichtsfelde zwei Bilder sieht.

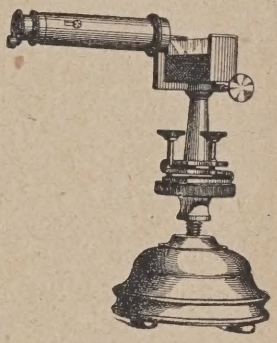


Fig. 1.

Die Hypotenusenfläche des Prismas dient (inwendig) als Spiegel. Liegt ein Stern in der Verlängerung dieser Reflexionsebene (Fig. 2), so empfängt das Fernrohr von ihm außer direkten Strahlen ($a^1 d^1$) auch solche, welche gebrochen und reflektiert durch das Prisma gegangen sind ($a\,e$). Da diese letzteren Strahlen nach dem Austritt aus dem Prisma wieder die ursprüngliche Richtung besitzen, so vereinigt das Objektiv dieselben mit den direkten zu einem Bild.

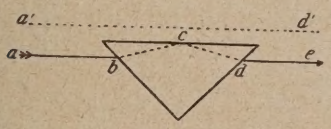


Fig. 2.

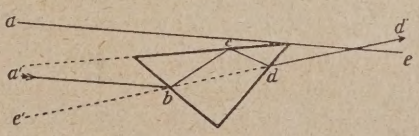


Fig. 3.

Liegt dagegen der Stern über der Reflexionsebene, so zeigt das Fernrohr außer dem direkten Bild (Strahl $a\,e$ (Fig. 3) noch ein Spiegelbild, herrührend von den im Prisma reflektierten und zweimal gebrochenen Strahlen ($a^1 d^1$). Ist also das Prisma fest, und bewegt sich der Stern von unten nach oben gegen die Reflexionsebene, so rücken die zwei Bilder im Fernrohr gegeneinander und treffen sich, wenn der Stern in die verlängerte Reflexionsebene eintritt. Man hat demnach der Reflexionsebene die Lage jenes größten Kreises am Himmel zu geben, für welchen man den Durchgang eines Sternes beobachten will, zu Zeitbestimmungen die des Meridians. Verlangt man jedoch nur den Gang der Uhren zu wissen, so ist es ausreichend, das Instrument nur ungefähr so aufzustellen,

daß man über die Reflexionsebene hin nach Süden sieht, daß diese Ebene ungefähr senkrecht steht, die Kante des Prismas aber etwa 45° gegen die Senkrechte geneigt sei. Hat man das Prisma auf irgendeinen (Fix-) Stern gerichtet, den Zeitpunkt, in welchem sich die beiden Sternbilder im Fernrohr decken, bestimmt und macht dann am nächsten Tage bei unveränderter Stellung des Instruments dieselbe Beobachtung wie Tags zuvor auf denselben Stern, so verstreicht bis zur abermaligen Deckung der beiden Bilder des Sternes ein Sterntag und ergibt diese Angabe eine Kontrolle für den Gang der zu prüfenden Uhr.

Das Passage-Prisma braucht nicht etwa in der Reflexionsebene gedreht zu werden, denn man sieht nicht nur senkrecht auf die Prismenkante, welche dem Auge zugekehrt ist, hindurch, sondern auch unter Neigungen nach beiden Seiten bis zu 70°. Stellt man also die Prismenkante so, daß man senkrecht darauf nach dem Äquator sieht (die Verlängerung der Kante geht also nach dem Pole), so lassen sich Sterne bis zum Horizont herab und bis über den Scheitelpunkt hinauf ohne Verstellung des Instrumentes beobachten.

Da das Instrument unbeschränkte Anwendung finden kann in jedem größeren Kreise, so kann es ebenso gut, wie zu Meridianbeobachtungen, dazu dienen, korrespondierende Höhen damit zu nehmen oder auch, im ersten Vertikal aufgestellt, nach *Bessels* Methode Polhöhenbestimmungen zu geben.

Das Chronodeik.

Dieses hübsche und sehr brauchbare Instrument dient zur Zeitbestimmung aus korrespondierenden Sonnenhöhen, d. h. es werden mit ihm die Augenblicke festgelegt, zu denen sich die Sonne am Vormittage und Nachmittage in gleicher Höhe über dem Horizont befindet. Das Chronodeik besteht (in der von *Palisa* in Wien angegebenen Form) in der Hauptsache aus einem nach unten visierenden zierlichen Fernrohre, vor dessen Objektiv sich ein drehbarer polierter Stahlspiegel als Reflexionsspiegel befindet. Nord und Süd werden also im Fernrohr richtig dargestellt, während Ost und West vertauscht bleiben. Im Okulare befindet sich ein senkrechter und drei bis fünf wagerechte Fäden. Die Zeitbestimmung geschieht in folgender Weise: am Vormittage wird das Chronodeik auf die Sonne gerichtet, nachdem seine Umdrehungsachse mit Hilfe von zwei kreuzweise angeordneten Libellen senkrecht gestellt worden ist. Nachdem das Fernrohr an seiner wagerechten Achse geklemmt worden ist, erfolgt die feinere Einstellung des Sonnenbildes in der Höhe mit Hilfe des Spiegels. Hat dann der obere Rand der sich im Okular nach oben bewegenden Sonne den untersten Faden berührt, so darf weder Fernrohr noch Spiegel mehr verstellt werden. Bei 5 Fäden erhalten wir 10 Antritte der Sonnenränder. Während der Zeitbestimmung muß aber das Chronodeik mit der Feinbewegungsschraube dem Azimute der Sonne dauernd so nachgeführt werden, daß alle Antritte am Kreuzungspunkte des senkrechten mit den wagerechten Fäden stattfinden. Die Sekunden und deren Bruchteile werden während der Beobachtung abgehört und sofort niedergeschrieben. Das Mittel aus den 10 Antritten ergibt die Zeit der Vormittagsbeobachtung. Am Nachmittag geschieht dieselbe Beobachtung an der absteigenden Sonne. Nun liegt aber der wahre Mittag nicht in der Mitte zwischen den beiden Beobachtungsmitteln, und zwar aus folgendem Grunde:

Die Deklination der Sonne nimmt von ihrem tiefsten Winterstande bis zum höchsten Sommerstande dauernd zu, und umgekehrt. Bei einer Zeitbestimmung im Frühjahr tritt daher die Sonne am Nachmittage verspätet an die Fäden, und das um so mehr, je größer die Zwischenzeit zwischen den beiden Beobachtungen ist. Zur Verbesserung der Zeitbestimmung auf den wahren Mittag dienen die von *Palisa* berechneten, übrigens auch in mehreren Büchern zu findenden Tafeln, die allgemein gültig sind. Um die Tafelwerte am Beobachtungsplatze verwenden zu können, muß man das erste Glied der Verbesserung zunächst mit $\tan\varphi$, das wenigstens auf die Bogenminute bekannt sein soll*), multiplizieren. Ich rate daher, die Tafeln durch Multiplikation mit $\tan\varphi$ vorauszuberechnen. Sehr bequeme Tafeln hat auch *Carl Bamberg in Berlin-Friedenau* vorausberechnen lassen, worin die Verbesserung mit der Zeitgleichung zusammengefaßt ist. Die Summe wird aber nur auf ganze Sekunden mitgeteilt; auch ist die Tafel nur brauchbar für kleine Zwischenzeiten.

Beispiel: Mittagsbeobachtung am 6. XI. 1911. (Das Beispiel ist auch für den Sonnenspiegel gültig.) Beobachtungsort: Düsseldorf.

	a	b	$(a+b):2$
I	$20^h\,46^m\,36^s$	$4^h\,15^m\,23^s$	$0^h\,30^m\,59^s.5$
II	50 45	11 15	31 00.0
III	53 17	08 13	30 59.5
IV	55 47	06 13	31 00.0
V	21 00 01	02 00	31 00.5
I	20 50 02	11 57	30 59.5
II	54 12	07 46	30 59.0
III	56 45	05 13	30 59.0
IV	59 15	02 43	30 59.0
V	21 03 32	3 58 31	31 01.5

beobachteter wahrer Mittag	$0^h\,30^m\,59^s.75$
Verbesserung	$-\,0\;\;0\;\;5.00$
verbesserter wahrer Mittag	$0^h\,30^m\,54^s.75$
plus Zeitgleichung	$-\,0\;01\;54.20$
mittlerer Mittag für Düsseldorf . .	$0^h\,29^m\,00^s.55$
Differenz gegen *M.E.Z.*	$-\;\;32\;\;47.76$
Uhr im mittleren Mittag nach *M.E.Z.*	$23^h\,56^m\,12^s.79$
Uhrstand	$+\,0\;03\;47.21$

Ein Vergleich mit dem Hamburger Zeitsignal ergab einen Beobachtungsfehler von $-\,0^s.9$.

Wenn bei Ihrer Zeitbestimmung, die sehr gut vom Zimmerfenster aus gemacht werden kann, die Sonne vormittags und nachmittags aus verschiedenen Fenstern beobachtet werden muß, so kann das Chronodeik ohne Schaden für

*) Die Polhöhe φ erhalten wir ebenfalls aus den Meßtischblättern durch Ausmessung ler senkrechten Meßlinie, die durch den Beobachtungsort geht. Der berechnete Wert ist hne eine Verbesserung gültig.

die Genauigkeit der Beobachtung auf den neuen Platz getragen und dort neu nivelliert werden, nur darf die Lage des Rohres und des Spiegels nicht geändert werden! Brauchbar ist auch die Verbindung der Nachmittags- mit einer folgenden Vormittagsbeobachtung, durch welche man die wahre Mitternacht erhält. Für die Korrektion sind dann die Tafelwerte für die Mitternachtsverbesserung zu benutzen.

Die Genauigkeit der Auffassung der Antritte an die Fäden wächst mit der Geschwindigkeit der Änderung der Sonnenhöhe über dem Horizonte, die beim Durchgange der Sonne durch den Ost—West-Vertikal ihr Maximum erreicht und bei der Kulmination im Meridian gleich Null wird. Nach meinen Erfahrungen mit einem Chronodeik von *Rost in Wien* kann man den Antritt bei 5^h Zwischenzeit etwa auf 2^s, bei 7 bis 8^h auf $1^s.5$, bei 9 bis 11^h (nur im Sommer) auf $0^s.7$ bis 1^s gut abschätzen, wenn der Sonnenrand nicht wallt. Früher als $1\frac{1}{2}$ Stunden nach Sonnenaufgang mit der Zeitbestimmung zu beginnen, hat wenig Zweck, weil dann die Störung durch die Atmosphäre und die Änderung der Strahlenbrechung bei wechselndem Luftdruck einen stärkeren Einfluß hat, als die Beobachtungsfehler selbst. So sind also im Winter bei dem kurzen Tagesbogen der Sonne die Zeitbestimmungen nur ungenau zu erhalten. Unter günstigen Umständen gab mir das Chronodeik die Zeit stets auf 1^s genau (Vergleich mit dem Hamburger Zeitsignal). Die Bemerkung *L. Brenners*, daß er mit einem Riesen-Chronodeik die Zeit nur auf $\pm 3^s$ erhalten habe, erscheint daher unverständlich.

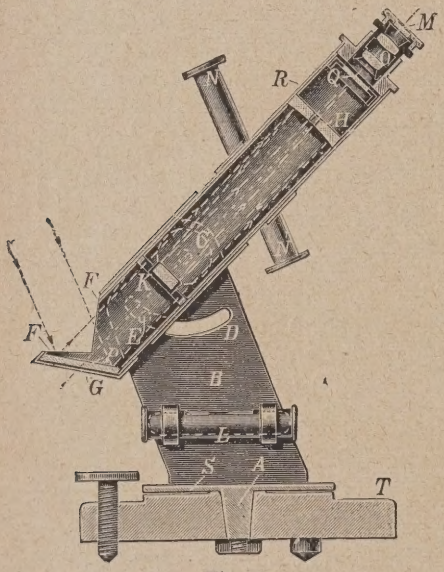


Fig. 4.

Der Sonnenspiegel.

Dieses von *Carl Bamberg in Berlin-Friedenau* gebaute Instrument ist im Prinzip dasselbe, wie das Chronodeik, nur ist an die Stelle des Linsenfernrohres ein kleines *Cassegrain*sches Spiegelrohr gesetzt worden. Diese Bauart besitzt den Vorteil größerer Brennweite bei trotzdem sehr kurzem Rohre; die Auffassung der Fadenantritte wird durch die stärkere Vergrößerung erleichtert und dadurch die Genauigkeit auf das eine oder andere Zehntel der Sekunde gesteigert. Über seine Erfahrungen mit dem Sonnenspiegel hat *Plassmann* in den *Mitteil. der V.A.P., Jahrg. 1907*, ausführlich berichtet, nachdem er lange Jahre hindurch befriedigende Ergebnisse erhalten hatte. Das hübsche Instrument ist auf Fig. 4 dargestellt, aus der auch alles Weitere zu ersehen ist. Die Beschaffung dieses preiswerten Instrumentes kann daher empfohlen werden. Die Art der Beobachtung und die Reduktion der Zeitbestimmung ist dieselbe wie bei dem Chronodeik, wobei jedoch die Benutzung der genaueren *Palisa*schen Tafeln empfohlen wird.

Für die Ausführung des Fadenkreuzes in den Okularen beider Instrumente möchte ich den vielleicht brauchbaren Rat erteilen, 5 Fäden zu wählen, deren Gesamtabstand nicht größer ist als 25 Bogenminuten. Bei dieser Ausführung des Fadennetzes werden alle Antritte des oberen und dann des unteren Sonnenrandes in laufender Reihenfolge beobachtet, während es bei einem Abstande von mehr als 32 Bogenminuten, wie es im Chronodeik-Beispiel der Fall war, notwendig wird, obere und untere Randantritte durcheinander zu notieren.

Das Passageninstrument.

Der Vorteil der Tragbarkeit, den die beiden vorigen Instrumente besitzen, geht mit der Beschaffung des Passageninstrumentes verloren. Dafür bietet es uns ungleich höhere Genüsse und stets neue Befriedigung bei der schönen Beobachtung. Da die Form allgemein bekannt ist, geben wir nur zwei typische Abbildungen. Das Bild stellt das kleinste von *Heyde in Dresden* gebaute Instrument mit geradem Fernrohr dar. Das Objektiv hat 35 mm Öffnung und 320 mm Brennweite; das Okular gibt 32fache Vergrößerung. Der Einstellkreis hat 90 mm Durchmesser und ist in ganze Grade geteilt. Die Einstellung erfolgt (leider!) an einem Indexstrich. Die Libelle wird auf die Fernrohrachse aufgesetzt und hat eine Empfindlichkeit von 10″ für einen Teilstrichabstand (*pars*). Die Feldbeleuchtung geschieht durch einen Illuminator, der auf das Objektivende gesteckt wird. Ein Okularprisma mit Sonnenblendglas ist beigegeben.

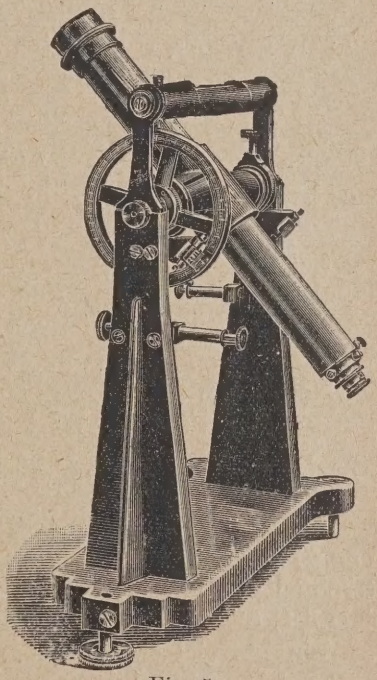


Fig. 5.

Über die Genauigkeit von Zeitbestimmungen mit solchen kleinen Instrumenten möchte ich aus eigenster Erfahrung nur Gutes berichten, obwohl mein Instrument optisch wesentlich bescheidener, dafür aber mechanisch besser ausgestattet ist.

Es stammt von der Firma *Max Hildebrand*, vorm. *Aug. Linke & Co., Freiberg i. S.* Das Objektiv, dessen Hersteller mir nicht bekannt ist, hat bei nur 25 mm Öffnung und 210 mm Brennweite große Lichtstärke und scharfe Definition bei 18facher Vergrößerung. Das Okular ist mit abnehmbarem Prisma versehen. Das Fadenkreuz besteht aus einem Horizontal- und 6 Vertikalfäden, von denen die beiden mittleren Fäden sehr eng stehen. Die aus vielen Beobachtungen als Mittelwerte gefundenen Fadenabstände sind I—II = $23^s.02$, II—III = $19^s.41$, III—IV = $3^s.88$, IV—V = $19^s.60$, V—VI = $23^s.01$. Der Deklinationskreis, auf Silber geteilt, mit Alhidadenlibelle und Nonius für Ablesung von 1′, mit Feinbewegung, ist in 20′ geteilt und wird durch Lupe abgelesen. Die Hälfte der Achse ist durchbohrt zur Beleuchtung des Fadenkreuzes. Die Libelle hat 10″ Empfindlichkeit.

Es ist im folgenden stillschweigend vorausgesetzt, daß das Instrument Meridianlage hatte, genau horizontiert war und in Berechnung zu ziehende grobe Instrumentalfehler nicht vorhanden sind, was auch der Wahrheit annähernd entspricht.

Zunächst einige Resultate von Messungen der Fadenabstände, die sehr wohl einen Anhaltspunkt für die Genauigkeit der Beobachtungen geben können. Die Abstände von I bis VI ergaben sich aus Sternpassagen nach der Formel $x = t \cdot 15 \cos \delta$ nach Beobachtungen an 3 verschiedenen aufeinander folgenden Abenden:

Stern	Größe	Abst. I bis VI in ″	Wert
α *Cephei*	2.6	1335.44	2
β *Aquarii*	3.3	1335.25	2
ξ *Aquarii*	4.8	1334.71	3
δ *Draconis*	3.2	1336.83	1
δ *Aquilae*	3.4	1334.75	2
α *Vulpeculae*	4.6	1333.68	2
μ *Aquilae*	4.6	1335.95	3

Nach Auswertung der 7 Resultate, wobei Luftzustand und Ruhe des Bildes maßgebend waren, ergab sich ein Mittel von 1335.80″ und als

größte Abweichung *plus* 1.03″ = $0^s.08$
„ „ *minus* 1.12″ = $0^s.08$.

Noch 3 Ergebnisse aus Sterndurchgängen am 31. Mai 1920 an

ε *Virginis*, Wert 3 : Uhrstand $+ 25^s.70$
ϑ „ „ 3 : „ $+ 25^s.84$
43 *Comae* „ 2 : „ $+ 25^s.84$

Diese Uhrkontrolle geschah bei heller Dämmerung und ohne Feldbeleuchtung. Mit dem kleinen Rohre sind alle im *Berl. Jahrbuch* angegebenen Zeitsterne leicht zu sehen und zur Zeitbestimmung zu benutzen. Die hellen Sterne bis 1.5 Größe können bei hellem Sonnenschein tadellos erkannt werden.

Ein Beispiel einer Zeitbestimmung an der Sonne am 5. Dezember 1912 möchte ich noch anführen, da bei dieser Gelegenheit absichtlich beide Antritte an den Faden VI nicht registriert wurden, um zu prüfen, welche Genauigkeit die Reduktion einer Zeitbestimmung an einem Seitenfaden auf die Mitte hat. Aus den 8 Antritten an die Fäden II bis V ergab sich der wahre Mittag zu $23^h 50^m 37^s.06$. Nun mußten die Ost- und Westrandantritte an Faden I auf die Mitte reduziert werden (Abstand I von Mitte = $44^s.37$).

Ostrand	$23^h 48^m 38^s.59$	Westrand	$23^h 50^m 59^s.60$
$+ \frac{1}{2} \varnothing$ d. Sonne	$01\ 10\ .36$	$- \frac{1}{2} \varnothing$ d. Sonne	$01\ 10\ .36$
	$23^h 49^m 48^s.95$		$23^h 49^m 49^s.24$

Mittel daraus . . . . . $23^h 49^m 49^s.09$
plus Abstand : $\cos \delta$ . . . . $47^s.98$
$23^h 50^m 37\ .07$

Das Ergebnis stimmt mit der aus den Fäden II bis V gefundenen Zeit bis auf $0^s.01$ überein! Mehr von solchen kleinen Instrumenten zu verlangen, geht nicht an.

Ein wundervolles *Heyde*sches Instrument mit gebrochenem Fernrohr zeigt uns Fig. 6. Das Objektiv hat 60 mm Öffnung, 700 mm Brennweite, 58- und 78fache Vergrößerung. Der Kreis ist in 20′ geteilt und mit Doppelnonien auf 30″

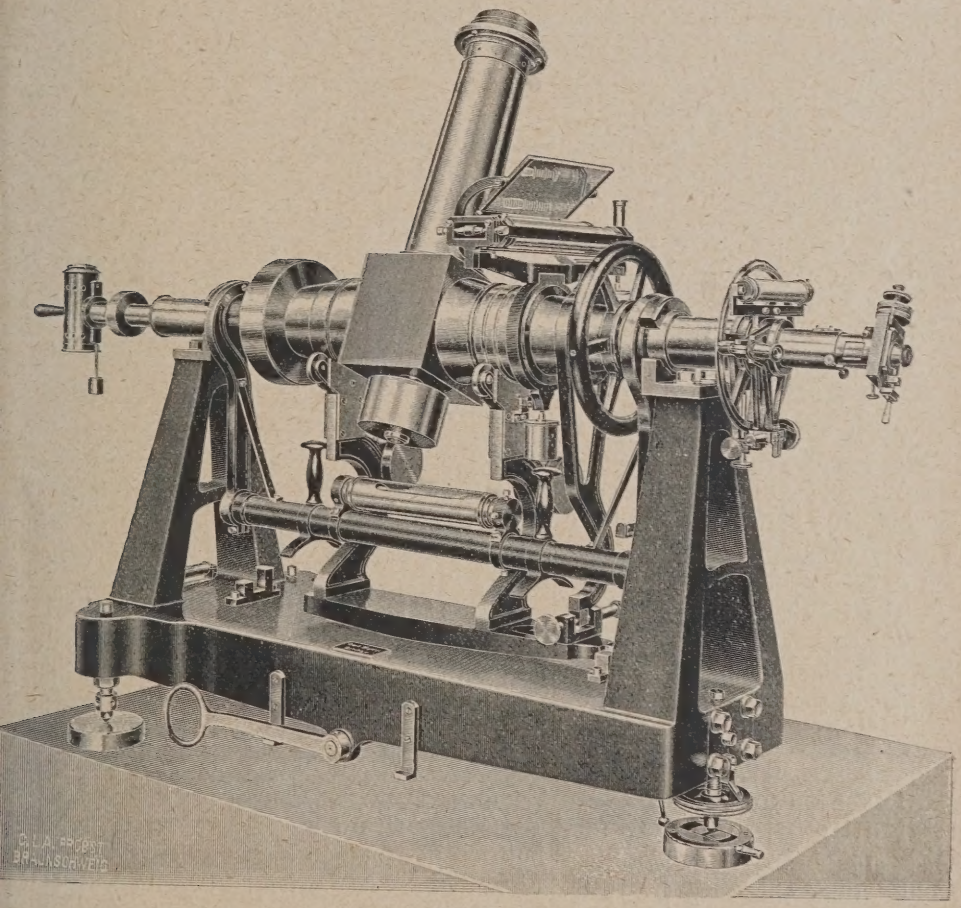


Fig. 6.

blesbar. Die Feldbeleuchtung erfolgt durch die Achse. Die Hängelibelle hat ″ Empfindlichkeit. Ein solches Instrument genügt in seiner Genauigkeit zur ontrolle selbst der besten für uns Liebhaber erreichbaren Pendeluhren.

Photographisches Durchgangsrohr.

Wenn auch noch größere Instrumente nicht in Frage kommen, müssen ir doch noch erwähnen, daß von *Sartorius in Göttingen* ein Durchgangsrohr rgestellt wird, bei welchem die photographische Platte an die Stelle des Auges itt. Eine im Strahlengang liegende planparallele Glasplatte wird in jeder Se-

kunde elektromagnetisch durch den Sekundenkontakt der Pendeluhr um einen Winkel gedreht und bewirkt dadurch eine kleine Strahlenablenkung, die sich in der Strichspur des Sternes als kleine Ausbuchtung zeigt. Bei 1800 mm Brennweite entspricht eine Drehung um 2°.5 einer Ablenkung der Sternspur von 0.1 mm. Das Fadenkreuz, aus vielen senkrechten Fäden (bis zu 33) bestehend, wird durch kurze Vorbelichtung auf die Platte kopiert und zeigt sich außerdem als ganz scharfe, äußerst dünne Unterbrechungen in der Strichspur. Als Sekundenkontakt ist nur der Radunterbrecher (s. Abschn. *Uhren*) mit fehlender 60. Sekunde verwendbar, da zum Ausmessen die Anhaltspunkte für die volle Minute notwendig sind. Auf einer Platte können nacheinander eine große Anzahl Sternspuren parallel zu einander aufgenommen werden. Im Durchschnitt erhält man für längere Beobachtungsreihen 20 bis 25 Sterndurchgänge in 1^h. Die bisher mit diesem photographischen Passageninstrument (Objektivöffnung 180 mm, Öffnungsverhältnis 1:10, das Objektiv farbenfrei nur für die photographischen Strahlen) erlangte Genauigkeit ist höchst bemerkenswert und beträgt nahezu $\pm 0''.15$ für Rektaszensionsbestimmungen, während die besten bisher ausgeführten Bestimmungen ähnlicher Art als mittleren Fehler nahezu den doppelten Betrag aufweisen.

Der Refraktor als Zeitbestimmungsinstrument.

Auch mit einem tadellos aufgestellten Refraktor kann man recht genaue Zeitbestimmungen erhalten, wenn am parallaktischen Kopf ein δ-Kreis vorhanden ist. Wir brauchen nur das Rohr auf die Deklination eines Sternes, dessen α wir kennen (*Berl. Jahrb.*), und auf die Stunde 0^h einzustellen, und erhalten aus dem Durchgange des Sternes durch ein Okular mit Fadenkreuz die Ortssternzeit und die Kontrolle des Standes unserer Uhr. Voraussetzung ist aber, daß immer dasselbe Okular oder noch besser ein fest angebrachtes Fadenmikrometer benutzt wird. Ich möchte empfehlen, längere Zeit hindurch die Zeitbestimmung immer an demselben Stern zu machen und diesen so hell zu wählen, daß er auch bei hellem Sonnenlichte im Refraktor gut gesehen werden kann.

Wir dürfen den Abschnitt nicht schließen, ohne noch ganz kurz auf die Fehler der Instrumente hinzuweisen.

Instrumentalfehler des Passageninstrumentes.

Kollimationsfehler. Die optische Achse soll senkrecht auf der Drehachse stehen. Ist dies nicht der Fall, so besitzt das Passageninstrument einen Kollimationsfehler, der im Zeitsekundenwerte ausgedrückt und mit k bezeichnet wird. Er wird positiv genannt, wenn der Winkel zwischen Objektiv- und Kreisende $> 90°$ ist. Um k festzustellen, beobachten wir den Fadenantritt eines Sternes in der Nähe des Poles zuerst in der Ostlage des Kreises und erhalten $T = U\,ost - k \cdot \sec\delta$; dann Westlage des Kreises nach Umlegen des Rohres $T = U\,west + k \cdot \sec\delta$, worin T die auf den Meridian reduzierte, U die beobachtete Zeit bedeuten. Durch Subtraktion der Gleichungen folgt dann

$$k = \pm \frac{Uo - Uw}{2} \cdot \cos\delta,$$

wobei + für obere, — für untere Kulmination gilt. Diese Beobachtung erfordert

eine gewisse Gewandtheit in der Bedienung des Instrumentes beim Umlegen, die man sich am besten durch Üben im Tageslichte aneignet. Vergessen Sie in der Dunkelheit nicht, die Aufsatzlibelle vor dem Umlegen abzunehmen!

Neigungsfehler. Die Drehachse soll horizontal liegen. Ist dies nicht der Fall, so hat das Instrument einen Neigungsfehler, der mit i bezeichnet und positiv genannt wird, wenn das Westende höher als das Ostende liegt. Der Wert von i, in Bogensekunden ausgedrückt, kann mit der Libelle ermittelt und mit der einen Korrektionsschraube im Lagergestell beseitigt werden. Beispiel: Nullpunkt der Libelle liegt in der Mitte; Teilung $= \mu = 5''$; Ablesung am Westende positiv und umgekehrt.

I. Lage	Ost	-10.3	West	$+11.7$ *partes*
II. „	„	-8.9	„	$+10{,}1$ „
Mittel	Ost	-9.6	West	$+10.9$ *partes*

Dann ist $i'' = \frac{1}{2}(+10.9 - 9.6) \,.\, 5'' = +3''.25$. Um diesen Betrag lag also das westliche Ende der Drehachse höher.

Azimutalfehler.

Die Drehachse soll genau in der Ost—West-Richtung liegen. Ist dies nicht der Fall, so besteht ein Azimutalfehler, der mit a bezeichnet und in Zeitwert ausgedrückt wird. Sein Wert wird durch Zeitbestimmung ermittelt:

$$T = U + a \cdot \frac{\sin(\varphi \mp \delta)}{\cos \delta},$$

wobei $-$ für obere, $+$ für untere Kulmination gilt. Der Fehler wird durch Verschieben des ganzen Instrumentes mit der Korrektionsschraube in einer der Fußplatten beseitigt. Ist der Wert der Schraubenumdrehung vom Hersteller angegeben, so ist der Fehler leicht behoben, andernfalls muß probiert werden.

Ungleichheit der Achsendurchmesser. Dieser Fehler dürfte bei unseren kleinen Instrumenten und bei dem heutigen Stande der Präzisionsmechanik kaum merkbar sein; ein mit ihm behaftetes Instrument darf die Werkstatt nicht verlassen.

Fadenparallaxe. Auch im Fadenkreuz des Okulars kann noch eine erhebliche Fehlerquelle versteckt sein, die oft vom Liebhaber wohl in den rechnerischen Ergebnissen empfunden, aber in ihrer Ursache nicht gefunden wird, die Fadenparallaxe. Sie bezeichnet den Zustand, daß der Meßfaden nicht in der Brennebene der Augenlinse liegt. Ein leicht akkomodierendes Auge übersieht diesen Fehler fast stets. Er zeigt sich in folgender Weise: Beobachten wir mit dem ruhenden, auf ∞ eingestellten Auge (normaler Zustand!) das Bild eines ruhenden Objektes im Okular mit Fadenkreuz, so werden wir in den allermeisten Fällen finden, daß der Faden sich mit einem Bildpunkte nicht mehr deckt, wenn wir das Auge nach rechts oder links bewegen. Für die Lage des Fadens gilt folgende Regel: wandert das betrachtete Bild, bezogen auf den Faden, mit dem Auge, so liegt das Bild hinter dem Faden; der Faden bleibt bei der Bewegung des Auges nach rechts gegenüber dem Bilde nach links zurück. Die Beseitigung dieses Fehlers muß durch Verschieben der Fadenplatte oder der das Fadenkreuz tragenden Blende empirisch geschehen (Vorsicht!)

Stellung des Okulars. Von allergrößter Wichtigkeit ist bei allen Zeitbestimmungen oder Messungen, daß das Okular in seiner Lage niemals verändert wird, da nur in einer bestimmten Stellung die errechneten Fadenabstände gültig bleiben! Aus diesem Grunde werden auch die großen Meridianinstrumente auf den Sternwarten, von denen Angaben in allerhöchster Präzision verlangt werden, immer nur demselben Beobachter zur Verfügung gestellt. Nach einer Verschiebung des Okulars oder des Fadenkreuzes gegenüber dem Objektiv ist eine neue Auswertung der Fadenabstände notwendig. So rate ich dringend von der Aufstellung und Benutzung einer einfachen Meridianmarke ab, es sei denn, Sie könnten dieselbe so sehr entfernt von Ihrem Instrumente anbringen oder auswählen, daß sie das Okular nicht besonders einzustellen brauchen.

Literatur.

Martus, Astronomische Erdkunde. Große Ausgabe. Dresden u. Leipzig, C. A. Koch, 1912. (Jetzt F. Dümmler in Berlin).

Wislicenus, Handb. d. geogr. Ortsbestimmungen auf Reisen. Leipzig, W. Engelmann, 1891.

Graff, Grundriß d. geogr. Ortsbestimmung. Berlin u. Leipzig, G. J. Göschen, 1914.

Reichsmarineamt, Lehrbuch d. Navigation. II. Band. Teil I, 5; Teil VI, 2. Berlin, E. S. Mittler & Sohn, 1901.

Capelle, Mathematische Geographie. Berlin, E. S. Mittler & Sohn, 1913.

Foerster, Studien zur Astrometrie. Zur Theorie des Durchg.-Instr. S. 50ff. Berlin, F. Dümmler, 1888.

Láska, Lehrb. d. Astronomie. II. Teil. Bremerhaven u. Leipzig, Wangerow, 1913.

Etzold, Zeitbest. m. d. Pass.-Instr. Leipzig, W. Diebener, 1901.

v. Konkoly, Astron. Beobachtungen. S. 107ff. Braunschweig, F. Vieweg & Sohn, 1883.

Smidt, Genauigkeit von Koordinatenbestimmungen nach der Karte. Sirius 1913. Leipzig, E. H. Mayer.

Plassmann, Über den Gang eines Boxchronometers. Mitteil. d. V. A. P. 1902. Berlin, F. Dümmler.

Harzer, Geogr. Ortsbestimmungen ohne astron. Instrumente. Ebendort 1896.

Fauth, Eigene Zeitkontrolle. Ebendort 1912.

Hans Kolbow.

Zeitbestimmung und Zeitvergleichung mit Hilfe der Wellentelegraphie.

Die Anfänge[1]) einer Übermittlung der genauen astronomischen Zeit*) durch Signale der drahtlosen Telegraphie reichen in das Jahr 1906 zurück. Der erste regelmäßige Zeitsignaldienst wurde 1907 bei der Funkenstation Camperdown bei Halifax eingeführt. Es folgten 1910 die deutsche Küstenstation Norddeich und die Pariser Eiffelturm-Station. Dann fand 1912 Oktober 15—23 in Paris eine internationale Konferenz statt[2]), deren Aufgabe es war, allgemeingültige Bestimmungen über die Angabe von Zeitsignalen auf radiotelegraphischem Wege zu treffen. In dieser Konferenz wurden auch die Radiostationen festgelegt, welche von 1. Januar 1913 ab den Zeitsignaldienst einführen und die Angabe von Signalen nach Greenwicher Zeit ausführen sollten. In der Tabelle sind diese Stationen nebst Sendezeiten angegeben[3]).

Gebezeit Greenwich Uhr	Station
0. mittn.	Paris. Eiffelturm.
0. „	Tsingtau. Kiautschou.
2. früh	San Fernando. Brasilien.
3. „	Arlington. Ver. Staaten.
4. „	Mogadiscio. Somaliland.
4. „	Manila. Philippinen.
6. „	Timbuktu. Afrika.
$9^1/_2$. vorm.	Paris. Eiffelturm.
12. mittg.	Nauen-Berlin (früher Norddeich).
12. „	Tsingtau. Kiautschou.
16. nachm.	San Fernando. Brasilien.
17. „	Arlington. Ver. Staaten.
18. „	Massaua. Erythräa.
20. abends	San Francisco. Ver. Staaten.
22. „	Nauen-Berlin.

Für den Zeitsignaldienst werden ausnahmslos Radiosysteme mit „tönenden Funken“ erwandt. Das Prinzip derartiger mannigfach ausgebildeter Systeme ist folgendes:

Wie bei der elektrischen Klingel jeder einzelne Schlag des Klöppels die Glockenschale n mechanische Schwingungen versetzt und damit zum Aussenden von Schallwellen bringt, o veranlaßt ein einzelner Elektronenstoß die Elektronen eines Leitersystems zu elektrischen Schwingungen, die sich nach allen Seiten, bei geeigneter Form des Leiters, mit

*) Die Noten zu diesem Kapitel findet man in dem Literaturverzeichnis am Schluß esselben S. 419.

Lichtgeschwindigkeit ausbreiten. In einer Sekunde legen diese Schwingungen demnach 300000000 m zurück. Erfolgen in demselben Zeitabschnitte 100000 Schwingungen, so ist jede 3000 m lang. Eine solche Schwingung, als Länge betrachtet, heißt Welle. In diesem, bei den Sendern der drahtlosen Zeitsignale ungefähr verwirklichten Beispiel ist also die Wellenlänge (λ) gleich 3000 m.

Ein einzelner Klöppelschlag auf die Glocke ruft nur eine kleine, wenn die Ton-Schwingungszahl der Glocke sehr hoch ist, kaum wahrnehmbare Wirkung hervor. Erfolgen die Schläge aber sehr schnell aufeinander, so ergeben sie ein durchdringendes Geräusch (un reiner Ton), das gut zu hören ist.

So besteht ein einzelner elektrischer Funke aus vielen Millionen bis Hunderttausende einzelnen Schwingungen, die die Sendeantenne und durch Resonanz die weit entfernte, au die Wellenlänge, d. i. Fortpflanzungsgeschwindigkeit dividiert durch Schwingungszahl, de Sendeantenne abgestimmte Empfangsantenne in ebenso viele Schwingungen versetzen, ent sprechend den Schwingungen der Glockenschale und dem Trommelfell des menschliche

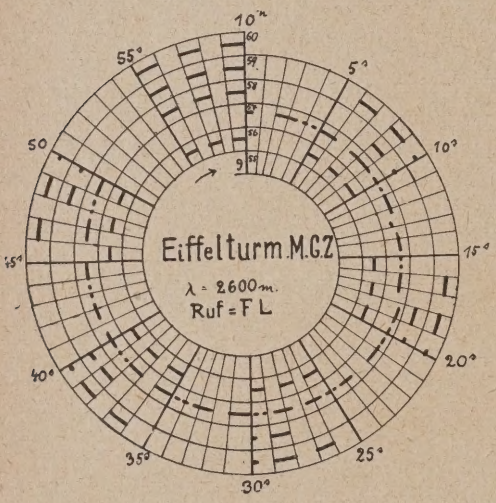


Fig. 1.
Von $10^h\,44^m$ bis $10^h\,49^m$ französisches Zeitsignal*), anschließend Wetterbericht.

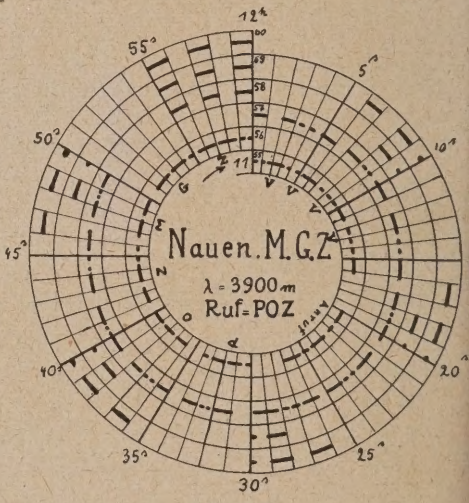


Fig. 2.
Anschließend Wetterbericht.

Ohres. Nun dauert aber ein einzelner Funke viel zu kurz, und ein Ton von 100000 oder noc mehr Schwingungen in der Sekunde ist nicht wahrnehmbar. Daher sorgt man bei de Sendestation durch starke Kühlung (*Wien*) oder durch Rotation der Funkenstrecke (*Marconi*) dafür, daß in der Sekunde 500—1000 Funken entstehen, von denen jeder einzeln die Antennen des Senders und Empfängers in hochfrequente Schwingungen versetz Passieren nun beim Empfänger etwa 500 Gruppen von solchen Schwingungen, nachdem s durch einen „Detektor" genannten Apparat gleichgerichtet sind, ein sehr empfindliche Telephon, so wirkt jede Gruppe hochfrequenter Schwingungen als ein Stoß auf di Telephonmembrane. Diese schwingt also nur 500 mal in der Sekunde, was einen sehr gu hörbaren Ton ergibt, entsprechend dem lauten Geräusch der elektrischen Klingel.

Demnach bedingt die Schwingungszahl des einzelnen Funkens, abhängi von Kapazität und Selbstinduktion des Sendersystems und mit dieser variabel, die Wellen länge des Senders, die Funkenfolge in jeder Sekunde seine Tonhöhe. Da Kapazitä und Selbstinduktion des Empfängers ebenfalls variabel, abstimmbar bis zur Resonan schwingung des Senders sind, so kann man, abgesehen von den besonderen Rufname

*) Erfolgt seit 1922 30^m eher.

viele Stationen an ihrer Wellenlänge und Tonhöhe im Empfangstelephon schon erkennen. Das Telegraphieren erfolgt selbstverständlich durch Stromgeben, Funkenauslösen, auf der Sendestation im Morse-Rhythmus und Hörempfang auf der Empfangsstation. Fritter, Radiatoren und ähnliche Apparate werden seit etwa zehn Jahren in der Praxis nicht mehr benutzt. Mit Systemen der tönenden Funken sind bisher etwa 20000 km überbrückt worden, d. h. die Hälfte des Umfanges der Erdkugel.

Der Zeitsignaldienst mittels Radiotelegraphie erfolgt heute (1922) auf den für Europa dafür in Betracht kommenden Großstationen Nauen und Eiffelturm derart, daß einige Minuten vor der vereinbarten Zeit der Nachrichten-

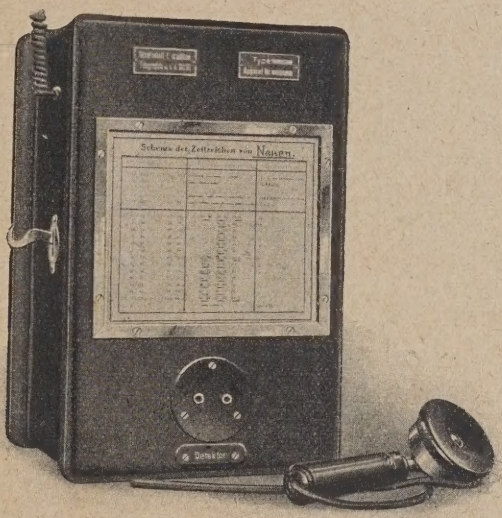


Fig. 3.

dienst unterbrochen und die Sendeantenne mit einem besonderen tönenden Sender von ganz bestimmter und konstanter Wellenlänge, Nauen 3900, Eiffel 2600 m, verbunden wird. Nun löst eine von einer Sternwarte korrigierte Pendeluhr ein Laufwerk aus[4]), das im wesentlichen aus einer runden Messingscheibe besteht, in deren Rand, ähnlich wie bei Feuermeldern, die Zeichen der Signale eingekerbt sind. Indem nun die Scheibe infolge der Pendelschwingungen rotiert, bewirkt eine auf dem gekerbten Rand schleifende Feder jedesmal im gewünschten Zeitpunkte den Schwachstromschluß eines „Tastrelais", das dann seinerseits den Sender momentan in Betrieb setzt.

Außer diesen Signalen, deren Verlauf und Sendezeiten aus den Figuren 1 und 2 ersichtlich ist, werden auch solche gesandt, bei denen direkt durch den Stromschluß des Sekundenpendels das Tastrelais bedient wird. Es besteht pro Minute aus einer Reihe von 59 Punkten, d. h. kurzen Tönen, während das 60. Zeichen jedesmal ausgelassen wird, um den Beginn der folgenden Minute zu kennzeichnen. Derartige Signale sendet der Eiffelturm von $22^h 59^m$—$22^h 63^m$.

Die Aufnahme des drahtlosen Zeitsignals erfordert in Deutschland den Besitz eines von der zuständigen Ober-Postdirektion des Ortes, in dem die Anlage ausgeführt werden soll, genehmigten plombierten Empfangsapparates nebst Antennenanlage, der nur auf eine Wellenlänge abgestimmt ist, also die Signale nur einer Station, Nauen oder Paris, aufzunehmen gestattet*).

Den von der *Telefunken*-Gesellschaft zu diesem Zweck gebauten Apparat zeigt Fig. 3. Er besteht aus einem polierten Holzgehäuse von den aus dem Bilde ersichtlichen Abmessungen. In den auf der Vorderplatte unter dem „Signalschema" sichtbaren Steckkontakt wird der Detektor gestöpselt, dessen Empfindlichkeit also leicht reguliert werden kann, nachdem die im Innern

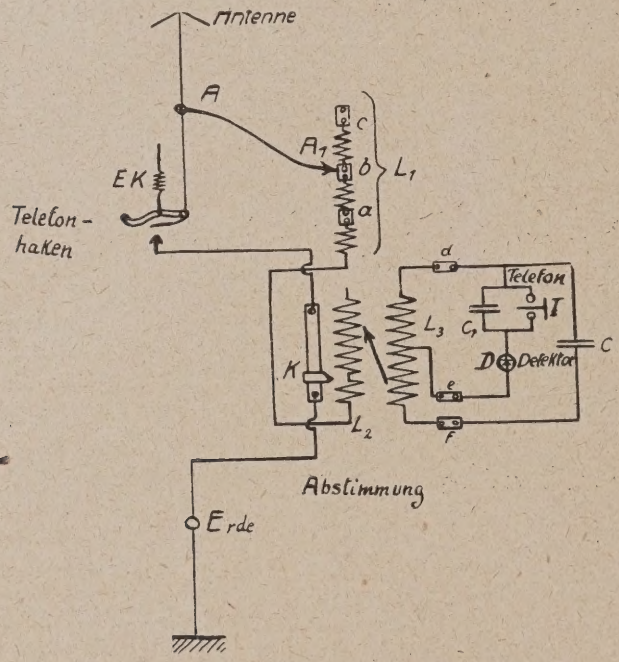


Fig. 4.
Schaltungschema des Telefunken-Zeitsignal-Empfängers.

liegenden Spulen abgestimmt sind und der Verschluß plombiert ist. Aus der Schaltungszeichnung, Fig. 4 ist ersichtlich, daß der Apparat lediglich durch Abheben des Hörers zu den notwendigen Zeiten in die Antenne eingeschaltet wird, während diese bei angehängtem Hörer direkt mit der Erde verbunden ist und dadurch als Blitzableiter wirkt. Die mögliche Anordnung der Antennenanlage zeigt Fig. 5.

Eine solche Anlage stellte sich laut Angabe der *Telefunken*-Gesellschaft im Jahre 1920 auf einen Preis von 2000—3000 M.

*) Diese Genehmigung wird ohne Schwierigkeit erteilt. Für die Beaufsichtigung wird zurzeit (1922) eine jährliche Gebühr von 108 ℳ erhoben.

Der diesem Apparat äußerlich ähnliche Zeitsignalempfänger der Firma *Dr. E. Huth* enthält keinen Detektor, sondern eine oder mehrere Kathodenröhren.

Die Kathodenröhre zu radiotelegraphischen Zwecken (*Fleming, Lieben, Meissner*) besteht aus einer Glühlampe, die außer dem Glühfaden noch zwei Elektroden enthält, das Gitter *G* und die Kathode *K* (Fig. 6). Von dem durch die Heizbatterie *B* gespeisten Glühfaden aus Tantal oder Wolfram werden bei genügend hohem Vakuum Elektronen abgestoßen. Diese gelangen durch das Gitter *G* auf die Kathode *K*, so daß beständig, unterstützt von der Anodenbatterie *AB*, ein ganz schwacher Strom von der Anode des Glühfadens zur Kathode durch das Telephon *T* und zur Batterie *AB* zurückfließt. Die geringsten durch die Antenne *A* unter Vermittlung der abstimmbaren Spulen *S* und S_1 und des Drehkondensators *C* auf das Gitter *G* übertragenen Energien elektrischer Wellen verstärken

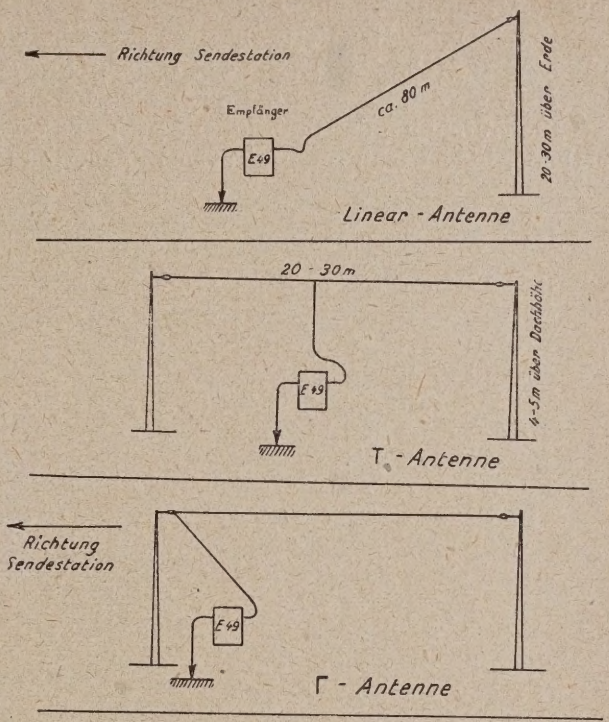


Fig. 5.
Luftdrahtanordnungen für Telefunken-Zeitsignalempfänger.

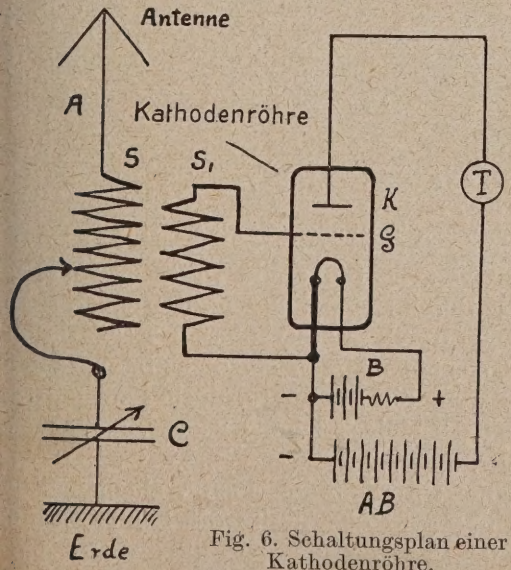


Fig. 6. Schaltungsplan einer Kathodenröhre.

den Anodenstrom momentan sehr wesentlich. So werden im Telephon wie bei Verwendung des Detektors, nur viel stärker, die Wellenzüge als Ton hörbar (*Audion, Forest*). Durch Anwendung mehrerer Röhren gelingt es, die ankommenden Wellen auch ohne eine an hohen Masten aufgehängte Antenne noch aufzunehmen. Man bedient sich dann eines quadratischen auf dem Umfange mit einigen hundert Windungen isolierten Drahtes bewickelten Rahmens. Eine solche Rahmenantenne nimmt die Zeichen einer Station nur dann auf, wenn ihre Windungsebene auf die Station zuweist, so daß man mit Hilfe zweier Rahmenantennenempfänger (Fig. 7), die in größerem Abstand voneinander aufgestellt sind, den Ort einer Sendestation auspeilen kann.[4])

Die Empfänger mit solchen Röhren erfreuen sich einer erheblich

größeren Lautstärke und Empfindlichkeit, sind aber auch viel teuerer als die mit Detektoren. Nach Angabe der *Dr. E. Huth G. m. b. H.* stellt sich eine solche Anlage (abgesehen von den Preisschwankungen) auf 3000—5000 M. Doch wurden von derselben Firma auch billigere Detektoren-Apparate angeboten.

Die Aufnahme des drahtlosen Zeitsignals erfolgt nach der Auge- und Ohrmethode, indem man die im Telephon gehörten Zeitzeichen mit den von einer

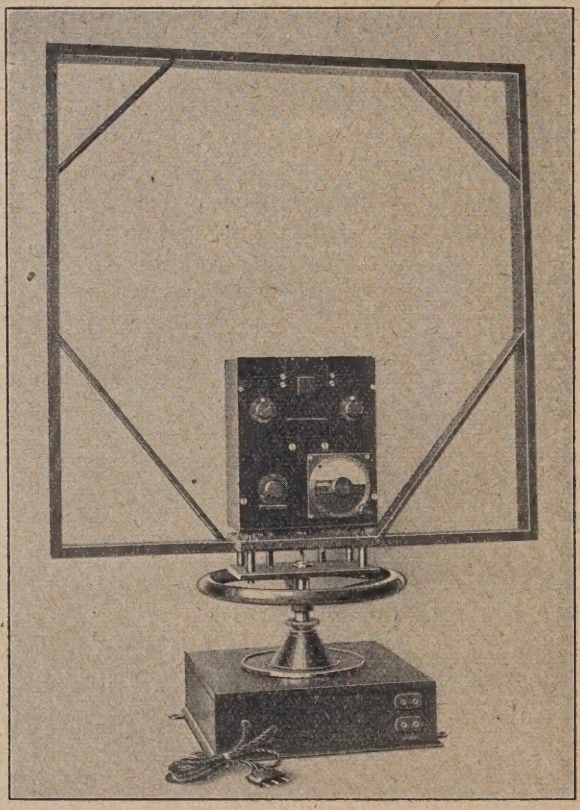


Fig. 7.
Peil-Rahmenantennen-Empfänger der Telefunken-Gesellschaft.

Uhr mit Sekundenangabe abgelesenen vergleicht und die Differenz nach geschätzten Zehntelsekunden notiert, oder durch Bedienung eines Chronographentasters, für höhere Ansprüche, oder auch durch photographische Registrierung der Ausschläge eines an Stelle des Telephons direkt eingeschalteten Saitengalvanometers. Letztere Methode ist wohl die genaueste, doch erreicht man auch mit der erstgenannten Methode nach einiger Übung leicht eine mittlere Genauigkeit von 0.025 *s* für das Endergebnis.

Kurz vor oder nach dem Zeitsignal wird mit derselben Wellenlänge der Wetterbericht gefunkt, dessen Aufnahme aber den Besitz des Schlüssels und die Genehmigung der Wetterwarte verlangt.

Literatur.

[1]) *Die Antenne. Herausgegeben von der Dr. Erich Huth G. m. b. H. 1913. Heft 2.*

[2]) *Die Antenne a. a. O.;* ferner: *Sonderschrift der Gesellschaft für drahtlose Telegraphie Telefunken, Allgemeine Bestimmungen und Montageanweisungen über Zeitsignal-Empfangsanlagen. Berlin 1920;* ferner: *Annalen der Hydrographie. Bd. 40. Heft 2.*

[3]) *H. Thurn, Die Funkentelegraphie. 3. Auflage. J. Zenneck, Lehrbuch der drahtl. Telegraphie. Stuttgart, Ferd. Encke, 1916. Kollatz, Die Funkentelegraphie. Berlin 1919. Siemens.*

[4]) *Zeitschrift für Instrumentenkunde 1919. Sonderschrift der Gesellschaft Telefunken, Allgemeine Bestimmungen. Sonderschrift der Gesellschaft Telefunken, Rundschreiben betr. Peilanlagen. O. Nairz, Die Funktelegraphie in der modernen Navigation. Berlin 1920.*

Figuren:

1. 2. Zeitsignalschema in Spiralform (*Huth*).
3. Zeitsignalempfänger der Gesellschaft *Telefunken*.
4. Schaltungsschema.
5. Antennen-Anlagen.
6. Schaltungsbild der Kathodenröhre.
7. Peil-Rahmen-Antennen-Empfänger.

Ernst Schultz.

Uhren.

Über Uhren möchte ich gerne stundenlang mit Ihnen plaudern, aber die Redaktion erlaubt es nicht und hat die Hand am Bremshebel.

Es soll Leute gegeben haben, die beim Regulieren ihrer Uhren, mehrerer Uhren gleichzeitig, durchgedreht sind. Begegnet bin ich zwar solchen Unglücklichen noch nicht, aber, offen gesagt, für unmöglich halte ich es nicht. Auch bei mir hatte sich im Laufe der Jahre ein nicht gelinder Uhrenfimmel eingestellt, der sich erst legte, als ich sehr allmählich zu der Einsicht kam, daß auch die vollkommenste Uhr noch Einwirkungen unterworfen ist, auf die wir keinen Einfluß auszuüben imstande sind. Hierzu gehören an erster Stelle Erschütterungen der Erdrinde durch seismische Erscheinungen, die so schwere Störungen hervorrufen können, daß Uhren mit dem einfachen *Graham*-Echappement zum Stillstand gekommen sind; und dann kann man treu und bieder mit dem Regulieren wieder von vorne anfangen. Allerdings sind die Pendeluhren mit „freiem Echappement", z. B. *Riefler* und *Strasser*, weniger empfindlich, aber auch dort wirkt der Stoß oder die Erschütterung auf die dünne Feder, an der das schwere Pendel hängt, verlängernd, und die Uhr geht so lange langsamer, bis die Feder von selbst wieder kürzer wird, und das Pendel nach einigen Wochen die alte Schwingungsdauer wieder erreicht. Wird z. B. das *Riefler*sche Nickelstahlpendel um nur 0.002 mm länger, so bleibt die Uhr täglich um $0.^s1$ zurück.

Einen weiteren unvermeidlichen Einfluß übt auf das Pendel der Erdmagnetismus aus, wenn auch in geringem Umfange. Jedes Pendel mit einer Stange aus Nickelstahl wird dauernd zu einem Magneten, wovon man sich mit Hilfe eines kleinen Taschenkompasses jederzeit überzeugen kann. (Übrigens können Sie diese Erscheinung auch an jedem senkrecht stehenden Eisen- oder Stahlgegenstand, eisernem Ofen, Ofenrohr, Heizkörper usw. feststellen.) Merkbar wird dieser magnetische Einfluß nur, wenn eine Änderung in der erdmagnetischen Konstante, etwa bei Gewitter oder Nordlicht, eintritt. Da diese Änderung zurzeit 1% selten erreicht, so ist auch der Einfluß auf das Pendel äußerst gering und bleibt nach Prof. *Eberts* Untersuchungen unter 0.00007 Sekunden täglich. Sie meinen, das sei wenig! Gewiß, aber es ist doch immer noch mehr als Null, und deshalb bleibt es nicht ohne Einfluß, und deshalb weiter muß man sich damit vertraut machen, daß es eine völlig genau gehende, allen Störungen gleichmäßig gewachsene Uhr zurzeit nicht gibt! Mit der Gangvariation von 0.008 Sekunden täglich, die an einer *Riefler*schen Uhr auf der *Case School*-Sternwarte in Cleveland (Ohio) beobachtet wurde, dürfte nach *Rieflers* eigener Ansicht die technische Grenze der möglichen Ganggenauigkeit erreicht sein.

Astronomische Beobachtungen haben nur dann wissenschaftlichen Wert, wenn die Zeit der Beobachtung genau festgelegt wurde. Auch für diejenigen Liebhaber der Sternkunde, welche sich mit der systematischen Beobachtung von Sternschnuppen, veränderlichen Sternen, Polarlicht sowie der in jüngerer Zeit so wichtig gewordenen atmosphärischen Polarisation befassen, ist die Kenntnis der Zeit unentbehrlich. *J. Plassmann* schrieb im Jahreshefte 1911 der *Urania-Glashütte*, *„Über Himmelsbeobachtungen mit freiem Auge und mit einfachen Instrumenten“*: „Die Uhr ist des Astronomen wichtigstes Gerät; viele Beobachtungen ohne Fernrohr können mit Nutzen gemacht werden, keine einzige ohne richtige Zeitbestimmung“ und weiter: „Fast bei allen zu besprechenden Beobachtungen kommt man mit dem einen oder anderen Zehntel der Zeitminute aus. Nur bei Meteoren und Nordlichtstrahlen ist die Angabe der Zeit auf die Sekunde erwünscht“. Und in den *Tatsachen und Theorien der atmosphärischen Polarisation* von *Busch* und *Jensen* lesen wir: „es empfiehlt sich, eine Genauigkeit auf das Zehntel der Zeitminute wenigstens anzustreben“. Wir sehen also, daß bei diesen Zweigen der wissenschaftlichen Beobachtungen Genauigkeiten in den Zeitangaben angeraten werden, die $^1/_{10}$ Minute, also 6 Sekunden, verbürgen, in gewissen und sehr zahlreichen Fällen sogar die genaue Sekunde erfordern.

Diese immerhin bescheidenen Ansprüche genügen nun nicht mehr, wenn es sich z. B. um die Festlegung des Ortes am Himmel für einen neuen Stern oder einen Kometen handelt. Hier ist die größtmögliche Genauigkeit unumgänglich notwendig, und wir dürfen uns mit $^1/_3$ oder $^1/_4$ Sekunde eben zufrieden geben: bedeutet doch dieser Zeitwert bereits 5 bis 4 Bogensekunden.

Es soll nun versucht werden, festzulegen, mit welchen Arten von Uhren der Liebhaber innerhalb der ihm zur Verfügung stehenden Mittel die verlangten Genauigkeiten erreichen kann.

Zunächst wollen wir uns mit der meistverbreiteten Uhrenart, der normalen, gut bürgerlichen Taschenuhr beschäftigen, die auch auf dem Gebiete der exakten wissenschaftlichen Beobachtung oft ihre leicht unterschätzte Arbeit leisten muß. Hier ist die Preisdifferenz zwischen den verschiedenen Ausführungen enorm, allerdings sind auch die Gänge denkbar verschieden, von der billigen Uhr, die ganz nach Laune pro Mark auch täglich $^1/_{10}$ Minute vorläuft oder nachhinkt, bis zur Glashütter Präzisionsuhr, die in derselben Zeit eine Differenz von 0.5 bis 1 Sekunde leicht einhält. Wenn man auch bei Taschenuhren oft findet, daß bei Vergleichung ihres Standes, wenn stets zur selben Tageszeit vorgenommen, nicht gerade bedeutende Differenzen sich zeigen, so darf das uns nicht darüber hinwegtäuschen, daß in den Zwischenzeiten oft bedenkliche Änderungen sich zeigen. Diese sind die Folge mangelhafter Zusammenstellung, z. B. ist die, meist wenig kompensierte, Unruhe zu leicht, die Unruhspirale dagegen relativ zu schwer, auch wird bei billigen Uhren die Zugfeder in fast ihrer ganzen Länge ausgenutzt, während bei Taschenchronometern von 5 möglichen Umgängen nur 3 zum Antriebe benutzt werden. Hier als Beispiel dafür der Gang einer einfachen Uhr von *Audemars Frères* in Genf. Die Uhr wird morgens 18h30m aufgezogen, damit die Schwungweite der Unruhe ihren größten Betrag am Tage hat, während die Uhr getragen wird.

28. I. 12	$18^h 50^m$	$-0^s.8$	30. I. 12	$18^h 55^m$	$-3^s.8$
29.	1 25	3.8	31.	2 40	7.0
	3 25	4.4		4 10	7.7
	8 00	5.3		8 35	8.3
	10 00	5.6[1])		9 50	8.2
	18 10	2.8		11 00	7.8[3])
30.	10 35	6.9[2])		20 50	5.7

Das Beispiel zeigt deutlich die großen Schwankungen des Ganges innerhalb eines Tages, während z. B. die Beobachtungen [1]) bis [3]) den Anschein erwecken könnten, als betrüge die Voreilung pro Tag $1^s.3$ oder $0^s.9$, eine Annahme, die zu schweren Fehlern bei Beobachtungen führen würde.

Und als Gegenstück dazu Gangresultate einiger Glashütter Uhren. Zunächst unter *A* die billigste Uhr, dann unter *B* eine sogenannte Deck-Uhr, und unter *C* und *D* zwei Präzisions-Taschenchronometer, für welche die Gangresultate von der Leipziger Universitätssternwarte nach den vorgeschriebenen Prüfungen festgelegt wurden.

Uhr	Nr.	Epoche	mittlerer Gang	mittlere Variation	
A	75243	12. XI—22. XI	$-1^s.21$	$0^s.79$	hängend und liegend
B	66738	25. VII—10. VIII	-0.64	0.51	hängend und liegend

Uhr	Nr.	Epoche		liegend	hängend	Temp. I	Temp. II
C	63629	29. VIII—25. IX	mittl. Gang	-0.80	$+0.13$	-1.52	$-1^s.23$
			„ Variat.	0.14	0.18	0.24	0.14
D	63630	3. X—30. X	mittl. Gang	-0.83	-0.02	$+0.23$	$+0^s.30$
			„ Variat.	0.12	0.18	0.22	0.24

Die größte, überhaupt vorgekommene Variation betrug 1.7 bzw. $1^s.7$, die größte Differenz zwischen den mittleren Gängen 1.65 bzw. $1^s.13$.

So zeigt sich selbst die Taschenuhr, besonders bei bester Ausführung, als recht geeignet und kann uns bei bescheidenen Ansprüchen auch befriedigen, wenn die Beobachtungen sich nicht über mehrere Stunden hintereinander erstrecken. In letzterem Falle ist es notwendig, die Uhr zwischendurch mit einem Box-Chronometer oder einer Pendeluhr zu vergleichen und die beobachteten Zeiten nachträglich zu interpolieren.

Die Taschenuhr schlägt $^1/_5$ Sekunden.

Nun zum Schiffs- oder Box-Chronometer. Dieser Typ zeigt die Form der ersten transportablen Uhr mit guten Gangresultaten und ist bis heute zu solcher Vollkommenheit durchgebildet worden, daß sie allen Ansprüchen von Amateuren genügt. Sie hat dabei gegenüber den Pendeluhren den großen Vorzug, daß man sie an das Fernrohr oder Passageninstrument, überhaupt zu jeder wissenschaftlichen Beobachtung mitnehmen kann, fast wie die Taschenuhr, nur mit größerer Sorgfalt getragen, und daß die sehr lauten Halbsekundenschläge das Mitzählen bei der Auge- und Ohrmethode erleichtern. Ein Chronometer in erstklassiger Ausführung kostet zurzeit ein kleines Vermögen, doch sind unter der Hand oft, vor allem bei Althändlern in den großen Hafenstädten, zu wesentlich ge-

ringeren Preisen sehr schöne Chronometer zu haben. Bei den folgenden Angaben der Gangresultate von Chronometern, die sich in Privathänden befinden, sind nicht die Beobachtungsreihen, sondern nur die aus denselben ermittelten Resultate angeführt.

Verfertiger	Nr.	Epoche	Gangvariation mittlere	Gangvariation wahrsch.	gehend nach
Dencker	100	3. VIII.—19. IX.	+0.09	+0.09	mittlerer Zeit
Parkinson u. Frodsham	?	3. VIII.—28. VIII.	—0.21	—0.17	Sternzeit
Kurtz	94	3. III.—16. III.	+0.17	+0.14	mittlerer Zeit

Es geht aus vorstehendem hervor, daß das Box-Chronometer recht eigentlich die Universaluhr des Amateurs sein dürfte, und man erst nach dem Besitze dieses Uhrentypes zum Ankaufe einer Pendeluhr zu schreiten braucht, wenn man eben noch genauere Resultate verlangen will.

Und nun zur Pendeluhr, dem wichtigsten von allen Zeitmessern wegen der größten erreichbaren Genauigkeit. Es dürfte dem Amateur im allgemeinen versagt bleiben, sich das Beste auf diesem Gebiete, eine Uhr mit sogenanntem „freien Echappement", in luftdichtem Glasgehäuse, zu beschaffen, denn der Preis ist bei der allerdings außerordentlich geringen täglichen Gangvariation von nur $0^s.01$ bis $0^s.03$ doch märchenhaft. Auch diejenigen Uhren, welche zwar keinen luftdichten Glasverschluß, dafür aber Luftdruckkompensation am Pendel besitzen, mit täglicher Gangvariation von $0^s.03$ bis $0^s.06$, kosten zurzeit ein Vermögen. Es soll gleich gesagt werden, daß solche Genauigkeiten für uns nicht in Frage kommen, da dieselben nur bei den Zeitdienstanlagen großer Sternwarten notwendig sind. Auch sind solche Uhren mit ganz speziellen Einrichtungen versehen, elektrischem Aufzuge, elektrischem Sekundenkontakt, Nickelstahlpendel erster Qualität, die auf der Sternwarte eines Liebhabers wohl nur selten verlangt werden müssen.

Hoffnungsvoller wird die Sache schon, wenn wir zu einfacheren Ausführungen übergehen, bei denen statt des durch Patente geschützten und dadurch so sehr verteuernden freien Ankerganges der noch bis heute wohl an erster Stelle stehende *Graham*-Gang Verwendung findet. Eine solche Uhr ist von erstklassigen Firmen in gediegenster Arbeit des Werkes, in solidem Gehäuse zum Hängen, und mit *Riefler*schem Nickelstahlpendel zweiter Qualität zu Preisen erhältlich, über die sich schon reden läßt. Aber leider heißt es auch hier noch, „Tu' Geld in deinen Beutel!" Natürlich richtet sich der Preis ganz nach der Ausführung des Werkes, ob z. B. die Ankerklauen mit Saphiren besetzt sind, ob Anker und Gangrad in Steinen laufen usw. Die erzielbaren Genauigkeiten sind groß und allen unseren Anforderungen vollauf genügend. Der Kompensationsfehler für die darin verwendeten Pendel beträgt im allgemeinen $\pm 0^s.02$ in 24 Stunden für $\pm 1°$ C. Temperaturänderung, also erst $0^s.1$ bei $5°$ Änderung, eine Differenz, die sehr selten auftreten dürfte. Hier die Gangresultate einer solchen, in meinem Besitze befindlichen Uhr, die hohe Anforderungen erfüllen. Die Uhr *Nr. 111*, die von *P. Stübner in Glashütte* stammt, besitzt *Graham*-Gang, ein Werk erster Qualität (Anker mit Steinen besetzt, Anker und Gangrad in

Steinen laufend) und *Riefler*-Nickelstahlpendel zweiter Qualität. Der Gang änderte sich nur sehr wenig, wie die Tabelle zeigt, und es geht daraus und aus meinen bisherigen Erfahrungen hervor, daß die Uhr innerhalb acht Tagen die Sekunde mit größter Sicherheit einhält. Der mittlere tägliche Gang beträgt $-0^s.07$, die wahrscheinliche tägliche Gangabweichung beträgt (nach der Fehlertheorie ermittelt) $0^s.011$.

22. XI.	19^h	$0^s.0$
23.	„ „	-0.1
24.	„ „	$+0.1$
25.	„ „	0.0
26.	„ „	0.0
27.	„ „	-0.1
28.	„ „	-0.3

Eine ganz wesentliche Herabsetzung des Preises tritt nun ein, wenn wir Uhren einfachster Ausführung mit Holzpendel ohne jede Kompensation betrachten.

Vor Jahren bezog ich von der Firma *Becker zu Freiburg i. Schl.* ein solches Werk einfachster Ausführung, das mit Holzpendel, aber ohne Gehäuse ca. 35 M. kostete und längere Zeit. bevor eine elektrische Synchronisation eingebaut wurde, selbstgehend die unten angeführten Resultate gab. Der mittlere tägliche Gang ergibt sich daraus zu $+0^s.87$, die mittlere tägliche Gangvariation zu $+0^s.3$; den wahrscheinlichen Gang zu berechnen lohnt sich nicht wegen der Fehlerquellen solcher billigen Uhrwerke, die keiner Gesetzmäßigkeit unterworfen sind. Trotz der nicht unbeträchtlichen Abweichungen ist doch die Genauigkeit eine solche, daß die Uhr zu Beobachtungen z. B. der veränderlichen Sterne ausreicht, während für Beobachtungen am Durchgangsrohr und zu Messungen am Ringmikrometer die bessere Ausführung zu empfehlen ist.

24. III.	$6^h\ 42^m$	$+0^s.48$	31. III.	$6^h\ 51^m$	$+5^s.36$
25. „	6 44	0.92	1. IV.	6 52	6.71
26. „	6 44	2.13	2. „	6 47	8.21
27. „	6 47	2.78	3. „	6 54	9.23
28. „	6 45	3.68	4. „	6 54	10.21
29. „	6 25	3.87	5. „	6 54	11.34
30. „	6 52	4.53			

Ich komme also zu folgendem Schlusse: Das Ideal bleibt die Präzisionspendeluhr, nächst ihr, und als Universaluhr besonders empfehlenswert, das Schiffschronometer und das Taschenchronometer erstklassiger Firmen, zuletzt die einfache Pendeluhr und die normale Taschenuhr, diese nicht so sehr zu streng wissenschaftlichen Beobachtungen geeignet, aber doch, wenn sie möglichst gleichmäßige Gänge aufweist, auch zur Zeitübertragung durch Anschluß an andere Uhren von großem Werte.

Zur Technik der Uhr.

Die Güte der Uhr richtet sich nicht nach der Ausstattung, sondern allein nach dem Werke, und in ihm ist wieder die Hemmung mit der Unruhe de

ausschlaggebende Faktor. Wir wollen daher noch auf die Bedingungen eingehen, unter welchen der Gang der Taschenuhr, des Chronometers und der Pendeluhr erfolgt.

Die Hemmung. Wir verstehen darunter diejenige Vorrichtung, welche das Ablaufen des unter dem Zuge der Feder stehenden Räderwerkes verhindert, und unterscheiden dabei die Zylinder-, Anker- und die Chronometerhemmung. Von dem guten Arbeiten der Hemmung hängt der Gang der Uhr ab, wie unser Leben von dem Schlage des Herzens. Der Zylindergang, von *Graham* 1720 zuerst angewendet, soll hier nur seiner geschichtlichen Bedeutung wegen erwähnt werden. Von der gesamten, etwa 240° betragenden Schwingung der Unruhe kommen bei diesem Gange etwa 15% auf den Hebungsbogen, während dessen der Unruhe Kraft zum Weiterschwingen zugeführt wird, der Rest auf den Ergänzungsbogen, während dessen keine Arbeit geleistet wird. Der Zylindergang verlangt wegen der starken ruhenden Reibung viel Öl und hängt daher von dem Zustande des Öles mehr ab, als erwünscht ist; wir werden ihn daher in wirklichen Präzisionswerken kaum finden, und er gehört auch wirklich nicht dort hinein.

Anders die Ankerhemmung. Hier finden wir zwischen dem Steigerade und der Welle der Unruhe noch den Anker als Zwischenglied eingeschaltet, der die Arbeit der Hemmung verrichtet, vom Steigerade die Hebungskraft zugeführt erhält und an die Unruhe weitergibt. Die so angetriebene Unruhe ist mit dem Anker nur auf einem kurzen Teile ihres Weges in Berührung und schwingt sonst völlig frei: freier Ankergang. Der Hebungsbogen beträgt etwa 35°, aber nur 8% der ganzen Schwingung. Der Einfluß des Öles ist gegenüber dem Zylindergange also erheblich geringer. Bei guten Ausführungen sind die beiden „Klauen" des Ankers stets mit Edelsteinen besetzt; auch der Hebestift „Eklipse", von welchem die Unruhe ihre neue Schwungkraft erhält, ist ein Edelstein. Die freie Ankerhemmung ist wohl das Beste, was wir für Taschenuhren an Hemmungen besitzen.

Die Chronometerhemmung stellt eine modifizierte Form des Ankerganges dar. Auch hier schiebt der Hebestein der Unruhe die Hemmung von einem Zahne des Steigrades ab, während der zweite folgende Zahn gleichzeitig der Unruhe einen kurzen Antrieb erteilt. Der Unterschied gegenüber dem Ankergange liegt darin, daß die Hebung nur auf einem Wege der Unruhe erfolgt, während sie beim Zurückschwingen keine nennenswerte Einwirkung mehr erfährt. Dadurch beträgt der Hebungswinkel mit 45° doch nur etwa 4.5% der ganzen Schwingung, ein Vorteil, der noch dadurch erhöht wird, daß die Hemmung kein Öl gebraucht. Wir finden trotzdem diese Hemmung in Taschenuhren nur sehr selten, wohl weil sie an die Kunstfertigkeit ihres Herstellers die allergrößten Anforderungen stellt.

Die Unruhe. Wie uns als Kindern das lustig hin- und herschwingende Unruherädchen das größte Vergnügen bereitete, so bereitet es uns jetzt (*tempora mutantur, nos et mutamur in illis!*) die größte Sorge; ist doch dieses Pendel in unserer Taschenuhr Wärmeeinflüssen und daraus entstehenden Gangänderungen in besonderem Maße ausgesetzt. So mußten die Uhrmacher (warum

nennt man die Hersteller dieser Wunderwerke nicht Uhrkünstler?!) diesem so zarten Rädchen ihre größte Sorge widmen. Bei einer solchen mit Wärmeausgleich versehenen Unruhe besteht der Ring aus 2 Metallen, innen Stahl, außen Messing. Dieser Ring ist an zwei gegenüberliegenden Stellen durchschnitten und mit der Welle durch nur zwei Arme verbunden. Bei zunehmender Wärme und der daraus folgenden Ausdehnung der Unruhe wird das Messing sich mehr ausdehnen, als der Stahl, die aufgeschnittenen Ringteile werden nach innen gebogen und das vergrößerte Moment des Ringes dadurch wieder auf sein altes Maß gebracht. Die kleinen, meist goldenen oder doch vergoldeten Schräubchen am Umfange des Ringes dienen dazu, der Unruhe beim Einregulieren sowohl das richtige Moment als auch völliges, indifferentes Gleichgewicht zu geben. Für extreme Fälle erhalten die Unruhen der Box-Chronometer noch Hilfskompensationen, von denen die *Kullberg*sche „Kältezügelung" sehr verbreitet und gut bewährt ist. Bei ihr tritt eine zusätzliche Federwirkung in Kraft, wenn bei allerniedrigsten Temperaturen die Kompensation des Ringes selbst nicht mehr ausreicht.

Die Zugfeder wird nur in billigen Ausführungen in fast ihrer ganzen Länge ausgenutzt, während bei guten Taschenuhren nur wenige Umläufe des Federgehäuses benutzt und die Feder durch die „Stellung" am weiteren Ablaufen gehindert wird. Bei Box-Chronometern wird eine gleichbleibende Zugkraft der Feder noch dadurch erreicht, daß die kleine Zugkette (übrigens ein Musterstück feinster Mechanik!) auf eine in Spiralform geschnittene Trommel wirkt. So bleibt der Wert: Zugkraft mal Hebelarm nahezu konstant.

Einige Worte müssen auch über die Stoppuhr noch gesagt werden. Sie sollte stets in der Form der reinen Stoppuhr Verwendung finden. Eine Verbindung der Präzisionstaschenuhr mit Stoppuhr ist ein Unding: entweder das eine oder das andere! Die beste Form ist die Stoppuhr mit *Rattrapante*, d. h. mit nachspringendem Zeiger. Bei ihr liegen zwei Sekundenzeiger genau übereinander und beginnen beim ersten Druck auf die Krone gleichzeitig zu laufen. Durch Druck auf eine neben der Krone liegende Nase kann der untere Zeiger angehalten werden, während der obere Zeiger seinen Weg unverändert fortsetzt. Durch einen zweiten Druck auf die Nase springt der gestoppte Zeiger dem weitergelaufenen nach und setzt wieder gemeinsam mit ihm den Weg fort, bis eine neue Stoppung erfolgt usw. Ich rate dringend, bei der Beschaffung einer Stoppuhr nur die Form mit *Rattrapante* zu wählen, da sie nicht nur bei der Uhrvergleichung zu gebrauchen ist, sondern auch am Zeitbestimmungs-Instrument mit beliebig vielen Fäden geradezu glänzende Verwendung finden kann. Die Ablesegenauigkeit ist $^1/_5$ Sekunde.

Bei der Pendeluhr müssen wir etwas länger verweilen; denn sie gehört neben dem Beobachtungs-Instrument zu unserer Sternwarte als einer ihrer Hauptbestandteile. Trotz größter Zuverlässigkeit bedarf sie doch nur einer recht geringen Wartung, die sich auf einen Aufzug in der Woche beschränkt. Für das Versehen mit neuem Öle gilt dasselbe wie für tragbare Uhren, nämlich etwa alle vier Jahre. Während wir nun bei der tragbaren Uhr auf den Ort der Aufbewahrung weniger zu achten brauchen, bedingt die Unterbringung einer Pendeluhr

große Sorgfalt. Wände, in welchen sich Türen befinden, kommen überhaupt nicht in Frage. Der beste Platz ist an der sogenannten Brandmauer, der zwei Häusern gemeinsamen Zwischenmauer, die auch in allen Fällen die gegen Wärmeeinflüsse bestgeschützte Mauer des Hauses ist. Je näher dem Erdboden die Aufhängung erfolgt, desto vorteilhafter ist es für den Gang der Uhr. Ein abschließbarer, möglichst trockener Kellerraum an der Garten- oder Hofseite des Hauses kann als idealer Uhrenraum bezeichnet werden, wenn sich nicht in unmittelbarer Nähe der Raum einer Sammelheizung befindet. Die Schwankung in der Temperatur ist in solchem Kellerraume die geringste, die überhaupt in einem normalen Miets- oder Eigenhause beobachtet werden kann. Auf jeden Fall hängen wir dann unsere Uhr auf einem starken Holzbrette auf und lassen sowohl zwischen der Hinterwand des Uhrgehäuses und dem Brett, als auch zwischen diesem und der Mauer 2 bzw. 3 cm Zwischenraum. Wenn wir aber gezwungen sind,die Uhr im Wohnstock aufzuhängen, dann wählen wir wenigstens die Brandmauer eines nach Norden gelegenen Zimmers. Bei der Auswahl des Platzes für die Uhr dürfen jedenfalls Rücksichten auf Schönheit kein entscheidendes Wort sprechen: der zweckmäßigste, nicht der schönste oder bequemste Platz ist derjenige, an welchen die Uhr gehört!

Das Pendel. Die billigste Art ist das Holzpendel mit Metallinse; mit ihm ist noch kein Liebhaber unzufrieden gewesen, bevor ihm Besseres oder Ausgezeichnetes zur Verfügung stand. Allerdings ist das Gewicht der Linse meist zu gering, aber der Fehler wird von jedem Uhrmacher leicht behoben werden können. Das Gewicht der Linse sollte nicht unter 2 kg betragen. Ich selbst habe mit einem derartigen Pendel die allerbesten Erfahrungen gemacht und verweise auf die Gangtabelle auf Seite 424.

Eine höhere Genauigkeit bietet uns das mit Wärmeausgleich versehene Metallpendel. Die ältere Form kennen wir als das Rostpendel, aus einer ungleichen Anzahl von Stahl- und Messing- oder Zinkstäben zusammengesetzt, die gruppenweise durch Querhäupter verbunden sind. Dieses Rostpendel ist erst in den letzten 30 Jahren durch neuere Pendel überholt und verdrängt worden. Ein Nachteil des Rostpendels war sein großer Luftwiderstand und die niemals völlig gleichmäßige Ausdehnung der einzelnen Stabgruppen. Wenn es auch gegenüber noch älteren Pendelformen eine wesentliche Verbesserung dargestellt hatte, so war es doch den hohen Anforderungen der modernen Stellarastronomie (ich erinnere nur an die Untersuchungen über Eigenbewegungen der Fixsterne) nicht mehr gewachsen.

So folgte dem Rostpendel das Pendel mit Quecksilber als Ausgleichsmittel, und zwar zunächst in der Form, daß an Stelle der schweren Linse zwei mit Quecksilber gefüllte, zur Pendelstange symmetrisch angeordnete Stahl- oder Glasbehälter traten. Der erzielte Fortschritt war nicht sonderlich groß, denn was das Quecksilber durch seine Leichtbeweglichkeit bei der Wärmeausdehnung an Vorteil brachte, wurde durch den Umstand wieder überdeckt, daß die große Masse des Quecksilbers auf engem Raume ein schnelles Folgen bei wechselnder Wärme ausschloß, während die dünne Pendelstange ihre Länge erheblich schneller anpaßte. Erst *S. Riefler* in München gab dieser Pendelart eine brauchbare

Form, indem er das Quecksilber auf einen möglichst großen Teil der Pendellänge, bei geringem Querschnitte, verteilte und dadurch sowohl ein schnelles Eindringen der Temperatur erreichte, als auch den Einfluß der Ungleichheit der Temperatur in den verschiedenen Luftschichtungen übereinander nach Möglichkeit verminderte. *Riefler* wählte als Pendelstange ein nahtlos gezogenes Stahlrohr von 16 mm ∅ und 1 mm Wandstärke und füllte dasselbe auf $^2/_3$ der Länge mit Quecksilber. Die Linse selbst bestand aus vernickeltem Gußeisen und stand genau in ihrem Schwerpunkte in fester Verbindung mit der Pendelstange. Kleinere, noch verbleibende Kompensationsfehler wurden durch Scheibchen am Pendelende ausgeglichen. Das Gesamtgewicht betrug etwa 6 kg. Außer der einfachen Bauart hat das Pendel folgende sehr große Vorzüge: 1. Wegen der auf eine große Länge des Pendels verteilten Quecksilbermenge folgt das Pendel schneller der Wärmeänderung. 2. Temperaturschichtungen haben aus demselben Grunde geringeren Einfluß, als bisher. 3. Der Luftwiderstand ist bei nur einer Pendelstange und wegen der flachen Linsenform sehr gering.

Die erreichte Ganggenauigkeit ist bemerkenswert: der mittlere tägliche Gang betrug (s. Spalte *a*), derselbe Gang, reduziert auf einen mittleren Luftdruck von 715.8 mm betrug (s. Spalte *b*)

		a	*b*
1891/1892	Sept. 1.—Sept. 12.	+0.030	−0.002
	Dez. 5.—Jan. 10.	+0.023	+0.007
	Aug. 16.—Sept. 2.	+0.010	+0.005,

wobei besonders zu berücksichtigen ist, daß in den Zwischenzeiten die Temperatur von +21°.3 über −5°.7 bis +25°.3 geschwankt hat! Die an dem betreffenden Pendel festgestellte tägliche Gangänderung von $+0^s.0008$ für +1° C. war erheblich kleiner als bei allen damals bekannten Pendeluhren.

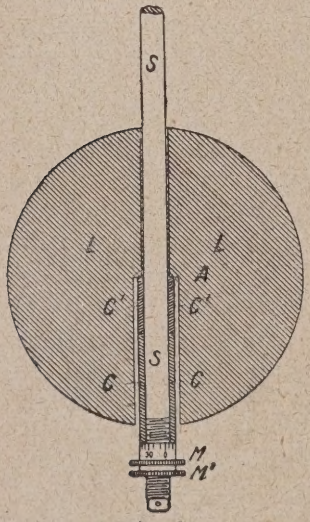


Fig. 1.

Aber man war mit der Genauigkeit noch nicht am Ende. Durch die Versuche des Dr. *Guillaume* in Sèvres war festgestellt worden, daß eine Mischung von 64.3% Stahl mit 35.7% Nickel einen Ausdehnungskoeffizienten besitzt, der nur noch $^1/_{12}$ von dem des Stahles, $^1/_{18}$ von dem des Messings, und $^1/_{23}$ von dem des Aluminiums beträgt. So waren durch Herstellung dieses neuen Werkstoffes neue Möglichkeiten zur weiteren Verfeinerung der Pendelkompensation gegeben. Fig. 1 zeigt einen Schnitt durch das neue *Riefler*sche Nickelstahlpendel; *S* ist der Pendelstab, *L* der Linsenkörper, *A* die Auflagefläche der Linse auf den beiden Hilfskompensationsrohren *C* und C_1, *M* und M_1 die Muttern zum Einstellen der Pendellänge. Bei den Sekundenpendeln besteht *C* aus vernickeltem Messing, C_1 aus Stahl; die gemeinsame Länge beträgt etwa 10 cm. Bei einem Pendelstab, der einer stärkeren Kompensation bedarf, wird das Messingrohr länger, das Stahlroh

kürzer ausgeführt, und umgekehrt. Ist die notwendige Kompensation besonders groß, so wird C länger als 10 cm, und C_1 fällt ganz weg; in außergewöhnlichen Fällen kann für C statt Messing auch Aluminium verwendet werden. Das Gewinde der Einstellmuttern M und M_1 ist ein Flachgewinde und hat bei den Sekundenpendeln mit 14 *mm* starker Pendelstange 1 *mm* Steigung. Es wird als Flachgewinde geschnitten, damit der schwere Linsenkörper nicht herabsinken kann, wenn bei steigender Temperatur die Muttern, trotzdem sie der größeren Sicherheit wegen ebenfalls aus Nickelstahl hergestellt sind, sich mehr erweitern sollten, als der Durchmesser der Schraubenspindel. Das *Riefler*sche J-Pendel bester Ausführung hat ein Gewicht von 7.4 kg, das K-Pendel 6.3 kg. Bei ersterem ist die Einstellmutter M in 100 Teile geteilt, und der Wert einer ganzen Umdrehung beträgt 40^s am Tage, bei letzterem 32^s. Der größte für das J-Pendel aus der Rechnung noch verbleibende Kompensationsfehler beträgt $\pm 0^s.005$ und für das K-Pendel $\pm 0^s.02$ für $\pm 1° C$ im 24^h. In der Praxis werden diese Werte meist unterschritten. So zeigte z. B. die Uhr *Riefler Nr. 20* im Geodätischen Institute zu Potsdam nur einen Kompensationsfehler von $-0^s.003$. Durch das Nickelstahlpendel sind somit die Einwirkungen der Wärme auf ein Mindestmaß gebracht worden.

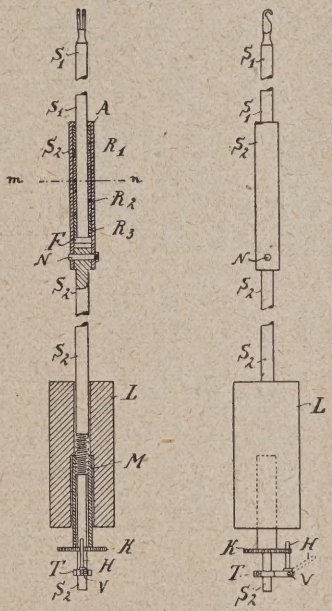


Fig. 2.

Um nun auch die letzte Wärmefehlerquelle noch auszuschalten, die in der Temperaturschichtung liegt, gab *Riefler* in neuester Zeit seinem Nickelstahlpendel nochmals eine neue Form (Fig. 2). Bei diesem Schichtungspendel wurde die Kompensation in die Mitte der Pendellänge verlegt, und die Pendelstange zu diesem Zwecke dort durchschnitten. Die Hilfskompensationsrohre R_1 bis R_3 der vorigen Form ruhen auf einer Mutter F am unteren Ende der oberen Pendelstange auf. Die untere Pendelstange wird durch ein Überwurfrohr S_2 aus Nickelstahl, dessen obere innere Fläche sich auf R_1 stützt, mit der oberen Hälfte verbunden. Die Pendellinse (in diesem Falle in der zylindrischen Form) ruht in ihrer Mitte unmittelbar auf der verlängerten Einstellmutter M aus Nickelstahl auf. Die von *Kienle* in München an einem solchen Pendel seit 1917 Oktober bis 1918 November durchgeführten Untersuchungen haben die Vorausberechnung glänzend bestätigt: ein Einfluß der bisher noch störenden Wärmeschichtung konnte nicht mehr festgestellt werden.

Luftdruck-Kompensation. Für ein gutes Pendel muß nun unbedingt auch noch die Einwirkung des Luftdruckes nach aller Möglichkeit ausgeschaltet werden, denn bei steigendem Druck schwingt das Pendel langsamer, und umgekehrt. Die Luftdruck-Konstante ist derjenige in Sekunden ausgedrückte Wert, um den ein Pendel in 1^d zurückbleibt, wenn der Luftdruck um 1 mm Queck-

silbersäule steigt, und beträgt beim J- und K-Pendel $0^s.012$. Das ist ein Wert, der wegen seiner leider unvermeidlichen Größe die sonst prächtigen Gänge des Pendels empfindlich beeinflußt. Der Helfer in der Not war das vom Aneroid-Barometer bekannte luftleere Blechdöschen. Die von *Riefler* gebaute Luftdruck-Kompensation ist in Fig. 3 dargestellt. Die Anbringung erfolgt in etwa $\frac{1}{4}$ der Pendellänge vom Aufhängungspunkte; m ist die Hauptmasse, s kleine Zulagscheiben zur Feineinstellung. Bei zunehmendem Luftdruck werden die Aneroid-Kapseln zusammengedrückt, das Gewicht $m + s$ gesenkt und der Mitte der Pendellänge genähert, der Gang also beschleunigt. Über die Genauigkeit der Wirkung wird mitgeteilt, daß am Pendel der Uhr *Nr. 49* auf der Sternwarte in Königsberg in zweijähriger Beobachtung kein merkbarer Fehler mehr festgestellt werden konnte.

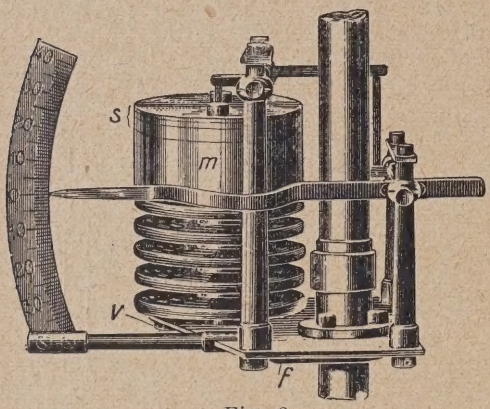


Fig. 3.

Eine noch weiter gehende Aufhebung der Einwirkung des wechselnden Luftdruckes wird nun dadurch erreicht, daß die Uhr als Ganzes in ein luftdicht verschließbares Glasgehäuse gesetzt wird. Diese Bauart stellt das Beste dar, was bisher geschaffen werden konnte. Die Luftdruck-Konstante des verwendeten Nickelstahlpendels ist $0^s.018$. Reguliert man das Pendel vor dem Verschließen der Uhr so, daß die Uhr etwa $2^s.7$ am Tage verliert, und pumpt dann nach dem Verschließen die Luft so weit aus, daß der Unterschied zwischen dem Luftdrucke im Gehäuse und der Außenluft 150 mm Quecksilbersäule beträgt, so hat die Uhr den richtigen Gang erhalten, und das Pendel wird nun dauernd in einem Luftraume von gleichmäßiger Dichte schwingen. Eine solche Uhr stellt unbedingt das *Non plus ultra* dessen vor, was zurzeit an Präzision erreicht werden kann.

Graphische Darstellung der Acceleration, welche ein Zulagegewicht p dem Pendel in verschiedener Höhenlage erteilt.

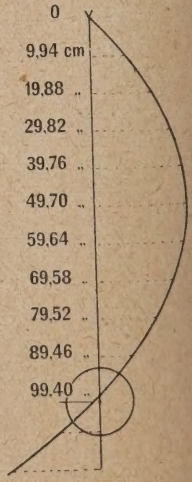


Fig. 4.

Die Regulierung des Pendels. Die Beseitigung der ersten groben Gangfehler geschieht mit Hilfe der am Pendelende angebrachten Reguliermuttern (s. oben). Wenn die Muttern bewegt werden sollen, muß stets das Pendel angehalten und vor Verdrehung gesichert werden. Diese grobe Einstellung wird so lange fortgesetzt, bis das Pendel in 24^h noch etwa $0^s.5$ zurückbleibt. Erst dann beginnt die Feineinstellung. Hierbei wird die beschleunigende Wirkung eines an irgendeiner Stelle der Pendellänge aufgelegten Zusatzgewichtes benutzt. In der Drehungsachse des Pendels bei O (Fig. 4) und im mathematischen Schwerpunkte ist die Wirkung des Zusatzgewichtes gleich Nul

und erreicht in der Mitte der Pendellänge bei etwa 49.7 cm (*Riefler J* und *K*) ihr Maximum. Die Größe der beschleunigenden Kraft ist durch die Parabelkurve dargestellt. Um die kleinen Zusatzgewichtchen auflegen zu können, ist bei der Pendelmitte ein kleiner Teller angebracht. Die nötigen Gewichte in Form kleiner Metallstreifen (aus Neusilber für je $0^s.5$ und aus Aluminium für je $0^s.1$ tägliche Beschleunigung) werden dem Pendel beigegeben. Das Auflegen auf den Teller kann während des Ganges der Uhr geschehen, am besten mit der rechten Hand, wenn das Pendel auf dem Wege nach rechts gerade an dem Umkehrpunkte angelangt ist. Eine sehr hübsche Art, Zusatzgewichte aufzulegen oder abzunehmen, wurde von *Riefler* ausgeführt. Dabei ist die Berührung der Uhr nicht notwendig, so daß diese Art der Feinstellung auch bei Uhren unter luftdichtem Verschluß vorteilhaft angewendet werden kann. Neben dem Pendel befinden sich, auf der Rückwand des Gehäuses befestigt, zwei Elektromagnete (Fig. 5), an deren Ankern zwei kleine Messinggewichte von je 2 Gramm Gewicht an zarten Seidenfäden hängen. Das rechte Gewicht liegt stets auf dem Teller auf, während das linke frei darüber schwebt. Der Teller befindet sich 27 cm unterhalb der Schwingungsachse. Hat nun die Uhr verloren, so wirkt der Stromkreis des linken Elektromagneten auf Fig. 6 geschlossen, das linke Gewichtchen legt sich ebenfalls auf den Teller auf und beschleunigt das Pendel um $0^s.1$ in 1^h. Beispiel: Der Uhrstand ist zu $-0^s.6$ festgestellt, und soll auf ± 0 gebracht werden. Der Stromkreis des rechten Magneten (Verzögerung!) wird für die Dauer von 6^h geschlossen. Außer dem großen Vorzuge, daß die Uhr weder geöffnet noch berührt zu werden braucht, kann die Einstellung auch auf beliebig große Entfernung ausgeführt werden. Die Selbst-

Elektrische Ferneinstellung

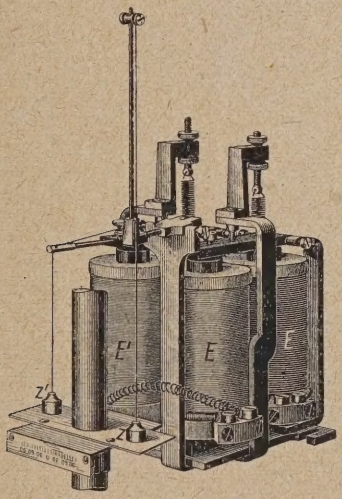


Fig. 5.

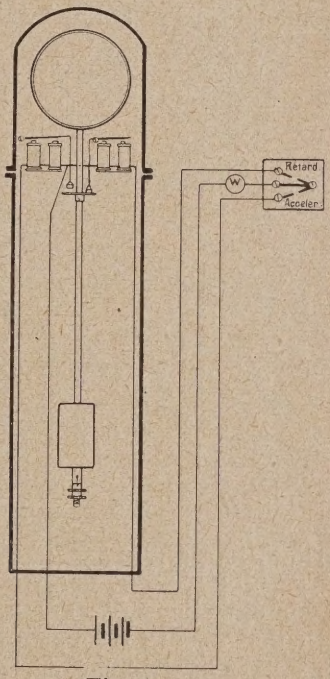


Fig. 6.

anfertigung einer solchen elektrischen Ferneinstellung ist bei einiger Handfertigkeit mit sehr geringen Kosten möglich.

Die Hemmung oder das Echappement. Wie bei den tragbaren Uhren mit Federantrieb ist auch bei der Pendeluhr mit Gewichtsantrieb das Vorhandensein einer guten Hemmung von höchster Bedeutung; das allerbeste Pendel wird völlig wertlos, wenn die Hemmung nichts taugt. Die früher fast ohne Ausnahme in guten astronomischen Pendeluhren eingebaute Hemmung war die von *Graham* etwa 1710 eingeführte, bestehend aus dem Anker mit zwei Klauen und dem Steigrade, das, unter der Kraft des Zuggewichtes stehend, dem Anker und dem mit ihm durch die Pendelgabel in Verbindung stehenden Pendel in jeder Sekunde einen kurzen Antrieb gibt (Fig. 7). t ist die Zahn-

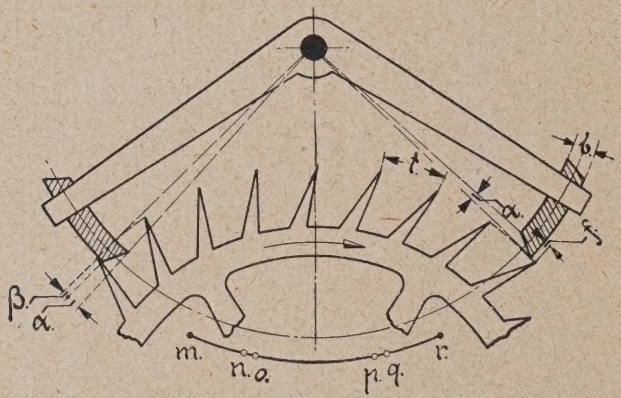


Fig. 7.

teilung, b die Klauenstärke $\left(< \frac{t}{2}\right)$, f der Fall des Ankers, α der Winkel des Hebungsbogens des Pendels. Im Diagramm sind m und r die Umkehrpunkte, pn und oq die Hebungswinkel, qrp und nmo die Ergängungssbogen, no und pq die Auffallwinkel β.

Diese Art der Hemmung wird „unfrei" genannt, da das Pendel nicht frei schwingen kann, sondern während seines ganzen Weges durch die Gabel mit dem Anker und dem Uhrwerke in Verbindung steht. Dadurch müssen alle im Werke etwa vorhandenen störenden Momente auch das Pendel beeinflussen. Trotzdem ist doch der *Graham*-Gang für uns Liebhaber der gegebene, denn er ist neben großer Zuverlässigkeit einfach und auch billig, da seine allgemeine Herstellung nicht durch Patente geschützt ist. (Vgl. die Gänge meiner Hauptuhr auf S. 424.)

Eine neue freie Hemmung wurde von Dr. *S. Riefler* konstruiert. Wir wollen sie hier ausführlich besprechen, da mit ihr in Verbindung mit dem Nickelstahlpendel Gänge von bisher ungeahnter Genauigkeit erzielt worden sind. *Riefler* sagt darüber: „Das Pendel steht mit dem Uhrwerk nur durch die Aufhängefeder in Verbindung, durch welche es auch den Antrieb erhält. Dieser erfolgt dadurch, daß die Feder bei jeder Pendelschwingung, infolge der Um-

schaltung des Ankers durch das Räderwerk der Uhr, eine kleine Biegung erfährt und hierdurch ein wenig gespannt wird. Durch diese Spannkraft der Feder wird dem Pendel der Antrieb erteilt. Da diese Biegung um eine Achse erfolgt, welche mit der Schwingungsachse des Pendels zusammenfällt, und da sie außerdem jedesmal nahezu in dem Augenblicke eintritt, in welchem das Pendel durch

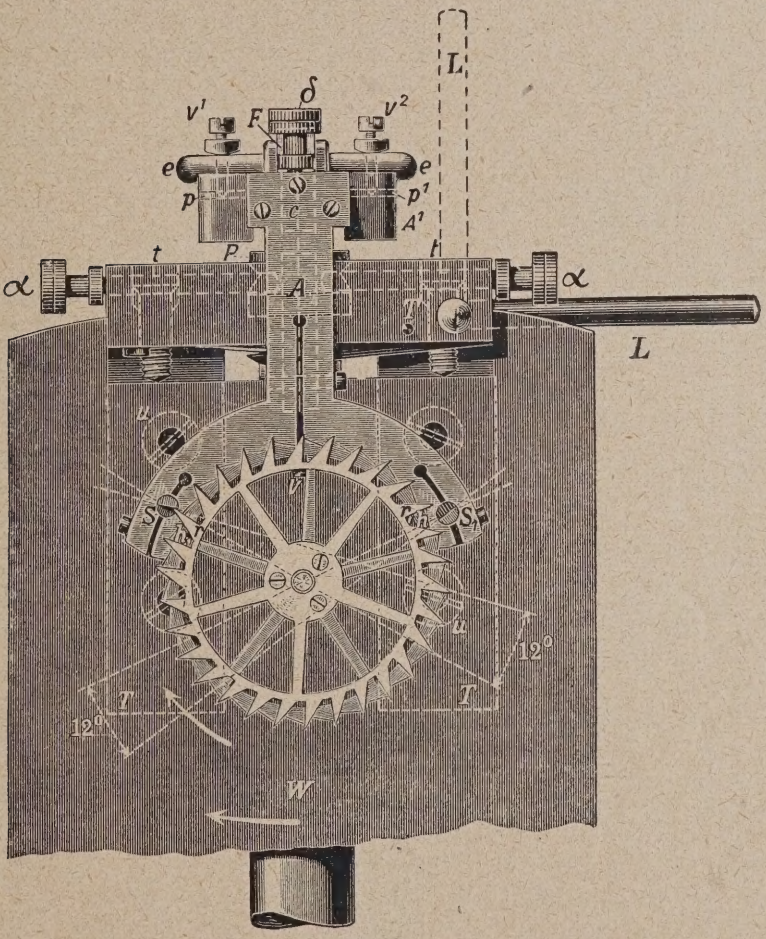


Fig. 8.

die Mittellage schwingt und daher die größte lebendige Kraft besitzt, so ist außer der vollkommenen Freiheit des Pendels auch noch der große Vorteil erreicht, daß Ungleichheiten in der Kraftzufuhr vom Räderwerk sowie in den Auslösungswiderständen keinen erheblichen Einfluß auf die Gleichförmigkeit des Uhrganges äußern können.“ Die Anordnung der *Riefler*schen freien Hemmung ist auf Fig. 8 in Vorderansicht und auf Fig. 9 in Seitenansicht in natürlicher Größe dargestellt. „*TT* ist ein an der hinteren Werkplatte *W* mit

den Schrauben u befestigter Träger, in welchem die beiden Lagersteine P durch je eine Zugschraube z und drei Druckschrauben d befestigt sind, deren ebene Oberflächen zusammen eine und dieselbe wagerechte Ebene bilden müssen.

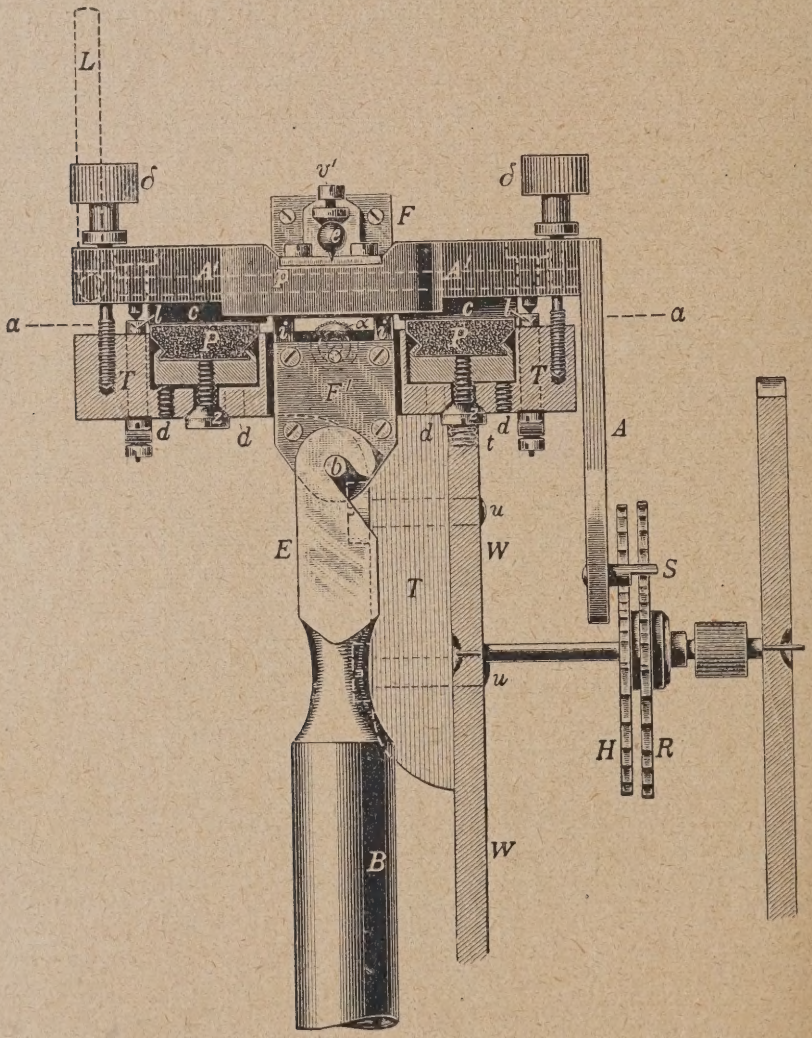


Fig. 9

Auf dieser Ebene liegt die Drehungsachse aa des Ankers A, welche durch die Schneiden der Stahlprismen cc gebildet ist. Der Hebel L, die Schrauben a und δ sowie die Stahlpfannen l dienen nur dazu, die Pendelaufhängung A_1 bei dem Transporte und der Aufstellung der Uhr feststellen zu können. Das Pendel selbst hängt dann in dieser Aufhängung A_1. Durch die kleinen Schrauben $v_1 v_2$

kann die Pendelaufhängung so weit gehoben oder gesenkt werden, daß die Biegungsachse der Federn ii mit der Schneidenachse aa zusammenfällt. Diese Biegungsachse liegt erfahrungsgemäß 0.3 mm unter der oberen Federklemmung F. Die Dicke der Pendelfedern ist 0.11 bis 0.12 mm.

Während beim *Graham*-Gange nur ein Steigrad vorhanden ist, besitzt der *Riefler*-Gang zwei, das Hebungsrad H und das etwas größere Ruherad R mit je 30 Zähnen. Die Zähne hh_1 des Hebungsrades bewirken mit ihren schrägen Flächen die Hebung, die Zähne rr_1 des Ruherades mit ihren radialen Flächen die Ruhe. S und S_1 sind die zylindrischen und am vorderen Ende bis zur Mitte abgeflachten Hebe- und zugleich Ruhepaletten des Ankers A. Die Hebung findet an der zylindrischen, die Ruhe an der glatten Fläche statt. „Das Spiel der Hemmung ist nun folgendes: die Vorderansicht stellt dasselbe in dem Augenblicke dar, in welchem das Pendel in der Ruhelage ist, und der Zahn r (links) auf der ebenen Fläche der Palette aufruht. Schwingt nun das Pendel in der Pfeilrichtung nach links aus, so bleibt die Feder i zunächst noch gerade gestreckt, und die Schwingung findet anfänglich um die Schneidenachse aa des Ankers statt. A wird, weil er mit dem Pendel durch i in Verbindung steht, diese Schwingung des Pendels so weit mitmachen, bis die Zahnspitze des Ruhezahnes r von der Ruhefläche der Palette S herabfällt. Das Pendel hat bis dahin einen Hebungsbogen von etwa ¼° zurückgelegt. Jetzt ist die Zylinderfläche der Palette S_1 (rechts) an den Hebezahn h bis auf den erforderlichen Spielraum herangerückt, die Räder drehen sich in der Pfeilrichtung, bis r_1 auf die ebene Fläche von S_1 aufzuliegen kommt, und h bewirkt während dieser Drehung die Hebung, indem er S_1 zurückdrängt und dadurch den Anker in der der Pendelschwingung entgegengesetzten Richtung bewegt. Durch diese vom Räderwerke bewirkte Drehung des Ankers hat die Feder i eine kleine Biegung um aa und damit eine geringe Spannung erfahren, welche dem Pendel den neuen Antrieb erteilt. Das Pendel folgt jedoch nicht sofort der antreibenden Kraft, sondern vollendet zunächst noch seine Schwingung nach links, wobei der Anker in Ruhe bleibt. Dieser Ergänzungsbogen beträgt etwa 1¼° nach jeder Seite. Bei der Rückkehr des Pendels wird, nachdem es die Mittellage nach rechts überschritten hat, der inzwischen auf S_1 aufgeruhte Zahn r_1 frei, und eine neue Hebung findet auf der anderen Seite durch den Zahn h_1 statt.

Die Widerstände, welche durch die Verbindung des Pendels mit dem Uhrwerke auf das Pendel einwirken, bestehen nur in der Achsenreibung des Ankers und in dem Auslösungswiderstand, welcher beim Herabgleiten der Zähne des Ruherades von den Ruheflächen der Paletten stattfindet. Beide Widerstände sind äußerst gering und dazu von stets gleicher Größe. Die Hemmung ist zugleich eine solche mit stets gleicher Kraft, da wegen der Bauart derselben die Bewegung des Ankers von der Mittellage nach beiden Seiten stets innerhalb der gleichen Grenzen stattfindet, während z. B. beim *Graham*-Gang die Bewegung des Ankers von der Größe des Pendelausschlages abhängt. Der Schwingungsbogen des Pendels ist beim *Riefler*-Gang stets nahezu gleich; seine Größe hängt lediglich von der Spannkraft der Feder i ab und beträgt 2¾ bis 3°. Der Ergänzungsbogen des Pendels ist etwa fünfmal so groß als der Hebungsbogen,

während beim *Graham*-Gang das umgekehrte Verhältnis besteht. Es ist daher kaum möglich, daß das Pendel infolge von Erschütterungen oder anderen Einwirkungen zum Stillstand kommen könnte."

Ein ähnlicher freier Ankergang wurde von *Strasser* in Glashütte konstruiert (Fig. 10). Hier fehlen die Stahlschneiden und das Hebungsrad *H*. Neu hinzugefügt ist das zweite Federpaar, dem die Übertragung der Antriebskraft auf das Pendel mit Hilfe der zarten Brücke *r* zufällt. Das Steigrad ist dem des *Graham*-Ganges ähnlich. An der Klaue k_1 findet die Hebung, an der linken Fläche der etwas vorstehenden Klaue k_2 die Ruhe statt. Nach der ausführlichen Schilderung der Bewegungsvorgänge im *Riefler*-Gang dürfte der *Strasser*-Gang aus der Abbildung ohne weiteres verständlich sein. Auch diese Form hat in vielen Uhren Verwendung gefunden und ausgezeichnete Gänge ergeben.

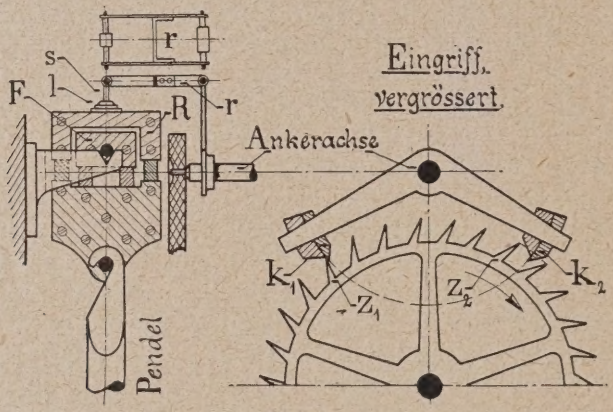


Fig. 10.

Antrieb und Aufzug. Wir unterscheiden beim Antriebe Federzug- und Gewichtsantrieb. Den Federantrieb werden wir bei astronomischen Pendeluhren überhaupt nicht finden, sondern nur in billigen 80- oder 120-Schlägern, aber zu empfehlen ist der Ankauf einer solchen Uhr bestimmt nicht. Anders der Gewichtsantrieb: er ist in der Herstellung der einfachste und zugleich zuverlässigste, besonders dann, wenn auf der Trommel, welche zum Aufwinden der das Gewicht tragenden Schnur dient, ein Gewinde eingedreht ist, in dessen Gänge sich die Schnur oder Darmsaite in einer Lage nebeneinander legt. Während des Autzuges steht das Gesperre der Trommel durch ein Gegengesperre noch mit dem Werke unter dem Druck einer Feder, so daß das Werk von dieser Feder auch während der kurzen Zeit des Aufzuges Kraft zugeführt erhält. Bei guten Werken liegt im letzten Gewindegange der Trommel eine kleine Nase, die durch die Schnur heruntergedrückt wird und ein weiteres Aufziehen verhindert, wenn das Zuggewicht seine höchste beabsichtigte Stellung erreicht hat; ein zu hohes Aufziehen ist daher durch diese Aufzugstellung ausgeschlossen. Das Gewinde auf der Trommel ist so geschnitten, daß das Zuggewicht in seiner höchsten Stellung dem Pendel am nächsten hängt und sich

mit fortschreitendem Ablaufe weiter und weiter vom Pendel entfernt. In einzelnen Pendeluhren findet man auch, daß das Zuggewicht ganz an die linke oder rechte Wand des Gehäuses gelegt worden ist, um seine Einwirkung auf das Pendel (durch Luftstauung) auszuschließen: eine Bauart, die wohl zu empfehlen ist.

Falls Sie einmal durch längere Abwesenheit von Hause verhindert sein sollten, Ihre Pendeluhr weiter in Gang zu halten, so rate ich dringend ab, die Uhr einfach ablaufen zu lassen, bis das Zuggewicht unten aufsteht. Halten Sie in solchem Falle das Pendel an (ganz unten anfassen, nie in der Mitte!) und

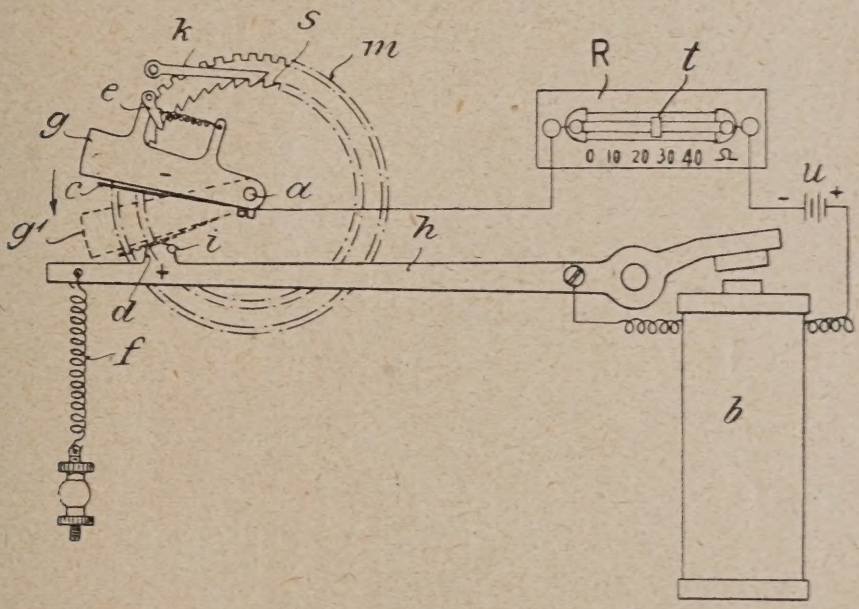


Fig. 11.

heben erst dann das Zuggewicht aus. Beim Wiederingangsetzen wird erst das Zuggewicht angehängt, das Pendel unten fest angefaßt, etwa an die Stelle des größten seitlichen Ausschlages geführt und im beabsichtigten Augenblicke losgelassen. Bei dieser Behandlung kann keine Beschädigung der Zähne des Steigrades eintreten.

Eine besondere Art des Aufzuges stellt der „elektrische Aufzug" dar, den wir aber nur bei den allerbesten Pendeluhren finden. Er hat nach *Riefler* den Vorzug, daß der Pendelantrieb gleichmäßiger ist, weil die Kraftübertragung nicht durch große Räderübertragungen störend beeinflußt wird. Das 1½ bis 2 kg schwere Zuggewicht wird beim elektrischen Aufzuge (Fig. 11) durch den etwa 10 Gramm schweren Gewichtshebel *g* ersetzt, und die Kraftübertragung von *g* bis zum Gangrade ist nur eine 7½fache gegenüber der 900fachen des gewöhnlichen Aufzuges. Es hat *g* seine Drehachse bei *a* und greift mit der Sperrklinke *e* in das Schaltrad *s* ein, das seinerseits mit dem Rade *m* der Uhr durch ein Gegen-

gesperre (s. oben) verbunden ist; m greift unmittelbar in das Triebrad auf der Gangradwelle ein. Der Hebel g sinkt bei jedem Pendelschlage ruckweise nach unten und nimmt dabei durch die Klinke e die Räder s und m mit. Sobald g in seine tiefste Stellung g_1 gelangt ist, kommt g auf den Schleifkontakt d am Ankerhebel h des Elektromagneten b zur Auflage und schließt den Stromkreis der Batterie u. Der Anker wird angezogen, und durch die Drehbewegung des Hebels h wird g in seine Anfangstellung gehoben und kann von neuem Triebkraft liefern. Im letzten Augenblicke der Hebung kommt der Isolierstein i mit der Feder c in Berührung und unterbricht den Strom, worauf der Ankerhebel durch die Feder f wieder zurückgezogen wird. Das Anzugsmoment von b wird mittels des Schiebers t am Relais R so eingestellt, daß der Stromschluß im Mittel alle 32 bis 34 Sekunden erfolgt. Aus Fig. 12 ist die Anordnung des elektrischen Aufzuges bei einem Werke unter Glasgehäuse zu ersehen; das Zifferblatt ist abgenommen.

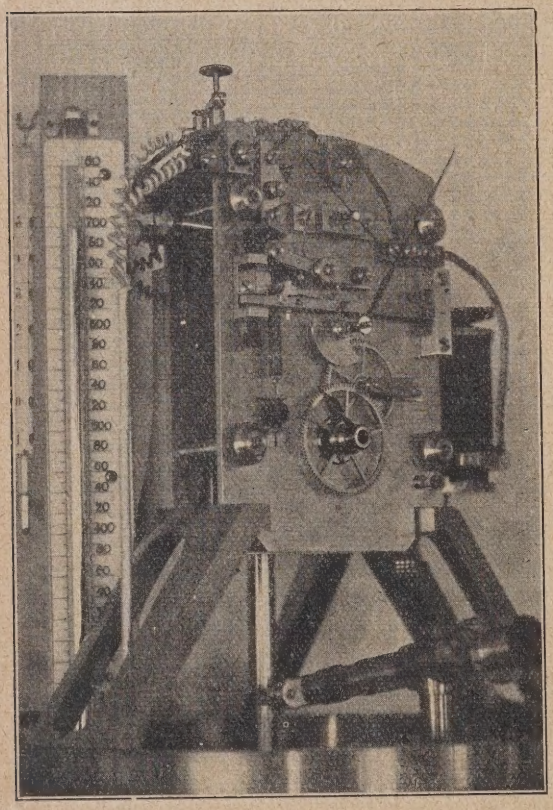


Fig. 12.

Sekundenkontakte. Nach meinen langjährigen Erfahrungen ist das Vorhandensein eines Sekundenkontaktes in der Hauptuhr unentbehrlich. Er bringt so viele und unschätzbare Vorteile mit sich, daß ich nicht dringend genug raten kann, bei der Beschaffung einer Pendeluhr nur eine solche mit eingebautem Sekundenkontakte zu wählen! Da die notwendige elektrische Einrichtung bereits in dem Abschnitt „Elektrische Einrichtungen auf Sternwarten“ besprochen ist, soll hier nur die rein mechanische Ausführung von zwei Kontaktapparaten besprochen werden.

Wenn ich nun für den *Lamont*schen Quecksilberkontakt (in etwas modifizierter Form) besonders warm eintrete, so tue ich das mit ruhigstem Gewissen, denn der selbstgebaute Kontakt hat sich in langjährigem Betriebe vorzüglich bewährt und ist so einfach, daß die Herstellung mit geringsten Kosten, und außerdem sein nachträglicher Einbau in jede Pendeluhr in Holzgehäuse ohne jede Mühe und ohne besondere Kunstfertigkeit möglich ist. Der *Lamont*sche Kontaktapparat besteht im wesentlichen nur aus 2 Teilen: der Platin-

schneide und dem Quecksilbernäpfchen. Eine einfache und doch tadellose Schneide findet sich in je 2 Exemplaren in jeder elektrischen Glühlampe, und zwar unten im zugeschmolzenen Fuße, aus dem sich die aus einem kurzen Stückchen Platin- und längerem Stück Kupferdraht zusammengelöteten Drahtenden leicht entfernen lassen. Das Ende des nur kurzen Platindrahtes wird nun mit der Finne eines feinen Hammers breitgeklopft (auf ca. 1½ mm), und danach dem ausgebreiteten Ende die gewünschte Form gegeben. Als unpraktisch zeigte sich die zuerst benutzte schmale, lanzettartige Form der Fig. 13_1, weil bei dieser (sie war außerdem nur ca. 0.4 mm breit) sehr bald durch den Öffnungsfunken die beiden Ränder und dann auch bald die Schneide in ihrer ganzen Breite oxydiert wurden, wodurch die Kontakte nach etwa 5 bis 6 Wochen auszubleiben anfingen. Im Gegensatz hierzu haben sich die beiden in Fig. 13_2 und 13_3 dargestellten Formen bestens bewährt, wenn auch die Zeitdauer des Stromschlusses wegen der etwas größeren Breite der Schneide um ein Geringes größer wurde. Bei Fig. 13_2 hat die Schneide etwa die Form eines Halbkreises, dessen Radius ca. ¾ mm betragen soll. Die Oxydation und Korrosion der Schneide tritt dann nur am äußersten Rande auf, und der mittlere Bogen bleibt davon unberührt. Bei Fig. 13_3 ist nach dem Ausbr eitendie Außenkante mit einer kleinen Schere abgeschnitten und dadurch eine vorzüglich arbeitende Schneide gebildet worden, etwa 1½ mm breit, bei welcher der Öffnungsfunke nur an den beiden Spitzen überspringt, und so die Oxydation des Platins auf ein Minimum beschränkt wird.

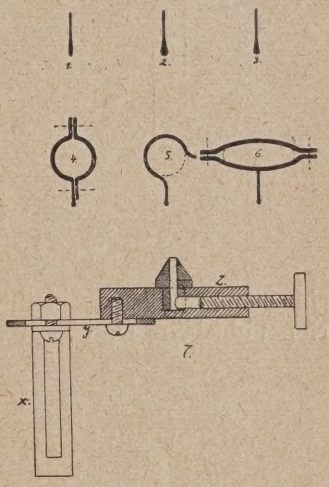


Fig. 13.

Die Anbringung der Schneide am Pendel geschieht in ungefähr ⅓ der Länge von oben, und zwar bei Metallpendeln durch eine Schelle von der in Fig. 13_4 dargestellten Form und entsprechender Breite, die durch Schräubchen zusammengehalten wird, oder nach Fig. 13_5, wo die Schelle aus dünnem federnden Messingblech besteht, das sich mit leichter Reibung über die Pendelstange schieben läßt. In beiden Fällen ist die Schneide am Ende der Schelle angelötet.

Bei einem Pendel mit Holzstange ist die Anordnung wie in Fig. 13_6, jedoch muß die Schelle noch mit dem metallenen Pendelträger durch einen blanken Kupferdraht von 0.2 mm Stärke leitend verbunden werden. Das Material für den Träger des Quecksilbertropfens, Fig. 13_7, ist am besten Schweißeisen oder weiches Schmiedeeisen. Andere Metalle sind wegen der Gefahr des Amalgamierens unbrauchbar. Dasselbe gilt auch für die gerändelte Schraube zum Hochdrücken des Tropfens. Die Bohrung in der Düse ist 2 mm; x und y dienen zur Befestigung und genauen Einstellung des Apparates unter der Schneide. Diese Einstellung soll bei Ruhelage des Pendels erfolgen. Es muß von vornherein festgestellt werden, daß dieser Kontaktapparat zur Betätigung von Sekundenspringern ungeeignet ist, da es nicht ausgeschlossen bleiben kann, daß nach längerem Betriebe der eine oder andere Stromschluß ausbleibt.

Anders wird die Sache schon, wenn der Apparat zur Synchronisierung einer Nebenuhr benutzt werden soll; hierzu eignet sich derselbe, wie die Erfahrung mich auch lehrte, vorzüglich, da es bei diesem Betriebe völlig belanglos ist, ob

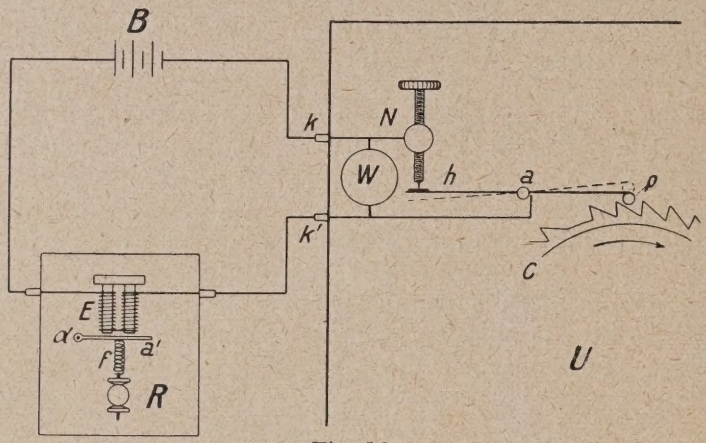


Fig. 14.

ein Stromschluß ausbleibt. Findet die zwangsweise Synchronisierung in der Nebenuhr beim Durchgange des Pendels durch den Nullpunkt (Ruhelage) statt, so muß der Kontakt, wie beim System *Hipp*, ebenfalls in der Ruhelage des Pendels der Hauptuhr wirken, und wir haben dann den „Einsekundenkontakt". Beim System *Riefler*, bei dem der Stromschluß bei einer der extremen Lagen des synchronisierten Pendels eintritt, bringt man den Apparat zweckmäßig auf derselben Seite der Hauptuhr an, und wir haben dann den „Zweisekundenkontakt". Diese Anordnung wäre für obigen Zweck wohl zu empfehlen, da nur die halbe Anzahl Stromschlüsse nötig ist, die Schneide also geschont wird, und außerdem die Oxydation derselben nur an einer Seite eintritt.

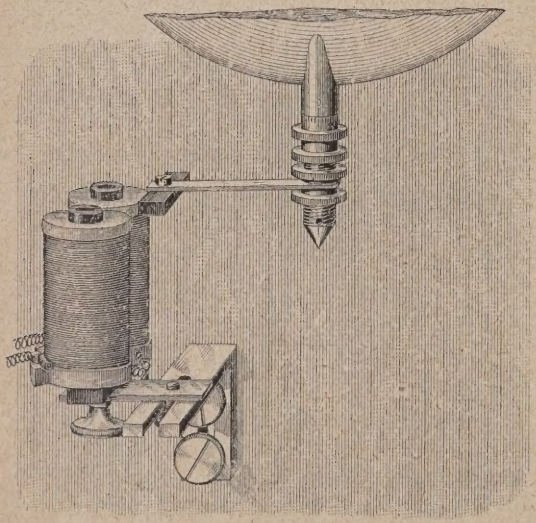


Fig. 15.

Ein von *Riefler* gebauter Kontaktapparat ist in Fig. 14 dargestellt, und zwar ist es der Zweisekunden-Kontakt, der ausschließlich zur Synchronisation von Nebenuhren dient. Das Kontaktrad *c* hat 30 (oder 29) Zähne und sitzt mit dem Steigrade auf derselben Welle; *W* ist eine Funkenlöschspule

(s. Elektrische Einrichtungen). Alles andere ist aus der Figur selbst ersichtlich.

Die Anordnung des zur Synchronisation dienenden Elektromagneten am Gehäuse und des Ankers am Pendel ist aus der Fig. 15 ohne weiteres ersichtlich. Diese Einrichtung ist bei einiger Handfertigkeit mit geringer Mühe selbst anzufertigen und lohnt die aufgewendete Mühe tausendfach.

Registrierung. Auf großen Sternwarten sind dazu besondere Chronographen, System *Hipp*, mit 2 oder mehr Hebeln vorhanden. Für uns genügt ein einfacher *Morse*-Apparat, der oft unter der Hand zu haben ist. Da die Kontakte unserer Beobachtungen sich mit demselben Hebel und auf demselben Papierstreifen aufzeichnen, müssen unsere Kontakte stets als Doppelkontakte gegeben werden, um sie nachträglich von den Sekundenpunkten, die von der Uhr stammen, unterscheiden zu können. Am Schluß der Beobachtung wird, an der Uhr stehend, eine bestimmte Sekunde durch einen 3fachen Kontakt gekennzeichnet und auf dem ablaufenden Papierstreifen sofort mit Bleistift notiert. Von der so markierten Sekunde wird dann rückwärts abgezählt.

Literatur.

Müller, Zur Regulierung einer gewöhnlichen Taschenuhr. 1907. Urania, Glashütte.

Rüffert, Uhrmacherkunst. Leipzig, J. J. Weber, 1901.

Bock, Die Uhr. Leipzig, Teubner. Aus Natur und Geisteswelt.

Plassmann, Benutzung der Taschenuhr zu wissenschaftlichen Beobachtungen. Berlin, Ferd. Dümmler, 1894. Mitteil. d. V. A. P.

v. Konkoly, Astronomische Beobachtungen. Braunschweig, F. Vieweg & Sohn, 1883.

Reichsmarineamt, Lehrbuch der Navigation. Bd. II, Teil VI: Das Chronometer. Berlin, Mittler & Sohn, 1901.

Graff, Grundriß der geogr. Ortsbestimmung. S. 80ff.: Uhren und Chronometer. Berlin u. Leipzig, G. J. Göschen, 1914.

Foerster, Studien zur Astrometrie. S. 115ff.: Untersuchungen über Pendeluhren. Berlin, Ferd. Dümmler, 1888.

S. Riefler, Die Präzisionsuhren. München. 1894.

S. Riefler, Präzisions-Pendeluhren und Zeitdienstanlagen für Sternwarten. München, Th. Ackermann, 1907.

Kienle, Über das Rieflersche Schichtungspendel. Berlin, J. Springer, 1920. Zeitschrift f. Instrumentenkunde.

Hans Kolbow.

Photographische Instrumente und astrophotographische Arbeitsmethoden.

So wie jedes Fernrohr hat auch jedes photographische Objektiv seinen Himmel. Als Astrophotograph findet der Liebhaber ein Feld reichster Betätigung und freudigsten Erlebens; stellt doch das erhaltene Lichtbild Tatsachen dar, unbeeinflußt durch unser persönliches Empfinden: nichts wird vergessen, nichts hinzugefügt. Unsere Lichtbilder sind Beweisstücke von unantastbarer Kraft: sehen wir auf zwei gleichzeitig aufgenommenen Platten dasselbe Objekt abgebildet, so war es zur Zeit der Aufnahme vorhanden, auch wenn kein menschliches Auge es mit den größten Fernrohren je gesehen hat. Das ist die gewaltige Macht, die die Astrophotographie bedeutet.

Allerdings sieht die lichtempfindliche Platte etwas anders, als unser menschliches Auge, aber sie sieht genauer und mit unveränderter Zuverlässigkeit. Das andere „Sehen" der Platte beruht auf der anderen Empfindlichkeit der Silbersalzkörner in der lichtempfindlichen Schicht gegenüber den Zäpfchen und Stäbchen auf unserer Netzhaut: jene sind empfindlicher für die chemisch wirksamen, im Violett des Spektrums und darüber hinaus liegenden, diese für die optisch wirksamen, im gelben bis grünen Teil des Spektrums liegenden Strahlen. Wir müssen also zwischen optischer und photographischer Helligkeit wohl unterscheiden, und so ist z. B. *a Tauri* optisch 1.06. Größe, während er wegen seines rötlichen Lichtes photographisch nur 3.94. Größe ist; also ein Unterschied von 2.88 Klassen. Im Gegensatz dazu zeigen zich auf manchen Platten Sternchen oder Nebelgebilde auffallend hell vermöge ihres Reichtums an violetten und ultravioletten Strahlen, von denen unser Auge nichts erhaschen kann.

Die uns zur Verfügung stehenden Objektive besitzen nun je nach ihrer Bauart und den verwendeten Glasarten die verschiedenste Abbildungskraft, und auch hier müssen wir wieder die Lichtstärke des Objektivs für Flächen- und für Punktabbildung unterscheiden. Nach *Scheiner* wird die Lichtstärke eines Objektivs bestimmt durch die Gleichung: $If = c \cdot \frac{O^2}{f^2}$, worin If die Intensität für Flächenabbildung, O die Öffnung und f die Brennweite des Objektivs, c eine durch die verwendete Glas- und Bauart bedingte Konstante bedeutet. In der Praxis kann nun diese Beziehung nur als Anhaltspunkt gelten, denn sie gilt für das ideale Objektiv, während es durchaus nicht dasselbe ist, ob ich die beabsichtigte Lichtstärke mit einem 4- oder 6- oder 8-Flächner erreichen muß. Auch die Größe meines Objektivs ist für die wirkliche Abbildungskraft mitbestim-

mend, denn bei einem Objektiv von 10 cm Durchmesser sind die Dicken der Linsen und somit auch die Lichtverluste durch Absorption im Glase erheblich größer, als bei 5 cm Öffnung. Noch mehr als die Dicke der Linsen wirkt aber auf die Lichtstärke die Durchlässigkeit des Glases für die chemisch wirksamsten, violetten bis ultravioletten Strahlen, und so kann ein kleines Objektiv mit $F : 6.3$ einem Leviathan mit $F : 4.5$ sehr wohl überlegen sein.

Ähnlich liegt nun die Sache bei der Abbildung punktförmiger Objekte, wie sie die Sterne darstellen. Hier besteht das Verhältnis $Ip = c \cdot \frac{O^4}{f^2}$. Glasdicke und Glasart sind von gleichem Einflusse wie bei der Flächenabbildung, aber ein anderer Umstand muß noch in Betracht gezogen werden, nämlich der Einfluß der Lichtbeugung am Rande der Objektivfassung. Diese Beugung oder Diffraktion ist eine unvermeidbare Erscheinung, mit der wir bei Punktabbildung stets als störendem Faktor zu rechnen haben. *Scheiners* Untersuchungen einiger Objektive ergaben für die Durchmesser der Beugungsringe, gleiches Öffnungsverhältnis 1 : 10 vorausgesetzt:

∅ in cm	∅ in ″
10	2.2
20	1.1
30	0.7
40	0.5
50	0.4
100	0.2

So nimmt also die Lichtstärke bei Punktabbildung theoretisch mit wachsendem Objektivdurchmesser auch erheblich zu.

Einen Einfluß auf die Punktabbildung hat auch der chromatische Fehler des Objektivs. Bei dem photographischen Refraktor in Potsdam (33 cm Öffnung, 3.4 m Brennweite) sind z. B. die Strahlen von H_γ (0.434 μ) und H_ε (0.397 μ) gut vereinigt. Von F an werden die Abweichungen der Brennpunkte merklich und erreichen 2.5 mm, was einem Durchmesser der abgebildeten Sternscheibchen von 0.25 mm entspricht.

Die astrophotographischen Instrumente.

Die Lochkamera. Es ist wenig bekannt, daß die Lochkamera einen photographischen Apparat mit fast idealem Objektiv darstellt, nur ist sie leider recht lichtschwach. Die Stelle des Glasobjektivs vertritt hier das entweder mit einer feinen Nadel in ein Kartenblatt gestochene oder in ein dünnes Zinkblech mit einem feinen Bohrer sauber gebohrte Loch.

Nach *Lord Rayleigh* gibt eine Lochkammer ein durchaus scharfes Bild der Sonne, wenn folgende Bedingung erfüllt ist: $F_1 = \frac{2 \cdot r^2}{\lambda}$, worin der feste Wert $\lambda = \frac{635}{1\,000\,000}$ mm ist. *Rayleigh* hat dann ein Beispiel durchgerechnet für einen Lochdurchmesser $d = {}^1/_5$ Zoll $= 5.08$ mm und findet $F_1 = 20.32$ m.

d	F_1	D
5,0	19680	183,0
4,8	18140	168,7
4,6	16660	155,0
4,4	15240	141,8
4,2	13890	129,2
4,0	12600	117,2
3,8	11370	105,8
3,6	10200	94 9
3,4	9102	84,7
3,2	8063	75,0
3,0	7087	65,9
2,8	6173	57,4
2,6	5323	49,5
2,4	4535	42,2
2,2	3811	35,5
2,0	3150	29,3
1,8	2551	23,7
1,6	2016	18,7
1,4	1543	14,4
1,2	1134	10,6
1,0	787	7,3

Die obenstehende kleine Tafel ist für verschiedene Lochdurchmesser d gerechnet und gibt die Werte für die „Brennweiten" F_1 und die denselben entsprechenden Durchmesser D des entworfenen Sonnenbildes für einen mittleren Sonnendurchmesser von 32′. Alle Werte bedeuten Millimeter.

Praktisch muß allerdings die wirkliche Brennweite F etwas größer gewählt werden als F_1.

Bei den kleineren Werten für d, etwa von 2.0 mm an, dürfte eine Abnahme der Bildschärfe infolge von Beugungserscheinungen zu erwarten sein.

Es wäre sehr zu wünschen, daß sich ein Leser für Versuche auf diesem Gebiete fände. Die Anwendung der Lochkammer dürfte zunächst auf die Aufnahme der Sonne beschränkt sein.

Aufnahmen mit Brillengläsern.

Wir kommen nun zu Aufnahmen, die mit einfachen, nicht achromatischen Linsen gemacht werden können und recht erfreuliche Ergebnisse zeitigen, wenn wir keine großen Anforderungen an gestochene Bildschärfe stellen. So bedeutet für uns jedes Brillenglas, das bikonvex, also für Weitsichtige, geschliffen ist, das, was wir suchen. Je größer die Brennweite des Glases, desto schärfer ist das erhaltene Bild. Mit solchen Brillengläsern wurden von Mitgliedern der belgischen astronomischen Gesellschaft bei der Sonnenfinsternis am 16. bis 17. April 1912 wunderhübsche Aufnahmen gemacht. Auch hier ist natürlich ein Momentverschluß notwendig und außerdem noch eine Verminderung der Lichtstärke durch Vorschalten eines gelben oder braunen Blendglases erwünscht. Die erhaltenen Aufnahmen zeigen eine bemerkenswerte Bildschärfe, sobald wir 2 bis 2.5 m Brennweite wählen und das Objektiv auf 15 bis 12 mm abblenden. Als Plattenformat genügt 4.5 × 6 cm vollständig, denn selbst bei der größeren Brennweite wird das Sonnenbild ja nicht größer als 23.5 mm. Verwendet werden

wie bei allen Sonnenaufnahmen Diapositivplatten geringster Empfindlichkeit. Als Rohr genügt ein der Brennweite entsprechendes dünnes Messingrohr, wie es im Haushalte als Vorhangstange verwendet wird, doch muß die Innenseite durch Ruß gut geschwärzt sein.

Aufnahmen mit Fernrohr-Objektiven.

Recht gute Ergebnisse erhalten wir auch mit Fernrohr-Objektiven von kleinen Abmessungen, die für die optischen Strahlen korrigiert sind, doch müssen wir erst den chemischen Fokus durch Versuche ermitteln (s. u.), der dem Objektive näher liegt als der optische. Mit einem solchen 34 mm-Objektiv von *Merz* habe ich eine lange Reihe schöner Aufnahmen des Kometen *Brooks 1911c* sowie eine Aufnahme der Umgebung des Orionnebels erhalten, die auch höheren Ansprüchen genügen dürften. Ebenso gab mir vor Jahren ein 81 mm-Objektiv von *Merz* mit 130 cm Brennweite Mondbildchen, die durch die Schärfe der Abbildung überraschten.

Aufnahmen mit photographischen Objektiven.

Das normale Objektiv jedes guten photographischen Apparates ist zur Aufnahme des gestirnten Himmels hervorragend geeignet und in allen Abmessungen verwendbar. Unter ihnen wählen wir die einfachen Objektive, Aplanate, Landschaftslinsen, für reine Sternaufnahmen, die Anastigmate mit großem Öffnungsverhältnis und die äußerst lichtstarken Porträt-Objektive für Aufnahmen von Nebeln. Unter letzteren nehmen die von *Petzval*, *Darlot* und *Hermagis* (oft alt im Handel recht billig zu haben) die erste Stelle ein. Zwei besondere Astro-Objektive stellt *Zeiß in Jena* her, das lichtstarke Astro-*Petzval* (Fig. 1), das für astronomische Zwecke auf besonders gute Mittelschärfe berechnet ist, mit einem Gesichtsfelde von 10° und einem Öffnungsverhältnis von 1 : 4.5 bis 1 : 5, sowie das lichtstarke, abweichend von dem für allgemeine Zwecke bestimmten Tessar, für ein kleineres Gesichtsfeld von 15° möglichst gut korrigierte Astro-Tessar (Fig. 2) mit einem Öffnungsverhältnis von 1 : 5.

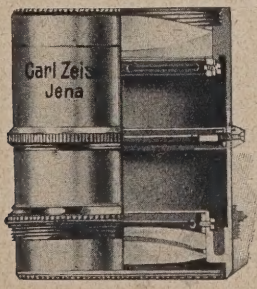


Fig. 1.

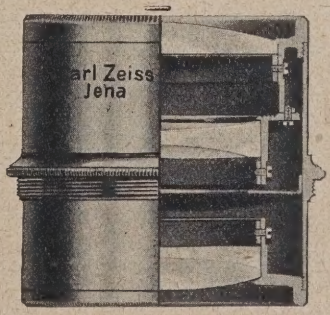


Fig. 2

Als Plattenformat wählen wir auf jeden Fall das größte, das vom Objektiv bei voller Öffnung noch ausgezeichnet werden kann. Die Kamera lassen wir entweder vierkantig aus leichtestem, dünnem Holz oder rund aus zwei dünnen,

in einander verschiebbaren Zinkblechrohren herstellen. Es muß Vorsorge getroffen werden, daß die Platte genau senkrecht zur optischen Achse gestellt und nach der Ermittelung des chemischen Fokus fixiert werden kann.

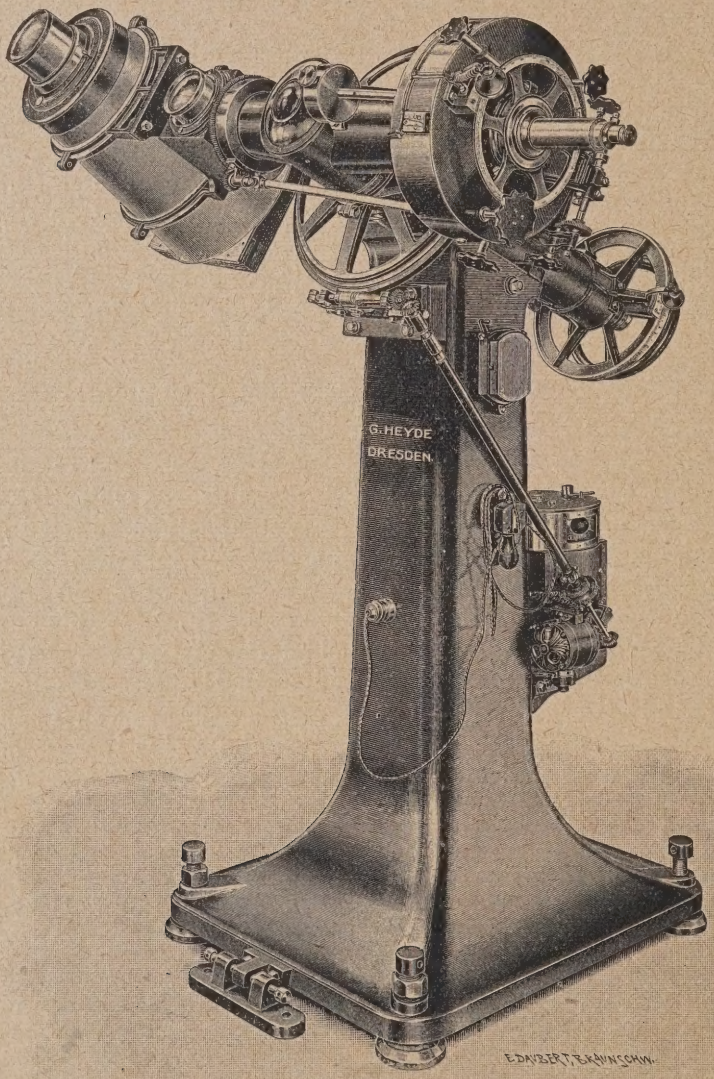


Fig. 3.

Im allgemeinen wird der photographische Apparat mit dem Fernrohre durch leichte Schellen fest verbunden. Das Fernrohr selbst dient in allen Fällen als Leitfernrohr (*Pointer*); das benutzte Okular mittlerer oder starker Ver-

größerung muß mit einem Fadenkreuz versehen sein und eine einfache Einrichtung zur schwachen Beleuchtung des Gesichtsfeldes, wodurch das Fadenkreuz sichtbar wird, besitzen.

Astrographen.

Neben diesen einfachen, für unsere Arbeiten trotzdem bestgeeigneten photographischen Einrichtungen finden wir auf Sternwarten Instrumente, welche ausschließlich zur photographischen Aufnahme des Himmels dienen, und deren Leitfernrohr für visuelle Beobachtungen sonst nicht benutzt wird. Eine spezielle Konstruktion der Firma *Gustav Heyde in Dresden*, die für die Sternwarte in Moskau ausgeführt wurde, zeigt Fig. 3.

Die Haupteigentümlichkeit bei diesem Instrumente ist die Verlegung des Leitfernrohres in die Deklinationsachse. Im Innern des Würfels, der gleichzeitig die Wiege für die Kamera trägt, ist ein total reflektierendes Prisma angebracht, welches die durch das Objektiv von 75 mm Öffnung parallel zur Kamera einfallenden Strahlen nach dem Okularende ablenkt. Die Montierung ist äußerst kräftig gehalten und entspricht in ihren Abmessungen einer solchen für einen 10-zölligen Refraktor. Klemmung und Feinbewegung in Deklination und Stunde geschieht durch Schlüssel vom Okularende aus. Das besonders kräftige Uhrwerk mit reichlichem Kraftüberschuß gewährleistet eine äußerst gleichmäßige Bewegung des Instrumentes. Das Photo-Objektiv hat 4 Zoll Öffnung, die Plattengröße ist 24 × 30 cm.

Abgekürztes Fernrohr.

Eine Kamera besonderer Art ist von *Steinheil in München* in dem abgekürzten photographischen Fernrohr geschaffen worden (Fig. 4), dessen Berechnung im Abschnitt „Einführung in die geometrische Optik" angedeutet ist. Die vom Objektiv kommenden konvergierenden Strahlen werden vor der Ent-

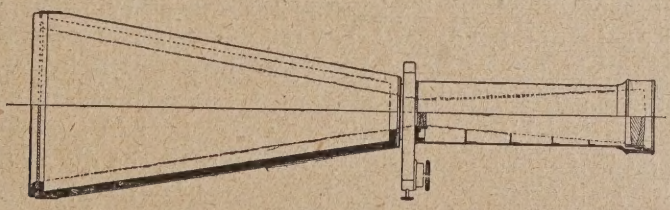


Fig. 4.

stehung des Bildes durch ein eingeschaltetes Negativsystem divergent gemacht, so daß ein Bild von großer Äquivalent-Brennweite bei relativ geringen Abmessungen des Fernrohres zustande kommt. Da diese Apparate meist zu Sonnenaufnahmen benutzt werden, ist zwischen der Negativlinse und der Platte ein Momentverschluß eingebaut und das Objektiv mit einer Irisblende versehen.

Ein von der Meisterhand *Ernst Stephanis* in Kassel mit einem abgekürzten photographischen Fernrohr erhaltenes Sonnenbild sehen wir auf Abb. 5. Aufnahme und Entwicklung sind gleich mustergültig.

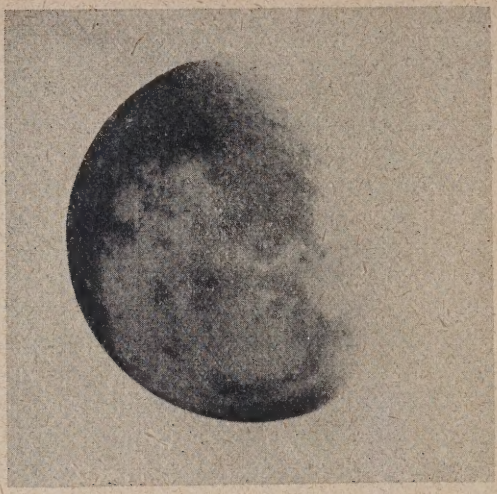


Fig. 5.

Die Plattengröße ist so zu wählen, daß neben dem Sonnenbilde noch 1½ cm bis zum Rande frei bleiben.

Entwicklung der Platten. Sternaufnahmen und Aufnahmen von Nebeln und Kometen sollen mit schwachem Entwickler (Rodinal 1:18 bis 1:22) oder noch besser in Standentwicklung hervorgerufen werden. Ein nachträgliches Verstärken ist gestattet. Sonnenaufnahmen, die unterbelichtet sind, werden gleichfalls in dem dünnen Rodinalentwickler 1:20 hervorgerufen, richtig belichtete Aufnahmen in 1:15, überbelichtete in 1:10 mit Zusatz von Bromkalium. Letztere Platten werden ganz ausentwickelt, selbst auf die Gefahr hin, daß keine Einzelheiten in der Durchsicht mehr erkenntlich bleiben, und dann bis zur gewünschten Durchsicht wieder abgeschwächt (Vorsicht!).

Das Fokussieren. Bei dieser Arbeit müssen Sie schon etwas Geduld haben, denn es gelingt nicht immer gleich am ersten Abend. Die in der Praxis bestbewährte Methode ist die Aufnahme der Strichspuren von Sternen, deren Größe in der Größe des Objektivs, ausgedrückt in Zoll (= 27.1 mm) zu wählen ist. Die Aufnahme erfolgt im Himmelsäquator, wo die Sterne die größte Geschwindigkeit haben. Man beginnt mit 5 Strichspuren übereinander von verschiedener Dauer, etwa 30^s, 40^s, 30^s, 50^s und 60^s. Dabei wird die genaue Stellung des Objektivs, das jedesmal um einen sehr geringen Betrag der Platte genähert wird, vermerkt. Der Zusammenhang zwischen Objektivstellung und zugehöriger Strichspur wird durch die betreffende Strichlänge gewährleistet. Unmittelbar nach dem Entwickeln der Platte wird die Strichschärfe mit einer Lupe in der Durchsicht beurteilt, und zwar betrachten Sie Spuren, deren Abstand von der Mitte der Platte etwa $^1/_6$ der Plattenhöhe entspricht. (Auf diese Weise verschieben Sie die größte Bildschärfe mehr an den Rand der Platte und nehmen eine ganz geringe, kaum merkliche Mittelschärfe dafür in Kauf.) Finden Sie z. B. die größte Strichschärfe in der Nähe der Einstellung 4, so machen Sie so

fort noch eine Aufnahme derselben Himmelsgegend, mit Einstellung 3 beginnend und bis 5 weitergehend, wobei die Verschiebung des Objektivs nur noch die Hälfte der ersten Aufnahmen beträgt. Belichtung bei 3 50^s, $3\frac{1}{2}$ 70^s, 4 50^s, $4\frac{1}{2}$ 50^s und 5 30^s. Unter den nun erhaltenen fünf Spuren werden Sie mühelos die Einstellung für die schärfste Abbildung herausfinden.

Wegen der Dauer der Belichtung bei Sternaufnahmen ist es nicht möglich, irgendwelche zuverlässige Anhaltspunkte zu geben, denn Güte des Objektivs, Empfindlichkeit der benutzten Plattenart, Güte und Durchsichtigkeit der Luft sind hier die ausschlaggebenden Faktoren. Also versuchen Sie selbst und belichten Sie gegebenenfalls so lange, wie Sie es physisch aushalten können.

Über die erhaltenen Platten führen Sie genau Buch. Eine glänzende Übersicht über Ihre Sternaufnahmen erhalten Sie, wenn Sie in *Schurigs* Sternatlas um diejenigen Sterne, auf welche Sie gepunktert haben, einen Kreis ziehen, der in seinem Durchmesser etwa der benutzten Plattenhöhe (in Bogenmaß) entspricht, und an diesem Kreise Jahr und laufende Nummer der Platte eintragen. Vielleicht können Sie dann einmal eine von Ihnen vor ihrer Entdeckung aufgenommene Nova oder gar einen Kometen finden, den Ihr Auge zwar übersehen hat, für dessen Vorhandensein aber Ihre Platte den objektiven, unantastbaren Beweis liefert!

Literatur.

N. v. Konkoly, Anleitung zur Himmelsphotographie. Halle, W. Knapp, 1887.

Scheiner, Photographie der Gestirne (m. Atlas). Leipzig, W. Engelmann, 1897.

v. Kostersitz, Die Photographie im Dienste der Himmelskunde. Wien, C. Gerolds Sohn, 1900.

Holden, Photography the servant of astronomy. 1886. Nov. Overland Monthly.

Wolf, Stereoskopbilder vom Sternhimmel. I. Leipzig, J. A. Barth, 1913. II. 1915 ebendort.

Folgende Werke enthalten in einzelnen Abschnitten wertvolle Beiträge zur Astrophotographie:

Scheiner, Astrophysik. Leipzig u. Berlin, B. G. Teubner, 3. Aufl. 1922.

Rudeaux, How to study the stars. London, T. Fisher-Unwin, 1909.

Stephani, Kometenphotographie. Mitteil. d. V. A. P. Berlin, F. Dümmler, 1910.

Stephani, Himmelsphotographie mit einfachen Mitteln. 1911 ebendort.

Hans Kolbow.

Beobachtungsinstrumente und Beobachtungsmethoden.

Das Auge. Selbstverständlich stellt auch das menschliche Auge ein aus einer Linsenanordnung bestehendes optisches System dar, mit dem wir, allerdings meist unbewußt, „beobachten". Das optische System Auge besteht aus der Hornhaut, dem Kammerwasser und der Linse mit der Irisblende. Das im Auge entworfene Bild wird von der Netzhaut empfunden und durch die Sehnerven im Gehirn zum Bewußtsein gebracht. Vor dem optischen System liegt als erstes Medium die Luft, hinter ihm zwischen Linse und Netzhaut als zweites Medium der Glaskörper, eine gallertartige Masse, die den Hauptraum des Auges ausfüllt. Die größte Empfindlichkeit hat die Netzhaut in der Mitte der Netzhautgrube auf dem gelben Fleck. Dicht bei ihm liegt der blinde Fleck, der Durchdringungspunkt des Sehnervenbündels durch die Netzhaut; an dieser Stelle werden vom Auge keinerlei Lichteindrücke empfunden. Unser Auge hat, wie jede Linsenanordnung, auch zwei Brennweiten, die vordere gegen die Luft, die hintere gegen den Glaskörper; sie betragen im Mittel beim normalen Auge 15.5 und 20.7 mm. Ist der Bau des Auges zu lang, so ist das Auge kurzsichtig, und das Brennpunktbild liegt vor der Netzhaut, im umgekehrten Falle übersichtig. Solche Fehler im optischen System Auge können durch Vorsatzlinsen (Brille) von doppelkonkaver bzw. doppelkonvexer Form behoben werden.

Leider (aber wir bemerken es ja kaum!) ist dieses uns von der Natur mitgegebene Beobachtungsinstrument ein optisch recht schlechtes System: nicht einmal in der Achse ist die sphärische Abweichung aufgehoben, sondern auf der Netzhaut entstehen meßbare Abweichungskreise. Daß wir diesen Fehler nicht störend empfinden, verdanken wir der Iris, der einzigen im Auge vorhandenen „Blende", denn bei heller Beleuchtung zieht sie sich selbstätig zusammen und verringert mit der Öffnung des optischen Systems auch die Größe der Abweichungskreise. Daneben bleiben noch die Farbenfehler bestehen, welche dieselben sind wie bei einer einfachen Sammellinse; aber auch sie (rote und blaue Strahlen) werden von dem hauptsächlich für gelb bis grün empfindlichen Auge kaum beachtet.

Die Blende Iris zieht sich bei sehr hellem Lichte bis auf 2 mm zusammen und öffnet sich in der Dunkelheit auf 6 bis 7 mm. Es ist demnach nutzlos, Okulare bzw. Vergrößerungen zu verwenden, bei welchen der Durchmesser des aus dem Okular in das Auge gelangenden Lichtbündels, der Austrittspupille, größer als 6 mm ist.

Das Maß der angularen Sehschärfe. Ein in einer bestimmten Entfernung befindlicher Gegenstand von einer bestimmten Höhenausdehnung wird vom Auge unter einem ganz bestimmten Winkel gesehen. Wird die Ent-

fernung so groß und der Sehwinkel so klein, daß das Bild auf der Netzhaut nur mehr auf ein einziges Empfindungselement trifft, so können wir keine Höhenausdehnung mehr erkennen, und das Bild wird nur noch als Punkt empfunden. Als unterster Wert hierfür wird 1′ angenommen; tg 1′ = Höhe durch Entfernung = 1 : 3438; d. h.: an Gegenständen von 1 m Höhe sind in der Entfernung von 3438 m keine Einzelheiten mehr wahrnehmbar. Anders, wenn das Bild zwei Empfindungselemente gleichzeitig reizt: jetzt wird eine Höhenausdehnung wahrnehmbar, und so steigt die angulare Sehschärfe bei günstiger Beleuchtung des betrachteten Gegenstandes auf etwa 30″.

Akkommodation. Ein normales Auge ist imstande, willkürlich der vorderen Linsenfläche verschiedene Krümmungen zu geben und dadurch die Brennweiten des Auges zu verändern. Durch Messungen ist festgestellt worden, daß die vorher erwähnten Brennweiten von 15.5 bzw. 20.7 mm auf 14.0 bzw. 18.7 mm verringert werden können. Für die Sehschärfe des normalen Auges liegt dadurch der fernste Punkt im Unendlichen, der nächste etwa 25 cm vor der Hornhaut. Mit zunehmendem Alter läßt die Akkommodationsfähigkeit der Linse nach und erreicht bei durchschnittlich 45 Jahren überhaupt ihr Ende. Zu starkes oder zu langes Akkommodieren führt eine schnelle Ermüdung des Auges herbei. Es ist daher bei Beobachtungen an Mikrometern (mit Ringen oder gekreuzten Fäden) das Auge stets in der normalen Einstellung auf ∞ zu lassen.

Der Sehwinkel des Auges ist sehr groß: selbst Strahlen, welche die Hornhaut vorne nur streifen, werden von der Netzhaut noch empfunden. Astronomisch wichtig ist dieser große Sehwinkel des Auges besonders bei der Beobachtung von Sternschnuppen, weil das Auge uns dann auch auf Erscheinungen aufmerksam macht, welche weit abseits der Blickrichtung liegen.

Die Montierung des Auges ist geradezu universell: mit Hilfe von 6 Muskeln können wir ihm jede gewünschte Blickrichtung geben, wie wenn es in einem Kugelgelenk läge. Dabei liegt der Augendrehpunkt etwa 13 mm hinter dem Scheitel der Hornhaut bzw. 10.5 mm hinter der Pupille.

An Beobachtungen mit freiem Auge kommen in Frage: einzelne Meteore, Meteorschwärme, die Milchstraße, Tierkreis- und Nordlicht, Morgen- und Abenddämmerung, das Verschwinden der schwächeren und allgemach der helleren Sterne am Morgenhimmel und der umgekehrte Vorgang im Zwielichte des Abends.

Jedes normale Auge muß ζ und *g Urs. maj.*, $d = 707''$, leicht trennen. Zur Trennung von α_1 und α_2 *Capric.* mit $d = 376''$ gehört ein gutes, zu ε und *5 Lyrae* mit $d = 208''$ ein ausgezeichnetes Auge.

Wir kommen nun zu den Instrumenten, mit welchen wir das Auge unterstützen. Unter ihnen sind das Opernglas, der Feldstecher und das Prismenglas die einfachsten.

Das Opernglas, das holländische oder *Galilei*sche Fernrohr, besteht aus langbrennweitiger Sammel- und kurzbrennweitiger Zerstreuungslinse (letztere meist nicht achromatisch), welche eine 2- bis 3fache Vergrößerung bewirkt. Das System erzeugt kein reelles Brennpunktbild, da dasselbe an seiner Entstehung durch die Zerstreuungslinse verhindert und so zu einem virtuellen Bilde wird.

Feldstecher (3- bis 5fache Vergrößerung) und Prismenglas (4- bis 12fache Vergrößerung) haben stets achromatische Objektive und Okulare. Eine besondere Art bildet das von *Steinheil in München* gebaute *Hagen*sche Doppelglas, das namentlich für die Beobachtung der helleren Veränderlichen bestimmt ist und dafür die außergewöhnlich große Austrittspupille von 7 mm erhalten hat. Dieses *Hagen*sche Rohr hat umgekehrte Bilder.

Kurz erwähnen will ich noch die kleinen Handfernrohre. Sie besitzen meist eine Anzahl von Auszügen und ein terrestrisches Okular, selten oder nur auf besondere Bestellung auch ein astronomisches Okular. Die Anwendungsmöglichkeit der Zugfernrohre ist dieselbe wie die der kleineren Doppelrohre, nur muß man wegen der erheblich stärkeren Vergrößerungen für eine gute Auflagemöglichkeit (ev. Baumschraube) sorgen. Sie werden mit Objektiven von 22 bis 75 mm Durchmesser und Vergrößerungen von 14 bis 65 geliefert. Ihre Anschaffung ist nicht zu empfehlen.

Astronomische Fernrohre mit azimutaler Aufstellung. Ihre Verwendung zu astronomischen Zwecken ist durch die Art der Aufstellung beschränkt, und ich rate daher dringend von der Anschaffung eines solchen Instrumentes ab! Immerhin lassen sich mit ihm auch am Ring- oder Rhombenmikrometer (s. unten) brauchbare Messungen erhalten, aber es muß doch betont werden, daß für ernste Liebhaberarbeit nur die parallaktische Montierung in Frage kommen sollte. Wenn Sie ein solches azimutales Instrument besitzen, so liegt es mir fern, Ihnen die Beobachtung damit verleiden zu wollen, denn „jedes Fernrohr hat seinen Himmel." Aber glauben Sie mir: Wer zuerst am azimutalen Vierzöller beobachtete und dann mit einem parallaktischen Dreizöller zu arbeiten Gelegenheit hatte, wird den Vierzöller kaum noch wieder aufstellen!

Bevor wir nun zu den eigentlichen Beobachtungsinstrumenten kommen, muß noch einiges über Objektive, Spiegel und Okulare gesagt werden.

Über die Objektivarten ist in dem Abschnitte *Praktische Optik* ausführlich gesprochen. Von dem Auseinandernehmen eines größeren Objektivs von etwa $3\frac{1}{2}'' = 95$ mm aufwärts rate ich dringend ab; wer mit der Hand nicht sehr geschickt ist, läßt wirklich die Finger besser davon, und das aus folgenden Gründen: die Fassung der Objektive ist so eng gehalten, daß die Gläser gerade hineinpassen, wenn sie parallel zum Rande aufgelegt werden. Wenn eine der Glasscheiben schräge liegt und „eckt", so liegt die große Gefahr, besonders bei der Flintglaslinse, vor, daß am Rande Glasscherben in Muschelform ausbrechen. Dadurch wird das Objektiv natürlich nicht besser. Auflage haben die Objektivscheiben in der Fassung nur an 3 Punkten. An 3 um 120° versetzten Stellen liegen auch zwischen den Glasscheiben die Stanniolplättchen, und so hat auch der Haltering, der nach dem Einlegen des Glases in die Fassung eingedrückt wird, genau an den der Fassung entsprechenden Stellen 3 schwache Erhebungen, welche allein auf das Glas drücken. Nur wenn die 3 Stanniolplättchen zwischen den je 3 Auflageflächen liegen, kann das Objektiv ohne Spannung sein.

Spiegel. Nach den neueren Schleifmethoden gelingt es stets, dem Sammelspiegel die genaue Parabelform zu geben. Der Spiegel hat gegenüber dem Objektiv den unbestrittenen Vorzug vollständiger Farbenfreiheit: optische und

chemische Strahlen vereinigen sich in gleicher Vollkommenheit. Ein Unterschied in der Einstellung für Beobachtung und Photographie besteht nicht. Alle modernen Spiegel sind als Silber-auf-Glasspiegel hergestellt. Während der unversilberte Glasspiegel nur 5% des Lichtes zurückstrahlt, rettet uns die versilberte Oberfläche bis zu 95%. Für die Versilberung, die je nach der chemischen Reinheit der Luft am Aufstellungsorte alle 2 bis 3 Jahre zu erfolgen hat, gibt es eine große Anzahl Vorschriften. Wir empfehlen die von *Miethe in Charlottenburg* in *Die Selbstherstellung eines Spiegelteleskops* angegebene Vorschrift. Ebendort finden wir auch genaue Angaben über den neuen Schutzlack für unsere Spiegel. Eine Mondaufnahme, die mit einem derart lackierten Spiegel von *Miethes* Meisterhand gemacht war, ließ nichts an Schärfe der Abbildung vermissen.

Öffnungsverhältnisse. Die Wahl des Öffnungsverhältnisses (Durchmesser: Brennweite) ist Geschmacksache. Ich selbst ziehe das große Öffnungsverhältnis, also 1:12 bis 1:14, entschieden vor und verzichte gerne auf stärkere Vergrößerungen. Soll das Instrument hauptsächlich zur Beobachtung lichtschwacher Nebel oder Kometen dienen, so wähle man 1:10 bis 1:12, für normale Verhältnisse 1:15, für ganz spezielle Fälle 1:17.5, aber nicht kleiner! Bedeutende Abweichungen von dem normalen Verhältnis 1:15 finden wir gerade bei drei Riesen: der *Yerkes*-Refraktor hat 1:18.5, der *Lick*-Refraktor 1:19.3 (beide von *A. Clark* geschliffen) und der Potsdamer 50-cm-Refraktor (von *Steinheil*) 1:24.

Die Öffnungsverhältnisse bei Spiegeln sind 1:6 bis 1:7 bei *Newton*scher Bauart, während wir beim *Cassegrain*-Typ durch die Einschaltung eines Zerstreuungsspiegels 1:18 bis 1:21 finden.

Die Okulare.

Mit starken Vergrößerungen beobachtet nur der Anfänger! Der erfahrene Beobachter (und das wollen Sie doch sicher auch werden!) nimmt dasjenige Okular, welches ihm das beobachtete Objekt am deutlichsten und nicht am größten zeigt. Ist das Bild dann zu hell, so hilft man sich durch Abblenden des Objektivs besser als durch Einschalten eines Blendglases. In der untenstehenden Tafel finden Sie für verschiedene Rohre eine Zusammenstellung, welche Okulare ich Ihnen zur Anschaffung empfehlen möchte. Das Öffnungsverhältnis der Objektive ist gleichmäßig zu 1:15 angenommen. Die mit * bezeichneten Okulare wären mit einem einfachen Fadenkreuz zu bestellen.

Obj. ∅ in "	Okular-Brennweiten in mm										
	68	54	41	34	27	20	14	9	7	5	4
	Vergrößerungen										
2	—	15	—	—	30	—	58	90*	116	—	—
3	—	22.5	—	35.5	—	61*	87	135*	173	—	—
3½	—	26.5	—	—	53*	71.5	104	158*	204	—	—
4	—	30.5	—	—	60.5*	82	117	182	234*	327	—
4½	—	34	—	54	68*	91.5	131	203	262*	366	—
5	30	—	49.5*	—	75	102*	145	225	289	406*	507
6	35.5	—	59*	—	89.5	121*	173	268	345	483*	603
7	41.5	—	69*	83.5	105	142*	203	315	405	568*	708

Wir unterscheiden streng zwei Bauarten der Okulare, die positiven, auch Mikrometer-Okulare genannten, bei denen das vom Objektiv entworfene Bild vor der vorderen Glasfläche liegt, und die negativen, bei denen das Bild zwischen den Linsen und durch die vordere Kollektivlinse beeinflußt entsteht. Beiden Bauarten gemeinsam ist die Gesichtsfeldblende (Diaphragma), die immer an der Stelle des entstehenden reellen Bildes liegt.

Positive Okulare.

Ramsden. Eine der ältesten Bauarten ist das *Ramsden*sche Okular (Fig. 1). Es besteht aus zwei einfachen plankonvexen Linsen, die sich mit ihren konvexen Flächen gegenüberstehen. Das scheinbare Gesichtsfeld beträgt etwa 32°. Dieses Okular fand früher bei Mikrometern fast ausschließliche Verwendung. Es ist

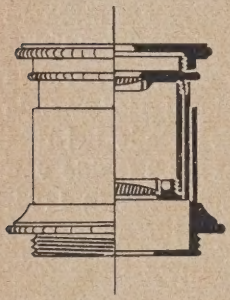


Fig. 1.

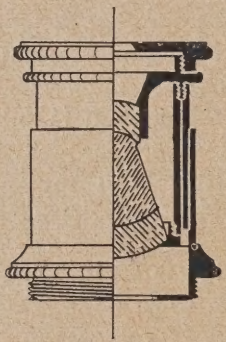


Fig. 2.

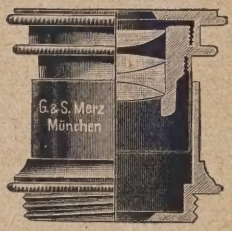


Fig. 3.

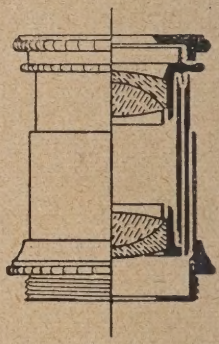


Fig. 4.

nicht vollständig farbenfrei, besitzt dafür aber eine äußerst geringe sphärische Abweichung. Gerade diese Eigenschaft ist wichtig, damit die Fäden des Mikrometers bis an den Rand des Gesichtsfeldes scharf abgebildet werden.

Monocentrisch. Ein prächtiges Okular ist das von *Steinheil in München* berechnete monocentrische Okular (Fig. 2), eine achromatische neue Form der *Coddington*-Lupe. Es besteht aus einer dreifachen verkitteten Linse (Kronglas zwischen Flintglas), ist reflexfrei, für zarte Beobachtungen auf Planetenoberflächen bestens geeignet und auch für Spiegelinstrumente ein ausgezeichnetes Mikrometer-Okular. Wenn auch sein scheinbares Gesichtsfeld nur etwa 25° beträgt, so macht das wenig aus, denn wir sollen mit diesem Okular nicht durchmustern, sondern feinste Einzelheiten, die auf engstem Raume zusammengedrängt sind, unterscheiden. *N. v. Konkoly*, ein selten guter Kenner astronomischer Instrumente mit allen ihren Vorzügen und Nachteilen, versichert, daß er noch mit keinem Okular so prächtige Bilder Jupiters erhielt, wie mit diesem.

Orthoskopisch. In diesem Okular (Fig. 3) sitzen dicht beieinander eine einfache Augenlinse und eine dreifache verkittete Vorderlinse. Auch dieses Okular ist frei von Reflexen, Farben und Verzeichnung. Das scheinbare Gesichtsfeld beträgt etwa 40°. Die gute optische Korrektion und der große Abstand des Bildes von der Vorderlinse und auch des Auges von der Hinterlinse macht das Okular für stärkere Vergrößerungen gut geeignet.

Achromatisch. Es besteht aus zwei symmetrischen, zweifachen farbenfreien Linsen von gleicher Brennweite (Fig. 4), ist ausgezeichnet farbenfrei, zeichnet bis zum Rande scharf aus und besitzt ein scheinbares Gesichtsfeld von etwa 38°. Seine Verwendung ist besonders in Verbindung mit einem Ringmikrometer anzuraten.

Aplanatisch. Fig. 5. Es besteht aus einer dreifachen, symmetrischen und streng farbenfreien Augenlinse mit recht großem Bild- und Augenabstand und ist frei von jedem Reflex. Das scheinbare Gesichtsfeld ist nur 25°. Trotzdem ist dieses Okular doch in Verbindung mit Mikrometern vorzüglich geeignet und empfiehlt sich durch seinen geringeren Preis (etwa $\frac{2}{3}$ der beiden vorigen Okulare).

Okular-Mikroskop. Ein Mikrometer-Okular besonderer Bauart stellt das von *Zeiß in Jena* gefertigte Mikroskop-Okular mit veränderlicher Brennweite dar (Fig. 6). Hier wird an Stelle der einfachen Okulare ein Mikroskop verwendet, dessen Brennweite von 8 bis 12 mm verändert werden kann. Da es den Augenpunkt weitab vom Mikrometerkasten bringt, kann die Beschaffung eines solchen Okulars, das natürlich auch ohne Verbindung mit

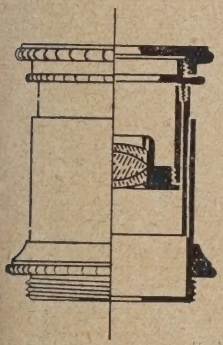


Fig. 5.

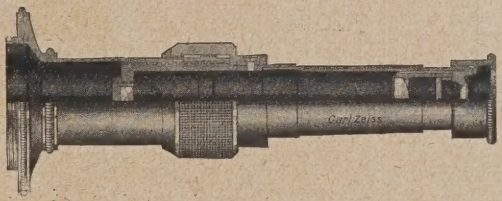


Fig. 6.

dem Mikrometer verwendet werden kann, nur empfohlen werden.

Ein ähnliches Okular mit der festen Brennweite von nur 3.5 mm wurde früher auch von der leider durch den Tod des letzten Inhabers erloschenen Firma *Reinfelder & Hertel in München* hergestellt. Es ist wohl nicht zweifelhaft, daß Okulare mit derart kurzen Brennweiten nur bei ungewöhnlich ruhiger Luft und daher bei uns in Deutschland wohl nur in einzelnen Stunden des ganzen Jahres benutzt werden können.

Negative Okulare.

An negativen Okularen mit dem Bilde zwischen den Linsen sind nur drei zu erwähnen.

Huyghens. Das ältere *Huyghens*sche Okular besteht, wie das von *Ramsden*, aus zwei plankonvexen Linsen, doch liegen hier beide konvexen Flächen nach vorne. Das scheinbare Gesichtsfeld beträgt etwa 33°. Das Okular ist reflexfrei.

Mittenzwey. Das von *Mittenzwey* berechnete Okular (Fig. 7) ist nur eine neue Form des vorigen, indem an die Stelle der plankonvexen Sammellinse eine konkavkonvexe Linse (positiver Meniskus) tritt. Dadurch wird das größte bei Okularen vorhandene Gesichtsfeld von etwa 50° erreicht. Es ist daher besonders für schwächere Vergrößerungen bei Durchmusterungen zu empfehlen und wird zu dem Zwecke auch von *Merz in München* mit der sehr großen Brennweite von 81 mm hergestellt.

Kellner. Das *Kellner*sche Okular (Fig. 8) ist eine verbesserte Form des *Ramsden*-Okulars, indem die am Auge liegende Linse aus einer doppelkonvexen Kronglas- und plankonkaven Flintglaslinse zusammengesetzt ist. Durch letztere Linse werden die Fehler der Farbenzerstreuung der beiden Krongläser günstig behoben. Die Okulare besitzen außer der Farbenfreiheit auch den Vorzug, daß sie, wie das *Ramsden*-Okular, frei von Verzeichnung sind. Das scheinbare Gesichtsfeld beträgt etwa 38°. Leider liegt die Bildebene sehr nahe vor der vorderen Linsenfläche, so daß besonders bei den Okularen kurzer Brennweiten Staubteilchen oder kleine Kratzer auf dieser Fläche das Bild so störend beeinflussen, daß mancher Beobachter das Okular verärgert beiseite gelegt hat.

Ein kleines Erkennungszeichen für +- und —-Okulare möchte ich noch erwähnen, das kaum bekannt sein dürfte: die Vorderlinse kehrt ihre schwächstgekrümmte Fläche dem Bilde zu! (vgl. *Ramsden* und *Huyghens*).

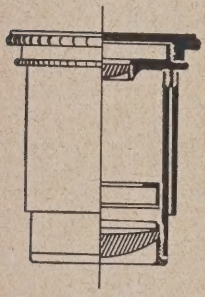


Fig. 7.

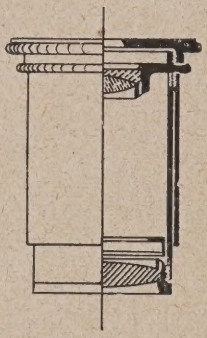


Fig. 8.

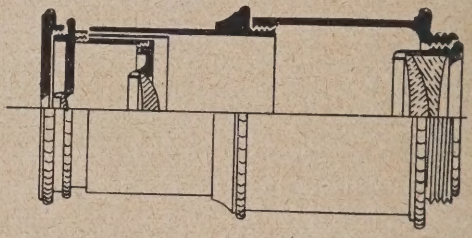


Fig. 9.

Barlow-Linse. Ein vielfach in Verbindung mit vorstehenden Okularen benutztes optisches System, das die Brennweite eines Objektivs auf fast das Doppelte ihres wirklichen Betrages zu verlängern gestattet, ist die von *Barlow* berechnete achromatische Linse mit negativer Brennweite (Fig 9). Durch Einschaltung derselben in den Strahlengang des Refraktors werden die konvergent ankommenden Lichtstrahlen kurz vor der Entstehung des reellen Bildes auseinandergebogen und dadurch das Objektiv scheinbar weiter nach vorne verlegt, die Brennweite also scheinbar verlängert. Es wird daher verständlich sein, daß an die optischen Flächen dieser Linse bezüglich der Genauigkeit ihrer sphärischen Form die höchsten Ansprüche gestellt werden müssen. Das System bietet einen guten und preiswerten Ersatz für Okulare mit kurzen Brennweiten. Beispiel: Vorhanden sind ein Refraktor mit 2 m Brennweite, eine *Barlow*-Linse, welche die Brennweite um 90% verlängert, und 3 Okulare mit 27, 20 und 14 mm Brennweite; wir erhalten dann folgende Vergrößerungen: 74, 100 und 143 ohne, sowie (141,) 190 und 272 mit *Barlow*-Linse, also fünf Vergrößerungen, die genügend weit auseinander liegen, um praktisch verwertbar zu sein. Die Erfahrungen, die ich früher mit dieser Linse gemacht habe, sind ganz besonders befriedigend. Die vorher gehegte Befürchtung, daß ein größerer Lichtverlust

eintreten werde, hat sich nicht bestätigt. Schwache Sternchen, die mit einem 14-mm-Okular noch beobachtet werden konnten, waren auch im 27-mm-Okular mit der Linse in derselben Helligkeit zu sehen. Ich fand sogar, daß schwache Begleiter heller Sterne sich mit der Linse besser darstellten, als vorher bei gleicher Vergrößerung ohne dieselbe Daß dieser Unterschied nicht etwa in der Bauart der meistbenutzten *Mittenzwey*-Okulare lag, wurde mir durch dieselbe Erscheinung bei den verschiedensten Okulararten bestätigt.

Nutzbare Vergrößerungen. Die unter normalen Umständen anwendbare stärkste Vergrößerung kann gleich dem Zweifachen des Objektivdurchmessers, in Millimetern ausgedrückt, angenommen werden, was auch durch alle Beobachter durchaus bestätigt wird. Das bedeutet, daß bei klarer und ruhiger Luft ein 3-Zöller eine etwa 160fache, ein 5-Zöller eine etwa 270fache Vergrößerung verträgt, womit aber nicht gesagt sein soll, daß wir nun mit dieser Vergrößerung unbedingt beobachten sollen, es sei denn, wir hätten gerade einen so engen Doppelstern vor, daß eben eine geringere Vergrößerung die Trennung des Sternpaares nicht mehr erreichen läßt. Neben diesen normalen Beobachtungsbedingungen mit klarer und nicht wallender Luft gibt es ab und an Augenblicke, in welchen eine Luft von so wunderbarer Ruhe eintritt, daß die im Fernrohr gesehenen Bilder uns durch ihr herrliches Aussehen in ganz besonderer Weise überraschen und erfreuen. Wer in solchen Augenblicken völligster Luftruhe gerade beobachtet, muß sich ein Glückskind nennen! Nutzen Sie dann die Gelegenheit nach aller Möglichkeit aus und benutzen getrost auch ihre stärksten Vergrößerungen, sofern Sie davon Vorteil haben. Aber auch nur dann! Im allgemeinen zeigt sich in der Beschränkung im Gebrauche der Vergrößerungen der Meister in der Beobachtung.

Es dürfte mir der Vorwurf gemacht werden, daß ich die Besprechung der Okulare zu ausführlich gehalten habe; aber ich tat dies in der Erkenntnis, daß dem Okular, der wichtigsten Beigabe zu unserem lieben Fernrohr, bisher in keiner Veröffentlichung die Wichtigkeit eingeräumt worden ist, die ihm unbedingt zukommt. Sie werden es selbst erfahren, daß Okulare der geeigneten Bauart, an richtiger Stelle angewendet, Ihnen Feinheiten enthüllen, die Ihnen bisher verhüllt geblieben sind.

Astronomische Fernrohre mit parallaktischer Aufstellung. Wir machen jetzt den bedeutungsvollen Schritt zum parallaktisch aufgestellten Rohr von ungefähr 2″ Öffnung. Es stellt die kleinste Abmessung dessen dar, was man als astronomisches Fernrohr bezeichnen kann, und seine Leistungen sind wirklich recht erfreuend! Es zeigt die weißen Polkappen des Mars, die größeren Streifen auf Jupiter und seine vier hellen Monde, den Saturn mit dem Ring und seinem hellsten Monde Titan, viele hübsche Einzelheiten auf dem Monde, auch die größeren Rillen, und trennt viele der von *Herschel* und *Struve* gefundenen Doppelsterne, sofern ihr Abstand etwa 2″.5 nicht unterschreitet und die einzelnen Sterne etwa gleich hell sind. Das meist verbreitete Instrument dieser Art ist wohl das *Merz*sche Schulfernrohr, das seinerzeit auf Anregung der Herren *Archenhold* und *Majert* in größerer Anzahl hergestellt und zu einem überraschend bescheidenen Preise in den Handel gebracht wurde.

Das Objektiv hat 54 mm Offnung, etwa 65 cm Brennweite und somit das schöne Öffnungsverhältnis 1:12! Das Stativ (Fig. 10) ist ein Tischstativ mit parallaktischem Kopf; die Rektaszensions- und Deklinationsachse (im folgenden nur als α- und δ-Achse bezeichnet) können geklemmt werden Die Okulareinstellung erfolgt durch Zahntrieb. Zu dem Rohre werden die normalen Okulare mit 31 mm Rohrdurchmesser geliefert, die auch für alle anderen von *Merz* gelieferten Rohre passen. Die Polhöhe ist für Mitteleuropa festgelegt, kann aber durch Unterlegscheiben innerhalb etwa 48° bis 53° verändert werden. Teilkreise werden nur auf Bestellung mitgeliefert. Als Teilung empfehle ich für den α-Kreis 360° (je 4 Minuten) mit Nonius für 1 Zeitminute, also 4 Teile einer 480iger Teilung, welche 3 Teile des α-Kreises umfassen. Jeder 5. Gradstrich wird etwas länger gezogen; die ganzen Stunden von 0 bis 23 werden fortlaufend beziffert. Auch der δ-Kreis erhält 360iger Teilung; bei jedem zehnten Strich die Bezifferung fortlaufend von 0 bis 90 bis 0 bis 90 bis 0, also vier Quadranten, wobei noch die 0 bei den Zehnern gespart werden kann. Als Nonius ist dieselbe 480iger Teilung zu wählen, wie beim Nonius des α-Kreises, aber vom 0-Strich aus nach beiden Seiten je 4 Teilstriche. So kann man 15′ ablesen, Zwischenteile mit ausreichender Genauigkeit schätzen. Wir wählen *Mittenzwey*-Okulare mit 54, 27, 14, 9 und 7 mm Brennweite für etwa 15, 30, 58, 90 und 116fache Vergrößerung. Ein kleines Okulardeckel-Prisma für Beobachtung im Zenit und 2 Sonnenblendgläser wären als Beigaben notwendig.

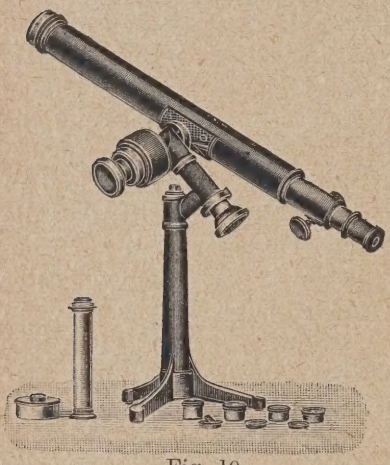


Fig. 10.

Zwei ganz ähnliche 2-Zöller werden in neuerer Zeit auch von *Steinheil in München* und *Busch in Rathenow* angefertigt. Die von *Busch* zu dem „Preisfernrohr" angebotenen Einstellkreise können ihren Zweck allerdings auch nicht annähernd erfüllen: die Einteilung in 15 Minuten und 5° ist ohne jeden Wert und praktisch unbrauchbar, zumal nur ein Indexstrich zur Ablesung vorhanden ist. Ein Sucherfernrohr ist bei keinem dieser drei Rohre vorgesehen und ja auch entbehrlich, denn mit der schwächsten Vergrößerung findet man unschwer nach kurzer Übung so ziemlich alles, was dem Rohre annähernd zugänglich ist.

Als Prüfobjekte kommen folgende Doppelsterne in Frage:

ε *Hydrae* mit 4. und 8. Größe in 3″.5 Abstand, der unbedingt leicht getrennt werden muß. Weiter

α	δ	Pos.	Abst.	Größen	
$0^h\ 45^m\ 5^s$	$+55°\ 58'$	134°.2	3.″82	8.2 u. 8.7	schwierig
4 7 47	60 31	183.9	3.39	9.3 „ 9.4	
11 45 24	45 29	89.6	3.52	8.0 „ 8.2	
20 54 18	19 36	252.6	3.17	8.0 „ 9.0	

α	δ	Pos. ∢	Abst.	Größen	
$0^h\ 8^m\ 25^s$	$+54°\ 1'$	44°.1	3.″43	9.0 „ 9.0	sehr schwierig.
1 56 18	56 25	343.5	3.94	9.2 „ 9.5	
11 37 25	11 22	177.1	3.59	8.1 „ 10.3	
12 57 19	57 5	336.9	3.40	9.0 „ 9.4	

Ein 2-Zöller, der *u Herculis* mit 5. und 10. Größe in 4″.47 Abstand trennt, ist ein glänzendes Rohr.

Gleich gewaltig, wie der Schritt vom Opernglase zum Zweizöller ist nun auch der Schritt vom Zwei- zum Dreizöller (80 mm). Während früher das 75-mm-Rohr so recht eigentlich das Instrument des Liebhabers und in vielen Stücken verbreitet war, wurde es in den letzten 20 Jahren durch das 80-mm-Rohr abgelöst. Besonders die inzwischen erloschene Firma *Reinfelder & Hertel* in München versorgte eine große Anzahl Liebhaber und Schulen mit ihren ausgezeichneten, langbrennweitigen Dreizöllern. Diese Rohre und ihre unmittelbaren Nachfolger in der Größe (bis 95 mm) lassen sich noch ganz gut auf Tischstativ montieren, aber bei Beobachtungen im Zenit wird doch die Sa he schon recht unbequem. Wir sollten daher Rohre vom Dreizö ler an aufwärts nur mit hohem Gestell bestellen, aus Eichen- oder Weißbuchenholz, das auf dem Fußboden aufgestellt werden kann. Ein solches Stativ muß, wenn es dauernd fest aufgestellt bleiben soll, Fußschrauben und womöglich auch verstellbare Polhöhe und Meridian besitzen. Uhrwerk ist nicht notwendig, aber doch sehr erwünscht. Die Teilkreise sollen 20^s und $5'$ geben. Es wäre verkehrt, einen Dreizöller ohne Sucher anzuschaffen. Dieser bietet, selbst wenn er nur 20 mm Öffnung hat, so ungeheure Vorteile, daß es sich wirklich lohnt, seinem Geldbeutel einen wenn auch recht empfindlichen Stoß zu versetzen.

Ein Dreizöller soll etwa folgende Objekte zeigen: auf Jupiter außer den beiden Hauptgürteln noch die beiden anstoßenden Gürtel und die Polkappen, die 5 helleren Saturnmonde und Uranus als Scheibe. Das Auflösungsvermögen fü Doppelsterne soll etwa 1″.4 betragen.

Als leichte Prüfobjekte empfehlen wir:

α Gemin., *70 Ophiuchi* und *ξ Bootis*, die spielend leicht getrennt werden müssen. Etwas schwieriger sind folgende 3 Sternpaare: *ε* und 5 *Lyrae* und *ι Leonis*. Bei besonders ruhiger Luft müssen auch folgende Paare dargestellt werden:

	α	δ	Pos. ∢	Abst.	Größen
Anonyma	$5^h\ 49^m$	$+13°\ 56'$	40°	2″.27	7.0 u. 8.5
Σ 1785	13 44	+27 35	216°	1.96	7.0 „ 8.0
ε Bootis	14 40	+27 35	328	2.90	2.5 „ 6.0

Ein Dreizöller, der diese drei Paare trennt, muß als gut bezeichnet werden.

Ohne weiter auf das 95-mm-Rohr ($3\frac{1}{2}$″) einzugehen, geben wir doch für dasselbe eine Anzahl Prüfobjekte an. Von mittlerer Leichtigkeit sind etwa folgende Sternpaare:

	α	δ	Pos. $\sphericalangle$	Abst.	Größen
ζ Orionis	5h 36m	— 2° 0′	152°	2″.6	2.0 u. 5.7
λ ,,	5 30	+ 9 52	43	4.3	4.0 ,, 6.0
ι Leporis	5 8	—11 59	338	12.8	4.0 ,,10.5
λ Gemin.	7 12	+16 43	32	9.5	3.0 ,,10.0
π Arietis	2 44	+17 3	121	3.3	5.0 ,, 8.5
ι Urs. maj.	8 52	+48 26	360	8.7	3.0 ,,10.0
Folgende Paar sind schwierig:					
Anonyma	0h 45m	+55° 8′	83°	1″.45	8.2 u. 9.8
,,	7 58	— 1 31	33	1.54	8.2 ,, 9.0
,,	12 56	+57 1	75	1.50	6.0 ,, 9.6
μ Librae	14 43	—13 39	341	1.61	5.0 ,, 6.0
μ Drac.	17 3	+54 38	159	2.40	5.5 ,, 5.5
Anonyma	0 0	+57 46	321	1.45	6.5 , 7.5
Sehr schwierig sind:					
65 Leonis	11h 2m	+ 2° 30′	89°	1″.78	5.6 u.10.5
Anonyma	21 34	+42 45	70	1.46	8.0 ,,10.0

Wir kommen nun zum Vierzöller und geben hier als Muster für eine schwere Montierung die Abbildung Fig. 11 eines *Zeiß*schen 110-mm-Refraktors, der den verwöhntesten Ansprüchen genügt. Wir sehen die Glockenform bei der zweiteiligen Gußeisensäule, mit 3 Fußschrauben. An dem Verbindungsflansch der beiden Säulenteile befindet sich die Azimutkorrektion. Die Polhöhe ist mit einer feinen Schraube verstellbar. Der α-Kreis ist in 5 Minuten geteilt und durch Nonien auf 20 Sekunden abzulesen; der δ-Kreis hat dieselbe Teilung wie beim 80-mm-Rohr. Die Klemmung der α-Achse erfolgt durch Schnurzug, die Feinbewegung mit Schnur und Planetenrädern, Klemmung und Feinbewegung in δ mit Schlüsseln vom Okularende aus Ein solches Rohr soll leicht die größeren Meere auf dem Mars zeigen. Sterne 11.5. Größe müssen sichtbar sein. Als Prüfsterne kämen außer *ε Bootis* (s. oben), der spielend getrennt sein muß, folgende in Frage:

	α	δ	Pos. $\sphericalangle$	Abst.	Größen
α Androm.	0h 3m	+28° 32′	270°	70″.0	2.0 u.10.0
57 Cancri	8 48	+30 57	333	1.4	6.0 ,, 6.5
φ Virginis	14 23	— 1 47	109	4.1	5.0 ,, 9.5
17 Lyrae	19 4	+32 21	331	3.7	5.5 ,,10.0
und unter günstigen Luftverhältnissen					
Anonyma	0h 56m	+60° 26′	67°	1″.25	6.3 u. 9.3
52 Hercul.	16 46	+46 12	319	1.62	5.0 ,, 9.1
δ Cygni	19 41	+44 50	288	1.92	3.0 ,, 8.0
Anonyma	23 22	+ 2 54	37	1.14	8.9 ,, 9.0

Ein Vierzöller, der letzteres Paar trennt, ist ein ausgezeichnetes Instrument!

Während der Schritt vom Dreizöller zum Vierzöller nicht besonders groß ist, so wird nun der Schritt vom Vierzöller zum Fünfzöller (135 mm) von größter

Tragweite sein. Wir gelangen hiermit in den Besitz eines Rohres, wie es in solcher Größe auf mancher kleinen Staatssternwarte bereits als Hauptinstrument vorhanden ist. Der Fünfzöller ist ein Rohr, das ernster wissenschaftlicher Arbeit

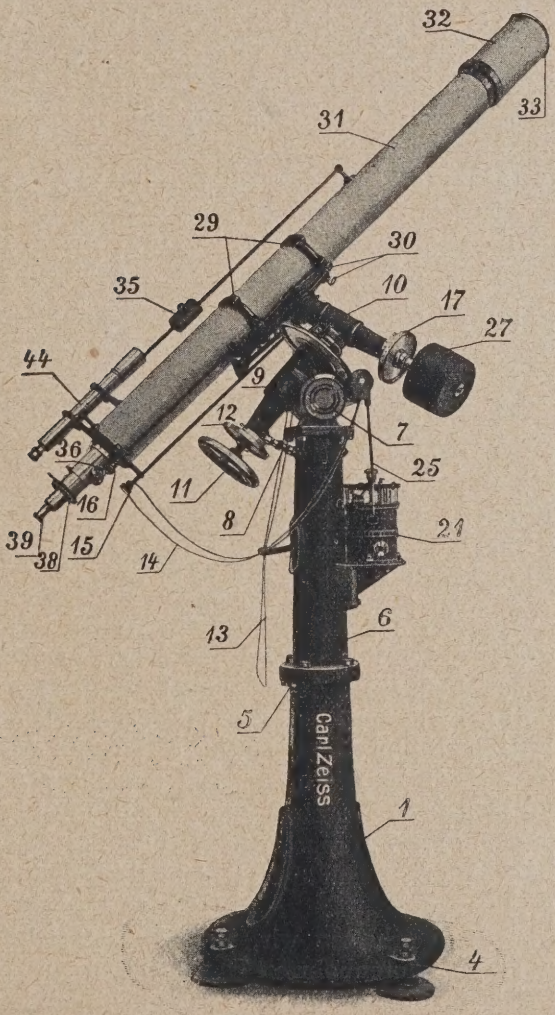


Fig. 11.

dienen muß und fürs Spazierensehen alleine viel zu schade ist. Ohne nun weiter auf die Abbildung und Beschreibung größerer Rohre einzugehen, die im wesentlichen in der Bauart dem beschriebenen Vierzöller gleichen, sollen doch noch einige Prüfobjekte angegeben werden. Ein guter Fünfzöller sollte mühelos darstellen:

	α	δ	Pos. $\sphericalangle$	Abst.	Größen
η Orionis	$5^h\ 19^m$	$-\ 2°\ 29'$	86°	1″.13	3.5 u. 5.5
δ Cygni	19 41	$+44\ 50$	288	1.92	3.0 „ 8.0
Schwieriger sind:					
Anonyma	$2^h\ 56^m\ 8^s$	$+57°\ 15'$	273°9	1.18	9.2 u. 9.3
„	7 18 53	$+31\ 52$	130.9	1.13	7.8 „ 9.7
μ_2 *Bootis*	15 21 6	$+37\ 40$	57.7	1.21	6.5 „ 7.0
Σ 2799	21 24 30	$+10\ 40$	291.9	1.45	6.5 „ 6.5
Sehr schwierig sind:					
Σ 149	$1^h\ 39^m\ 12^s$	$+39°\ 30'$	105°8	1.16	8.0 u. 9.5
Anonyma	4 33 0	$+16\ 16$	218.5	1.03	9.0 „ 11.0
ω Leonis	9 23 36	$+\ 9\ 27$	121.0	1.00	6.0 „ 7.0
Anonyma	19 3 6	$+30\ 29$	252.5	1.08	8.6 „ 10.3

Und zum Schluß noch einige Prüfsteine für den Sechszöller. Dieser soll leicht trennen:

	α	δ	Pos. $\sphericalangle$	Abst.	Größen
7 Camelop.	$4^h\ 49^m\ 18^s$	$+53°\ 35'$	308°8	1″.20	4.0 u. 8.0
ζ Cancri	8 7 6	$+17\ 56$	319.2	1.02	5.0 „ 5.5
Schwierig sind:					
O Σ 182	$7^h\ 48^m\ 0^s$	$+\ 3°\ 38'$	33°0	0″.85	7.0 u. 7.5
O Σ 215	10 11 30	$+18\ 12$	203.0	0.99	6.5 „ 7.0
μ Drac.	17 35 6	$+28\ 5$	355.0	1.06	5.5 „ 10.0

So verlassen wir jetzt den Refraktor und wenden uns dem Reflektor zu. Die Entwicklung dieser Art von Instrumenten hat, nach langem Schlummer, gerade in der jüngsten Zeit einen Aufschwung erlebt, so recht zum Vorteile der Liebhaber, da die Preise bei gleicher Leistung erheblich niedriger sind. Aber auch hier rate ich wieder, wenn die Verhältnisse es irgend gestatten, die parallaktische Aufstellung zu wählen. In neuester Zeit stellt *Merz in München* zwei dieser Reflektoren in der *Newton*schen Bauart mit 160 bzw. 200 mm Spiegeldurchmesser her, wie auf Fig. 12 dargestellt. Bei dem großen Öffnungsverhältnis von 1:6 sind diese Rohre natürlich äußerst lichtstark, und man verzichtet gerne auf stärkere Vergrößerungen.

Größere Brennweiten erhalten wir, wenn wir die *Cassegrain*sche Bauart wählen. Bei ihr liegt dem durchbohrten Hauptspiegel ein konvexer kleiner Zerstreuungsspiegel gegenüber, der die vom Hauptspiegel kommenden Strahlen vor ihrer Vereinigung im Brennpunkte zerstreut und durch die Bohrung im Hauptspiegel wirft. Das wirkliche Bild entsteht also erst hinter der Hinterfläche des großen Spiegels. Die Blickrichtung ist dieselbe wie beim Refraktor. Die Brennweite wird etwa verdreifacht, so daß wir statt 1:6 ein Öffnungsverhältnis 1:18 erhalten. Die Rohrlänge ist die kürzest mögliche, also die Aufstellung selbst eines optisch mächtigen Rohres in verhältnismäßig kleiner Kuppel möglich. Die Montierung kann wegen des sehr kurzen Rohres niedriger gehalten werden, als beim Refraktor, aber höher als beim *Newton*.

Zwei sehr gute Anleitungen zur Selbstherstellung von Spiegelteleskopen bis etwa 160 mm Öffnung verdanken wir *Miethe in Charlottenburg* und *v. Krudy in Zürich*, die auch Anweisungen über das Prüfen der Spiegelflächen und das Versilbern enthalten, worauf an dieser Stelle empfehlend hingewiesen sein möge.

Eine Sonderstellung unter den Beobachtungsinstrumenten nimmt das Medialfernrohr ein. In ihm sind die Vorteile eines *Kepler*schen Fernrohres mit denen eines Spiegelteleskopes vereinigt. Die Konstruktion wurde von Professor *Schupmann* in Aachen berechnet; sie eignet sich namentlich zur Ausführung größerer Instrumente mit über 300 mm Objektivöffnung, da erst über diese Dimension hinaus die großen Vorteile der Konstruktion gegenüber der der gewöhnlichen Refraktoren augenscheinlich zutage treten. Diese Vorteile bestehen hauptsächlich in folgendem:

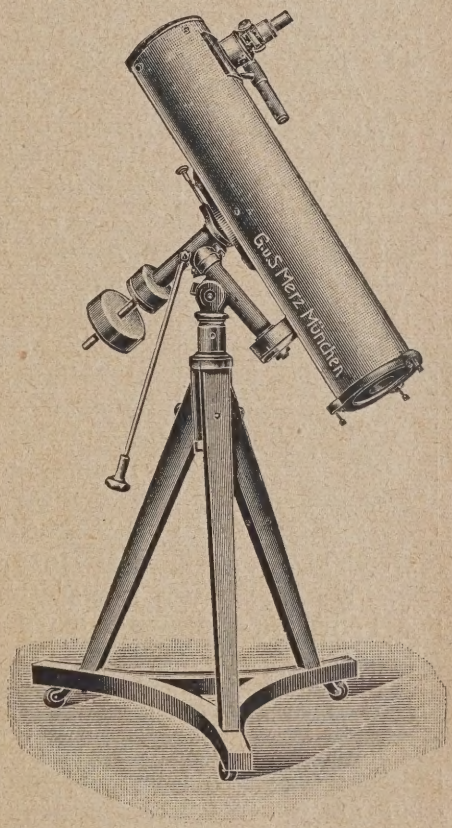


Fig. 12.

1. Das sekundäre Spektrum kann vollständig eliminiert werden ohne Anwendung von sogenannten Spezialgläsern.
2. Es können zur Ausführung sämtlicher optischen Teile nur gewöhnliche Krongläser, ohne extreme Brechungs- und Zerstreuungsverhältnisse, verwendet werden. Auf Dauerhaftigkeit sowie die Lichtdurchlässigkeit der zur Verwendung kommenden Gläser können also besondere Rücksichten genommen werden.
3. Das Objektiv besteht aus einer einfachen bikonvexen Linse.
4. Das Öffnungsverhältnis kann bis zu $F/10$ gesteigert werden, ohne daß die sphärische oder chromatische Aberration beeinflußt wird.
5. Die Schärfe der Abbildung ist infolge der viel besseren Vereinigung der Strahlen im Brennpunkt gegenüber einem gewöhnlichen Doppelobjektiv eine wesentlich größere. Ebenso ist die Helligkeit der Bilder, dank der verminderten Lichtabsorption, vermehrt.
6. Zufolge der Vereinigung des optischen Brennpunktes mit dem chemischen gestattet die Konstruktion ohne weiteres die Aufnahme photographischer Fokalbilder in größter Schärfe.
7. Infolge einer nur dem Medialfernrohr-Typus eigentümlichen Konstruktion ist es möglich, das sogenannte atmosphärische Spektrum, welches

sich bei Beobachtung von Himmelsobjekten bei geringer Höhe bildet, vollständig zu beseitigen.

Zieht man ferner in Betracht, daß die Beschaffung von Gläsern größerer Dimensionen von optisch einwandfreier Beschaffenheit großen technischen Schwierigkeiten begegnet und deren Preise infolgedessen sehr hohe sind, daß ferner größere Scheiben aus sogenannten Spezialgläsern, die nur eine Verminderung des sekundären Spektrums gestatten, nur bis zu verhältnismäßig kleinen Durchmessern gangbar und einwandfrei hergestellt werden können, so darf wohl behauptet werden, daß die Zukunft größerer Refraktoren heute in der Konstruktion des Medialrohres liegt.

Wir bemerken noch, daß die Medialfernrohre in bezug auf die Stativkonstruktionen keine Abweichung von den Stativen für gewöhnliche Fernrohre verlangen.

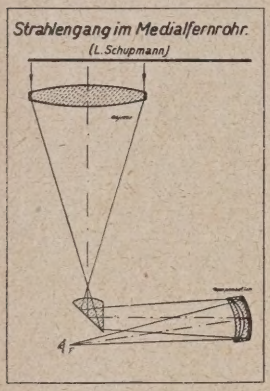


Fig. 13.

Die Fig 13 zeigt uns den eigenartigen Strahlengang sowie die ganz neuartige Anordnung der kombinierten Linsen, Prismen und Spiegel. Das Medial hat in *Fauths* Meisterhänden überraschende Ergebnisse geliefert. Ein neues 12″-Medial befindet sich seit März 1921 auf dem Königstuhl bei Heidelberg zur Erprobung.

Justierung einer parallaktischen Aufstellung.

Diese Arbeit ist recht einfach und verlangt nur etwas Geduld.

Dosenlibelle. Beim Ausrichten der Teilkreise und Einstellen der Neigung der Polachse auf die richtige Polhöhe (in diesem Falle 53° 31′ 50″) hat mir in der Werkstatt eine Dosenlibelle ausgezeichnete Dienste geleistet.

Die benutzte Dosenlibelle hat eine Empfindlichkeit von 1′, und ihre Luftblase weicht bei einer solchen Neigung bereits merklich von der Mittellage ab. Zunächst wurde der Sucher dem Hauptrohr unter Benutzung eines fernen irdischen Gegenstandes parallel gestellt, das Sucherobjektiv herausgeschraubt, das ganze Rohr nach dem Zenit gerichtet, die Dosenlibelle auf das Sucherrohr gelegt, die Luftblase mit den Feinbewegungen in α und δ genau zum Einspielen gebracht und dann beide Kreise abgelesen. Dieselbe Ablesung erfolgt dann abermals, nachdem das Fernrohr durchgeschlagen wurde.

Erste Ablesung, Rohr links	$0^h\ 1^m\ 20^s$	50° 10′ 30″
Zweite Ablesung, Rohr rechts	12 0 40	52 32 30

Die beiden Ablesungen des α-Kreises zeigten einen Kollimationsfehler an, der 20^s betrug und beseitigt wurde, worauf dann der α-Kreis genau auf 12^h gestellt und festgeklemmt wurde. Das Mittel aus den beiden δ-Ablesungen ergab sich zu 51° 21′ 30″. Auf diesen Betrag wurde der δ-Kreis eingestellt und festgeklemmt.

Die Kreise standen nun zur α- und δ-Achse richtig, doch war die Polhöhe noch um 2° 10′ 20″ fehlerhaft. Das Rohr wurde nun am δ-Kreise auf 53° 31′ 50″

eingestellt, wobei natürlich die Luftblase der Libelle völlig auswanderte: sie wurde durch Verändern der Neigung der Polachse wieder zum Einspielen gebracht, und Kreise und Polachse hatten nunmehr ihre richtige Einstellung. Eine nochmalige Ablesung der Kreise in beiden Rohrstellungen ergab keine merkliche Abweichung mehr. Die ganze Arbeit dauert etwa 8 Minuten.

Mit empfindlicheren Libellen läßt sich zweifellos der Arbeitsgang so verfeinern, daß er auch bei größeren Rohren recht genaue Ergebnisse liefern wird, während die vorstehenden Zeilen nur für diejenigen Liebhaber bestimmt sein sollen, welche über kleinere und mittlere Rohre mit nicht zu fein geteilten Kreisen verfügen.

Methode von *Scheiner*. Eine weitere Art der Feineinstellung, bei der Rechnungen überhaupt nicht notwendig sind, ist die von *Scheiner* angegebene, die bei einiger Sorgfalt die allerbesten Resultate gibt. Nachdem das Rohr annähernd in die Mittagslinie gebracht ist, beobachtet man, ohne während der Beobachtung die Deklination des Rohres zu verändern, einen Stern in oder nahe dem Zenit, indem man ihn mit der Feinbewegung in α verfolgt oder das Rohr ruckweise nachführt. Weicht der Stern vom wagerechten Faden ab, so bringt man ihn mit Hilfe der Azimutkorrektion wieder mit dem Faden in Deckung. Die Beobachtung wird bereits nach wenigen Minuten zeigen, nach welcher Seite die Polachse falsch steht. Die Drehung im Azimut muß so lange fortgesetzt werden, bis der Stern (immer in der Nähe des Zenits) etwa 20 Minuten lang dauernd auf dem Faden bleibt: dann steht die Polachse im richtigen Azimut.

Nun ist noch ihre Neigung fehlerhaft. Wir wählen uns jetzt einen nicht zu tief stehenden Stern etwa 6 Stunden östlich oder westlich der Südlinie und verfolgen auch ihn am Fadenkreuz. Weicht er vom Faden ab, so wird er mit Hilfe der Korrektionsschraube für die Polhöhe oder der im Meridian liegenden Fußschraube (meist auf der Nordseite des Stativfußes) wieder auf den Faden gebracht; auch diese Verbessung wird so lange durchgeführt, bis der Stern auf dem Faden bleibt. Unter glücklichen Umständen sind wir in 3 bis 4 Stunden mit der ganzen Arbeit fertig. Es bleibt dann nur übrig, falls Teilkreise vorhanden sind, deren Indexfehler festzustellen und womöglich zu beseitigen.

Methode von *Foerster*. Eine ausgezeichnete und praktisch unschwer durch zuführende Anweisung hat *Foerster* gegeben, doch müssen wir uns mit einem Hinweise hierauf begnügen. Die sehr umfangreichen Ausführungen sind in den *Mitteil. der Verein. von Freunden der Astron. u. kosm. Physik, Jahrg. 1897, Seite 49ff.* veröffentlicht, und ein Beispiel aus der Praxis ist *ebendort, Jahrg. 1901, Seite 38* von *Glitscher in Mülheim* mitgeteilt. Beim Vorhandensein einer guten Pendeluhr ist die *Foerster*sche Methode für die genaueste Justierung eines Rohres mit genauen Teilkreisen zu empfehlen.

Im *Sirius, Jahrg. 1920, Seite 37ff.*, hat auch *Kritzinger* die genaue Orientierung einer parallaktischen, mit Uhrwerk versehenen Montierung ausführlich besprochen.

Nebenapparate zu Okularen und Fernrohren.

Blendgläser. An wichtiger Stelle stehen die Blendgläser zur Beobachtung der Sonne. Am meisten verwendet werden die an Stelle des Okulardeckels auf-

geschraubten Blendgläser, aber beschaffen Sie sich für den Zweizöller gleich zwei, für Drei- bis Vierzöller drei, für größere Rohre vier solcher Blendgläser in neutraler Färbung (nicht etwa grün, rot oder blau). Diese kleinen Glasscheibchen sind sehr empfindlich, und das Objektiv muß daher stets genügend abgeblendet werden, etwa auf ¼ seines Durchmessers, um das Springen der Blendgläser zu verhüten. Wenn auch die Gläser in den Okulardeckel „eingedrückt" sind und daher auch nach dem Zerspringen nicht herausfallen können, so ist doch der Sprung oft so breit, daß eine große Menge Sonnenlicht plötzlich durchfluten und das Auge empfindlich schädigen kann. Wenn Sie also bei einer Sonnenbeobachtung einmal das charakteristische zarte „Knick" hören sollten, dann nehmen Sie das Auge so schnell es geht vom Okular weg und beobachten mit diesem Blendglase nicht mehr.

Eine bequemere Art der Anbringung des Blendglases ist die zwischen Objektiv und Okular kurz vor diesem. Es muß dann für je 1 m Brennweite etwa 11 mm Durchmesser haben. Auch hier ist das Abblenden des Objektivs unbedingt notwendig.

Eine sehr feine Form des Blendglases stellt der „Moderations-Glaskeil" dar, der leider viel zu wenig in Benutzung ist. Er besteht aus einem keilförmig geschliffenen Dämpfglase, das mit einem entsprechend keilförmigen farblosen Glase verkittet ist, so daß das Ganze ein langes Planparallelglas mit langsam abnehmender Durchsichtigkeit bildet. Für bescheidene Ansprüche ersetzt dieser Glaskeil ein Photometer, wenn man mit einer Unsicherheit von etwa $\pm^2/_{10}$ Größenklasse zufrieden sein will.

Die Mikrometer.

Im Ringmikrometer sehen wir die Form des an bescheidenen Montierungen bis heute meist benutzten Mikrometers, in welchem ein geschliffener feiner Stahlring in der Brennebene eines positiven Okulars auf eine Glasplatte aufgekittet ist. Die Herstellung eines solchen Ringes stellt an die Handfertigkeit des Feinmechanikers große Anforderungen. Gemessen werden mit ihm sowohl α- als auch δ-Unterschiede. In allen Fällen wird das Verschwinden der Sterne am rechten Außen- und linken Innenrande und das Wiedererscheinen am rechten Innen- und linken Außenrande zeitlich festgelegt. Die Mittel aus den je vier Zeiten ergeben die α der betreffenden Sterne.

Wollen wir nun die Unterschiede in δ messen, so muß uns zunächst der äußere bzw. innere Durchmesser des Ringes in Bogenmaß bekannt sein, den wir durch Sternvorübergänge durch die Mitte der Ringfläche mit der Formel $d = 15 \cdot t \cdot \cos\delta$ finden. Dann ist $r = \frac{d}{2}$. Beim Messen sollen beide Sterne möglichst kleine Sehnen durchlaufen. δ eines der beiden Sterne muß bekannt sein. Bezeichnen wir mit t und t' die Zeiten des Ein- und Austrittes des Sterns (am inneren oder äußeren Ringrande), dessen Deklination $= \delta$ ist, und mit τ und τ' dasselbe für einen anderen Stern mit der Deklination δ', so ist

$$\alpha' - \alpha = \frac{\tau' + \tau}{2} - \frac{t' + t}{2}.$$

Bedeuten weiter μ und μ' die halben Sehnen, welche die Sterne durchwandern, so ist

$$\mu = \frac{15}{2}(t'-t)\cos\delta \quad \text{und} \quad \mu' = \frac{15}{2}(\tau'-\tau)\cos\delta'.$$

Setzt man ferner $\sin\varphi = \frac{\mu}{r}$ und $\sin\varphi' = \frac{\mu'}{r}$, so erhält man, wenn man mit D die Deklination des Mittelpunktes des Kreises bezeichnet, $\delta - D = r \cdot \cos\varphi$ und $\delta' - D = r \cdot \cos\varphi'$, also endlich $\delta' - \delta = r(\cos\varphi' \pm \cos\varphi)$, je nachdem die Sterne auf verschiedenen oder auf derselben Seite vom Mittelpunkte durch das Feld gegangen sind.

Mit dem Ringmikrometer lassen sich auch, was den meisten unserer Leser unbekannt sein dürfte, sehr bequem die Sonnenflecken festlegen. Ist ϑ die wahre Sonnenzeit zwischen den äußeren Berührungen des Sonnenrandes mit dem Ringe, τ die Zeit zwischen Ein- und Austritt des Fleckens, d die Differenz der Mittelpunkte der Sonne und des Kreises, D der Abstand des Fleckens vom Mittelpunkte des Kreises, sind ferner r und R die Halbmesser des Kreises und der Sonne, δ die Deklination der Sonne, so ist

$$d^2 = (R+r)^2 - \left(\frac{15\vartheta}{2}\cos\delta\right)^2 \quad \text{und} \quad D^2 = r^2 - \left(\frac{15\tau}{2}\cos\delta\right)^2.$$

$D - d$ ist dann der Unterschied der Deklination des Mittelpunktes der Sonne und des Fleckens. Die Differenz der Rektaszensionen aber ist der halbe Unterschied der Ein- und Austritte des Sonnenrandes und des Fleckens.

Rhombenmikrometer. Die Anwendung dieses von *Merz in München* hergestellten Mikrometers ist ähnlich der des Ringmikrometers, nur die Art der Berechnung ist eine entsprechend andere. Der Rhombus, an dem gemessen wird, ist auf Glas aufgetragen und befindet sich in der Brennebene eines positiven Okulars. Ein Teilkreis ist nicht vorgesehen. Das Mikrometer wird daher auch an azimutaler Montierung mit großem Vorteil verwendet.

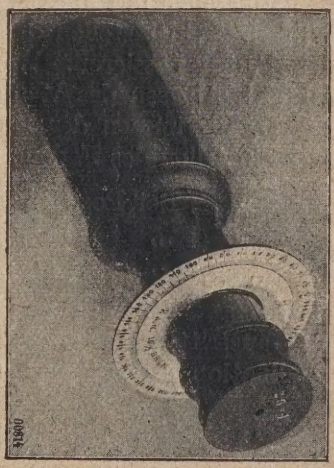


Fig. 14.

Lamellenmikrometer. Das unter diesem Namen altbewährte, aber in Vergessenheit geratene nette Mikrometer ist von der *Feinmechanischen Anstalt in Nürnberg* nach *v. Hanffstengels* Angaben den Liebhabern in neuer und sehr praktischer Form wiedergegeben worden. Es wird normal mit einem äußeren Durchmesser des Rohrstutzens von 31 mm angefertigt. Der versilberte Positionskreis mit 70 mm Durchmesser ist in ganze Grade geteilt und wird mit einfachem Indexstrich abgelesen (Fig. 14). Ein Okularkopf, welcher den Faden aus versilbertem Stahldraht auf einer verstellbaren Fadenplatte trägt, dreht sich sanft und ohne Spiel vor dem Kreise. Die Anbringung am Rohre erfolgt durch Einschieben des ganzen Mikrometers in die

normale Okularsteckhülse. Die Anwendung des Mikrometers am uhrwerklosen, aber parallaktisch montierten Fernrohre ist folgende, wobei richtige Stellung des Stativs Voraussetzung ist:

A. Vorbemerkungen.

Es ist in der Fig. 15 das Gesichtsfeld des Mikrometers dargestellt.

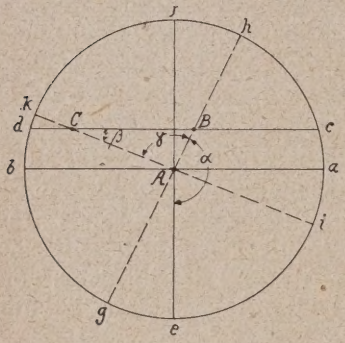


Fig. 15.

A und B sind zwei Sterne, deren Lage und Abstand bestimmt werden soll. e—f ist die Nord-Südrichtung, a—b und c—d sind die Richtungen der Bewegung durch das Gesichtsfeld infolge der Erddrehung. g—h und i—k sind zwei Lagen des drehbaren Meßfadens.

Die Bestimmung des Positionswinkels erfolgt durch Einstellen des Fadens parallel zur Verbindungslinie der Sterne. Die Messung des Abstandes geschieht durch Messen der Zeit, um welche der Stern B später als der Stern A den schräggestellten Faden bei C berührt, und Bestimmung der Strecke A—B aus dem Dreieck ABC.

B. Vorbereitung zum Messen.

Einschieben des Mikrometers in den Okularauszug des Fernrohrs, Fokussieren. Einstellen des Fadens auf Positionswinkel 90° und Verdrehen des ganzen Mikrometers so lange, bis die tägliche Bewegung der Sterne genau parallel mit dem Faden ist. Probe: Wandernlassen eines Sternes auf der Fadenkante. Jetzt fällt der Nullpunkt des Kreises genau in die Nordrichtung.

C. Bestimmen des Positionswinkels.

Einstellen des Fadens durch Drehen des Okulakopfes auf den geschätzten Winkel. Feineinstellen durch Verdrehen so lange, bis beide Sterne gleichzeitig den Faden passieren. Wiederholte Prüfung! Fadenein- und -austritt beobachten! Ablesen des Winkels am Kreise.

D. Bestimmen der Entfernung.

Einstellen des Fadens auf einen Winkel nahe an 270°.

NB.! { Bei Positionswinkel 0— 90° und 180—270° größer als 270°,
{ „ „ 90—180° „ 270—360° kleiner „ 270°.

Messen des Zeitunterschiedes (t), um den der eine Stern den Faden später passiert, als der andere, in Sekunden. Mittel aus mehreren Beobachtungen, Fadenein- und -austritte! Bestimmung der Winkel γ und β (einfache Subtraktion) und der Deklination δ der Sterne (aus Tafeln).

$$\text{Rechnung: Abstand} = \frac{15 \cdot t \cdot \cos\delta \cdot \sin\beta}{\sin\gamma}$$

oder Aufsuchen des Wertes mit Hilfe der „Hilfstafel“, die auf Bestellung mitgeliefert wird.

Einige Werte, die an Doppelsternen erhalten wurden, gebe ich als Kriterium für die überraschende Genauigkeit dieses schönen Mikrometers:

β Cygni . . .	$p =$ 55°	$d =$ 34.7″
ζ Ursae . . .	149	14.7
α Can. ven. .	227	19.9
γ Virgin. . .	337	5.0

(p gemessen, d berechnet).

Fadenmikrometer. Wir sehen in ihm die vollkommenste Art des Mikrometers, das auch mechanisch nach *Repsolds* Vorgang in nicht zu übertreffender Weise hergestellt werden kann. Gemessen wird an festen und beweglichen Fäden, deren letztere durch eine Schraube mit meist 0.5 mm Steigung durch das Gesichtsfeld des Okulars geführt werden. War schon die Herstellung eines genauen Mikrometerringes schwierig, so ist eine Schraube, deren einzelne Gänge gleich große Steigungen haben, ein Kunstwerk, in dem wir die Geschicklichkeit und die Geduld des Mannes, der sie uns geschnitten und eingeschliffen hat, nicht genügend bewundern können. Die Feststellung des Bogenwertes einer Umdrehung der Schraube erfolgt ebenfalls durch Sterndurchgänge wobei jede einzelne Umdrehung aus wenigstens drei, möglichst fünf Messungen gemittelt werden muß. Ein solches Fadenmikrometer sollte stets auch mit Positionskreis bestellt werden.

Spektroskope.

Da die Spektroskopie in einem besonderen Abschnitt behandelt wird,

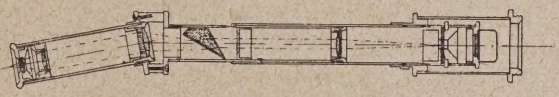


Fig. 16.

sollen hier nur die am Fernrohr selbst benutzten Spektralapparate angedeutet werden, deren Beschaffung für Liebhaber eventuell in Frage kommt.

Die einfachste und wohlfeilste Form ist das kleine Sternspektroskop nach *Zöllner*, ein dreifaches geradsichtiges Prisma, welches sich an Stelle des Okulardeckels auf die astronomischen Okulare aufschrauben läßt. Zur Verbreiterung des linienförmigen Sternspektrums*) dient eine Zylinderlinse. Beim *Vogel*schen Spektroskop ist im Brennpunkte des Okulars noch ein verstellbarer Spalt mit Vergleichsprisma für eine zweite Lichtquelle angebracht. Die vollkommenste Form dieser kleinen Spektroskope fertigt *Zeiß in Jena* als Spektralokular nach *Abbe* mit dreifachem *Amici*-Prisma, Wellenlängenskala und Verstellung der Spaltlänge und -breite an.

Ein kleines Protuberanzen-Spektroskop baut *Merz in München*; es ist im Schnitt in Fig. 16 dargestellt. Auf der Vorderfläche des einfachen Prismas ist ein Beugungsgitter aufgetragen, das die Farben noch weiter zerstreut. Das Beobachtungsfernrohr ist fest auf die herrliche rote *C*-Linie eingestellt. Das In-

*) An diesem linienförmigen Spektrum läßt sich ausgezeichnet beobachten, welche Farben im Brennpunkte am besten vereinigt sind. Es sind diejenigen, an welchen das Spektrum eine kaum meßbare Breite hat. Alle anderen Farben werden mehr oder weniger breit erscheinen.

strument ist trotz der einfachen Bauart sehr leistungsfähig, doch stößt seine Anfertigung leider zurzeit wegen der Gitterkopien auf Schwierigkeiten, die auch in nächster Zeit kaum behoben werden können.

Wenn auch der Ankauf eines großen Protuberanzen-Spektroskopes den meisten unter uns kaum erschwinglich sein dürfte, wollen wir doch an einem Schnitt durch das große *Zeiß*-Spektroskop (Fig. 17) den Strahlengang in diesem

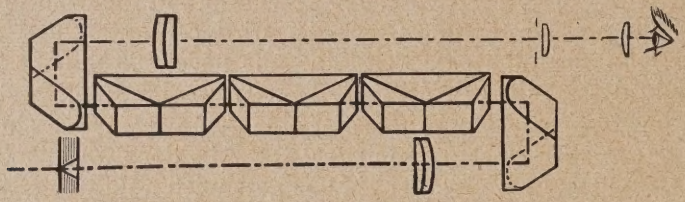


Fig. 17.

schönen Instrumente erläutern. Links liegt das Spaltfernrohr, dessen Spaltbreite an einer Meßtrommel abgelesen wird. Unten rechts das erste Umkehrprisma; dann in der Mitte der Satz von 3 dreifachen *Amici*-Prismen (Dispersion $D-F=15°$). Links das zweite Umkehrprisma und dann rechts das Beobachtungsfernrohr, das mit einem Okular-Schraubenmikrometer versehen ist. Das ganze Instrument ist durch die geschickte Anordnung auf $\frac{1}{3}$ seiner Länge abgekürzt. Die Blickrichtung liegt in der Richtung des Fernrohres.

Über die beste Art der Beobachtung, insbesondere der Aufsuchung von Protuberanzen am Sonnenrande, findet sich in *Secchi-Schellen, Die Sonne, Seite 393ff.* genaue Anleitung, deren Studium ich Ihnen recht ans Herz legen möchte.

Der Preis des Spektroskopes? Fragen Sie mich lieber nicht!

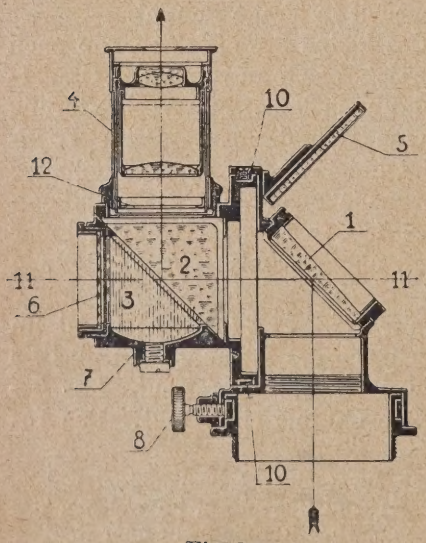


Fig. 18.

Okulare usw. zur Beobachtung der Sonne.

Sonnenprisma nach *Herschel* (helioskopisches Prisma). Es ist einfach und wohlfeil und daher besonders empfehlenswert. Ein Glaskeil, der unter 45° gegen die optische Achse des Fernrohres geneigt ist, lenkt 95% der Licht und Wärmestrahlen ab; der Rest wird durch ein normales Okular in Verbindung mit einem Moderationsglaskeil (s. oben) betrachtet. Die Blickrichtung ist um 90° versetzt; das betrachtete Sonnenbild ist einmal seitenverkehrt.

Letzterer Nachteil wird beim *Zeiß*schen Polarisations-Sonnenprisma nach *Colzi* vermieden, das uns Fig. 18 im Schnitt zeigt. 1 entspricht dem Glaskeil im *Herschel*-Prisma. Die durchgelassenen Licht- und

Wärmestrahlen werden durch den Spiegel 5 ganz zur Seite gelenkt. 1 gegenüber sitzt in einem bei 10 drehbaren Gehäuse das Prisma 2, an dessen Grundfläche die zweite Spiegelung und Wiederaufrichtung des Bildes stattfindet. In der durch eine Membrane 6 geschlossenen Kammer 3 befindet sich eine Flüssigkeit, deren Brechungsexponent von dem des Glases 2 etwas verschieden ist. Man hat es durch Wahl einer geeigneten Flüssigkeit ganz in der Hand, die Intensität des an der Grundfläche reflektierten Lichtes genau abzustimmen. Eine weitere Abschwächung durch Polarisation wird durch Drehung des ganzen Prismenkörpers einschließlich Okular erreicht. Dieses Prisma zeigt das Sonnenbild astronomisch und in der natürlichen Färbung, gestattet beliebig andauerndes Beobachten der Sonne mit voller Objektivöffnung und zeigt die Flecken und Einzelheiten der Penumbra sowie die feinsten Lichtabtönungen in außerordentlicher Schärfe und Reinheit.

Weitere Apparate zur Sonnenbeobachtung sind die Polarisations-Helioskope, in denen 4 schwarze Spiegel entweder unter 45° (*Merz*) oder unter dem Polarisationswinkel angeordnet sind. Ein Spiegelpaar ist drehbar. Auch diese Helioskope zeigen das Sonnenbild astronomisch und in natürlicher Farbe.

Centrierfernrohr.

Die Fig. 19 zeigt dieses kleine, nützliche Instrumentchen, das dazu dient, die optische Achse des Objektivs mit der Mitte des Rohres und damit auch des Okulars zum Zusammenfallen zu bringen. Das kleine Rohr F, das auf ∞ eingestellt wird, kann durch die 3 Fußschrauben beliebig geneigt werden. In seinem Okulare befindet sich ein feines Fadenkreuz. Der Vorgang beim Centrieren ist nun folgender: zunächst wird das große Fernrohr mit dem stärksten Okular, in dem ebenfalls ein Fadenkreuz vorhanden ist, auf ∞ eingestellt, und das Okular so gedreht, daß der eine Faden möglichst genau durch eine Korrektionsschraube des Objektivkopfes geht, die wir mit S_1 bezeichnen wollen. Das Centrierrohr wird dann vorsichtig so auf das Objektiv gesetzt, daß S_1 genau in der Mitte zwischen zwei Fußschrauben liegt, die wir mit s_2 und s_3 bezeichnen. Es werden nun s_2 bzw. s_3 verstellt, bis zwei entsprechende Fäden der beiden Fadenkreuze sich decken. Erst dann wird s_1 verstellt, bis die Kreuzungspunkte der Fäden in den beiden Okularen zusammenfallen. Derselbe Vorgang wird dann bei S_2 und S_3 usw. wiederholt und jedesmal der halbe Fehler durch S_2 bzw. S_3 und s_1 beseitigt, bis der Kreuzungspunkt der Fäden im Röhrchen in allen Stellungen um das Objektiv herum mit dem Kreuzungspunkte im Okulare des Fernrohres zusammenfällt, eine Arbeit, die große Geschicklichkeit und recht viel Geduld erfordert.

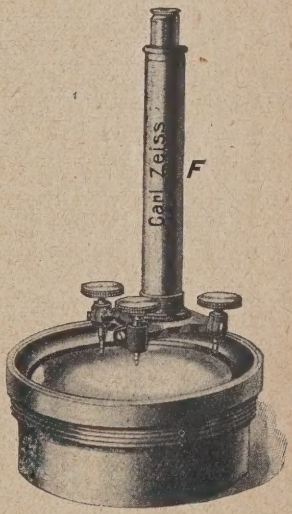


Fig. 19.

Auch ohne das Centrierfernrohr können wir das Centrieren des Objektivs an Sternen vornehmen: an der Seite, wo das im Okular betrachtete Stern-

scheibchen sich birnförmig verbreitert, liegt das Objektiv dem Okular zu nahe. Zu beiden Arbeiten ist Erfahrung und Übung im Sehen erforderlich, also Vorsicht!

Literatur.

N. v. Konkoly, Anleitung zur Anstellung astron. Beobachtungen. Braunschweig, F. Vieweg & Sohn, 1883. (Veraltet.)

Ambronn, Handbuch der Instrumentenkunde. (Vergriffen.)

Miethe, Die Selbstherstellung eines Spiegelteleskops. Stuttgart, Franckhsche Verlagsbuchhandlg., 1920.

v. Krudy, Das moderne Spiegelteleskop. Leipzig, E. H. Mayer, 1919.

Brenner, Handb. f. Amateur-Astronomen. Leipzig, E. H. Mayer, 1898. (Vergriffen.)

Hans Kolbow.

Praktische Optik
und Einführung in die geometrische Optik.

Gleich einige Worte voraus: der folgende Abschnitt soll keine Anleitung geben, wie man sich selbst etwa Linsen schleifen oder optische Linsenanordnungen, die farbenfreie Bilder geben sollen, berechnen kann. Dazu gehören umfangreiche und teure maschinelle Einrichtungen und langjährige Erfahrungen. Und doch, so hoffe ich, wird gerade dieser Abschnitt dem Leser viel Neues bringen, was er bisher vergebens in Büchern oder Zeitschriften gesucht hat, in der Absicht, auch denjenigen Teilen seiner Beobachtungsapparate mit größerem Verständnis gegenüberzustehen, die er sich eben nicht selbst herstellen kann, bei deren Beschaffung er völlig auf die optischen Firmen angewiesen ist. So wird die Besprechung der praktischen Optik die Herstellung des Glases selbst, die Formgebung und die Untersuchung desselben behandeln, die Einführung in die geometrische Optik manchen Fingerzeig geben, um diese und jene Linsenanordnung optisch begreifen und den Weg, der zu ihrer Berechnung führte, verstehen zu lernen, auch wohl einfachere Rechnungsarten einmal selbst zu versuchen.

Von einem Eingehen auf die theoretische Optik muß im Rahmen dieses Handbuches allerdings Abstand genommen werden: ohne ein sehr eingehendes Sonderstudium ist hierin nichts zu erreichen, und bei den Beispielen, welche hier zur Erörterung kommen, können wir auch der theoretischen Optik ganz gut entsagen.

Der Schmelztiegel. Das Schmelzen geschieht in großen Tontiegeln, die als Häfen bezeichnet werden. Die Herstellung dieser tönernen Schmelztiegel ist eine Kunst und Wissenschaft für sich; ist doch ihre stoffliche Zusammensetzung und ihre einwandfreie Beschaffenheit ausschlaggebend für das glückliche Gelingen der Glasschmelzungen! Andere als tönerne Gefäße, etwa gußeiserne oder gar solche aus Platin kommen nicht in Frage. Der einzige, bisher nicht übertroffene Werkstoff ist der klassische „Glashäfenton", dessen Zusammensetzung im Molekularverhältnis = 1 Teil Tonerde, 2 Teile Kieselsäure, 2 Teile Wasser, bzw. im Gewichtsverhältnis 40% Tonerde, 46% Kieselsäure, 14% Wasser sind. Der Häfenton stellt also eine Verbindung einer sehr schwer schmelzbaren Base mit einer Säure dar unter Zusatz von Wasser. Die Tonerde ist aus abgeschwemmten Bestandteilen der Porzellanerde (Kaolin) entstanden und mit Wasser mischbar, während der Stoff, aus dem sie durch Abschwemmung entstand, durch Zusatz von Wasser sich nicht zu einer formbaren Masse ver-

einigen läßt, trotzdem die chemische Analyse in den beiden Stoffen ganz gleiche Bestandteile nachweist.

Einen eigentlichen, fest bestimmbaren Schmelzpunkt hat dieser Ton nicht, es kann wohl nur von einer langsam vorschreitenden Erweichung gesprochen werden, die erst bei Wärmegraden über 1800 bis 1850° das zulässige Maß überschreitet. Zum Vergleiche folgen hier einige angenäherte Schmelzpunkte bekannter Stoffe:

Platin	1780°
Gußstahl . . .	1380°
Silber	960°
Aluminium . . .	660°
Zink	420°.

Die Wärmebeständigkeit des Tones ist für die Herstellung aller Glasarten völlig ausreichend, denn der an erster Stelle stehende Glasquarz (reine Kieselsäure) schmilzt bereits bei etwa 1620°, gewöhnliches optisches Glas bei 1300 bis 1500°. Diese Wärmegrade beziehen sich auf die Herstellung des Glases, also auf das Schmelzen der im Hafen gemischten Werkstoffe, während fertiges Glas schon bei 600 bis 800° schmelzbar ist.

Eine Herstellung der Häfen etwa aus Magnesia oder Kalk, deren Schmelzpunkte noch über 2000° liegen, kommt ebenfalls nicht in Frage, da ihre chemische Einwirkung auf das flüssige Glas (sie wirken wie Basen auf Säuren) verderblich ist. Ebenso kann man auch keine Tiegel aus edlen Metallen verwenden, da ihre Bestandteile vom feurig-flüssigen Glase aufgelöst und aufgenommen werden.

Die zur Herstellung der Häfen nötige Menge Tonerde setzt sich nun ihrerseits wieder aus rohem und aus bereits gebranntem Tonpulver im Verhältnis 1:2 bis 2:3 zusammen. Die mit Wasser vermengten Stoffe werden sehr kräftig durchgeknetet, bis eine weiche, biegsame Masse entstanden ist. Früher stellte man aus dieser Masse die Häfen her, indem der knetbare Ton in Formen hineingeschlagen wurde; heute ist das Verfahren durch den Chemiker *Dr. Weber* erheblich vereinfacht und verbilligt worden. *Weber* hatte gefunden, daß Tonteig durch Zusetzen von Sodapulver verflüssigt wird. Unter Ausnutzung dieser Erscheinung gießt man also heute die Häfen in Formen und läßt sie zunächst in den Formen und dann noch mehrere Monate in einer großen, gut gewärmten Halle, der Häfenstube, langsam trocknen. Erst dann sind sie zum Einsetzen und Garbrennen in dem Schmelzofen reif.

Der Satz. Die zur Glasbereitung nötigen Stoffe, vorher im Gemengehause aufbewahrt und dort auch nach den sehr genauen Vorschriften des Glaschemikers gemischt, sind verschiedenster Art: graue und weiße Pulver und Sand, oft mit roter Mennige in lieblicher Abwechslung, dazwischen auch Salze in Kristallform. Alle diese schönen Sachen, vorschriftsmäßig gewogen und liebevoll gemischt, geben den Satz ab, mit dem der Hafen gefüllt wird. Zur Erschmelzung von 300 bis 400 kg Glasmasse gebraucht man etwa 200 kg Ton, 300 kg Sand und 200 kg Chemikalien. Dabei gehören dann noch zur Erzeugung des Heizgases etwa 3000 kg Kohlen. Nachdem der erste Satz niedergeschmolzen

ist, wird ein zweiter Satz nachgefüllt, bis endlich nach 10 bis 12 Stunden der ganze Hafen mit geschmolzener Glasmasse gefüllt ist. Das Gewicht einer einzelnen Schmelzung schwankt zwischen 900 und 1500 kg.

Das Schmelzen und Rühren. Jetzt erst beginnt die eigentliche Erschmelzung des Glases, das Lauterschmelzen. Während dieser Zeit entweichen die sich immer wieder in dem Glasflusse bildenden Gasblasen langsam aus dem flüssigen Brei. Eine innige Mischung aller Bestandteile wird durch dieses Kochen zwar vorbereitet, muß jedoch zum Schlusse des Schmelzvorganges noch maschinell unterstützt werden. Zu diesem Zwecke wird die ganze Masse, ohne daß der Hafen dabei den Ofen verläßt, durch eine Maschine langsam mit einem von Tonmasse überzogenen Eisenstabe durchgerührt. Erst hierdurch wird die Mischung vollendet und damit auch der Glasmasse eine in allen ihren Teilen gleichmäßige Dichtigkeit gegeben. Wäre dies nicht der Fall, so würde der ganze Glasblock von Schlieren (Stellen ungleicher Dichtigkeit) durchsetzt und vollkommen unbrauchbar sein! Dieser Vorgang des Rührens, so einfach er auszusehen scheint, ist doch der wichtigste bei der ganzen Schmelzung.

Das „Senken" des Glases. Nachdem nach etwa 18 Stunden das Lauterschmelzen und Rühren beendet sind, wird der Hafen mit großen Zangen aus dem Ofen herausgehoben und in einen anderen angewärmten Ofen hineingesetzt, in welchem sich dann die ganze Glasmasse langsam abkühlt. Bei diesem Vorgange werden die Spannungen im Glase so groß, daß Glasblock und Hafen in Stücke zerspringen: von der ganzen Herrlichkeit bleibt nur ein Haufen von Glasstücken verschiedener Größen mit den Scherben des Hafens übrig. (Übrigens ist dies die allerbilligste Art der Zerkleinerung des Glases überhaupt!)

In der jetzt bestehenden Form und mit den noch reichlich vorhandenen Spannungen ist jede weitere Verarbeitung durch den praktischen Optiker wertlos. Man sucht daher die ihrer Größe und Form nach annähernd brauchbaren Bruchstücke heraus und achtet besonders darauf, daß sich in diesen keine Steine oder größere Luftblasen befinden. Vorspringende Kanten und Spitzen werden mit dem Hammer abgeschlagen; die brauchbaren Stücke, an deren Glanz man schon die zukünftige Pracht ahnt, werden in flache viereckige Schamottformen verschiedener Größen gelegt und zusammen in einen Wärmofen gebracht, in welchem sie nur bis zum Weichwerden erhitzt werden. In diesem Zustande füllt dann der Glasblock, indem er sich „senkt", langsam die Form aus und nimmt dabei die Gestalt einer viereckigen, flachen Glasplatte an.

Das Feinkühlen. Sind nun alle Schamottformen gleichmäßig flach ausgefüllt, so werden sie in einen weiteren, ebenfalls mit Gas geheizten Ofen gebracht und hier stockwerkartig übereinander aufgeschichtet. Die obere „Kühltemperatur" liegt in diesem Ofen, je nach der Glassorte, zwischen 450 und 600°. Während der 4 bis 6 Wochen dauernden Zeit des Feinkühlens wird die Ofenwärme durch Verminderung der Gaszufuhr regelmäßig in kleinen Abstufungen vermindert, bis sie auf etwa 360° gesunken ist: damit ist die Feinkühlung beendet, und man kann hoffen, daß jetzt keine störenden Spannungen in dem Glase mehr vorhanden sind.

Bei größeren Stücken, gegossenen Linsenscheiben, genügen allerdings 4 bis

6 Wochen nicht; bei ihnen dauert der Kühlvorgang 2 bis 3 Monate oder noch darüber.

Die Untersuchung des Glases. Bevor nun das gesenkte und feingekühlte Plattenglas weiterverarbeitet werden darf, muß es auf seine optischen Eigenschaften untersucht werden. In dem Zustande, wie es aus dem Kühlofen kommt, ist dies zunächst nicht möglich, denn alle sechs Oberflächen haben ein trübes, milchglasartiges Aussehen. Die Glasplatten werden daher zunächst an zwei gegenüberliegenden Langseiten angeschliffen, um eine Durchsicht zu ermöglichen. Zu dem Zwecke stellt man in einen niedrigen Eisenblechmantel, der das Aussehen eines großen Tortenringes hat, eine große Anzahl Glasplatten dicht bei dicht auf und gießt die Zwischenräume mit Gips aus. Der ganze flache Kuchen wird angehoben, umgedreht, unter eine Schleifvorrichtung gebracht und unmittelbar im Anschluß an das Schleifen auch poliert. Hierauf wird der Mantelring geöffnet und alle Glasplatten aus dem Gips herausgenommen, dann wieder wie vorher in die Form hineingestellt, diesmal jedoch mit der polierten Fläche nach oben, und nun die gegenüberliegende Fläche angeschliffen und poliert. Jetzt ist es möglich, das Glas in der Durchsicht zu untersuchen, ob sich in ihm noch störende Blasen oder Schlieren befinden, die seine weitere Verarbeitung aussichtslos machen würden. Die Prüfung auf Schlieren geschieht in einfacher Weise, indem man durch das Glas auf eine Quecksilberdampflampe blickt. Diese Art Lampen strahlt eine besonders große Menge ultravioletten Lichtes aus, und gerade dieses Uviollicht macht die Schlieren sehr leicht sichtbar.

Ist das Glas in dieser Hinsicht brauchbar, so wandert es, nachdem es noch in einem besonderen Verfahren mittels umfangreicher Apparate durch Anwendung von polarisiertem Lichte auf Spannung untersucht wurde, mit der Nummer des betreffenden Gusses bezeichnet, auf das Lager; unbrauchbare Platten finden in der Scherbenkiste ein schnelles und ruhmloses Ende. Von einem Gusse von 1000 kg bleiben schließlich 200 bis 340 kg übrig. Dieser auf Herz und Nieren geprüfte Rest bildet den Ausgangspunkt für die Glasscheiben, aus denen unsere Objektive bestehen, mit denen wir uns sattsehen an den Wundern, die sie uns offenbaren.

Das Gießen großer Scheiben. Abweichend von dem bisher geschilderten Verfahren ist das Gießen großer Scheiben, denn für die Riesenobjektive der Neuzeit findet sich in einem normal gekühlten und zersprungenen Glasblock kein einziges auch nur annähernd der Größe nach genügendes Bruchstück, aus dem man durch Senken eine ausreichend große Rohglasscheibe herstellen könnte. Man ist daher genötigt, bereits die gesamte erschmolzene Glasmasse aus dem Hafen unmittelbar in eine niedrige runde Form einzugießen und mit der so hergestellten Glasscheibe sofort das Feinkühlen vorzunehmen. Danach werden beide Grundflächen geschliffen und poliert und das Glas im ganzen auf Schlieren und Spannungen untersucht. Meist sind nur einzelne Teile der großen Scheibe brauchbar, selten wenigstens die eine Hälfte der Scheibe, die ganze Scheibe niemals, denn eine in ihr liegende Mittelschliere läßt sich nicht vermeiden. Die guten Glasstücke werden nun mit einer Sandsäge herausgeschnitten, etwas zugerichtet, in eine runde Schamottform gesenkt, feingekühlt usw. und abermals

untersucht. Ich möchte hier ausdrücklich bemerken, daß es Glas ohne jede Spannung nicht gibt und der ausführende Optiker daher mit einer schwachen Spannung, vorausgesetzt daß sie regelmäßig verläuft, zufrieden sein muß.

Das Schleifen und Polieren. Hier setzt nun die Arbeit des Mechanikers und praktischen Optikers ein. Es gilt, dem Glase die durch die Berechnung vorgeschriebene Form zu geben. Alle Oberflächen der für die Durchsicht bestimmten Linsen sind Kugel- oder Planflächen, wobei wir allerdings auch die Planfläche als eine Kugelfläche mit sehr großem Radius auffassen müssen.

Das ganz rohe Vorschleifen mit Quarz oder grobem Schmirgel geschieht vielfach von Hand, das feinere Schleifen mit immer feiner werdendem Schmirgel dagegen auf Maschinen. Geschliffen wird in gußeisernen Schalen, denen man vorher die genaue Kugelform gegeben hat, und zwar konvexe Flächen in hohlen Schalen und umgekehrt. Auf die Flächen der Schleifschalen wird Pech aufgetragen, das zum besseren Festhalten des benutzten, stets sehr feucht gehaltenen Schleifmittels dient. Als letzter Arbeitsgang folgt das Polieren auf der Poliermaschine mit „Polierrot“ (Eisenoxyd, auch Rouge genannt), das auf Leder aufgetragen wird. Ist eine Fläche fertiggestellt, so wird die Linse umgedreht, gut „centriert“ (d. h. die Mitte der Linse soll mit der Mitte der die Linse haltenden und bewegenden Vorrichtung genau zusammenfallen), und auch auf der zweiten Fläche bearbeitet. Ist auch diese Fläche fertig, so soll der Rand der Linse überall gleich dick sein, ein Zeichen dafür, daß die Centrierung gut war. Ich will noch kurz hinzufügen, daß auch die Dicke der Linse genau eingehalten werden muß.

Verschiedene Glasarten. In den alten optischen Gläsern finden sich bei der Analyse immer wieder folgende sieben Bestandteile vor: Aluminium, Blei, Kalium, Calcium, Natrium, Sauerstoff und Silizium. Mit diesen Werkstoffen arbeitete schon *Fraunhofer* und stellte aus ihnen, zusammen mit *Guinand*, auf seiner Glashütte in Benediktbeuren seine mit Recht bewunderten beiden Glasarten her, das schwere, das Licht stark brechende und zerstreuende Bleiglas (Flintglas) und das leichtere und die Lichtstrahlen weniger stark brechende und zerstreuende Kalkglas (Kronglas, auch Crownglas geschrieben). Seitdem gibt es wohl kaum einen Stoff, den man nicht bei der Erschmelzung neuer Glasarten verwendet oder wenigstens zu verwenden versucht hätte.

Weshalb waren denn neue Gläser nötig? Wir müssen dazu einige Betrachtungen anstellen über die Art, wie ein Glas die Farben bricht und zerstreut. Ich setze dabei die durch ein Prisma hervorgerufene Ablenkung und Zerlegung des Lichtes in die 7 Spektral-(Regenbogen-)farben: rot, orange, gelb, grün, blau, indigo und violett als bekannt voraus. Es bestehen nun außer den bereits angedeuteten Unterschieden, die sich auf die mehr oder weniger brechende und zerstreuende Kraft beziehen, noch wesentliche Unterschiede innerhalb des entworfenen Spektrums selbst: der Verlauf der Zerstreuung ist in den beiden Spektren für die nämlichen Farben ungleichmäßig! Hieran scheiterten alle weiteren Versuche *Fraunhofers*, Bilder leuchtender Punkte durch das Objektiv zu erzeugen, an denen auch kein Rest einer Farbenabweichung mehr zu erkennen war, in welchen also die beiden Glasarten ihre Wirkungen gegenseitig völlig aufhoben.

Es wurde schon erwähnt, daß das leichte Kronglas den weißen Lichtstrahl weniger bricht, d. h. um einen kleineren Winkel von seinem bisherigen Wege ablenkt, als das schwere Flintglas, und daß dabei auch das entstehende Spektrum bei jenem kürzer ausfällt, als bei diesem. Das wäre an und für sich kein Hinderungsgrund, aus den beiden klassischen Glasarten farbenfreie Linsenverbindungen herzustellen, wenn nur die einzelnen Farben, d. h. die zu gleichen Wellenlängen gehörigen Farben, auch an gleichen Stellen in den beiden verschiedenen Spektren lägen, wenn also, um den bequemen Ausdruck aus der ebenen Geometrie zu gebrauchen, die beiden Spektren einander in allen einzelnen Teilen „ähnlich" wären. Ein Beispiel: ein *K*-(Kron-)Prisma entwerfe ein Spektrum, in welchem die *C*-, *D*-, *E*-, *F*-, *G*-Linien etwa folgende Abstände voneinander hätten: *C*—*D* 3 cm, *C*—*E* 6 cm, *C*—*F* 9 cm, *C*—*G* 12 cm. (Diese Annahmen sind willkürlich gewählt und dienen nur als Zahlenbeispiel!) Ein *F*-(Flint-)Prisma gebe uns ein Spektrum, in welchem der Abstand *C*—*G* = 24 cm sein mag: das *F*-Spektrum sei also doppelt so lang, wie das *K*-Spektrum. Wäre nun der Verlauf der Farbenzerstreuung, der partiellen Dispersion, im *F*- und *K*-Spektrum ähnlich, so müßten die Abstände *C*—*D*, *C*—*E*, *C*—*F* im *F*-Spektrum 6, 12 und 18 cm betragen. Aber das war nicht der Fall! Die Spektren waren einander nicht ähnlich, der Gang der partiellen Dispersion war ungleichmäßig. Die notwendige Folge war und blieb, lange Zeit hindurch, daß es nur gelang, einzelne Farben, also Farben bestimmter Wellenlängen, zu einem leidlich guten Bilde zu vereinigen, daß aber eine Anzahl von Farben übrig blieb, deren Vereinigung nicht in der Brennebene des Objektives stattfand, sondern mehr oder weniger vor oder hinter derselben. Diesen Farbenrest nannte man das sekundäre Spektrum. Zur Vereinigung brachte man in der Brennebene diejenigen Lichtarten des Spektrums, welche die stärkste optische Wirkung haben, während man die chemisch wirksamen, auf das Auge nur sehr geringen Eindruck machenden Strahlen (blau bis violett) zu vernachlässigen gezwungen war. Die aus *Fraunhofers* Meisterhänden hervorgegangenen Objektive zeigen daher alle ohne Ausnahme das sekundäre Spektrum in Gestalt eines zarten violetten Saumes, der das helle Bild, wie es in der Brennebene entsteht, umgibt.

Hier setzen nun die Arbeiten von *Abbe* und *Schott* ein, nachdem seit *Fraunhofers* Zeit 1829 der Chemiker *Döbereiner* in Jena mit Unterstützung von *Goethe*, sodann der englische Pfarrer *Harcourt* (1834/44) und seit 1862 im Verein mit dem Physiker *Stokes*, weiter 1851 *Maes* in Clichy sich an neuen Gläsern versucht hatten, ohne jedoch zum Ziele zu gelangen. Der Jenaer Physik-Professor und der Wittener Chemiker vereinigten sich in der Absicht, „die Eigenschaften der Glasmaterie durch die chemische Zusammensetzung so weit zu ändern, daß die theoretische Leistungsfähigkeit in der Bildschärfe der optischen Instrumente bis zur äußersten Grenze erreicht würde".

Kaum ein Stoff, von dem nur irgend anzunehmen war, daß er sich zur Glasschmelzerei eignen könnte, blieb unversucht! Oft war *Schott* fast daran, die Hände mutlos in den Schoß sinken zu lassen. Wohl gelang es, ganz neue Gläser mit Eigenarten herzustellen, die von den bisherigen völlig abwichen; aber entweder waren die kleinen Glasstückchen, die mit unendlicher Mühe und Aus-

dauer, dabei unter erheblichen geldlichen Opfern, erschmolzen waren, nicht homogen genug, um eine genaue Untersuchung zu ermöglichen, oder die Eigenschaften des neuen Glases wichen gerade im entgegengesetzten Sinne von dem ab, was man erstrebte, oder wenn es gar gelang, dem Ziele recht, recht nahe zu kommen, dann zeigte sich später, daß das herrliche Ergebnis einer langen Versuchsreihe gegen Einflüsse der Witterung nicht beständig war! Doch endlich führte Beharrlichkeit zum Ziel, und von den sehr kleinen, oft nur wenige 100 g enthaltenden Tiegelchen mußte nun der Schritt zum „glastechnischen Laboratorium" getan werden. Im Jahre 1882 taten sich *Abbe* und *Schott* mit den beiden Inhabern der Jenaer Optischen Werkstätten, *Carl Zeiß* und *Dr. Roderich Zeiß*, zu gemeinsamer Weiterarbeit zusammen. Auf Veranlassung des weit vorausschauenden damaligen Direktors der Berliner Sternwarte und der Kaiserl. Normal-Eichungs-Kommission, Dr. *Wilhelm Foerster*, wurde das junge, vielversprechende Unternehmen vom Staate unterstützt, und schon Ende 1883 konnten die vier Freunde an die Gründung eines industriellen Betriebes denken. Aus den neuen Borat- und Phosphatgläsern waren zwei von *Abbe* berechnete Mikroskop-Objektive hergestellt worden, bei deren einem die Beseitigung des sekundären Spektrums völlig gelang, während bei dem anderen Objektive von 180° Öffnungswinkel nur noch die Hälfte von dem sekundären Spektrum eines älteren Objektives mit gleicher Öffnung übrig blieb.

Man war am Ziel: das erste Objektiv ohne sekundäres Spektrum war geschaffen!

Ich habe diesen Teil der praktischen Optik etwas ausführlicher behandelt, weil ich dem Liebhaber der Himmelskunde gerne einen Einblick in die Geschichte des Glases geben wollte, mit dessen Hilfe er sich satt sieht an der Sternenwelt, sich loslöst von Not und Sorgen, die ihn umgeben, von Neid und Haß, die ihm den Weg durchs Leben zu sperren suchen, wo er vergißt, was um ihn ist und nur schaut und schaut und glücklich ist bei seinen Sternen, die ihm niemand rauben kann!

Und nun zurück zur praktischen Optik, zur Erläuterung einiger technischer Ausdrücke, die in allen Werken über astronomische Optik immer wiederkehren, aber leider nur zu selten verstanden werden.

Die chromatische Abweichung. Die Fig. 1 zeigt uns ein Schaubild der chromatischen Abweichung (sekundäres Spektrum) der drei von der Firma *Zeiß* gefertigten Fernrohrobjektive *E*, *A* und *B*. Dem Schaubild liegen die Messungen einer größeren Anzahl von Objektiven zugrunde, welche folgende Zahlenwerte ergaben:

Wellenlänge	Objektivart		
	E	*A*	*B*
656 rot	— 19	— 9	+ 7
578 gelb	— 65	— 16	— 2
546 grün	— 64	— 22	— 8
486 hellblau	0	0	0
434 violett	+ 193	+ 92	+ 48

Die sphärische Abweichung. Einfarbige Lichtstrahlen, so lesen wir im *Zeiß Astro 30*, welche parallel zur optischen Achse auf das Objektiv fallen, vereinigen sich nicht streng in einem einzigen Brennpunkte. Es vereinigen sich nur die Lichtstrahlen, die das Objektiv in einem zu seiner Mitte koncentrischen

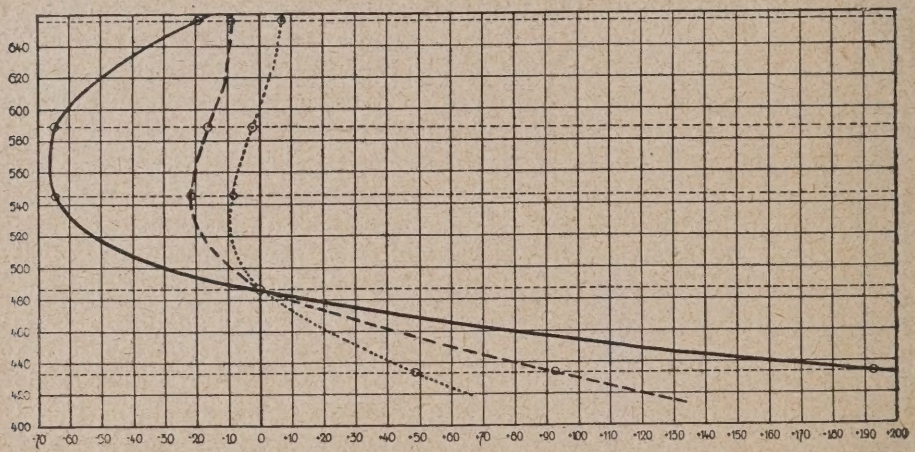


Fig. 1.

Kreise (Zone) treffen, in einem Punkte. Die sphärischen Abweichungen sind die Abstände der den verschiedenen Zonen des Objektivs entsprechenden Brennpunkte von einem mittleren Brennpunkte. Diese Abstände sind bei den drei Objektivtypen kleiner als $^1/_{1000}$ der Brennweite des Objektivs.

Die chromatische Differenz der sphärischen Abweichung ist die Verschiedenheit der sphärischen Abweichungen für die verschiedenen Farben des Spektrums. (Vgl. zu allem diesem S. 255—267).

Verschiedene Arten von Objektiven.

Bei dem *E*-Objektiv, Fig. 2), einem zweiteiligen Fernrohrobjektiv aus Silikatgläsern mit einem Öffnungsverhältnis 1:15, stimmen die chromatischen Abweichungen (*E*-Kurve) mit den Abweichungen der von *Fraunhofer* gefertigten Objektive überein. Die sphärischen Abweichungen bleiben für die *D*-Linie, den hellsten Teil des Spektrums, unter $^1/_{1000}$ der Brennweite. Die *E*-Objektive sind für jede Art von Beobachtungen zu verwenden.

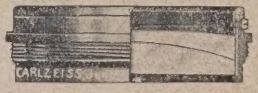


Fig. 2.

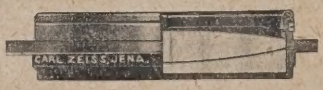


Fig. 3.

Das *A*-Objektiv (Fig. 3) ist ein zweiteiliges, „apochromatisches", aus optischen Spezialgläsern (ohne sekundäres Spektrum) hergestelltes Fernrohrobjektiv mit einem Öffnungsverhältnis 1:17.5. Die chromatischen Abweichungen (*A*-Kurve) betragen nur ein Drittel von denen der *E*-Objektive, soweit der sicht-

bare Teil des Spektrums (*C* bis *G*) in Frage kommt. Die Farbenfehler sind so weit beseitigt, daß man von der Aufhebung des sekundären Spektrums spricht. Dieser Umstand bewirkt größere Bildschärfe, Farbenfreiheit und Lichtstärke der *A*-Objektive im Vergleich zu den *E*-Objektiven. Diese Vorzüge sind besonders auffällig bei der Beobachtung ausgedehnter heller Objekte wie Sonne, Mond, Planeten usw., sowie bei Beobachtung mit stärkster Vergrößerung zur deutlichen Wahrnehmung von feinen Einzelheiten auf diesen Objekten und bei der Auflösung engster Doppelsterne. Die sphärischen Abweichungen sind dieselben wie bei den *E*-Objektiven.

Das *B*-Objektiv (Fig. 4) ist ein dreiteiliges, „apochromatisches" Fernrohrobjektiv aus Spezialgläsern (ohne sekundäres Spektrum) mit dem Öffnungsverhältnis 1:15 (also dasselbe wie beim *E*-Objektiv, weshalb die beiden Typen an demselben Fernrohre ohne weiteres ausgetauscht werden können). Die chromatischen Abweichungen (*B*-Kurve) betragen nur die Hälfte von denen der *A*-Objektive. Die sphärischen Abweichungen sind gegenüber den *E*- und *A*-Objektiven noch geringer; auch ist die chromatische Differenz der sphärischen Abweichungen aufgehoben. Die Aufhebung des sekundären Spektrums und die beste sphärische Korrektion für verschiedene Farben ergeben bei den *B*-Objektiven noch bessere Farbenfreiheit, Schärfe und Lichtstärke der Bilder als bei den *A*-Objektiven. Ein weiterer Vorzug der *B*-Objektive gegenüber den *A*-Objektiven ist die geringe Fernrohrlänge.

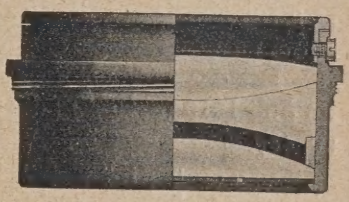


Fig. 4.

Außer diesen drei Typen fertigt *Zeiß* noch *C*- und *D*-Objektive.

Die zweiteiligen *C*-Objektive werden an Stelle der *E*-Objektive verwendet, wenn geringe Fernrohrlänge und größere Lichtstärke die Hauptbedingungen sind. Die chromatische und sphärische Korrektion ist dem größeren Öffnungsverhältnis entsprechend ungünstiger als bei den *E*-Objektiven. Da die *C*-Objektive jedoch mit schwächerer Vergrößerung Verwendung finden, sind die übrig bleibenden Fehler nicht störend bemerkbar*). In den kleineren Abmessungen, 25 bis 80 mm ∅, werden diese Objektive für Sucherfernrohre, mit 110 und 130 mm ∅ für Kometensucher verwendet.

Zwanglose Beiträge zur Fernrohrkunde aus der geometrischen Optik.

1. Die Lochkammer als Lichtbildkammer für Sonnenaufnahmen ist im Abschnitt „Photograph. Instrumente" ausführlich besprochen. (S. 443f.)

*) Ich selbst besitze ein solches *C*-Objektiv mit 110 mm Öffnung und 130 cm Brennweite (also etwa 1 : 12), das zu den allerbesten Objektiven gehört, die ich in meiner langen Beobachtungstätigkeit sah und prüfen konnte! Es verträgt, gute Luftverhältnisse natürlich vorausgesetzt, mühelos die Vergrößerung eines 4 mm *Mittenzwey*-Okulares.

2. Berechnung des Durchmessers des Sonnenbildes, welches von einer Hauptlinse von gegebener Brennweite entworfen wird.

Eine farbenfreie Hauptlinse mit 100 cm Brennweite entwirft ein Sonnenbild von 9.309 mm Durchmesser, wenn der mittlere scheinbare Durchmesser der Sonne zu 32′ angenommen wird. Die Änderung im Durchmesser beträgt

für 1″	0.00485 mm	für 30″	0.1455 mm
10″	0.0485 „	40″	0.1940 „
20″	0.0970 „	50″	0.2425 „

Beispiel: Am 30. Mai 1919 wurde mit einer Lichtbildkammer mit einer 4.62 m gleichwertigen Brennweite die Sonne aufgenommen. Wie groß mußte das Sonnenbild werden? Der scheinbare Sonnendurchmesser betrug an diesem Tage, nach den Angaben im *Nautischen Jahrbuche*, 31′ 36″, also 24″ weniger, als der angenommene Mittelwert. Wir erhalten daher $9.309 - (0.097 + 4 \cdot 0.00485) = 9.193$ mm Durchmesser für 1 m Brennweite und $4.62 \cdot 9.193 = 42.5$ mm Durchmesser für die benutzte Lichtbildkammer.

Mit der nämlichen Kammer erhalten wir dann den kleinsten Durchmesser, im Juli 1919 (31′ 32″) zu 42.4 mm und den größten im Dezember 1919 (32′ 36″) zu 43,8 mm.

Bemerkung: Für die Abbildung des Mondes und der Planeten gelten die oben angegebenen Werte natürlich in entsprechender Weise.

3. Berechnung des einem Lichtwege in Glas entsprechenden Weges in Luft.

Luftweg x und Glasweg w stehen zueinander im Verhältnis $x = w : n$, worin n der Brechungsindex des betreffenden Glases ist.

Beispiel: Ein „totalreflektierendes" Prisma (beim Fernrohr das sog. Zenitprisma) aus Glas mit dem Brechungsindex $n = 1.58$ habe einen Gesamtglasweg $w = 60$ mm. Nun wird $x = 60 : 1.58 = 38.0$ mm. Durch die Einschaltung dieses Prismas wird also z. B. die Brennebene einer Fernrohrhauptlinse um $60 - 38 = 22$ mm nach vorne verlegt.

4. Berechnung des Gesichtsfeldes einer Hauptlinse.

Die Größe a des Gesichtsfeldes einer Hauptlinse ist abhängig von der Brennweite F der Hauptlinse und dem Durchmesser d der abzubildenden Fläche nach folgender Formel (1) $a = (d : F) \cdot 3437'.7$, worin die letzte Zahl ein fester Wert ist.

Beispiel 1: Bei meinem Spiegelfernrohr, Bauart *Cassegrain*, ist der durch die Anordnung des Rohres gegebene Durchmesser $d = 60.5$ mm, $F = 4620$ mm. Nach Einsetzung dieser Werte in die Gleichung 1 erhalte ich $a = 45'$.

Beispiel 2: Mein Unar-Anastigmat von *Zeiß* (für Sternaufnahmen) hat $F = 720$ mm, der Durchmesser d des auf der Platte abzubildenden Feldes ist auf 86 mm festgesetzt; a ergibt sich zu $410'.62 = 6°51'$.

Etwas anders gestaltet sich nun die Berechnung des Gesichtsfeldes eines Fernrohres, da d, in diesem Falle also der Durchmesser der Blende im Augen-

glase, erfahrungsmäßig nicht größer als 2 : 3 der Brennweite f der Augenlinse gemacht werden darf. Die Form (1) geht nunmehr über in (2) $\alpha = \frac{2}{3} \cdot \frac{f}{F} \cdot 3437'7$.

Beispiel 3: Ein Sucherfernrohr mit 180 mm Brennweite F ist mit einer Augenlinse mit einer Brennweite $f = 27$ mm ausgerüstet. Wir finden $\alpha = 343'.77 = 5° 44'$.

Berücksichtigen wir ferner, daß die Vergrößerung $V = F : f$ ist, so geht die Form (2) über in (3) $\alpha = 2292' : V$; wir sind dadurch in der Lage, bei bekannter Vergrößerung einer Augenlinse das Gesichtsfeld zu berechnen.

Beispiel 4: Mit Hilfe eines Vergrößerungsmessers nach *Ramsden* fand ich bei meinem 110-mm-Linsenfernrohr (*Zeiß*) bei einer Augenlinse nach *Mittenzwey* mit $f = 41$ mm die Vergrößerung $V = 32.2$; das entspricht einem Gesichtsfelde $\alpha = 71'.18 = 1° 11'$.

Bemerkung: Die Größe des Gesichtsfeldes ist unabhängig von dem Durchmesser der Hauptlinse.

5. Berechnung eines abgekürzten Lichtbildfernrohres.

Die Berechnung erfolgt nach den Formeln:

$$(a)\ F = \frac{f_1 \cdot f_2}{e - (f_1 - f_2)} \quad \text{und} \quad (b)\ a = -\frac{f_2 (f_1 - e)}{e - (f_1 - f_2)}.$$

Hierin bedeuten F die gesamte Brennweite der Linsenanordnung, f_1 die Brennweite der Haupt- oder Sammellinse H, f_2 die Brennweite der Zerstreuungslinse Z (diese Brennweite ist negativ, sie wird aber bei der Berechnung ohne Rücksicht auf das negative Vorzeichen in die Formeln eingesetzt!), e die Entfernung zwischen der Hauptlinse H und der Zerstreuungslinse Z, a den Abstand von Z bis zum Brennpunkte B, in dem die lichtempfindliche Schicht liegen muß. Das negative Vorzeichen vor dem Werte für a bedeutet, daß B außerhalb der Linsen H und Z liegt.

Beispiel: $H < \quad e \quad > Z < \quad a \quad > B$.

Die Brennweite F ist (zur Erzielung eines mittleren Durchmessers des Sonnenbildes = 93.1 mm) zu 1000 cm, die Brennweite der Hauptlinse zu 100 cm und die Brennweite der Zerstreuungslinse zu -5.4 cm angenommen. Um e zu finden, müssen wir noch die Formel (a) nach e auflösen und erhalten dann $e = \frac{f_1 \cdot f_2}{F} + f_1 - f_2$. Nach Einsetzung der Werte erhalten wir $e = 95.14$ cm. In diesem Abstande müssen also die Hauptebenen der beiden Linsen voneinander angeordnet werden.

Nun setzen wir in die zweite Formel (b) den für e gefundenen Wert ein und finden $a = 48.6$ cm.

Aus den beiden Werten $e + a$ ergibt sich die ideale Länge des abgekürzten Lichtbildfernrohres zu 143.7 cm, während die wirkliche Länge mit der Fassung der Hauptlinse und der Plattenhalterung etwas größer sein wird.

Bemerkung: 1. Als Plattengröße müßte 13×18 cm genommen werden. 2. Ich empfehle, zur Erreichung größtmöglicher chemisch wirksamer Abbil-

dungskraft, Haupt- und Zerstreuungslinse für den chemisch wirksamsten Teil des Spektrums — etwa für die Gegend zwischen G und H des Spektrums — abgestimmt zu bestellen. 3. Das vorliegende Beispiel soll kein Muster zur Ausführung darstellen! Das Verhältnis $F : f_1 = 10 : 1$ ist praktisch zu groß, und man sollte über $6 : 1$ möglichst nicht hinausgehen. Herr *v. Konkoly* empfiehlt, den Durchmesser des Sonnenbildes nicht größer zu nehmen als den Durchmesser der Hauptlinse.

6. Berechnung eines Spiegelfernrohres, Bauart *Cassegrain*.

Im Grunde genommen liegt derselbe Fall vor, wie wir ihn bei Aufgabe 5 bereits behandelt haben; jedoch treten an Stelle der Haupt- und Zerstreuungslinsen jetzt Haupt- und Zerstreuungsspiegel. Auch das Schaubild für die Anordnung der Einzelteile ändert sich in folgender Weise:

$$\begin{array}{ccccc} Z< & & e & >H & \qquad B \\ & < & a & > & \end{array}$$

Links liegt zunächst Z mit der zerstreuenden Spiegelfläche nach rechts, dann H mit der sammelnden, parabolisch geschliffenen Spiegelfläche nach links, und ganz rechts B. Damit die von H auf Z fallenden Strahlen weiter nach B gelangen können, ist H in der Mitte in entsprechender Größe durchbohrt. Die Formeln lauten wieder:

$$(a)\ F = \frac{f_1 \cdot f_2}{e - (f_1 - f_2)} \quad \text{und} \quad (b)\ a = -\frac{f_2\,(f_1 - e)}{e - (f_1 - f_2)}.$$

Beispiel (ich führe hier die Angaben über das von mir gebaute Spiegelfernrohr an, dessen Spiegel H und Z von *Zeiß* geschliffen wurden): Der Hauptspiegel hat 220 mm Durchmesser und ein Öffnungsverhältnis $1 : 7$; f_1 ist also $= 1540$ mm, f_2 ist $= -701.7$ mm und $e = 1072.2$ mm. Wir setzen diese Werte in die Gleichungen (a) und (b) ein und finden $F = 4620$ mm und $a = -1403.4$ mm.

Nun ist noch die Frage zu beantworten: Wie weit liegt B hinter der Hinterfläche von H? Da die Dicke des Hauptspiegels in der Mitte $= 31.2$ mm ist, finden wir $x = a - (e + 31.2) = 300$ mm.

Die noch fehlenden Angaben, wie Durchmesser von Z, Durchmesser der Bohrung in H, wenn bei B der Durchmesser des Gesichtsfeldes $45' = 60.5$ mm betragen soll, sind dann leicht zu berechnen.

7. Zeichnerische Ermittelung der Blenden im Fernrohre.

Wir gebrauchen dazu nur ein Blatt Papier, etwas länger als das ganze Rohr, ein gutes, d. h. gerades Lineal und einen spitzen harten Bleistift *(3 H)*. Die Blenden haben den Zweck, vagabundierendes Licht nicht in das Okular gelangen zu lassen. Wir können als feststehend annehmen, daß Strahlen, welche steiler als unter 45° durch das Objektiv gegen die innere Rohrwand einfallen, bereits bis zur Unschädlichkeit geschwächt sind, bis sie nach häufiger Reflexion zur Kollektivlinse des Okulares gelangen. Um nun die Örter und inneren Durchmesser der Blenden zu ermitteln, müssen wir zunächst den Strahlenkegel ein-

zeichnen, dessen Grundfläche gleich der Öffnung des Objektivs, und dessen obere Fläche gleich der Öffnung der Kollektivlinse des schwächsten vorhandenen Okulares ist. Aus praktischen Gründen wählt man jedoch den Durchmesser der oberen Fläche 2 bis 3 mm größer, als der wirkliche Durchmesser des Kollektivs ist, also bei einem *Merz*schen *Mittenzwey*-Okulare mit 27 mm Brennweite zu etwa 29 bis 30 mm. Die ganze Zeichnung wird in natürlicher Größe ausgeführt. (Fig. 5).

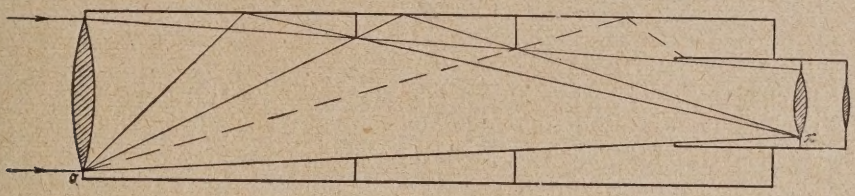


Fig. 5.

Wir zeichnen nun den ersten störenden Strahl, der unter 45° am unteren Rand des Objektivs bei *O* einfällt, und ziehen von dem Treffpunkte dieses Strahles mit der inneren Rohrwand eine Verbindungslinie nach dem unteren Rande des (vergrößerten) Kollektivs bei *K*. Dort wo diese Verbindungslinie die äußerste Begrenzungslinie des Lichtkegels schneidet, muß die erste Blende sitzen, deren lichter Durchmesser durch den Durchmesser des Lichtkegels an dieser Stelle bestimmt ist. Der zweite störende Strahl streicht durch *O* am oberen Rande der Öffnung in der ersten Blende vorbei, und sein Treffpunkt mit der Rohrwand wird gleichfalls mit K verbunden: der neue Schnittpunkt gibt uns Ort und Durchmesser für die zweite Blende, und so fort, bis eine Verbindungslinie nach *K* außen gegen das dünnere Rohr fällt, welches den Okularstutzen trägt, also das Kollektiv nicht mehr erreichen kann.

Da die erste und zweite Blende an Stellen liegen, wo die Grenzlinien sich unter sehr kleinen Winkeln schneiden, wodurch in der Auffassung des Schnittpunktes leicht Fehler auftreten, empfehle ich, wenigstens die erste Blende dem Objektiv um etwa 3 cm zu nähern und von dieser vorgeschobenen B'ende mit dem zweiten störenden Strahle dann weiter zu konstruieren. Eventuell können auch noch die zweite und dritte Blende vorsichtshalber dem Objektive um 2 bzw. 1 cm genähert werden.

8. Messung der Brennweite eines Objektivs.

Wir besprechen hier nur Systeme mit positiver Brennweite, welche ein reelles Brennpunktbild entwerfen. Dieses Bild liegt dort, wo die parallel eintretenden, aus dem Unendlichen kommenden Strahlen vereinigt werden. Für unsere Messung gibt es ein äußerst einfaches Mittel, das ich leider bisher in der Literatur, welche für den Liebhaber der Himmelskunde bestimmt ist, nirgends beschrieben gefunden habe.

Als Meßwerkzeug benutzen wir irgend einen guten Feldstecher, besser einen Sucher oder gar ein kleines Fernrohr: je stärker die verfügbare Vergröße-

rung, desto genauer das Ergebnis. Das Meßrohr muß zunächst an einem schwächeren Sterne auf Unendlich eingestellt und darf dann bis zur Beendigung unserer Arbeit nicht mehr verstellt werden.

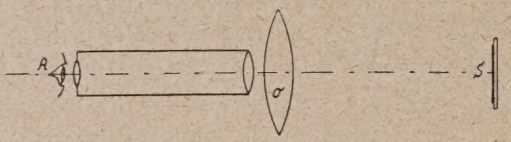


Fig. 6.

Der Vorgang ist nun folgender: das zu messende Objektiv wird auf einem Tische senkrecht aufgestellt und das Meßrohr auf geeigneter Unterlage so vor die Mitte des Objektivs gelegt, daß die Vorderflächen der beiden Objektive einander zugekehrt sind. Dem Meßrohr gegenüber wird auf einem verschiebbaren Holzbrette ein sauberer Druck, eine Briefmarke oder ein Kupferstich so befestigt, daß er mit der Mitte des Objektivs in gleicher Höhe und gut beleuchtet ist. Wir blicken nun durch das Meßrohr und das vor ihm stehende Objektiv und lassen das betrachtete Bildchen so lange hin und her schieben, bis wir es auch in den feinsten Einzelheiten, ohne dabei mit dem Auge zu akkommodieren, mit größter Schärfe sehen: dann steht es im wirklichen Brennpunkt des Objektivs.

Nun ist leider die sogenannte optische Ersatzfläche einer mechanischen Messung nicht zugänglich, da sie mitten im Objektivglase liegt; wir müssen uns also damit begnügen, den Abstand des Bildchens von einem Teil der Objektivfassung zu messen, und wählen als Anhaltspunkt die Anschraubfläche, weil wir von ihr bei der Bemessung der Rohrlänge auszugehen haben.

Die Genauigkeit der Messung ist sehr groß und übertrifft die konstruktiv verlangte Genauigkeit um ein Vielfaches. Die Messung eignet sich in gleicher Weise für alle Objektive mit positiver Brennweite, also auch für photographische, wobei nur beim *Rodenstock*schen Bistigmat auf die Fokusverschiebung zu achten ist.

Für genauere Berechnungen in der geometrischen Optik kommen außer den Brennebenen noch die Haupt- und Knotenebenen in Betracht, bezüglich deren die Lehrbücher der Physik (*Winkelmann, Kayser*) zu vergleichen sind.

Literatur.

Auerbach, Das Zeißwerk. Jena, G. Fischer, 1914.
Zschimmer, Die Glasindustrie in Jena. Jena, E. Diederichs, 1909.
Schuster, Einführung in d. theor. Optik. Leipzig, Teubner, 1907.
Gleichen, Lehrb. d. geom. Optik. Leipzig, Teubner, 1902.
Steinheil, Handb. d. angewandten Optik. Leipzig, Teubner, 1891.
Meisel, Elemente d. geom. Optik. Leipzig, M. Jänecke, 1908.
Müller-Pouillet, Lehrb. d. Physik, 3. Buch: Die Lehre der strahlenden Energie (Optik) von Lummer. Braunschweig, F. Vieweg, 1907.
Chr. v. Hofe, Fern-Optik. 2. Aufl. Leipzig, Joh. Ambr. Barth, 1921.

Hans Kolbow.

Finsternisse und Bedeckungen.

Unter einer Finsternis versteht man in der Astronomie die Erscheinung, daß ein an sich dunkler, aber von der Sonne beleuchteter Himmelskörper in den Schattenkegel eines anderen nicht selbstleuchtenden Gestirns tritt und dadurch ganz oder zum Teil unsichtbar wird; von einer Bedeckung dagegen spricht man, wenn zwei Himmelskörper von der Erde aus in derselben Richtung stehen, so daß der nähere den entfernteren oder Teile desselben verdeckt. Bei den Finsternissen handelt es sich um kosmische Vorgänge, deren Sichtbarkeit durchaus nicht an einen irdischen Beobachtungsort gebunden ist, während die Bedeckungen rein perspektivische Erscheinungen sind, die für einen außerirdischen Beobachter keine Realität besitzen.

Wir wollen hier von der ersten Gruppe die Mond- und Sonnenfinsternisse, insbesondere ihre Beobachtung und Vorausbestimmung, erörtern und dann kurz auf die Sternbedeckungen und Planetenvorübergänge als Beispiele der zweiten Gruppe zu sprechen kommen.

Eine Mondfinsternis tritt bekanntlich dann ein, wenn der Mond den Kernschatten der Erde passiert; der Halbschatten vermag noch keine nennenswerte Verdunkelung hervorzurufen, sein Einfluß äußert sich, wie man bei jeder Mondfinsternis beobachten kann, lediglich darin, daß die von ihm betroffenen Gebiete wie von einer feinen Rauchwolke überzogen scheinen. Da die Grenze zwischen Halbschatten und Kernschatten etwas verwaschen ist, läßt sich der Beginn der eigentlichen Finsternis, also der Moment, wo der Ostrand des Mondes den Kernschatten berührt, nur auf einige Zehntel der Minute genau feststellen.

Die Breite des Erdschattenkegels*) beträgt dort, wo er vom Monde in mittlerer Erdentfernung geschnitten wird, etwa das $2\frac{2}{3}$fache des Monddurchmessers; beachtet man nun, daß sich der Mond in einer Stunde um seinen Durchmesser fortbewegt, so folgt daraus als Höchstdauer einer Mondfinsternis im Mittel die Zeit von $(\frac{1}{2} + 2\frac{2}{3} + \frac{1}{2}) = 3\frac{2}{3}$ Stunden. Diese Zahl wird durch das Hinzukommen der viel langsamer erfolgenden Schattenbewegung nur wenig geändert, und zwar vergrößert, denn da der Schattenkegel in derselben Richtung fortschreitet wie der Mond, so muß dieser den Schatten einholen, seine Geschwindigkeit relativ zu ihm wird also verringert.

Soll das Maximum der Dauer tatsächlich erreicht werden, so muß die Finsternis eine centrale sein, d. h. im Augenblick der größten Phase muß der

*) Falls nichts anderes bemerkt wird, ist im folgenden immer der Kernschatten gemeint.

Mittelpunkt des Mondes mit der Schattenmitte zusammenfallen. Der Mond steht dann genau im auf- oder absteigenden Knoten, seine Breite ist Null, und die Mittelpunkte der drei Himmelskörper Sonne, Erde, Mond liegen auf ein und derselben geraden Linie. Meistens wird allerdings der Mond oberhalb oder unterhalb der Schattenmitte vorbeigehen; ob dann die Finsternis noch total ist oder nur partial, oder ob sie überhaupt zustande kommt, hängt offenbar davon ab, wie groß zur Zeit der größten Annäherung des Mondmittelpunktes M (Fig. 1) an die Schattenmitte S der geozentrische, d. i. der vom Mittelpunkte der Erde aus gesehene Winkelabstand MS, oder, da S in der Ekliptik liegt, die Breite des Mondes ist*). Bezeichnen wir MS mit σ, den Halbmesser des

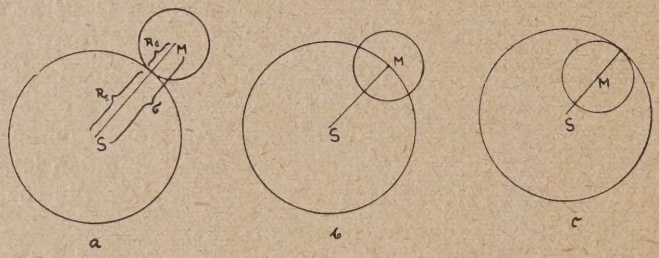


Fig. 1.

Mondes mit $R_{\mathbb{C}}$ und den des Schattenkreises an der Stelle, wo ihn der Mond durchläuft, mit R_s — alles in gecoentrischem Winkelmaß ausgedrückt —, so muß, damit eine Finsternis überhaupt eintritt (Fig. 1a), $\sigma \leq R_{\mathbb{C}} + R_s$ sein, während für die totale Finsternis (Fig. 1c) die Bedingung $\sigma \leq R_s - R_{\mathbb{C}}$ gilt. Da $R_{\mathbb{C}}$ bekannt ist, kommt es also nur noch darauf an, die Größe R_s zu berechnen.

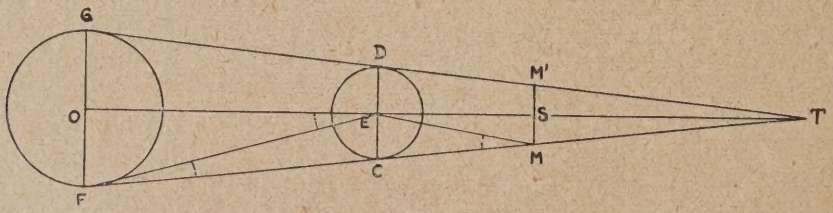


Fig. 2.

Es seien O (Fig. 2) und E die Mittelpunkte der Sonne bzw. der Erde, MM' die Bahn des Mondes durch den Schattenkegel und S, wie bisher, der Mittelpunkt des Schattenkreises an der Sphäre. GT und FT sind Mantellinien des Kernschattenkegels. Nun ist ersichtlich

*) Streng genommen ist ja $\sigma = \beta \cos i'$, wenn i' die Neigung der relativen Mondbahn gegen die Ekliptik bedeutet. Da aber i' annähernd gleich der wahren Neigung i ist und diese nur rund 5° beträgt, so wird $\cos i'$ nahezu gleich 1 und kann deshalb vernachlässigt werden.

$\sphericalangle OEF = R_\odot$ der scheinbare Halbmesser der Sonne,
$\sphericalangle EFC = \pi_\odot$ die Äquatorialparallaxe der Sonne,
$\sphericalangle EMC = \pi_\leftmoon$ die Äquatorialparallaxe des Mondes.

Aus dem Dreieck MEF folgt

$$\sphericalangle MEF = 180° - (\sphericalangle EFC + \sphericalangle EMC);$$

ferner ist

$$\sphericalangle OEF + \sphericalangle MEF + \sphericalangle SEM = 180°.$$

oder

$$\sphericalangle SEM = \sphericalangle EFC + \sphericalangle EMC - OEF$$

$$R_s = \pi_\odot + \pi_\leftmoon - R_\odot.$$

Nun wird aber erfahrungsgemäß der Schattenkegel durch den Einfluß der irdischen Atmosphäre um ein Weniges — etwa $^1/_{50}$ — vergrößert; wir müssen daher den theoretisch gefundenen Wert von R_s, um ihn mit den Beobachtungsergebnissen in Einklang zu bringen, mit dem Faktor $^{51}/_{50}$ multiplizieren und setzen

$$R_s' = {}^{51}/_{50}\,(\pi_\odot + \pi_\leftmoon - R_\odot), \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

worauf sich in Verbindung mit dem früheren als Bedingung für das Zustandekommen einer Mondfinsternis überhaupt

$$\sigma \leq {}^{51}/_{50}\,(\pi_\odot + \pi_\leftmoon - R_\odot) + R_\leftmoon \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1a)$$

und einer totalen Mondfinsternis

$$\sigma' \leq {}^{51}/_{50}\,(\pi_\odot + \pi_\leftmoon - R_\odot) - R_\leftmoon \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1b)$$

ergibt. Setzen wir hier die Zahlenwerte ein, so erhalten wir infolge einer geringen Schwankung dieser Größen für σ und σ' und damit für die Mondbreite je zwei Beträge, nämlich

$$\sigma_{max} = 62'.6, \quad \sigma_{min} = 52'.5;$$
$$\sigma'_{max} = 29'.1, \quad \sigma'_{min} = 23'.1.$$

Eine Finsternis tritt also sicher ein, wenn die Breite des Vollmondes kleiner ist als $52'.5$, sie ist möglich, wenn die Breite zwischen $62'.6$ und $52'.5$ liegt, dagegen findet keine Finsternis statt, wenn die Breite größer ist als $62'.6$. Entsprechendes gilt für den Eintritt einer totalen Mondfinsternis.

Da durch Brechung in der Atmosphäre stets etwas Sonnenlicht in den Schattenraum gelangt, wird der Mond — selbst bei totaler Verfinsterung — fast nie gänzlich unsichtbar, sondern er schimmert in matter silbergrauer, bei manchen Finsternissen auch kupferroter Farbe, der sich bisweilen sogar Gelb, Braun und Violett beimengen. Auch die Umrisse der großen Meere bleiben meistens während des ganzen Verlaufes der Finsternis mehr oder weniger deutlich erkennbar.

Wer eine Mondfinsternis wissenschaftlich beobachten will, hat vor allem auf folgende Punkte zu achten:

1. Sichtbarkeit des Halbschattens.
2. Zeit der ersten und letzten Kernschattenberührung, gegebenenfalls auch Anfang und Ende der Totalität.

3. Zeit des Verschwindens und Wiedererscheinens besonders auffälliger Punkte der Mondoberfläche (Centralberge in Kratern, Ringwälle).

4. Intensität und Farbe des verfinsterten Mondes.

Daneben gewährt das Auftreten der schwächeren Gestirne, der Milchstraße und des Tierkreislichtes bei zunehmender, ihr Erlöschen bei abnehmender Phase ein interessantes Schauspiel.

* * *

Von weit größerer Bedeutung und ergiebiger an Beobachtungsmöglichkeiten sind die Sonnenfinsternisse. Namentlich eine totale Sonnenfinsternis bildet jedesmal ein Ereignis für die astronomische Welt; gibt es doch eine ganze Reihe von Problemen, denen nur bei einer solchen Gelegenheit beizukommen ist. Erwähnt seien nur die Beobachtungen der „umkehrenden Schicht" und der Corona, die Auffindung sonnennaher Kometen und Planeten, die Verbesserung der Mondephemeride und neuerdings die Möglichkeit der Prüfung der Relativitätstheorie. Es ist daher kein Wunder, daß man zeitraubende und kostspielige, dabei nicht einmal des Erfolges sichere Expeditionen ausrüstet, um eine so günstige Gelegenheit nicht unbenutzt vorübergehen zu lassen.

Eine Sonnenfinsternis entsteht, wenn die Erde in den Schatten des Mondes tritt; Bedingung dafür ist, daß sich der Mond zur Zeit der Konjunktion nahe dem auf- oder absteigenden Knoten seiner Bahn befindet. Eine analoge Betrachtung wie vorhin bei der Mondfinsternis ergibt hier, daß die größte Breite des Neumondes, bei der eine Sonnenfinsternis noch stattfinden kann, im Maximum 1° 35′, im Minimum 1° 23′ beträgt. Ist daher die Mondbreite größer als 1° 35′, so kommt keine Finsternis zustande; ist die Breite kleiner als 1° 23′, so findet sicher eine Finsternis statt, liegt sie zwischen diesen Grenzen, so kann eine Sonnenfinsternis stattfinden. Schneidet dabei die Erde nur den Halbschatten des Mondes, so ereignet sich eine partiale Sonnenfinsternis; kommt sie auch mit dem Kernschatten in Berührung, so haben die Bewohner der Gebiete, für welche dieses stattfindet, das Schauspiel einer totalen Sonnenfinsternis. Außerdem ist als dritter Fall noch die ringförmige Finsternis möglich; sie tritt dann ein, wenn der Mond zur Zeit seiner Konjunktion so weit von der Erde entfernt ist, daß die Spitze seines Kernschattens die Erdoberfläche nicht mehr erreicht. Man erblickt dann den Mond als tiefschwarze Scheibe, die von einem hellglänzenden Ringe umgeben ist.

Da der mittlere Halbmesser des Mondes nahezu dem der Sonne gleicht, so legt der Mond die Strecke von der ersten bis zur letzten Ränderberührung im Falle einer centralen Finsternis in rund 2 Stunden zurück; diese Zeit ist also als Höchstdauer einer Sonnenfinsternis überhaupt zu betrachten, während die Totalität im günstigsten Falle nur 8 Minuten und die Ringform etwa 12 Minuten anhält.

Für die Beobachtung einer Sonnenfinsternis, insbesondere einer totalen, seien folgende Winke gegeben. Es schließen sich am besten zwei bis vier Beobachter zusammen, welche die Arbeit nach einem vorher aufgestellten Programm unter sich teilen. Das Beobachtungsprogramm stellt man zweckmäßig nach drei Gesichtspunkten auf, indem man unterscheidet 1. die Wahrnehmung de

Kontakte, 2. die Beobachtung der verfinsterten Sonne und 3. die Beobachtung meteorologischer und sonstiger Vorgänge während der Finsternis.

1. Man beobachtet mit Hilfe einer lautschlagenden Uhr (Pendeluhr oder Chronometer, auch ein Metronom, das man vorher genau auf Sekunden geeicht hat, oder eine gute Stoppuhr sind zu gebrauchen) die Zeiten der äußeren und inneren Randberührungen möglichst auf Zehntelsekunden genau, sowie den Antritt des Mondes an etwa vorhandene Sonnenflecke, deren Lage man aber kurz vor oder nach der Finsternis durch Messung oder Zeichnung bestimmen muß. Bei der Beobachtung der inneren Kontakte einer totalen Finsternis ist besondere Aufmerksamkeit nötig, damit man sich nicht durch die bei Eintritt oder Ende der Totalität plötzlich veränderte Situation verwirren läßt.

2. Kurz vor Beginn und nach dem Ende der Finsternis kann man darauf achten, ob die dunkle Mondscheibe etwa auf dem stark erhellten Himmelsgrunde in der Nähe der Sonne sichtbar ist. Wenn der Mond die Sonne nahezu bedeckt, so daß nur noch eine sehr feine Lichtsichel oder ein Lichtring übrig bleibt, so tritt gewöhnlich das sogenannte Perlschnurphänomen auf. Es entsteht dadurch, daß sich das zackige Mondprofil auf den Lichtsaum projiziert und ihn in zahlreiche kleine Stücke zerteilt. Ein Versuch, die Erscheinung zu zeichnen, kann jedenfalls nicht schaden.

Schon einige Minuten vor Beginn der Totalität empfiehlt es sich, den Sonnenrand, besonders in der Gegend der Hörnerspitzen, nach größeren Protuberanzen abzusuchen; man benutzt dabei zweckmäßig ein rot gefärbtes Blendglas und schwache Vergrößerung.

Während der totalen Verfinsterung ist vor allem auf die Struktur und Intensität der Corona zu achten. Wer einen guten Zeichenstift führt, kann sich hier nützlich betätigen.

3. Über die ganze Dauer der Finsternis, sowie einige Zeit vorher und nachher lese man in regelmäßigen Intervallen ein gutes Thermometer, oder noch besser zwei, das eine im Schatten, das andere den Sonnenstrahlen ausgesetzt, ab, desgleichen ein Barometer. Der Himmelsgrund ist auf Farbe und Helligkeit zu beobachten, letzteres am besten photographisch. Auch tut man gut daran, sich vorher eine Karte mit den helleren Sternen und Planeten in der Umgebung der Sonne anzufertigen; es ist dann leichter, die zur Zeit der Totalität auftauchenden Gestirne zu finden und zu identifizieren. Ferner richte man sein Augenmerk auf die fliegenden Schatten, die man am besten über einem ausgebreiteten weißen Laken beobachtet. Es ist möglichst genau zu bestimmen, wann die Schatten zuerst auftreten, wie breit die einzelnen Bänder sind (nach Schätzung), in welcher Richtung und wie rasch (an einem ausgelegten Meterstabe zu beurteilen) sie sich fortbewegen. Endlich sind Stärke und Richtung des sog. Finsterniswindes mit entsprechenden Zeitangaben zu notieren.

Will man ein übriges tun, so kann man noch das Verhalten der Tier- und Pflanzenwelt bei Beginn der totalen Verfinsterung beobachten; z. B. sehe man darauf, ob Haustiere, Vögel und Insekten ihre Lagerstätten aufsuchen, ob Blütenkelche sich schließen u. a. m.

* * *

Einige Worte über die periodische Wiederkehr der Finsternisse seien hier eingeschaltet. Da Mond- und Sonnenfinsternisse nur um die Zeit des Voll- und Neumondes stattfinden können, aber auch dann nur, wenn sich der Mond gerade in der Nähe eines Knotens befindet, so hängt die Wiederkehr der Finsternis von der Länge des synodischen und des drakonitischen Monates ab. Jene beträgt 29.530589 Tage, diese 27.212220 Tage; eine Periode, nach deren Ablauf sich die Finsternisse in nahezu derselben Reihenfolge wiederholen, muß also, wenn x und y ganze Zahlen sind, der Gleichung genügen

$$P = x \cdot 27.212220 = y \cdot 29.530589.$$

Setzt man für x und y die Werte 242 und 223 ein, so ergibt sich

242 drakonische Monate sind 6585.3524 Tage
223 synodische „ „ 6585.3238 „ ,

womit die obige Gleichung ziemlich genau erfüllt ist. Nach 6585.33 Tagen = 18 Jahren 10 oder 11 Tagen*) 7 Stunden 43 Minuten stellt sich also annähernd derselbe Zustand wieder her. Dieser Zeitraum ist als Saros-Periode bekannt und ermöglicht eine leidlich genaue Vorausbestimmung der Finsternisse. So ereignete sich z. B. 1902 Oktober $16^d\,18^h\,3^m.4$ eine totale Mondfinsternis; fügt man den Saros hinzu, so ergibt sich die Zeit 1920 M.Z.Gr. Oktober $27^d\,1^h\,46^m$; tatsächlich fand an diesem Tage um 2 Uhr 11 Minuten wieder eine totale Mondfinsternis statt.

Da die Zeit von 223 synodischen Monaten etwas kürzer ist als die Zeit der 242 drakonitischen Monate, so steht der Mond nach Ablauf der 223. Lunation noch nicht wieder im Knoten, sondern etwas entfernt davon; diese Abweichung wächst mit jedem Saros und wird schließlich so groß, daß eine Finsternis, die mehrere Perioden hindurch total gewesen ist, allmählich partial wird und dann überhaupt nicht mehr zustande kommt, während gleichzeitig die Bedingungen für neue Finsternisse geschaffen werden. Eine Mondfinsternis hält sich rund 900, eine Sonnenfinsternis 1200 Jahre. Im Verlaufe eines Saros ereignen sich 41 Sonnen- und 29 Mondfinstenisse; trotzdem sind Mondfinsternisse wegen ihres größeren Sichtbarkeitsbereiches für einen bestimmten Erdort häufiger als Sonnenfinsternisse. Ohne näher darauf einzugehen, erwähnen wir noch, daß jährlich mindestens zwei und höchstens fünf Sonnenfinsternisse stattfinden, während die Zahl der Mondfinsternisse im gleichen Zeitraum zwischen null und drei schwankt.

* * *

Nachdem nun der Leser über das Grundsätzliche im klaren ist und auch zur Beobachtung der Finsternisse alles Nötige erfahren hat, wollen wir uns, soweit es in elementarer Weise geschehen kann, mit ihrer Vorausbestimmung beschäftigen. Von der Wiedergabe der strengen mathematischen Theorie der Mond- und Sonnenfinsternisse müssen wir dabei aus räumlichen und sachlichen Gründen absehen; sie ist aber nicht auch notwendig, denn für die Zwecke des Liebhabers leisten einfache und leichtverständliche graphische Konstruktionen**) dieselben Dienste. Mit ihrer Hilfe ist man bei einigem zeichnerischen Geschick imstande, den Verlauf einer Mond- oder Sonnenfinsternis für einen bestimmten Erdort anschaulich darzustellen und sogar den Eintritt der einzelnen Phasen auf die Minute genau vorauszubestimmen. Wie die Angaben der Jahrbücher in diesem Sinne zu verwerten sind, soll im folgenden gezeigt werden.

*) Je nachdem 4 oder 5 Schaltjahre in dieser Zeitspanne liegen.

**) Vgl. hierzu auch das treffliche Büchlein von *Gideon Riegler*: *Sonnen- und Mondfinsternisse. Wien und Leipzig, Hartleben.* Ferner mehrere Jahrgänge der *Himmelswelt*, *Mitteilungen der V.A.P.*

Als erstes Beipiel wählen wir die totale Mondfinsternis von 1902 Oktober 16. Der *Nautical Almanac* oder das *Berliner Astronomische Jahrbuch* geben dazu folgende Daten:

Mittlere Greenwicher Zeit des Vollmondes . . .	18^h	10^m	$13^s.1$
Rektaszension des Mondes	1	24	52.59
Deklination des Mondes	$+9°$	8′	52″.8
Deklination der Sonne	-8	55	20.5
Stündliche Bewegung des Mondes in *RA* . . .		34	34.7
Stündliche Bewegung der Sonne in *RA*		2	20.0
Stündliche Mondbewegung in *Decl*	+	10	6.4
Stündliche Sonnenbewegung in *Decl*	−		55.2
Äquatorial-Horizontal-Parallaxe des Mondes . .		59	13.20
Äquatorial-Horizontal-Parallaxe der Sonne . . .			8.84
Halbmesser des Mondes		16	8.37
Halbmesser der Sonne		16	3.15.

Unser Verfahren besteht nun einfach darin, daß wir uns die ganze Erscheinung in entsprechend verkleinertem Maßstabe aufzeichnen.

Die Deklination der Schattenmitte S ist, da S der Sonne diametral gegenüberliegt, gleich der mit umgekehrten Vorzeichen genommenen Sonnendeklination, also hier $= +8°55'20''.5$; ihre Rektaszension ergibt sich durch Vermehrung der Sonnenrektaszension um 12^h zu $1^h 24^m 52^s.59$*), also gleich der des Vollmondes. Ferner beträgt der Radius des Schattenkreises, wenn wir die hier gegebenen Werte in (1) einsetzen, 44′.2. Sind nun xx' (Fig. 3) und yy' der Deklinations- und Stundenkreis des Punktes S, so beschreiben wir nun S mit dem Radius 44′.2 in einer beliebigen Einheit (etwa 1′ = 1 mm) den Schattenkreis. Da zur Zeit der Opposition auch der Mondmittelpunkt Mv auf yy' liegt, und zwar um $9°\ 8'52''.8 - 8°\ 55'20''.5 = 13'.5$ nördlicher als S, so erhalten wir Mv (Stellung des Vollmondes), indem wir die Strecke 13.5 in derselben Einheit von S aus auf yy' nach oben hin abtragen.

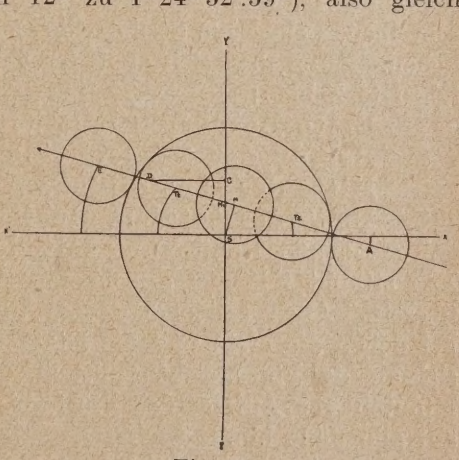


Fig. 3.

Um nun den Mondlauf zeichnerisch darstellen zu können, betrachten wir das in Wirklichkeit bewegte S als ruhend und Mv als relativ zu S bewegt. Die stündliche Bewegung des Mondes in *RA* ist rund 34′.6, die des Schattens (also der Sonne) etwa 2′.3, die relative Bewegung von Mv in bezug auf S also in *RA* gleich $34'.6 - 2'.3 = 32'.3$. Für die Wiedergabe in der Zeichnung ist dieser Betrag, da die Bewegung ja nicht im größten Kreise, sondern in etwa 9°

*) Nach Abzug der vollen 24 Stunden.

Deklination vor sich geht, noch mit dem *Cosinus* dieses Winkels zu multiplizieren; es ist $32'.3 \cdot \cos 9° = 32'.3 \cdot 0.99 = 32'.0$. Ferner beträgt die stündliche Bewegung in Deklination für den Mond $+10'.1$, für den Schatten (gleich aber entgegengesetzt der der Sonne) $+0'.9$, und damit die relative Bewegung von Mv in bezug auf S in Deklination $10'.1 - 0'.9 = 9'.2$. Tragen wir nun auf yy' die Strecke $MvC = 9.2$ in dem früher gewählten Maßstabe von Mv aus nach oben ab, und ziehen $CD = 32.0$ parallel xx', so sind MvC und CD die Komponenten der relativen Mondbahn, und diese selbst verläuft längs der Verbindungslinie MD bzw. ihrer Verlängerung. M stellt, wenn SM senkrecht AE gezogen wird, die Lage des Mondmittelpunktes zur Zeit der größten Verfinsterung dar, und der um M mit dem Radius $16'.1$ (Winkelhalbmesser des Mondes) beschriebene Kreis läßt erkennen, wieweit der Mond dann in den Schatten eintaucht.

Da der Mond nach dem oben Gesagten den Weg MvD in genau einer Stunde zurücklegt, so läßt sich die Zeit, in der er die Strecke MMv durchläuft, durch Ausmessen leicht bestimmen. Wir finden z. B. $MvD = 33.2$ mm*), $MMv = 4$ mm, so daß MMv in $4 : 33.2 = 0.1205$ Stunden $= 7.2$ Minuten durchlaufen wird; somit tritt die größte Phase der Finsternis um 7.2 Minuten eher ein als der Vollmond, nach unseren Daten also um 18 Uhr 3 Minuten. In derselben Weise erhalten wir die Zeiten für Beginn und Ende der Finsternis überhaupt, bzw. der Totalität, wenn wir um A, E, Ta und Te mit dem Radius 16.1 Kreise beschreiben, welche die Stellung des Mondes während dieser Phasen veranschaulichen. Es ergeben sich dann für den zeitlichen Verlauf der ganzen Finsternis folgende Zahlen:

Erste Berührung mit dem Kernschatten . . .	$16^h 17^m$
Beginn der totalen Finsternis	17 18
Mitte der Finsternis	18 3
Ende der totalen Finsternis	18 48
Letzte Berührung mit dem Kernschatten . . .	19 50

Das stimmt mit den errechneten Angaben des *Nautical Almanac* recht gut überein. Auch beliebige andere Phasen sowie die Stellen des Mondrandes, bei denen die erste und die letzte Kernschattenberührung stattfinden, lassen sich aus der Figur leicht ermitteln. Da man die Beobachtung stets schon einige Minuten vor Anfang der Finsternis beginnt, reicht die erzielte Genauigkeit auf alle Fälle hin.

Wie die Konstruktion unter anderen Verhältnissen, etwa bei negativer Monddeklination oder für partiale Finsternisse durchzuführen ist, wird der Leser bei einigem Nachdenken ohne Schwierigkeit übersehen, zumal unser Verfahren im Prinzip immer dasselbe bleibt.

Weniger günstig liegen die Verhältnisse bei der Vorausberechnung einer Sonnenfinsternis. Will man hier auf graphischem Wege zum Ziele kommen, so muß man die Positionswinkel der ersten und letzten Schattenberührung kennen, während die astronomischen Jahrbücher und Ephemeridensammlungen

*) Für den Maßstab $1' = 1$ mm. Je größer der Maßstab, desto genauer wird natürlich das Ergebnis.

zum Teil nur den Positionswinkel für den Anfang der Finsternis geben. Andererseits ist die strenge Vorausberechnung einer Sonnenfinsternis mit Hilfe der in den Jahrbüchern gegebenen *Besselschen* Elemente höchst umständlich und langwierig, weil man hierbei nicht unmittelbar, sondern schrittweise nach dem Verfahren der fortschreitenden Annäherung zu endgültigen Resultaten vordringt. Wer allerdings gern rechnet und mit Logarithmen umzugehen weiß, mag sich immerhin an dieser Aufgabe versuchen; er wird nach erlangter Übung gewiß Freude daran haben. Leider ist es des beschränkten Raumes wegen nicht möglich, hier ein Beispiel zu geben, doch findet man solche in recht ausführlicher und klarer Darstellung in allen, von 1900 bis 1914 erschienenen Jahrgängen des *Nautical Almanac*; daselbst und im *Berliner Astronomischen Jahrbuch* von 1916 sind auch die zu benutzenden Formeln, soweit es für die Rechnung notwendig ist, erklärt.

Übrigens ist man dieser Arbeit bei Finsternissen, die in unseren Gegenden sichtbar sind, enthoben, denn für sie gibt das *Berliner Astronomische Jahrbuch**) eine Tabelle, aus welcher man die Greenwicher Zeit und den Positionswinkel für den Anfang der Finsternis, die Zeit und den Betrag der größten Phase sowie die Zeit des Sonnenuntergangs durch Interpolation für jeden Ort in Deutschland entnehmen kann.

Sollten sich in diesem oder jenem Punkte Zweifel ergeben, so ist der Verfasser stets gern zu Rat und Auskunft bereit.

Bei Kenntnis der Positionswinkel**) des ersten und letzten Kontaktes sowie der Zeiten des Beginnes und Endes der Finsternis können wir uns, ähnlich wie vorhin bei der Mondfinsternis, mittels einer Zeichnung ein recht anschauliches Bild davon machen, wie die Erscheinung für unseren Beobachtungsort verlaufen wird.

Nehmen wir als Beispiel die totale Sonnenfinsternis von 1914 August 20—21. Nach dem *Nautical Almanac* haben wir für *Oxford*, wo die Finsternis partial war, folgende Daten:

Beginn August 20 $22^h57^m.6$,	Ende August 21 $1^h19^m.1$.
Positionswinkel des ersten Kontaktes 326°,	des letzten Kontaktes 104°.
Halbmesser des Mondes 16′.1,	Halbmesser der Sonne 15′.8.

Es sei nun S (Fig. 4) der Mittelpunkt der Sonne zur Zeit der Konjunktion, und der um S mit dem Radius 15.8 in einer beliebig gewählten Einheit beschriebene Kreis stelle die scheinbare Sonnenscheibe dar. Ist yy' der Stundenkreis von S und N der nördlichste Punkt der Sonne, so tragen wir von N aus entgegen dem Drehungssinne des Uhrzeigers einen Winkel von 326° und einen von 104° auf und erhalten so die Punkte E und A, in denen der Mond den Sonnenrand zum ersten bzw. letzten Male berührt. Ziehen wir nun SE und SA und

*) Desgl. die Zeitschrift *Himmelswelt. Mitteilungen der Vereinigung von Freunden der Astronomie und kosmischen Physik*, über welche der Verlag *Ferd. Dümmler* näheres mitteilt.

**) d. i. der vom Punkte nördlichster Deklination über Ost, Süd und West längs der Peripherie der Sonnenscheibe gezählte Winkel.

tragen von E und A aus den Mondradius EM_1 bzw. $AM_2 = 16.1$ im richtigen Maßstabe ab, so kennzeichnen M_1 und M_2 die Stellung des Mondmittelpunktes zu Beginn und Ende der Finsternis, und die Verbindungslinie M_1M_2 stellt die Mondbahn während des Verlaufes der Erscheinung dar. Zur Zeit der größten Phase befindet sich der Mittelpunkt der Mondscheibe, wenn SM senkrecht zu $A'B$ gezogen wird*), in M. Beschreiben wir um M_1, M, M_2 oder beliebige andere Punkte der Linie $A'B$ Kreise mit dem Halbmesser 16.1, so läßt sich jede Phase der Finsternis voranschaulichen, namentlich, wenn wir die Mondscheibe aus schwarzem Papier ausschneiden und längs $A'B$ über die weiß gelassene Sonnenscheibe hinwegschieben. Auch der Zeit nach lassen sich die einzelnen Phasen in derselben Weise wie oben bei der Mondfinsternis mit guter Annäherung bestimmen. Wir haben nur zu beachten, daß M_1M_2 zeitlich gerade der Gesamtdauer der Finsternis entspricht, in unserem Falle also in $25^h19^m.1 - 22^h57^m.6 = 2^h21^m.5$ vom Monde durchlaufen wird.

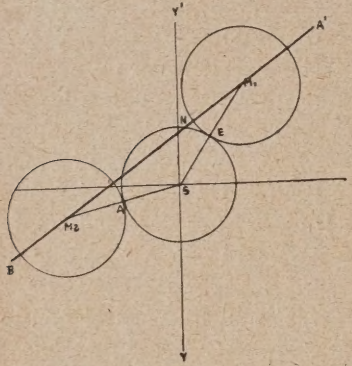


Fig. 4.

Sachgemäß ausgeführte Beobachtungen von Mond- und Sonnenfinsternissen übergebe man möglichst bald einer Stelle, wo sie direkt verwertet oder wenigstens veröffentlicht werden; solche Stellen sind in erster Linie die *Astronomischen Nachrichten* in Kiel**), ferner die schon erwähnte Zeitschrift *Himmelswelt* und der *Sirius*.

* * *

Sternbedeckungen lassen sich in manchen Fällen schon mit ganz kleinen Fernrohren beobachten; hat man dabei eine gute Uhr zur Verfügung, so bieten sie eine leichte und einfache Methode der Längen- bzw. Zeitbestimmung, die besonders dem Liebhaber empfohlen werden kann. Man hat nur nötig, das Verschwinden und Wiedererscheinen des Sterns am Mondrande zeitlich möglichst genau festzulegen. Allerdings gehört dazu einige Übung, da man anfangs durch das urplötzliche Verschwinden des Sterns meist so überrascht ist, daß man die Auffassung des Sekundenschlages der Uhr versäumt. Ebenso erfordert die rechtzeitige Wahrnehmung des am westlichen Mondrande wiederauftauchenden Sternes gespannte Aufmerksamkeit. Man tut jedenfalls gut daran, sich auf solche Sterne zu beschränken, die mit dem benutzten Fernrohr in der Nähe des hellen Mondes noch bequem zu erkennen sind.

Man muß natürlich wissen, wann und in welchem Positionswinkel man den Eintritt und das Ende einer Sternbedeckung für seinen Beobachtungsort zu erwarten hat. Die Jahrbücher***) geben nur die mittlere Greenwicher Zeit der

*) In der Figur nicht ausgeführt.

**) Herausgeber Professor *H. Kobold*.

***) Im *Berliner Jahrbuch* die Listen II und III des Abschnittes Sternbedeckungen. Der *Nautical Almanac* gibt für Greenwich selber recht ausführliche Daten.

Konjunktion des Sternes mit dem Monde, außerdem die sogenannten Elemente der Sternbedeckungen, mittels deren man sich selbst die Zeiten und Positionswinkel für den Ein- und Austritt zu berechnen hat. Eine Anleitung hierzu und durchgerechnete Beispiele findet man in den älteren (vor 1915 erschienenen) Jahrgängen des *Nautical Almanac**), sowie weniger ausführlich im *Berliner Astronomischen Jahrbuch* von 1916; eine bequeme graphische Näherungsmethode hat *Graff* in seinem *Grundriß der geographischen Ortsbestimmung* angegeben und durch ein Beispiel erläutert.

Ist man aus irgendwelchen Gründen nicht in der Lage, die Vorausberechnung durchzuführen, so genügt es auch, wenn man etwa 1 Stunde vor der im Jahrbuch angegebenen (in Ortszeit umzuwandelnden!) Konjunktionszeit den Stern in der Umgebung des Mondes aufsucht und dann unter Beachtung, daß sich der Mond in einer Stunde um seinen Durchmesser fortbewegt, die Zeit abschätzt, die voraussichtlich noch bis zum Eintritt der Bedeckung vergehen wird.

Wie man die erhaltenen Beobachtungen zur Zeit- oder Längenbestimmung verwertet, wird ausführlich in dem schon genannten Werke von *Graff* beschrieben; daselbst, sowie im *Nautischen Jahrbuch* findet man auch vollständig durchgeführte Rechenbeispiele.

Zum Schluß noch einige Worte über die sogenannten Merkur- und Venusdurchgänge. Diese Erscheinungen, besonders die Venusdurchgänge, wurden früher jedesmal mit Spannung erwartet, weil sie als günstigste Gelegenheit zur Bestimmung der Sonnenparallaxe galten. Heute liefern uns die Beobachtungen erdnaher Planetoiden den Wert dieser Fundamentalkonstante noch genauer, so daß die Vorübergänge der unteren Planeten an Interesse verloren haben. Überdies sind gerade die Venusdurchgänge, die fast ausschließlich zur Parallaxenbestimmung benutzt wurden, äußerst seltene Ereignisse; der letzte fand im Jahre 1882 statt, der nächste wird erst im Juni 2004 eintreten, so daß das ganze 20. Jahrhundert davon frei ist. Das Phänomen wird damit für die gegenwärtige Generation sowie für die beiden folgenden praktisch bedeutungslos.

Von Merkurdurchgängen ereignen sich etwa 13 im Jahrhundert; der nächste ist für 1924 zu erwarten. Die astronomischen Jahrbücher und Zeitschriften werden dann schon die erforderlichen Zahlen mitteilen. Die visuellen Beobachtungen erstrecken sich vor allem auf die Wahrnehmung der äußeren und inneren Kontakte, wobei bezüglich der letzteren auf das bekannte Tropfenphänomen hingewiesen sei.

Literaturangaben.

Wer sich mit der Beobachtung und Vorausberechnung der im vorstehenden behandelten Phänomene beschäftigen will, bedarf dazu eines astronomischen Jahrbuchs. In Frage kommen vor allem:

1. *Nautical Almanac, Greenwich.*
2. *Berliner Astronomisches Jahrbuch. Berlin, Ferd. Dümmlers Verlag.*

*) Solche werden gelegentlich in Antiquariatskatalogen angeboten.

3. *Nautisches Jahrbuch. Berlin, Carl Heymanns Verlag.*

Ferner braucht man eine gute fünfstellige Logarithmentafel; empfohlen sei:

4. *F. G. Gauß, Fünfstellige logarithmische und trigonometrische Tafeln. Halle, Eugen Strien.*

Die Formeln zur strengen Vorausberechnung von Finsternissen und Sternbedeckungen findet man abgeleitet bei

5. *P. Schwahn, Die mathematische Theorie der Finsternisse. Leipzig, Teubner.*

6. *Ginzel und Wilkens, Theorie der Finsternisse. Encyklopädie der mathem. Wissensch. VI. Band. 2. Teil. Nr. 7. Leipzig, Teubner.*

7. *L. de Ball, Lehrbuch der sphärischen Astronomie. Leipzig, Engelmann, 1912.*

Genannt seien ferner:

8. *Gideon Riegler, Sonnen- und Mondfinsternisse. Wien und Leipzig, Hartleben.*

9. *A. Krause, Finsternisse. Leipzig, Th. Thomas.*

10. *J. Plassmann, Himmelskunde. 2. und 3. Aufl. Freiburg, Herder, 1913.*

11. *K. Graff, Grundriß der geographischen Ortsbestimmung. Berlin und Leipzig, Göschen, 1914.*

12. *W. F. Wislicenus, Astronomische Chronologie. Leipzig, Teubner, 1895.*

Friedrich Becker.

Beobachtung der veränderlichen Sterne.

Der Lichtwechsel der Fixsterne ist insofern einer der dankbarsten Forschungsgegenstände für den Liebhaber der Astronomie, als sich seine Beobachtung jedem Maße von freier Zeit und Geldmitteln anpassen läßt. Beobachtungsstätte ist, abgesehen von dem für viele Veränderliche nicht notwendigen Observatorium mit aufgestelltem Fernrohr, das flache Dach, wofür aber bei geringer Höhe der Sterne auch das Fenster, bei großer der Garten oder die Landstraße benutzt werden kann. (Vgl. auch S. 9—10.) Beobachtungswerkzeug ist außer der Taschenuhr, deren Stand auf größere Bruchteile der Minute verbürgbar sein sollte (vgl. S. 8—9), für die nicht teleskopischen Sterne ein kleines Handfernrohr. Allerdings können die hellsten Veränderlichen auch mit dem unbewaffneten Auge durchbeobachtet werden, und es hat z. B. *Julius Schmidt* zahlreiche Beobachtungen solcher Art hinterlassen. Es ist aber auch bei diesen Sternen im ganzen besser, nicht nur zur Lichtverstärkung, sondern auch zur Abhaltung störender Nebeneindrücke, ein kleines Fernrohr zuzuziehen. Durch Wohlfeilheit und Lichtfülle empfiehlt sich da das schwach vergrößernde holländische oder *Galileische* Fernrohr mit konvexem Objektiv und konkavem Okular, das als Feldstecher, Jagd- und Theaterglas immer noch angefertigt wird. Bei klarem, mondfreiem Himmel läßt es Sterne bis zur 7. Größe noch ziemlich sicher vergleichen. Viel weiter geht das Doppel-Handrohr, das die Firma *C. Steinheil Söhne in München-Pasing* nach den Angaben von *J. G. Hagen* gebaut hat. Es besteht aus zwei *Kepler*schen Fernrohren. Die Objektive sind Triplets von 34 mm Durchmesser, die Vergrößerung ist gleich 5, hinreichend, um gelegentlich zwei Jupitermonde zu enthüllen und den Saturn verlängert zu zeigen. In Aluminium gefaßt, wiegt das Instrument nur 250 g, kostete allerdings schon vor dem Kriege ebenso viele Mark. Wer in der Lage ist, es heute zu erstehen, wird es auch zum Studium größerer Züge des Mondantlitzes nach einer kleinen Karte benutzen können, sowie zum Auffinden mächtigerer Sonnenflecken, wofür Blendgläser beigegeben werden. Man wird ferner finden, daß es irdische Gegenstände weit besser und sicherer zeichnet als die Prismenrohre und dabei lichtstärker ist. An die Umkehrung der irdischen Objekte gewöhnt man sich rasch. Sie ist hier mit der merkwürdigen Nebenwirkung verknüpft, daß Nah und Fern vertauscht erscheinen, weil jede Komponente Außen und Innen vertauscht. Prismengläser lassen sich zwar zum Beobachten der helleren Veränderlichen auch benutzen; sie haben jedoch kleine Objektive, weil diese nicht viel umfangreicher sein dürfen als die Prismen, deren Größe bei dem heutigen Stande der Technik enge

Grenzen hat. Von dem wenigen Lichte geht dann durch die mehrfachen Reflexionen und Durchdringungen noch einiges verloren. Ihre Vergrößerung, die bis 8 getrieben wird, bedeutet freilich manchmal einen Vorteil, so wenn zwei zu vergleichende Sterne zu nahe beisammen stehen. Im allgemeinen sind Doppelrohre besser als einfache Rohre, besonders auch, weil die Notwendigkeit wegfällt, ein Auge mit der Hand zu verdecken oder — was Anfängern jedoch schwer fällt, — es unabhängig von dem anderen zu schließen. Man achte bei der Anschaffung eines Doppelglases darauf, daß der Abstand der beiden Rohre veränderbar sein muß, entsprechend der Verschiedenheit des Augenabstandes bei den einzelnen Personen, und daß eines von den beiden Rohren besonders fokussierbar sein sollte, mit Rücksicht auf den Unterschied in den Lichtbrechungsverhältnissen der beiden Augen. Übrigens ist jetzt wohl selbst die schlechtere Ware mit diesen bei der besseren selbstverständlichen zwei Nebeneinrichtungen versehen, weil sie sonst kaum zu verkaufen wäre.

Von der 8. Größe abwärts ist ein kleines Fernrohr vom Typus des Kometensuchers nützlich, mit großem Felde und schwacher Vergrößerung. Es kann parallaktisch oder auch azimutal aufgestellt sein; auch lernt man leicht, es ohne Benutzung des Stativs mit der einen Hand gegen einen Baumstamm oder die innere Kante des Fensterrahmens anzudrücken und es mit der anderen Hand zu richten. Merklich höhere Ansprüche an den Geldbeutel als diese kleineren Instrumente stellen photometrische Einrichtungen am Refraktor oder am Spiegelfernrohr. Von den mit der Polarisation des Lichtes arbeitenden Photometern stellt das nach *Zöllner* benannte die Gleichheit zwischen dem natürlichen und einem künstlichen Stern durch meßbare Abschwächung des letzteren her, während bei neueren Konstruktionen umgekehrt der natürliche Stern geschwächt wird, also alle Sterne der Reihe nach einem und demselben künstlichen Lichteindrucke gleich gemacht werden. Jedenfalls aber werden bei diesem Instrumente in Wahrheit doch immer zwei wirkliche Sterne verglichen, und der künstliche Lichtpunkt dient nur als Zwischenglied. Bei dem Meridian-Photometer, mit dem in Amerika umfassende Arbeiten vorgenommen wurden, sind alle Sterne an den Polarstern *α Ursae minoris* angeschlossen.

Der Rauchkeil ist ein sehr spitzer Keil aus neutralem Glase, d. h. aus einer Glasart, die möglichst gut genähert alle Farben in demselben Maße schwächen soll. Er wird vor dem Okular verschoben, bis der betrachtete Stern durch die Absorption im Glase ausgelöscht ist. Für verschiedene Sterne findet das bei verschiedenen Stellungen des Keiles statt, die an einer linearen Skala abgelesen werden, ähnlich wie die Stellung der *Nicol*schen Prismen beim Polarisations-Photometer an einem geteilten Kreise. In jedem Falle enthält die Messung ein stark subjektives Element. Das Urteil, ob in dem einen Instrument ein Stern gerade verschwindet, in dem anderen der natürliche dem künstlichen genau gleich ist, hängt auch von den Farben der Gestirne ab, deren Gleichmachung beim *Zöllner*schen Apparate durch das sogenannte Kolorimeter nur unvollkommen gelingt, sowie von den Schwellenwerten einerseits der Wahrnehmung überhaupt, andererseits der Wahrnehmung eines Unterschiedes. Der rote Stern wird sich hier anders verhalten als der weiße, und zwar wieder anders bei diesem und anders bei

jenem Beobachter. Die Schwankungen der Durchsichtigkeit der Atmosphäre und die der Stärke der Lichtquelle, die den künstlichen Stern liefert, lassen sich einigermaßen unschädlich machen durch symmetrische Anordnung der Beobachtungen, indem z. B., wenn *a* und *b* zwei miteinander zu vergleichende Sterne sind, der künstliche Stern der Reihe nach an *abba* angeschlossen wird, worauf man einen schon etwas besser zu verbürgenden Mittelwert des Verhältnisses von *a* und *b* erhält.

Die photoelektrischen Vorrichtungen, die recht teuer und nur bei sehr großen Instrumenten mit Nutzen anzubringen sind, liefern Zahlen, die nicht von der Subjektivität des Beobachters abhängen, indem hier nicht eine physiologische, sondern eine physikalische Wirkung des Lichtes beobachtet wird, und zwar entweder die Änderung des elektrischen Widerstandes des Elementes Selenium (*Se*) oder der sogenannte *Hallwachs*-Effekt, d. h. die negative Ladung der Anode in einer mit einem Alkali-Metall ausgekleideten Zelle durch das Licht, die auf ein Quarzfaden-Elektrometer übertragen wird. Diese Methode läßt sehr feine Unterschiede erkennen. Auch hier werden übrigens Stern und Stern verglichen, jedoch ohne Zwischenschaltung eines künstlichen Lichtpunktes. Der Wechsel in der Durchlässigkeit der Atmosphäre läßt sich wieder durch symmetrische Anordnung, wofür *Guthnick* und *Prager**) Vorlagen bieten, einigermaßen unschädlich machen.

Ehe wir an die Erörterung der Methode der Stufenschätzungen gehen, die zwar nur eine Differential-Methode ist, tatsächlich aber das meiste Beobachtungs-Material beigebracht hat, sei an die Grundlehren der Astrophotometrie erinnert. Zwei Sterne, deren Lichtstärke in dem Verhältnisse $10^{0.4} : 1$ oder $2.511887 : 1$ stehen, unterscheiden sich um eine Größenklasse; ist das Verhältnis $10^{2 \cdot 0.4} : 1 = 6.309574$, so beträgt der Unterschied zwei Klassen usw. Die 10. Wurzel aus $10^{0.4}$, also die Zahl, deren log = 0.04, als Verhältnis der Lichtstärken zweier Gestirne, bedeutet die photometrische Stufe. Es ist $10^{0.04} = 1.096478$; $10^{2 \cdot 0.04} = 1.202265$. Endlich ist $10^{0.004} = 1.009253$. Das ist das Zehntel der photometrischen Stufe. Es ist noch $10^{2 \cdot 0.004} = 1.018591$. Wie man sieht, entspricht der geometrischen Reihe der wahren Verhältnisse eine arithmetische der Größenunterschiede. Unsere Tafel, die zuerst in den *Mitteilungen der V.A.P. (XIX, 1909, Seite 9)* gedruckt wurde, läßt z. B. ablesen, daß 1.58 Größenklassen das Verhältnis 4.2855 bedeuten, 3.37 Klassen — mit leichter Interpolation — das Verhältnis 22.285. Es bedeuten 5 Klassen offenbar $10^{5 \cdot 0.4} = 100$, so daß die Versetzung eines Sternes in den zehnfachen Abstand nach einem bekannten Gesetze der Physik die Herabdrückung um 5 Klassen bewirkt. Der Null in der arithmetischen Reihe entspricht die Eins in der geometrischen. Die Wahl des Nullpunktes unterliegt an sich der Willkür, und es unterscheiden sich in dieser Hinsicht die einzelnen photometrischen Skalen. Das nachstehende Verzeichnis enthält eine Reihe von Sternen, deren Größen in dem System der *Harvard-Revision* (*H.R.*) den ganzen Zahlen nahekommen, abgesehen von den zwei ersten; zugesetzt sind hier und da die Größen

*) Mehrere Veröffentlichungen der Berlin-Babelsberger Sternwarte.

Umrechnung der Größenunterschiede auf die Verhältnisse der Lichtstärken.

Hundertstel	Größenklassen 0	1	2	3	4	5	Hundertstel
00	1.0000	2.5119	6.3096	15.849	39.811	100.00	**00**
02	1.0186	2.5586	6.4269	16.144	40.551	101.86	02
04	1.0375	2.6062	6.5464	16.444	41.305*	103.75	04
06	1.0568	2.6546	6.6681	16.749	42.073	105.68	06
08	1.0765*	2.7040	6.7920	17.061	42.855*	107.65*	08
10	1.0965*	2.7542	6.9183	17.378	43.652	109.65*	**10**
12	1.1169	2.8054	7.0469	17.701	44.463	111.69	12
14	1.1376	2.8576	7.1779	18.030	45.290	113.76	14
16	1.1588	2.9107	7.3114	18.365	46.132	115.88	16
18	1.1803	2.9648	7.4473	18.707	46.989	118.03	18
20	1.2023	3.0200	7.5858	19.055*	47.863	120.23	**20**
22	1.2246	3.0761	7.7268	19.409	48.753	122.46	22
24	1.2474	3.1333	7.8705*	19.770	49.659	124.74	24
26	1.2706	3.1915	8.0168	20.137	50.582	127.06	26
28	1.2942	3.2509	8.1658	20.512	51.523	129.42	28
30	1.3183	3.3113	8.3176	20.893	52.481	131.83	**30**
32	1.3428	3.3729	8.4723	21.281	53.456	134.28	32
34	1.3677	3.4356	8.6298	21.677	54.450	136.77	34
36	1.3932	3.4995*	8.7902	22.080	55.463	139.32	36
38	1.4191	3.5645	8.9536	22.491	56.494	141.91	38
40	1.4454	3.6308	9.1201	22.909	57.544	144.54	**40**
42	1.4723	3.6983	9.2897	23.335*	58.614	147.23	42
44	1.4997	3.7670	9.4624	23.768	59.704	149.97	44
46	1.5276	3.8371	9.6383	24.210	60.814	152.76	46
48	1.5560	3.9084	9.8175*	24.660	61.944	155.60	48
50	1.5849	3.9811	10.0000	25.119	63.096	158.49	**50**
52	1.6144	4.0551	10.1859	25.586	64.269	161.44	52
54	1.6444	4.1305*	10.3753	26.062	65.464	164.44	54
56	1.6749	4.2073	10.5682	26.546	66.681	167.49	56
58	1.7061	4.2855*	10.7647	27.040	67.920	170.61	58
60	1.7378	4.3652	10.9648	27.542	69.183	173.78	**60**
62	1.7701	4.4463	11.1686	28.054	70.469	177.01	62
64	1.8030	4.5290	11.3763	28.576	71.779	180.30	64
66	1.8365	4.6132	11.5878	29.107	73.114	183.65	66
68	1.8707	4.6989	11.8032	29.648	74.473	187.07	68
70	1.9055*	4.7863	12.0226	30.200	75.858	190.55*	**70**
72	1.9409	4.8753	12.2462	30.761	77.268	194.09	72
74	1.9770	4.9659	12.4738	31.333	78.705*	197.70	74
76	2.0137	5.0582	12.7057	31.915	80.168	201.37	76
78	2.0512	5.1523	12.9420	32.509	81.658	205.12	78
80	2.0893	5.2481	13.1826	33.113	83.176	208.93	**80**
82	2.1281	5.3456	13.4277	33.729	84.723	212.81	82
84	2.1677	5.4450	13.6773	34.356	86.298	216.77	84
86	2.2080	5.5463	13.9316	34.995*	87.902	220.80	86
88	2.2491	5.6494	14.1906	35.645	89.536	224.91	88
90	2.2909	5.7544	14.4544	36.308	91.201	229.09	**90**
92	2.3335*	5.8614	14.7231	36.983	92.897	233.35*	92
94	2.3768	5.9704	14.9968	37.670	94.624	237.68	94
96	2.4210	6.0814	15.2757	38.371	96.383	242.10	96
98	2.4660	6.1944	15.5597	39.084	98.175*	246.60	98
100	2.5119	6.3096	15.8489	39.811	100.000	251.19	**100**

Hundertstel	0	1	2	3	4	5	Hundertstel
	Größenklassen						

Ein * neben einer 5 bedeutet, daß diese durch Erhöhung einer 4 entstanden ist.

nach der Potsdamer *Photometrischen Durchmusterung* (*P.D.*), die, wie man sieht, im ganzen etwas größere Zahlen gibt, mit manchen Ausnahmen:

*	*H.R.*	*P.D.*	*	*H.R.*	*P.D*
α Canis maj.	—1.58	—	*ζ Aquilae*	3.02	3.32
α Argus	—0,86	—	*ϰ Cygni*	3.98	3.95
α Centauri	+0.06	—	*λ Andromedae*	4.00	3.94
α Lyrae	0.14	0.38	*γ Librae*	4.02	—
α Crucis	1.05	—	*ν Cygni*	4.04	4.10
α Tauri	1.06	1.15	*ϱ Aquilae*	4.96	5.12
β Canis maj.	1.99	—	*ϱ Capricorni*	4.96	—
β Aurigae	2.07	2.21	*g Draconis*	5.00	4.95
γ Bootis	3.00	3.34	*Fl. 4 Ursae min.*	5.00	4.94
π Scorpii	3.00	—	*Fl. 33 Tauri*	5.98	6.32

Da das Fernrohr die Lichtstärken aller Sterne mit demselben Faktor multipliziert, so bleibt deren Verhältnis davon unberührt. Das unbewaffnete Auge geht im allgemeinen bis zur 6. Klasse einschließlich; sehr scharfe Augen gehen bis nahe an 6.5, z. B. die eines *Heis*. Nach einem Grundgesetze der Psychophysik, das, gleich einigen anderen Sätzen dieser Wissenschaft, zuerst aus astronomischen Beobachtungen abgeleitet wurde, ist das Auge befähigt, die Verhältnisse als Differenzen zu empfinden und z. B. zwischen zwei Sternen von den Größen 5.2 und 5.4 denselben Unterschied festzustellen wie zwischen zwei Sternen von den Größen 3.5 und 3.7. In ähnlicher Weise unterscheidet man z. B. beim Aufheben bekannter Gewichte ebenso sicher 1.1 g von 1.0 g wie 11 g von 10 oder 110 von 100 g. Das Gesetz gilt innerhalb recht weiter, doch nicht beliebig weiter Grenzen. Es versagt bei sehr großen wie bei sehr kleinen Intensitäten. Mit dieser Einschränkung darf dann aber gesagt werden, daß die Unterschiedsschätzungen keiner starken Veränderung durch das Fernrohr unterliegen, abgesehen vom Einflusse der Farbe.

Noch bevor durch Anwendung der Polarisation eine strengere Photometrie angefangen hatte, als im Zeitalter der *Lambert* und *Herschel* möglich war, hatte *Argelander* seine Methode der Stufenschätzung ersonnen, deren Brauchbarkeit er einerseits einem größeren Leserkreise durch seine berühmte „Aufforderung“*), andererseits der Gelehrtenwelt durch die Anwendung auf den Lichtwechsel von *β Lyrae***) bewies.

Das Verfahren von *Argelander* besteht darin, daß die beiden zu vergleichenden Sterne *a* und *b* abwechselnd aufmerksam anvisiert werden, mit dem Fernrohr oder auch (vgl. oben S. 499) mit dem freien Auge. Erscheinen sie dabei immer gleich hell oder ist bald der eine, bald der andere im Vorteil, so nennt man sie gleich und schreibt $a = b$ oder einfach *ab*. Wenn sich bei längerem sorgfältigen Betrachten ein eben bemerkbarer Unterschied etwa zugunsten von *a* herausstellt, so sagen wir, daß *a* eine Stufe heller sei als *b*, und schreiben $a\ 1\ b$

*) *Aufforderung an Freunde der Astronomie. Schumachers Jahrbuch 1844, Seite 122 bis 254.*

**) *De stella β Lyrae variabili disquisitio. Bonnae 1844.*

oder andernfalls $b\,1\,a$. Eine mit etwas größerer Sicherheit gemachte Feststellung wird durch $a\,2\,b$ oder $b\,2\,a$ ausgedrückt. Erscheint der eine Stern auf den ersten Blick deutlich heller, so nehmen wir einen Unterschied von 3 Stufen an, also $a\,3b$. Noch größeren Unterschieden wird man durch die Angaben $a\,4\,b$, $a\,5b$ gerecht. Über $a\,6\,b$ kann man ernstlich nicht hinausgehen.

Wer diese Methode zuerst selber anzuwenden sucht, und zwar auf nicht zu helle oder schwache und nicht zu stark gefärbte Sterne, sagen wir, auf die Veränderlichen *β Lyrae*, *η Aquilae*, *δ Cephei*, sowie auf *β Persei* zur Zeit der Minima, wird ein Gefühl der Unsicherheit nicht los werden. In Wahrheit darf man auch bei einem guten Beobachter kaum annehmen, daß ein Unterschied, den er zu 3 Stufen angibt, wirklich genau dreimal so groß sei wie ein eben wahrnehmbarer, daß also, wenn v das Intensitätsverhältnis bei einer Stufe ist, v^3 für 3 Stufen gelten müsse gemäß dem logarithmischen Gesetze. Die Funktion wird meistens verwickelter sein; dabei unterliegt die Schätzung noch zufälligen Fehlern und auch zeitlichen Schwankungen. Aber angenähert besteht jener mathematische Zusammenhang jedenfalls, und bei den besten Beobachtern kommt hinzu, daß ihre Stufe nicht sehr verschieden ist von der photometrischen Stufe, d. h. (vgl. oben S. 501) von der Differenz, die dem Verhältnisse 1.0965 entspricht.

Nun bieten uns gerade die kurzperiodischen Veränderlichen der Typen *Algol*, *δ Cephei*, *β Lyrae* (vgl. die Fig. 6 bis 13) die Möglichkeit, den funktionalen Zusammenhang der eigenen Stufe mit der photometrischen genauer zu bestimmen. In der Nähe von *δ Cephei* z. B. finden wir die nachstehenden Vergleichsterne, an die die Helligkeit dieses Veränderlichen angeschlossen werden kann. Die Größen nach der *H.R.* sind beigefügt.

β Cephei	*ι Cephei*	*Fl. 7 Lacertae*	*ξ Cephei*	*Fl. 9 Cephei*
3.32	3.68	3.85	4.40	4.87

Auch im Maximum bleibt *δ Cephei* schwächer als *β*, auch im Minimum heller als *Fl. 9*. Während eines Teiles der 5tägigen Periode hält sich seine Helligkeit zwischen *Fl. 7 Lacertae* (*a Lac.*) und *ξ Cephei*, deren photometrischer Unterschied nach der *H.R.* 0.55 Klassen beträgt. Beobachten wir ihn täglich, so werden wir zuletzt zahlreiche Schätzungen erhalten, die ihn zwischen *a* und *ξ* stellen, z. B. $a\,4\,\delta\,2\,\xi$; $a\,4\,\delta\,3\,\xi$; $a\,3\,\delta\,2\frac{1}{2}\,\xi$; $a\,5\,\delta\,3\,\xi$; $a\,1\,\delta\,5\xi$; $a\,5\,\delta\,2\,\xi$; $a\,2\frac{1}{2}\,\delta\,5\,\xi$; $a\,2\,\delta\,3\frac{1}{2}\,\xi$ usw.

Die erste Beobachtung sagt, daß *a* 4 Stufen heller als der Veränderliche *δ* war, dieser 2 Stufen heller als *ξ*; also $a\,6\,\xi$, wenn die Beobachtung so weit mit Sicherheit ausgedehnt werden könnte. Nach der zweiten ist $a\,7\,\xi$, nach der letzten $a\,5.5\,\xi$, wobei bemerkt sei, daß man von selbst auch zum gelegentlichen Angeben der Unterschiede auf halbe Stufen kommt, ohne daß man annehmen dürfte, damit an Genauigkeit viel gewonnen zu haben. Das Mittel aus allen 8 Beobachtungen ist: $a - \xi = \frac{1}{8}(6 + 7 + 5\frac{1}{2} + 8 + 6 + 7 + 7.5 + 5.5) = \frac{1}{8} \cdot 52.5 = 6.6$. Es versteht sich, daß so wenig Beobachtungen nicht ausreichen, um $a - \xi$ auf eine Dezimale zu verbürgen. Dazu würde mindestens das Material aus einem oder zwei Jahren gehören. Nehmen wir aber einmal 6.6 als richtig, so können wir uns die Differenzen $\beta - \iota$; $\iota - a$; $\xi -$ *Fl. 9* auf ähnliche Weise abgeleitet

denken. Damit erhalten wir eine Skala der Vergleichssterne. Es sei $\beta - \iota = 4.6$; $\iota - a = 2.2$; $a - \xi = 6.6$; $\xi - Fl.\ 9 = 6.0$ gefunden. Setzt man nun willkürlich die Helligkeit des schwächsten Sternes gleich Null, so hat man

$$Fl.\ 9 = 0.0;\ \xi = 6.0;\ a = 12.6;\ \iota = 14.8;\ \beta = 19.4.$$

Jede Beobachtung der Veränderlichen kann nun in dieser Skala ausgedrückt werden. Von den Anschlüssen a 4 δ 2 ξ gibt z. B. der erste $\delta = 12.6 - 4.0 = 8.6$; der zweite gibt $\delta = 6.0 + 2.0 = 8.0$; das Mittel $\frac{1}{2}(8.6 + 8.0) = 8.3$ kann als gute Näherung für die Helligkeit von δ gelten, wenn wir Helligkeit nicht in dem Sinne einer absoluten Lichtstärke nehmen, sondern im Sinne einer gewissen logarithmischen Funktion dieser. Offenbar ist jetzt schon einem Teil der zufälligen Fehler, namentlich auch der Veränderlichkeit der Stufenweite oder des Auffassungsvermögens des Beobachters, Rechnung getragen. Es wird hier allerdings die Voraussetzung einer unveränderlichen Helligkeit der Vergleichsterne gemacht; doch würde sich, wie man sofort sieht, die etwaige Unrichtigkeit dieser Annahme im Laufe der Zeit und der Beobachtungen selbst ergeben. Die so in Zahlen ausgedrückten Beobachtungen lassen bei Sternen der angedeuteten Arten ziemlich rasch die Periode erkennen, die dann, gleich der Epoche, d. h. der Zeit eines Ausgangs-Minimums, aus den beobachteten Minimis durch Ausgleichung zu finden ist. Die Zeiten werden am besten dezimal gemacht, wofür man in den Jahrbüchern und anderwärts Tafeln findet (vgl. weiter unten). Die beobachteten Helligkeiten trägt man in gewürfeltes Papier ein, dessen Abszissen die Zeitwerte sind. Zunächst findet man so, wenn der Veränderliche nur einmal im Tag beobachtet ist, die Zeiten der Minima — oder auch die der Maxima — ziemlich roh. Die Minimal-Zeiten werden gezählt, indem etwa das erste beobachtete Minimum die Epoche E_0 hat, das ihm zunächst folgende, ob beobachtet oder nicht, E_1, das nächste E_2 usw. Von etwa 50 auf ein Jahr fallenden Minimis sind nun vielleicht nur sieben beobachtet worden, wobei wir nicht erwarten dürfen, aus den wenigen Beobachtungen die wirklichen Zeiten anders als etwa auf den ganzen oder halben Tag genau gefunden zu haben. Die übrigen Minima sind durch die Ungunst des Wetters usw. verlorengegangen. Das beobachtete Minimum E_0 gibt nun beispielsweise die Gleichung $E_0 = t$, wo t die aus der graphischen Darstellung geschätzte Zeit ist. Dann möge E_4 beobachtet sein; wir erhalten, da $E_4 = E_0 + 4\,p$, wo p der wahre Wert der Periode ist, offenbar $E_0 + 4\,p = t'$, ebenso etwa $E_0 + 7\,p = t''$; $E_0 + 8\,p = t'''$; $E_0 + 11\,p = t''''$ usw. Wenn man nun nach der Methode der kleinsten Quadrate*) die wahrscheinlichsten Werte der zwei Unbekannten E_0 und p bestimmt hat, kann man an die Aufstellung der Lichtkurve gehen, beides unter der Voraussetzung, daß der Lichtwechsel überhaupt, gleich dem Ablauf eines Uhrwerkes, an eine bestimmte Periode geknüpft ist und immer in derselben Weise vor sich geht. Der zeitliche Abstand der einzelnen Beobachtung von dem zuletzt eingetretenen Minimum, sei es beobachtet oder nicht, heißt die Phase. Nachdem man aus den berechneten Elementen des Lichtwechsels, nämlich aus E_0 und p, die Zeiten aller in den Beobachtungszeitraum fallenden Minima abgeleitet, kann man

*) Vgl. Seite 70ff. dieses Buches.

festzustellen. So wie zu jeder Phase eine bestimmte Helligkeit gehört, so zu jede Helligkeit bestimmte Phasen, bei denen sie erreicht wird. Eine in der Nähe de Minimums gemachte Beobachtung gibt uns also, wenn jeder Zweifel, ob sie vo oder nach dem Minimum gemacht wurde, ausgeräumt ist, eine Gleichung fü die Zeit des Minimums; man kann diese Zeit auch mechanisch mit Hilfe der ge zeichneten Kurve feststellen. Durch die verbesserten Minima erhält man dan schärfere Gleichungen für die Elemente E_0 und p, worauf die Phase jeder ein zelnen Beobachtung genauer bestimmt und damit endlich auch die Lichtkurv richtiger gefunden werden kann. Bei sehr rasch wechselnden Sternen, besonder den Algolsternen in gewissen Phasen, gestaltet sich natürlich der Gang der Be rechnung etwas anders; noch anders bei den zumeist roten Sternen von veränder licher, auch an keine feste Periode geknüpfter Lichtkurve, wie *Mira Ceti*, w man eben die überhaupt beobachteten Phasen rein chronologisch aufzeichnen muß oder bei sehr schwach veränderlichen Objekten, wie *α Orionis*, *α Cassiopeiae* wo der Lichtwechsel manchmal kaum aus den Grenzen der Beobachtungsfehle herausfällt. In jedem Falle wird sich bald die Notwendigkeit herausstellen, di beobachteten Maxima und Minima mit Gewichten, die ihrer Güte entsprechen zu versehen und sie dann nach den Vorschriften der Ausgleichsrechnung zu be nutzen. Hier auf diese wenigen orientierenden Bemerkungen uns beschränkend freuen wir uns, den Leser auf zwei Werke verweisen zu können, die dem, welche gern rechnet und sich auch gern in geschichtliche Entwickelungsgänge eines Wissenszweiges vertieft, die reichste Anregung gewähren. Das erste*) bietet di lange vermißte Zusammenfassung und wissenschaftliche Verarbeitung der seh zerstreuten Literatur über die Methoden zur Beobachtung und Berechnung des Lichtwechsels der Veränderlichen. Das zweite**) Buch ist zunächst als Nach schlagewerk wichtig, da es für jeden einzelnen Veränderlichen die Geschichte der Beobachtung und Berechnung mit sehr vollständigen Literatur-Nachweisen gibt. Wenn auch der hohe Preis besonders des *Hagen*schen Werkes die An schaffung für manchen Privatmann verbietet, wird sich doch gelegentlich eine öffentliche Bibliothek dazu bereit finden lassen. Überhaupt sollte der Freund der Astronomie in dieser Hinsicht nicht zu bescheiden sein, vielmehr sich und

*) *J. G. Hagen, Die veränderlichen Sterne. I. Geschichtlich-technischer Teil. Freiburg i. Br., 1921.* Der der astrophysikalischen Seite der Aufgabe gewidmete II. Teil, von *J. Stein*, befindet sich unter der Presse.

**) *Geschichte und Literatur des Lichtwechsels der bis Ende 1915 als sicher veränderlich anerkannten Sterne nebst einem Katalog der Elemente ihres Lichtwechsels. Herausgegeben im Auftrage der Astronomischen Gesellschaft von G. Müller in Potsdam und E. Hartwig in Bamberg. Zwei Bände. Leipzig, Poeschel & Trepte, 1920.* Der III. Band in Vorbereitung.

A.G., deren Mitgliedern für einen ermäßigten Preis zugänglich.

Dem Zweifel, ob denn nun wirklich der funktionale Zusammenhang der geschätzten Stufenzahlen mit den wahren Lichtstärkenverhältnissen der Gestirne von der Subjektivität des Beobachters nicht allzu sehr abhängt, konnte bereits *Argelander* durch den Hinweis auf eine Parallelreihe von Wahrnehmungen über den Lichtwechsel von β *Lyrae* begegnen. Während er in Bonn beobachtete, arbeitete *Heis* zu Aachen an demselben Stern. Die von *Argelander* mitgeteilten Kurven der beiden Beobachter berühren sich so eng, daß damit ein wichtiger Beweis für die volle Brauchbarkeit des Verfahrens erbracht ist. Die relative Unabhängigkeit der Schätzungen auch vom Durchsichtigkeitsgrade der Luft sowie von der Verstärkung durch das Fernrohr lehrte, daß wirklich eine logarithmische Funktion der wahren Lichtverhältnisse vorliegt. Man darf in diesem Sinne die Veröffentlichung der zwei Parallelkurven als ein bedeutsames Ereignis auch in der Geschichte der Psychophysik bezeichnen. Die wahren Ordinaten, d. h. die wahren Lichtstärken des Veränderlichen in den einzelnen Phasen, werden zu denen der gefundenen Kurve im Verhältnisse von Exponential-Funktionen (vgl. S. 52f.) stehen; wir werden sie also finden können, wenn wir für die Funktion einen genaueren numerischen Ausdruck haben.

Diesen erhalten wir dadurch, daß wir die Skala der Vergleichssterne mit einem photometrischen System zusammenhalten, etwa mit dem der *P.D.* oder der *H.R.* Unsere bisher nur in der willkürlichen Skala ausgedrückten Phasenwerte lassen sich nun in wirkliche Größenklassen umsetzen, deren Zusammenhang mit den wahren Lichtstärken numerisch einfach ist. (Vgl. oben S. 501—503.)

Und das auch dann noch, wenn wir nicht mit dem einfachen Fall eines kurzperiodischen Veränderlichen von unveränderlicher Lichtkurve zu tun haben, sondern etwa mit einem roten Veränderlichen von langer, selbst veränderlicher Periode und sehr ungleicher Höhe der einzelnen Maxima wie etwa *o* (*Mira*) *Ceti*. Das Genauere über die Umsetzung der Vergleichsstern-Skala in ein photometrisches System ist aus eingehenderen Werken zu ersehen*). Der bloße Beobachter kann sich damit bescheiden, den Veränderlichen jedesmal an einen helleren und einen schwächeren Vergleichsstern anzuschließen und die Anschlüsse unter Benutzung eines photometrischen Kataloges auf dessen System umzurechnen. Hätte z. B. von den Vergleichssternen für einen Veränderlichen *R* einer, etwa *a*, die Größe 4.36, ein anderer, etwa *b*, die Größe 5.02, so würde die Beobachtung *a* 5 *R* 3 *b* die Gleichungen

$$R = 4.36 + 0.50 = 4.86$$

und

$$R = 5.02 - 0.30 = 4.70$$

ergeben, im Mittel $R = 4.78$. Die Einheit ist jetzt nicht die Stufe des Beobachters, sondern die Größenklasse, und es ist vorausgesetzt, daß die Stufe

*) Besonders *Hagen a. a. O.*

des Beobachters der photometrischen gleich sei. Einige Beobachter suchen diese ungenaue Annahme zu vermeiden durch die Dezimal-Schätzung, indem sie den Abfall von dem helleren zu dem schwächeren Vergleichstern allemal in 10 Teile zerlegen und angeben, bei welchem Teil, fast möchte man sagen Teilstrich, die Helligkeit des Veränderlichen angetroffen wird. Wäre also in dem vorigen Beispiel etwa *a* 3 *R* 7 *b* geschätzt worden, so würde das nach diesem System bedeuten: $R = 4.36 + 0.3\ (5.02 - 4.36) = 4.36 + 0.20 = 4.56$, während nach dem vorhin dargestellten Verfahren $R = \frac{1}{2}\ (4.66 + 4.32) = 4.49$ zu setzen wäre. Es gibt auch Berechner, die eine Mittelbildung aus diesen zwei Ergebnissen vorschlagen. Man darf die Dezimal-Schätzung nicht für wesentlich genauer als das andere Verfahren halten, da sie den sogenannten Dezimal-Fehler mit sich bringt, der bei jeder Zehntel-Schätzung in Betracht kommt. Auch beraubt man sich bei dieser Methode der Möglichkeit, die Skala der Vergleichsterne selbständig zu bestimmen, was doch unter Umständen von Wert ist, z. B. wenn die Sterne wegen Lichtschwäche in den photometrischen Verzeichnissen fehlen oder nur ungenau angegeben sind. Gelegentlich muß man als Vergleichstern einen Doppelstern nehmen, der aber dem freien oder schwach bewaffneten Auge einfach erscheint, während im Kataloge nur die Helligkeiten seiner Bestandteile stehen. Als Beispiel für die Berechnung der vereinigten Helligkeit wählen wir *α Crucis*, der allerdings als Vergleichstern kaum vorkommen wird. Die *H.R.* setzt die Größen von α_1 und α_2 gleich 1.58 und 2.09. Da die Differenz von 0.51

Tafel zur Berechnung der Helligkeit von Sternpaaren.

Unterschied	Zuwachs	Unterschied	Zuwachs	Unterschied	Zuwachs
0.00	**0.752**	**0.0**	**0.752**	**2.0**	**0.160**
0.01	0.748	0.1	0.704	2.2	0.134
0.02	0.743	0.2	0.657	2.4	0.113
0.03	0.738	0.3	0.613	2.6	0.095
0.04	0.733	0.4	0.571	2.8	0.079
0.05	0.728	0.5	0.531	3.0	0.066
0.06	0.723	0.6	0.493	3.2	0.056
0.07	0.718	0.7	0.458	3.4	0.046
0.08	0.713	0.8	0.425	3.6	0.039
0.09	0.708	0.9	0.393	3.8	0.032
0.10	**0.704**	**1.0**	**0.364**	**4.0**	**0.027**
0.11	0.699	1.1	0.336	4.2	0.022
0.12	0.694	1.2	0.311	4.4	0.019
0.13	0.690	1.3	0.287	4.6	0.016
0.14	0.685	1.4	0.264	4.8	0.013
0.15	0.680	1.5	0.243	5.0	0.011
0.16	0.676	1.6	0.224	5.2	0.009
0.17	0.671	1.7	0.206	5.4	0.007
0.18	0.666	1.8	0.189	5.6	0.006
0.19	0.662	1.9	0,174	5.8	0.005
0.20	**0.657**	**2.0**	**0.160**	**6.0**	**0.004**

Klassen das Verhältnis $10^{0.4 \cdot 0.51} = 10^{0.204} = 1.600$ bedeutet, so tritt zu der Lichtstärke l des helleren Sternes noch die Größe $l : 1{,}600$. Es ist

$$l\left(1 + \frac{1}{1.6}\right) = 1.625\, l = l \cdot 10^{0.2109} = l \cdot 10^{0.4 \cdot 0.527}.$$

Die Helligkeit erscheint daher um 0.53 Größenklassen gesteigert; sie ist also $1.58 - 0.53 = 1.05$, wie oben (S. 503) mitgeteilt. Erleichtert wird die Berechnung durch vorstehende Tafel*). Mit dem Argumente 0.51 erhält man aus ihr durch eine leichte Interpolation gleichfalls den Zuwachs von 0.527 Größenklassen.

Bei der Auswahl der Vergleichsterne für einen Veränderlichen ist es natürlich im ganzen rätlich, sich an einen erfahrenen Beobachter zu halten und also dessen Vergleichsterne einfach zu übernehmen, womöglich mit denselben Bezeichnungen. Daß allerdings nun unsere Helligkeits-Skala dieser Sterne mit der des anderen übereinstimme, können wir im allgemeinen so wenig erwarten wie eine volle Kongruenz mit einer der photometrischen Skalen, da, besonders wenn die Sterne merklich gefärbt sind, mehr oder weniger große subjektive Unterschiede auftreten. Man vermeide Sterne, die sich in der Farbe zu sehr von dem Veränderlichen unterscheiden, dann außer zu weit entfernten auch solche, die ihm örtlich sehr nahe stehen und solche Doppelsterne, die von dem benutzten Instrument zwar nicht aufgelöst, aber als Linie gezeigt werden.

Darin, daß der veränderliche Luftzustand auch die Anwendung der strengeren Methoden erschwert, beruht es, daß sich die *Argelander*sche neben ihnen überhaupt hat halten können; daneben natürlich auch auf ihrer Einfachheit. Im ganzen werden alle Beobachtungen desto unsicherer, je weiter die Sterne auseinander stehen. Darum besteht gerade bezüglich mancher hellen Veränderlichen noch eine mehr oder weniger große Unsicherheit. Ein System zur Bezeichnung des Luftzustandes und der sonstigen äußeren Verhältnisse ist das folgende:

Erklärung

der abgekürzten Angaben für den Luftzustand und die Güte der Beobachtungen.

1	Die Luft ist sehr klar.
2	„ „ „ klar.
3	„ „ „ ziemlich klar.
4	„ „ „ mäßig klar oder etwas trübe.
* oder **	Der Luftzustand, die Zeitangabe oder die Stufenschätzung ist unsicher oder sehr unsicher.
A	Das Auge ist durch Ermüdung oder Erkältung angegriffen.
B oder G	Die Beobachtung eines niedrig stehenden Sternes wird durch Baumzweige oder Gebäude erschwert.
D, D_2, D_3	Die Beobachtung wird auf merkliche, erhebliche, übermäßige Weise durch das Dämmerlicht der Sonne gestört.

*) Die Tafel ist von uns zuerst in den *Mitteilungen der V. A. P. XVIII (1908), S. 90-92.* veröffentlicht worden.

Fld	Irdische Objekte machen es unmöglich, die beiden zu vergleichenden Sterne unmittelbar nacheinander in das Gesichtsfeld zu bringen.
Fkl	Starkes Funkeln der Sterne.
Fr	Das Frostwetter stört die Bewegung des Instrumentes oder trübt die Gläser.
h, H	Geringe oder unbequem große Höhe des Sternes.
L, L_2	Störende oder sehr störende künstliche Lichtquellen.
M	Sehr schwacher }
M_2	Schwacher }
M_3	Merklicher } Einfluß des Mondlichtes.
M_4	Störender }
M_5	Sehr störender }
M_6	Übermäßiger }
N	Nebel.
Nl	Nordlicht
O. zw.	Original zweifelhaft. Schreibfehler des Originals lassen allenfalls auch eine andere Lesart zu als die abgedruckte.
r, r_2	Der veränderliche Stern ist sehr rot oder auffallend rot.
schw.	Die Sterne sind lichtschwach.
S, S_2	Unbequeme oder sehr unbequeme Stellung des Beobachters.
Tau	Atmosphärische Feuchtigkeit erschwert die Anwendung des Fernrohres.
w, w_2	Das Wetter ist windig oder sehr windig.
W, W_2	Nahe gelegene Wolken machen die Beobachtung unsicher oder sehr unsicher.
Wttl	Wetterleuchten.
Zl	Zodiakal-Licht.
[]	Die Wetternotiz fehlt im Original, ergibt sich jedoch aus dem Zusammenhange.
(sic)	Die Beobachtung oder Wetternotiz ist genau dem Original entnommen.
!	Die Beobachtung ist im Original durch dieses Zeichen als richtig hervorgehoben.

Es kann dazu bemerkt werden, daß die Zahlen 1 bis 4 auf die Durchsichtigkeit an sich gehen, während der *, der auch bei 1 stehen kann, den Luftzustand als unsicher kennzeichnet. In der Tat erlebt man oft genug, daß bei sehr durchsichtiger Luft, die eine große Anzahl von schwächsten Sternen sichtbar macht, doch die Helligkeitsunterschiede nach der Größe und selbst nach dem Sinn erheblich schwanken. Läßt die Veränderlichkeit des Luftzustandes einigermaßen sichere Schätzungen überhaupt nicht aufkommen, so wird auch die Stufenzahl mit dem * versehen. — Die meteorologischen Angaben gehören neben jede einzelne Beobachtung; bei der großen Verschiedenheit des Luftzustandes nach Zeit, Azimut und Höhe würde es keineswegs richtig sein, ihn in Bausch und Bogen für den ganzen Abend mitzuteilen. Das gilt auch vom Einflusse des

Mondlichtes. Ob es nötig ist, bei ihm gerade 6 Stufen anzunehmen, muß der Beobachter wissen. Unter 3 Graden wird man kaum auskommen. Natürlich stört der Mond im ganzen mehr bei hellen als bei schwachen Veränderlichen, wegen des im ganzen weiteren Abstandes der Vergleichsterne. Auch ist das stärker vergrößernde Instrument hier im Vorteil. — Bei sehr geringer Höhe werden die Beobachtungen meistens zu unsicher, aber auch sehr große Höhe, sagen wir über 60°, erschwert die Lichtschätzung, namentlich auch die mit Hand-Instrumenten. Es treten dann beim Beobachter wohl Schluckbewegungen auf, die ihn sehr stören können. Je kürzer die Zeit ist, die man überhaupt auf diese Arbeiten legen kann, desto besser suche man sie einzuteilen, indem man zuerst die Sterne erledigt, die sonst im Westen zu tief kommen würden, zuletzt die im Osten aufsteigenden. In ähnlicher Weise kann man, wenn auch nicht immer, unbequem große Höhen vermeiden. Auch auf den bevorstehenden Auf- oder Untergang des Mondes ist Rücksicht zu nehmen. Man findet die Unterlagen für dessen Berechnung in leidlich bequemer Weise im Berliner Jahrbuche; hat man es nicht, so können andere Kalender, namentlich die verbreiteten Schreibkalender für verschiedene Stände, aushelfen. Auch auf das langsame Herannahen von Wolkenbänken ist Rücksicht zu nehmen. — Wie man die Zeit auch einteilen möge — man beobachte, wenn es irgend angeht, im Herbst und Winter auch morgens. Die Reihen werden dadurch weit vollständiger. Übrigens können selbst vereinzelte Beobachtungen gelegentlich von Wert sein.

Bei Sternen, die der Ekliptik nahe stehen, wie z. B. schon *Mira Ceti*, ist während eines großen Teiles des Jahres mit der Unsichtbarkeit durch die Sonnennähe zu rechnen; es schließen sich die Zeiten an, wo die Dämmerung stört, und gerade in der besten Sichtbarkeitszeit macht sich der Mondeinfluß am stärksten geltend, zumal bei Objekten wie *β Pegasi*, wo die Vergleichssterne weit entfernt sind. Auch das Tierkreislicht kann bei diesem und anderen Sternen merklich stören. — Schwacher Mondschein nützt manchmal mehr als er schadet, indem er kleine umherirrende Wolkenfetzen sichtbar macht, die sonst unbemerkt bleiben und viel verderben können. Eine totale Mondfinsternis stellt zuweilen eine willkommene Unterbrechung des störenden Vollmondlichtes dar.

Die Schätzungen mancher Beobachter leiden sehr unter dem parallaktischen Fehler. Es ist das die Abhängigkeit der geschätzten Differenz von dem Winkel, den der Verbindungsbogen der beiden verglichenen Sterne mit dem Vertikal-Kreise macht. Am besten ist es, wenn man die Unmöglichkeit einsieht, diesen Fehler ganz zu vermeiden, daß man einfach so gut schätzt wie es gehen will, den Berechner jedoch auf das Bestehen des Fehlers hinweist; er muß dann die Beobachtungen nach der Sternzeit ordnen und ihn unschädlich zu machen suchen. Daneben kann man konstante Sterne bei verschiedenen Stundenwinkeln oftmals vergleichen, um sich ein Urteil über die systematische Abweichung vom richtigen Schätzen zu bilden.

Wer im Hinblick auf seine beschränkte Zeit oder auf seine knappen Mittel doch nur wenige Veränderliche durchbeobachten kann, wird schon mit einem kleinen Atlas, wie *Messer*, *Littrow-Becker*, *Schurig*, *Heis**) auskommen. Das aus-

*) Vgl. S. 22, 27, 379.

führliche Spezialwerk, der *Atlas stellarum variabilium* von *J. G. Hagen* (jetzt durch den Verlag *Herder in Freiburg* zu beziehen) enthält für viele hundert veränderliche Sterne je eine Karte und ein Blatt mit den Örtern und Helligkeiten der Vergleichsterne; er ist allen, die auf diesem Gebiete mit voller Kraft mitarbeiten können, warm zu empfehlen. Allerdings wird der Preis gegenwärtig viele hundert Mark betragen. Dazu kommen natürlich die Bonner Karten**) nebst dem Bonner Sternverzeichnisse in Betracht. Die *Vierteljahrsschrift der Astronomischen Gesellschaft* (*V.J.S. der A. G.*) bringt alljährlich einen Katalog nebst Ephemeriden der Veränderlichen, der infolge freundlichen Entgegenkommens der *A. G.* den Mitgliedern der dritten Arbeitsgruppe der *V.A.P.* (für Beobachtungen der Veränderlichen und der Milchstraße) im Sonderabzuge zugänglich gemacht wird. Der Plan, diese Ephemeriden in das *Berliner Jahrbuch* zu verlegen, ist bis jetzt nicht ausgeführt worden. Wer besonders die teleskopischen Veränderlichen gründlicher beobachten will, sollte sich die Ephemeriden wenigstens leihweise zu verschaffen suchen. Für die 6 helleren Algolsterne *β Persei*, *U Cephei*, *λ Tauri*, *δ Librae*, *Y Cygni*, *U Sagittae* geben die *Mitteilungen der V.A.P.* die Ephemeriden der Minima auf die Stunde genau.

Bezüglich der Algolsterne ist noch folgendes zu bemerken: Sowohl die von der Ephemeride gegebene Zeit des kleinsten Lichtes als auch die gleichfalls aus dem *V.J.S.*-Kataloge zu entnehmende Länge des Zeitraums, welcher die Änderungen einschließt, kann und soll dem Beobachter nur als ungefährer Anhalt dienen. Wenn also die Höhe der Konstellation und die Dunkelheit das zulassen, beginne man mit dem Vergleichen, mag auch das Minimum noch in weiterer Ferne liegen. Wenn es angeht, vergleiche man alle 10, 12 oder 15 Minuten. Ein Abkommen zwischen verschiedenen Beobachtern, möglichst nahe bei bestimmten Einheitszeiten zu schätzen, z. B. 7^h0^m, 7^h12^m, 7^h24^m, 7^h36^m *M.E.Z.* würde möglicherweise erkennen lassen, inwieweit gewisse merkwürdige Seitensprünge im Gange der Lichtstärke auf persönliche Fehler zurückzuführen sind. Das betrifft übrigens auch die Gestirne der Typen *δ Cephei* und *β Lyrae*, wo die photometrischen und besonders die photoelektrischen Arbeiten der letzten Jahre dem Glauben an die Konstanz der mittleren Lichtkurven noch stärker zugesetzt haben als die Lichtvergleichungen der letztvergangenen Jahrzehnte, und wo man zu gewissen Jahreszeiten je zwei Abend- und eine Morgenbeobachtung machen kann, was, von mehreren Beobachtern an weit entfernten Orten ausgeführt, einiges Neue bringen könnte. So kann man im Spätherbst und Hochwinter *δ Cephei* zuerst kurz nach Eintritt der Dunkelheit, dann zu einer späteren Abendstunde beobachten, und die inzwischen eingetretene Drehung der Konstellation nebst der Änderung ihrer Höhe sorgt in etwa dafür, daß die Schätzungen von einander nicht zu sehr abhängen.

Diese Abhängigkeit nämlich ist es, unter der z. B. die Schätzungen der Algolsterne so sehr leiden, daß es Berechner gibt, die ihnen aus diesem Grunde überhaupt den Wettbewerb mit den photometrischen Beobachtungen verbieten möchten. Was vor allem vermieden werden muß, ist, daß die vergangenen Schätzungen im Gedächtnisse haften bleiben. Wenn man jede Beobachtung

*) Vgl. S. 22, 27, 379.

sofort aufschreibt, schützt man sich schon einigermaßen dagegen; auch dadurch, daß man zwischen zwei Algolbeobachtungen eine Reihe von Schätzungen anderer Sterne vornimmt. Trotzdem wird man nicht immer vermeiden können, daß die nach einer Viertelstunde eingetretene fast genaue Wiederherstellung des früheren Netzhautbildes auch das frühere Urteil aufleben läßt, natürlich besonders in den Zeiten, wo die Änderung an sich gering ist. Besonders gefährlich ist das Parteinehmen für eine bestimmte Änderung; vor dem berechneten kleinsten Lichte will man, daß der Stern immer schwächer oder wenigstens niemals heller werde; nachher ist es umgekehrt. Der Beobachter muß sich da gesagt sein lassen, daß er immer nur den Eindruck wiedergeben darf, den er wirklich von dem Veränderlichen in seiner Beziehung zu den Vergleichsternen hat, ohne Rücksicht auf das, was vorhergegangen ist oder folgen mag. — Bei einigen Sternen, z. B. *U Cephei*, enthält die Kurve Inflexionen mit besonders starkem Abfallen oder Anwachsen der Lichtfülle, dergestalt, daß der Beobachter, der noch vor wenigen Minuten ein ganz anderes Bild hatte, geradezu irre wird. Bei einiger Übung lernt man leicht, diese Zeiten nicht zu versäumen und sich durch die Überraschung nicht verwirren zu lassen.

Von der Regel, daß der Veränderliche mindestens an einen helleren und einen schwächeren Vergleichstern anzuschließen ist, sollte man im allgemeinen nicht abgehen. Der Gang des Lichtes bringt es dann mit sich, daß nach und nach andere Vergleichsterne an die Reihe kommen. Algol z. B. konnte nahe dem vollen Lichte noch mit *γ Andromedae* und *ε Persei* verglichen werden. Während er weiter abnimmt, ziehe man rechtzeitig den schwächeren Vergleichstern *δ Persei* heran und gebe erst nach dessen erster Benutzung *γ Andromedae* auf; ähnlich, wenn später zu *ν Persei* als Vergleichstern überzugehen ist, und entsprechend beim Hellerwerden.

Neben-Minima finden wir bei mehreren Algolsternen angedeutet; sind sie stärker ausgeprägt, so liegt ein Übergang zu Systemen wie *Z Herculis* oder *Y Cygni* vor. Jedenfalls versäume man nicht, ein als Algolstern bekanntgemachtes Objekt in allen Phasen zu beobachten.

Neu entdeckte Veränderliche werden häufig bekanntgegeben. Wer eine solche Entdeckung gemacht hat und ihrer sicher ist, telegraphiert das am besten unter der Anschrift *Astronom, Centralstelle, Kiel*, an die europäische Hauptstelle für astronomische Meldungen aller Art; genauere Mitteilung kann später durch Postkarte erfolgen. Unter den Sternen, denen die Kataloge ein Spektrum besonderer Art (*peculiar spectrum*, meistens *Md* und *N*, vgl. S. 282) zuschreiben, sind Veränderliche häufig.

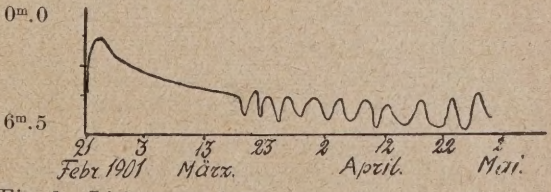


Fig. 1. Lichtwechsel der *Nova Persei* im Frühjahr 1901.

Wenn ein neuer Stern, eine *Nova*, gemeldet wird, muß sich der im Lichtschätzen bei Veränderlichen geübte Beobachter besonders gut bewähren. In der ersten Zeit der Sichtbarkeit, die gewöhnlich (vgl. Fig. 1) auch die unruhigste ist, lasse man sich die Mühe nicht verdrießen

in jeder Nacht recht viele Vergleichungen zu machen, weil Änderungen mit Perioden von wenigen Tagen, vielleicht Stunden, bei großer Amplitude möglich sind. Wann sich der Stern so weit beruhigt hat, daß tägliche Beobachtung genügt, ist leicht festzustellen. Wer ein Spektroskop besitzt, kann gerade in der ersten Zeit viel Merkwürdiges an einem neuen Stern feststellen; wer es nicht hat, schätze wenigstens die Farbe nach dem an einer anderen Stelle des Buches (S. 158 ff.) mitgeteilten Verfahren.

Weiterhin befähigt die an den Veränderlichen erlangte Übung auch zum Schätzen der Helligkeit von Uranus und von einigen kleinen Planeten wie Vesta und gelegentlich Eros, bei größeren instrumentalen Mitteln auch von vielen anderen. Die Uranus-Ephemeride findet man im *B.J.* und im *N.A.*, stark abgekürzt auch in der *Himmelswelt*. Die Ephemeriden der kleinen Planeten stehen seit einigen Jahren nicht mehr im *B.J.*, sondern erscheinen für sich im *Dümmler*schen Verlage. Wer die Mühe der Interpolation der ziemlich kurz gehaltenen Oppositions-Ephemeriden und der Umrechnung auf das Gradnetz der ihm zu Gebote stehenden Karte sowie der Auswahl und Identifizierung der Vergleichsterne nicht scheut, kann auch hier wertvolles Material sammeln.

Für die im vorliegenden Abschnitte ins Auge gefaßten Freunde der Himmelskunde, die die Veränderlichen nur beobachten wollen, ohne sich der Mühe der selbständigen Berechnung zu unterziehen, kommen, wie schon vorhin gesagt, die kleineren Atlanten von *Heis*, *Littrow*, *Messer*, *Schurig* usw. in Betracht, sowie, wenn auch auf teleskopische Variable eingegangen wird, der *Atlas stellarum variabilium* und die Bonner Karten nebst dem zugehörigen Sternverzeichnis. Während man die helleren Veränderlichen einfach nach dem Atlas am Himmel aufsuchen kann, hat man bei den schwächeren teleskopischen meistens mit der Präzession zu rechnen, und zwar desto genauer, je schwächere Sterne beobachtet werden. Die oben erwähnten, von *E. Hartwig* herausgegebenen Ephemeriden der *A. G.* geben die Periode, die Zeit und die Sterngröße des größten Lichtes in dem betreffenden Jahre sowie die Größe des kleinsten Lichtes für 1443 Variable (Eph. für 1922, erschienen zu Ende 1921) innerhalb der Grenzen der *Bonner Durchmusterung*, und zwar sind die Örter gleich dieser auf 1855 bezogen, was das Einstellen an Fernrohren mit weitem Felde erleichtert. Für 702 südlichere Sterne (in demselben Jahrgang) werden aus ähnlichem Grunde die Örter für 1875 gegeben. Wo die Periode kleiner als 80d, wird sie in einer besonderen Tafel genauer angegeben, mit Hinzufügung der Größe $M-m$, d. h. des zeitlichen Abstandes des Maximums vom vorhergehenden Minimum sowie des in julianischer Zählung ausgedrückten Tages für eine dieser Hauptphasen. Für die raschwechselnden Sterne sowie für die vom Typus Algol werden in besonderen Tafeln die Elemente für die Reduktion auf die Sonne gegeben. Nur für einen auf der Sonne stehenden Beobachter bleiben nämlich die Elemente des Lichtwechsels in dem Sinne unverfälscht, daß nur die Epoche um einen beständigen, von der meistens unbekannten Parallaxe abhängigen Betrag verschoben und die Periode in einem bestimmten, von der Radialbewegung abhängenden Verhältnisse gedehnt oder gestaucht wird. Das Erste ist durchaus unwesentlich, und auch das Zweite macht wenig aus, da, wenn uns z. B. ein Veränderlicher mit

der sehr kurzen Periode von $15000^s = 4^h 10^m 0^s$ um 20 km in 1^s näherrückte, jedes neue Minimum gegen das vorhergehende nur um 1^s verfrüht, die Periode also dauernd auf 14999^s verkürzt würde. Steht jedoch der Beobachter auf der Erde, dann ist eine ähnliche Umrechnung zu machen wie für die Erscheinungen im System des Jupiter, indem z. B. von einem der Sonne augenblicklich gegenüberstehenden Tierkreisstern der Lichtstrahl um $8^m 18^s.6$ früher zur Erde gelangt als zur Sonne. Eine einfache Überlegung ergibt als Lichtgleichung den Ausdruck

$$-8^m.308 \cos\beta \cos(\odot - \lambda)$$

für die Umrechnung der geocentrischen, d. h. auf Erden beobachteten Zeiten in heliocentrische, d. h. für einen gedachten Beobachter auf der Sonne geltende. Hier ist β die Breite, λ die Länge des Gestirns, $\odot$ die Sonnenlänge, und die Tafeln geben λ hinreichend genau für eine runde Jahreszahl, z. B. für 1900 in den Ephemeriden für 1922, wobei man bedenke, daß die Präzession die Längen in 21 Jahren noch nicht um 18′ ändert. Die Größe $\odot$ ist einem Jahrbuch, nötigenfalls noch leidlich genau einem älteren, zu entnehmen; dagegen wird $\log 8.308 \cos\beta$ in den Ephemeriden der Veränderlichen bei jedem Stern mitgeteilt. Für die Algolsterne werden ferner unter D und d die Dauer der ganzen Verfinsterung und die des Verweilens im kleinsten Lichte mitgeteilt, auf Zehntelstunden abgerundet. Auch diese Zahlen wolle der Beobachter nur als ungefähren Anhalt betrachten. — Als die Anzahl der bekannten Algolsterne noch gering und das Drucken noch nicht so teuer war wie heute, gab die Ephemeride für jeden der berücksichtigten Sterne die Zeiten der heliocentrischen Minima, soweit sie nicht, wie z. B. für Algol selbst im Mai und Juni, durch die Konjunktion mit der Sonne ausfielen. Bald mußte man sich für eine Anzahl von Algolsternen mit dem ersten Minimum in einem jeden Monat begnügen, und es wurde nun für einen solchen Stern eine Hilfstafel gedruckt, welche die unter 31^d liegenden ganzen Vielfachen der Periode des Lichtwechsels enthielt. Auch das ging neuestens nicht mehr; es werden nur mehr die Zeiten der zu Anfang der Monate liegenden Minima, auf Zehntelstunden abgerundet, mitgeteilt, so daß dem Beobachter, wenn er nicht zufällig einen älteren Jahrgang der *V.J.S.* oder der Sonderabdrucke der Ephemeriden erhalten kann, die mehr umständliche als schwere Aufgabe zufällt, die Vielfachen selber zu bilden oder von Fall zu Fall weiter zu rechnen. Welche Erleichterungen sich dabei durch bestimmte Werte der Perioden bieten, z. B. bei *Y Cygni*, *Z Herculis*, *δ Librae*, auch *β Persei*, wird man selbst herausfinden. Man kann sich auch ein Meßband herstellen, worauf man die 31 Tage und für jeden die 24^h verzeichnet, z. B. unter Benutzung eines in Millimeter geteilten Lineals von $^3/_4$ m, vor welchem man ein anderes Band, etwa einen mit der Länge der ganzen Periode sowie den Strecken D und d (s. oben) in geeigneter Weise versehenen Papierstreifen verschiebt, um wenigstens die volle Stunde genau zu erhalten und damit zu entscheiden, ob sich eine schärfere Rechnung lohnt. Die Frage nämlich, ob sich die Verfinsterung ganz oder teilweise beobachten läßt, führt auf die mechanische oder rechnerische Aufsuchung der Höhe der Sonne und der Sterne für die in Ortszeiten verwandelten Greenwicher Zeiten der Ephemeride für die Hauptphasen. Bequem ist es, etwa für die Mitte eines

jeden Monats, oder noch einfacher für den 6. und 21., die mittleren Zeiten des Aufganges, höchsten Standes und Unterganges der einzelnen Algolsterne in einem Heftchen zu tabulieren. Am Schlusse heftet man eine bequem herumzuschlagende Tafel der Auf- und Untergänge der Sonne an denselben Tagen an. Auf die Dämmerung ist leicht Rücksicht zu nehmen. Im allgemeinen ist es, wo die Verfinsterung etwas länger dauert, z. B. bei Algol, wo $D = 9^h.3$, nur um die Zeit der Opposition leicht, gelegentlich ein ganzes Minimum durchzubeobachten; gewöhnlich muß man sich sonst mit Bruchteilen der Kurve begnügen, die nicht einmal immer das kleinste Licht enthalten.

Wenn auch die Grundsätze für die Nomenklatur der Veränderlichen den meisten Lesern bekannt sein werden, seien sie doch der Vollständigkeit halber in Kürze mitgeteilt. Wo *Bayer*sche Buchstaben vorliegen, also vorzugsweise bei den helleren Sternen, werden sie selbstverständlich gebraucht, wie *β Persei*, *δ Cephei*, *α Orionis*. Das erstreckt sich auch auf die zu deren Ergänzung eingeführten kleinen lateinischen Buchstaben, z. B. *g* und *u Herculis*. Nun konnte *Argelander* noch die wenigen zu seiner Zeit neu entdeckten Variabeln durch Bezeichnung, wie *R*, *S*, *T* . . . *Z* hinreichend festlegen; es ist also *R Lyrae* der erste nach *β Lyrae* in diesem Sternbild entdeckte Veränderliche, *S Lyrae* der zweite usw. Als man später besonders im Milchstraßengebiete bis *Z* vorgedrungen war, griff man zu den Buchstabenpaaren *RR*, *RS* . . . *RZ*, dann *SS*, *ST* . . . *SZ*; zuletzt *XX*, *XY*, *XZ*, *YY*, *YZ*, *ZZ*. Nachdem in einzelnen Sternbildern auch diese 45 neuen Bezeichnungen erschöpft waren, mußte man mit *AA*, *AB* . . . *AZ*; *BB*, *BC* . . . *BZ* usw. fortfahren; so war man (Eph. für 1921) kürzlich schon bei *BP Orionis* und *CE Cygni* angelangt. Wird ein bisher für konstant gehaltener Stern von einem Beobachter der Veränderlichkeit geziehen, so erhält er eine vorläufige Nummer, ähnlich den neu entdeckten kleinen Planeten; diese Nummern werden durch das Jahr gezählt, fangen also im Januar mit 1 an. (1. 1921). Über die Bezeichnung der Vergleichsterne ist schon oben (S. 509) ein Wort gesagt worden. Die Hauptsache ist, daß sie unzweideutig nach einem allgemein zugänglichen Sternverzeichnisse bestimmt sein müssen; im übrigen nennt man sie am besten mit kleinen lateinischen Buchstaben, die dann eben nur für diesen Zweck gelten. Dabei sollte *o* vermieden werden, auch Buchstaben, die mit dem für den Veränderlichen selbst geltenden gleich lauten, also etwa *r* bei der Beobachtung von *R Scuti*. Dem Berechner ist mit den Beobachtungen eine Tafel der Vergleichsterne zu senden, wo möglich auch eine Karte.

Eine Einteilung der Veränderlichen ist häufig versucht worden. Die nachstehende Übersicht hat *P. Guthnick*, ein sehr gründlicher Kenner des Forschungszweiges*), gegeben. Die erste Klasse stellen die oben (S. 513) behandelten *Novae* dar, bei denen man sich, da gegen die ältere Zusammensturz-Hypothese wie auch gegen die Annahme der Durchbrechung der erkalteten Rinde eines Gestirns durch die glühenden Massen des Inneren gewisse Bedenken sprechen, wohl meistens auf die Nebel-Hypothese von *Seeliger* geeinigt hat, wonach

*) In dem Abschnitt *Astronomie* des Sammelwerkes *Die Kultur der Gegenwart. Leipzig, Teubner, 1921. S. 435f.*

ein gar nicht oder schwach leuchtender Himmelskörper durch Eindringen in eine Nebelmasse mit planetarischer oder kosmischer Geschwindigkeit in kürzester Frist sehr große Licht- und Wärmemengen erzeugt. Dazu ist neuestens die Auffassung von *Fr. Nölke* (*Astr. Nachr. 5110*) getreten, wonach ein in der Entwickelung befindlicher Planet infolge irgendwelcher Störung seines Laufes auf seinen Fixstern stürzt und damit dessen starke Lichtzunahme bewirkt. Der typische Vertreter der zweiten Klasse ist *R Coronae borealis*, dessen normale Helligkeit der 6. Sterngröße entspricht. Hier treten zeitweilig Minima von ganz unregelmäßigem Verlaufe auf, bei denen sich weder der Zeitpunkt noch die Tiefe zwischen den Größen 1 und 9 — einer Abschwächung im Verhältnisse 2,5 bis 4000 entsprechend — noch die Kurvenform in ein System bringen lassen. Es scheint sich hier um Abschwächung des Lichtes durch irgendein Medium zu handeln. Das Spektrum ist mit *F 5* zu bezeichnen. Zu dieser Klasse sind die spektral und photometrisch sich ähnlich verhaltenden Objekte *RY Sagittarii*, *SU Tauri*, *T Orionis*, *X Persei*, *U Lupi* zu rechnen. Die dritte Klasse wird nach *U Geminorum* (Fig. 2 und 3) benannt; hier findet das Austreten aus der normalen Helligkeit nicht in der Form von Minimis, sondern in der von Maximis statt, die, mit verschiedenen Arten des Ablaufes wechselnd, im ganzen ein strengeres Gesetz einzuhalten scheinen als die Minima der vorigen Klassen, ohne daß man jedoch von einem gleichmäßigen Antalgol-Typus

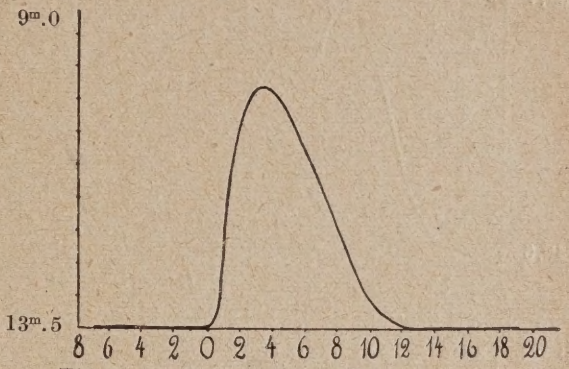


Fig. 2. Lichtwechsel von *U Geminorum*: Kurzes Maximum.

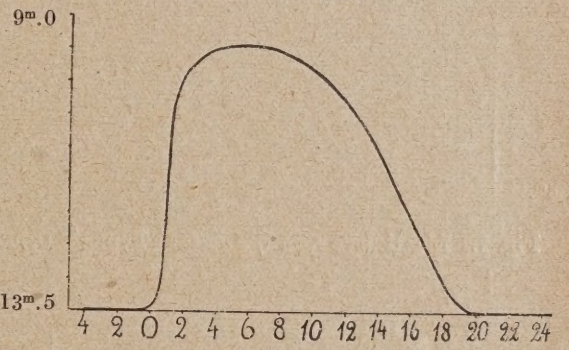


Fig. 3. Lichtwechsel von *U Geminorum*: Langes Maximum.

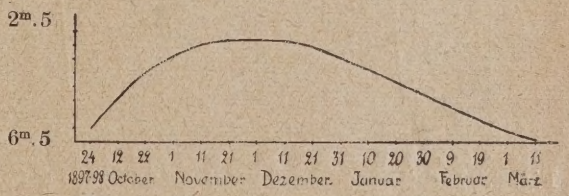


Fig. 4. Maximum von *Mira Ceti*.

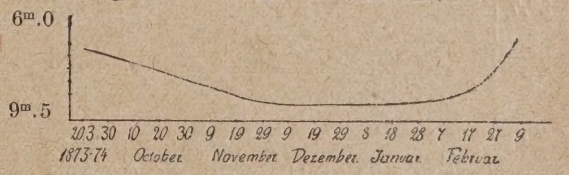


Fig. 5. Minimum von *Mira Ceti*.

reden könnte. Die Amplitude des Lichtwechsels ist groß, das Spektrum scheint in der Gegend von *F* zu liegen, soweit sich das bei der Lichtschwäche dieser Sterne sagen läßt. Neben dem typischen Vertreter ist *SS Cygni* der bekannteste. Eine Reihe von schwach veränderlichen Sternen mit mehr oder weniger regelmäßigem Lichtwechsel und Spektral-Typen von *G* oder *K* bis *N*, wie μ *Cephei*, η *Geminorum*, *R Scuti* werden mit der Einschränkung in eine vierte Klasse gebracht, daß sie möglicherweise später in eine der folgenden versetzt werden können. Wenn der Lichtwechsel bei langer Periode eine große Amplitude hat, nämlich durchschnittlich 4 Größenklassen, jedoch mit einem Spielraum bis zu 8 oder 9, und die einzelnen Maxima oder Minima des sein Licht beständig wechselnden Gestirns sehr verschieden ablaufen, wenn ferner das Spektrum *Md*, gelegentlich auch *Ma*, *Mb*, *Mc* oder *N* ist, so liegt die nach ihrem ältesten bekannten Vertreter *Mira* (*o*) *Ceti* benannte fünfte Klasse vor (vgl. Fig. 4 und 5). Die Zeitpunkte der Maxima und Minima fügen sich keiner gleichmäßig fortschreitenden Zahlenreihe; schon *Argelander* hat versucht, sie durch trigonometrische Reihen auszudrükken. Man denkt an periodische Aufhellung der Atmosphäre eines alternden Gestirns durch die Flutwelle, die ein es umkreisender Planet im Perihel erzeugt, bei den Störungen im Eintritt der Maxima an weitere Planeten. Auch hat man die

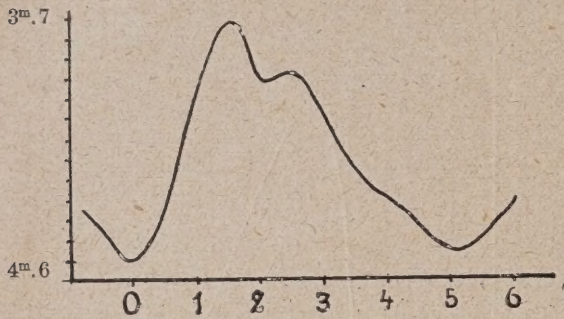


Fig. 6. Lichtkurve von δ *Cephei*.

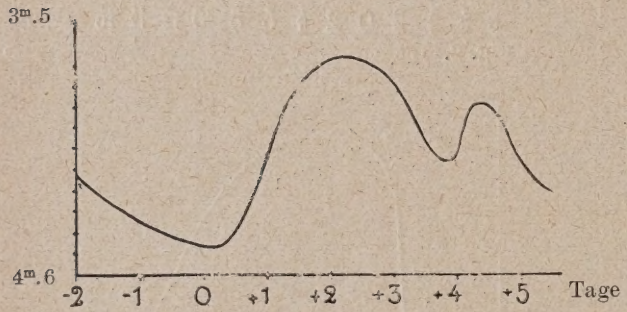


Fig. 7. Lichtkurve von η *Aquilae* (Typus δ *Cephei*).

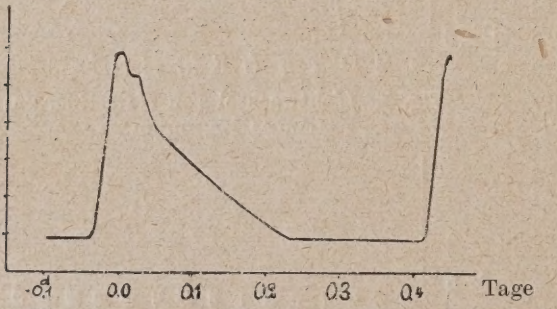


Fig. 8. Lichtkurve von *ST Ophiuchi* (Typus δ *Cephei*).

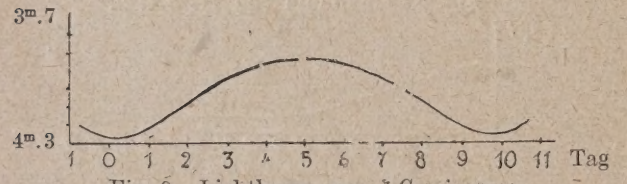


Fig. 9. Lichtkurve von ζ *Geminorum*.

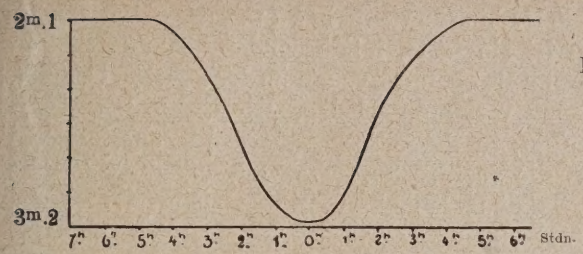


Fig. 10. Lichtkurve des Algol (*β Persei*).
Es ist nur die Gegend um das Minimum wiedergegeben, da das Licht während des Restes der 68h,8 langen Periode nahezu unveränderlich ist.

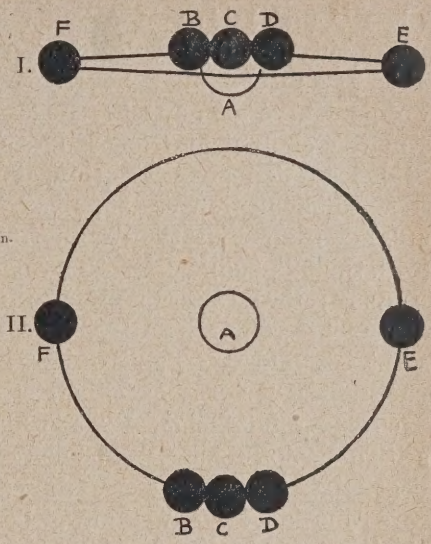


Fig. 11. Das Algol-Paar
I. in seiner Stellung zur Sonne und Erde,
II. in seiner eigenen Bahnebene.

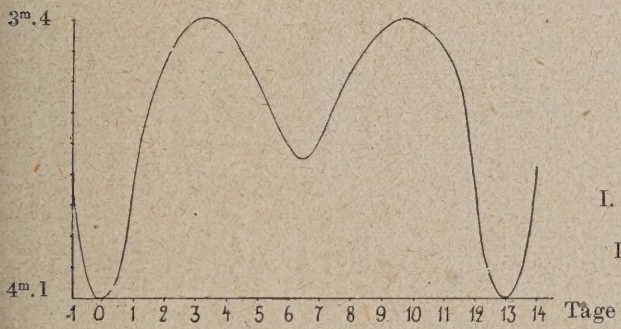


Fig. 12. Lichtkurve von *β Lyrae*.

Rotation eines mit unregelmäßig verteilten Abkühlungsgebieten (Schlackenfeldern) besetzten Sternes um eine nicht mit einer der Hauptachsen der Trägheit zusammenfallende Achse zur Erklärung beigezogen. Die Photographie ergibt noch eine größere Amplitude des Lichtwechsels als die visuelle Beobachtung. — Ist die Periode recht konstant, die Form der Lichtkurve jedoch stark veränderlich, so haben wir es, wie bei *R. Sagittae*, dem typischen Vertreter, mit der sechsten Klasse zu tun, einer Überleitung von der vorigen zur folgenden. Diese, die siebente Klasse, wird nach den an der Spitze ihrer 3 Unterabteilungen stehenden Veränderlichen *δ Cephei*, *ζ Geminorum*, *RR Lyrae* benannt. (Fig. 6—9). Die Periodenlänge schwankt bei der ersten Gruppe zwi-

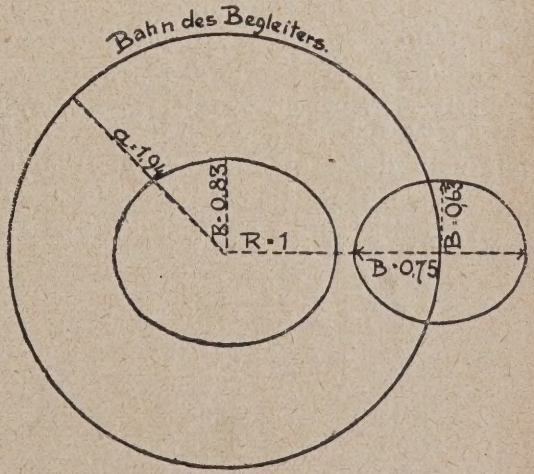


Fig. 13. Das Sternpaar *β Lyrae* in seiner Bahnebene nach *Myers*.

schen 1^d und 1 bis 2 Monaten, mit Anhäufung um $5\frac{1}{2}^d$ (nahezu für δ *Cephei* selber zutreffend); bei der dritten ist sie $< 1^d$, mit besonderer Häufigkeit um $0^d.5$. Das Licht nimmt viel rascher zu als ab, mit Ausnahme der zweiten Gruppe, wo die Kurve als einfacher Bogen zu verlaufen scheint. Die spektralen Eigenschaften sind nicht leicht zu deuten; in theoretischer Hinsicht gehören diese Sterne zu den umstrittensten, da die spektroskopische Untersuchung gewisse Eigentümlichkeiten ergibt, die teils den Gedanken an Bedeckungsvorgänge, teils den an Pulsationen eines einzelnen Gestirnes wahrscheinlich machen. (Vgl. S. 203—205). Die eigentlichen Bedeckungs-Variabeln bilden die achte Klasse; ihre Unterabteilungen sind der Algol-Typus (Fig. 10 und 11), wo das Licht während des größten Teiles der streng eingehaltenen Periode konstant ist, und der Typus β *Lyrae* (Fig. 12 und 13), wo es beständig wechselt nach einer übrigens gleichfalls streng befolgten, wenn schon hier und da selbst wieder veränderlichen Periode und Kurve, und wo der Gedanke an gegenseitige Beeinflussung der beiden einander umkreisenden Himmelskörper naheliegt.

Eine hiervon etwas abweichende Einteilung hat neuestens *Graff (Scheiner-Graff, Astrophysik, 3. Auflage. Leipzig, Teubner 1922, S. 386ff.)*, vgl. auch *Himmelswelt 1922, S. 49-50)* gegeben.

Zur Stufenschätzungs-Methode möchten wir nachtragen, daß sie sich auch auf die photographische Platte anwenden läßt, hier zweckmäßig in der oben (S. 508) angegebenen dezimalen Form. Ein gutes Beispiel, das sich auf die 137 Veränderlichen in dem 900 Sterne umfassenden Kugelhaufen *M 3 (N. G. C. 5272*, vgl. S. 360) bezieht, gibt die Arbeit von *Larink, Astronomische Abhandlungen der Hamburger Sternwarte in Bergedorf, II 6. Hamburg 1922.* Auch hier werden die Veränderlichen an die lichtkonstanten Nachbarsterne angeschlossen. Man kann auch, schärfer arbeitend, die Durchmesser der Sternscheiben oder, bei unbewegtem Fernrohr, die Breite der Strichspuren messen.

Es ist bei Rechnungen über Veränderliche gewöhnlich vorteilhaft, die Zeit rein dezimal zu messen. Die julianische Ära gibt zunächst eine fortlaufende Tageszählung. Es sind am 0. Januar der nachstehend verzeichneten Schaltjahre die angegebenen Tageszahlen der Ära abgelaufen.

1904	2416480^d
08	17941
12	19402
16	20863
20	22324
24	23785
28	25246
32	26707
36	28168
40	29629
44	31090
48	32551

Die Tafel läßt sich leicht fortsetzen, da offenbar immer 1461^d zu addieren sind. Im Jahre 1900 gilt die Zahl 2415019^d ausnahmweise für Jan. -1; für 1896 hat man 2413559^d, und von hier an ist wieder mit 1461^d rückwärts zu rechnen, so daß sich 2412098^d für 1892 ergeben usw. Um nun zu den einzelnen Daten überzugehen, bedienen wir uns der folgenden, dem *Berliner Astronomischen Jahrbuch* entlehnten Tafel.

Jahr	Jan. 0	Febr. 0	März 0	April 0	Mai 0	Juni 0	Juli 0	Aug. 0	Sept. 0	Okt. 0	Nov. 0	Dez. 0
0	0*	31*	60	91	121	152	182	213	244	274	305	335
1	366	397	425	456	486	517	547	578	609	639	670	700
2	731	762	790	821	851	882	912	943	974	1004	1035	1065
3	1096	1127	1155	1186	1216	1247	1277	1308	1339	1369	1400	1430

* In den nicht durch 400 teilbaren Säkularjahren, wie 1900, um 1 zu vergrößern.

Beispiel. Wieviel Tage der Ära waren 1919 Juni 24 abgelaufen? Antwort:

1916 Jan. 0^d	2420863^d
Jahr 3, Juni 0^d	1247^d
24^d	24^d
Summe:	2422134^d

Für die dezimale Teilung des Tages geben wir, da sich der Abdruck einer vollständigen Tafel aus räumlichen Gründen verbietet, einen Ausschnitt aus einer solchen; hiernach kann der Benutzer leicht das Ganze herstellen, auch für gröbere Teilung, also auf 0^d,01.

0^d,400	
	9^{h}36^m,72
401	
	38, 16
402	
	39, 60
403	
	41, 04
404	
	42, 48
405	

Die Tafel läßt auf den ersten Blick erkennen, daß, wenn wir auf die 3. Dezimale des Tages abrunden wollen, z. B. 0^d,403 für alle zwischen 9^{h}39^m,60 und 9^{h}41^m,04 liegenden Werte, also etwa auch für 9^{h}40^m,9 zu setzen ist. Für 1919 Juni 24^{d}9^{h}40^m,9 hätte man also rein dezimal

2422134^d,403

zu setzen. Es versteht sich, daß der Unterschied der Meridiane zu beachten ist; entweder immer nach der Zeit des eigenen Beobachtungsortes rechnen oder immer nach Greenwich.

Es seien nun noch Beispiele für die beim Einhalten der Periode auftretenden Ungleichheiten gegeben. Für β *Lyrae* gibt die *Hartwig*sche Ephemeride als Epoche eines Hauptminimums

$$2398590^d,604\,Gr. + 12^d90801\,E + 0^d,000003946\,E^2.$$

Ein Blick auf die Zahlen (S. 520) zeigt, daß wir mit der kalendarischen Deutung der Ausgangs-Epoche ins vorige Jahrhundert zurückzugehen haben. Es ist

1896 Jan. 0	= 2413559^d	
11. 1461^d	= 16071^d	
1852 Jan. 0	= 2397488^d	
E_0	= 2398590^d,604	
	1102^d,604	
1096 + 6 =	1102 ,000	(S. oben)
1855 Jan. 6^d,604	= 2398590^d,604.	

Da $0{,}604 \cdot 1440^m = 869^m{,}76 = 14^h 29^m{,}76$, so haben wir $E_0 = 1855$ Jan. 6^d $14^h 29^m{,}76$ *Gr.*

Es soll nun ein Hauptminimum zu Anfang 1923 berechnet werden. Wir haben nach den Tafeln

1920 Jan. 0^d	$= 2422324^d$ jul.
Für 3 Jahre	1096 „
1923 Jan. 0^d	$= 2423420$ jul.
E_0	$= 2398590^d{,}604$ jul.
	24829,396.

Wieviel mal hat sich in dieser Zeit der Lichtwechsel vollzogen? Die Periode ist gleich $12^d{,}90801$; es ist

$$24829{,}396 : 12{,}9 = 1924{,}8.$$

Wir dürfen nur 1924 nehmen; und da der genauere Wert des Produktes $12{,}90801 \times 1924$ gleich 24835,01124, kommt in erster Näherung das Minimum auf Januar 5,615. Es ist aber noch das quadratische Glied $+ 0^d{,}000003946\, E^2$ zu berücksichtigen, welches eine fortschreitende Verspätung der Epochen bedeutet, wobei in unserem Falle $E = 1924$. Wir haben

$2\,log\ 1924$	$= 6{,}56\ 842$
$log\ 0{,}000003946$	$= 4{,}59\ 616 - 10$
$log\ 14{,}608$	$= 1{,}16\ 458$

Daß das kleine Zusatzglied so viel ausmachen könne, hat wohl nicht jeder vermutet. Da

Jan.	$5^d{,}615$
$+$	$14^d{,}608$
$=$ Jan.	$20^d{,}223$,

so fällt auf diesen Zeitpunkt E_{1924}. Zählt man die dreifache Periode ab, so erhält man 1922 Dez. $51^d{,}223 - 38^d{,}724 = 12^d{,}499$, der unten in der Tafel (S. 525, Nr. 89) angegebenen Zahl nahe kommend. Für E_{1921} hat übrigens das Zusatzglied nur den Wert 14,562; man erhält also Dez. $12^d{,}453$.

Formeln wie die für β *Lyrae* benutzte gelten ihrer Natur nach, etwa gleich der für die Präzession (S. 64, Beispiel 36) gegebenen, immer nur für eine beschränkte Zeit. Für einige Veränderliche hat man die Zeitpunkte der Hauptphasen durch periodische Glieder darzustellen versucht; so wird (a. a. O.) für η *Aquilae* mitgeteilt:

$$E_{max} = 2396168^d{,}732 + 7^d{,}176382\, E + 0^d{,}14\, sin\ (0^0{,}044\, E + 304^0).$$

An welchem julianischen Datum ist hiernach E_{1000} eingetreten? Es ist

$0^0{,}044 \cdot 1000$	$= 44^0$; $44^0 + 304^0 = 348^0$	E_0	$= 2396168^d{,}732$
$log\ 0{,}14$	$= 9{,}14\ 613 - 10$	$1000\, p$	$= 7176^d{,}382$
$log\ sin\ 348^0$	$= 9{,}31\ 788 - 10$ n	*Per. Gl.*	$= - 0^d{,}029$
$log\ (-0{,}0291)$	$= 8{,}46\ 401$ n	E_{1000}	$= 2403345^d{,}085$

Hat man eine größere Reihe von beobachteten Maximis oder Minimis ausgeglichen, und zeigen die übrigbleibenden Abweichungen einen Gang, d. h. ein bestimmbares Gesetz, so kann man selbst versuchen, sie entweder durch ein quadratisches oder durch ein periodisches Glied darzustellen. Bei manchen Veränderlichen wird die Sache verwickelter; es wird ein kubisches Glied hinzugenommen, oder auch ein von dem *Sinus* eines anderen Winkels abhängiges usw. Ein großes mathematisches Wissen gehört nicht einmal zur Aufstellung solcher empirischer Verbesserungen, nur etwas Scharfblick und eine gewisse Ausdauer im Rechnen.

Für die Berechnung der Beobachtungen veränderlicher Sterne genauere Vorschriften zu geben, würde über den Rahmen dieses Buches zu weit hinausgehen. Es müßte da vor allem das Thema der Extinktion behandelt werden, d. h. der Schwächung des Sternlichtes in der Atmosphäre, einer Schwächung, die nicht nur nach dem Abstande vom Zenit, sondern manchmal auch nach dem Azimute und daneben nach Wetter und Klima verschieden ausfällt, also jedenfalls gewöhnlich den Vergleichstern anders treffen wird als den Veränderlichen selbst. Wer die an mehreren Stellen zu findenden Tafeln, die die Extinktion einfach als Funktion des Zenitabstandes geben, ohne weiteres als für ihn gültig ansehen und benutzen wollte, würde nicht immer eine wesentliche Verfeinerung der Rohstoffes der Beobachtungen erzielen. Bezüglich genauerer Angaben über diesen sehr schwierigen Gegenstand sei auf das *Hagen*sche Werk (vgl. oben S. 506) verwiesen.

Die nachstehende Tafel wird am Schlusse dieses Kapitels erklärt werden.

Verzeichnis hellerer veränderlicher Sterne.

Nr.	Name	Ort für 1900,0	H.	Max.	Min.	Max. (1922)Min.	Periode	Anmerkunge
1	*T Ceti*	$0^h 16^m.7$ $-20°37'$	—	5.4	6.9?	VI 3; XI 12	162?	
2	*R Andromedae*	0 18 .8 $+38$ 1	69	5,6	14,0	III 11	411	
3 *	*B Cassiopeiae*	0 19 .2 $+63$ 36	—	>1	12?			Nova 1572. (Tych. Nov.
4	*α* „	0 34 .8 $+55$ 59	45	2.1	2.6		irreg.	
5 *	*S Andromedae*	0 37 .2 $+40$ 43	87*	6	<16			Nova 1885. Im gr. Andr.-Nebel
6	*RU Cassiopeiae*	1 5 .3 $+64$ 29	76	5.7	5.9			Veränderl.?
7	*δ* „	1 19 .3 $+59$ 43	83	3.0	3.1		759	Algol-Stern
8	*α Ursae min.*	1 22 .6 $+88$ 46	1	2,3	2.4	1910 XI 9.936	3.9681	Typ. ζ Gemi
9	*RR Arietis*	1 50 .3 $+23$ 5	7	5.9	6.5	II 21?	70?	irreg.?
10	*o Ceti*	2 14 .3 -3 26	104	2,0	9.6	V 13	331	
11	*R Trianguli*	2 31 .0 $+33$ 50	—	5,3	12.0	I 23, X 16	265*	
12	*RZ Cassiopeiae*	2 39 .9 $+69$ 13	119	6.4	7.7	(XII 0^d.04)	1.19525	(Alg.-Stern)
13	*SU* „	2 43 .0 $+68$ 28	121	5.9	6.3	1906 III 17^d.30	1.9498	
14	*Z Eridani*	2 43 .1 -12 53	—	6.4	7.7		unbek.	
15	*ϱ Persei*	2 58 .8 $+38$ 27	52	3.3	4.1		unbek.	
16	*β* „	3 1 .7 $+40$ 34	57	2.3	3.5	(XII 2^d.096)	2.86731	Algol, v. S. 51
17 *	II „	3 24 .4 $+43$ 34	—	0.0	12			Nova 1901.
18	*S Fornacis*	3 41 .9 -24 42	—	5.6	8.9		unbek.	Veränderl.?
19	*X Persei*	3 49 .1 $+30$ 45	106	6.2	6.9		irreg.	
20	*λ Tauri*	3 55 .1 $+12$ 12	52	3.8	4.2	(XII 3^d.371)	3.95294	Algol-Typus
21	*ε Aurigae*	4 54 .8 $+43$ 40	13	3.3	4.1	1902 IV 0	9905	„ „
22	*R Leporis*	4 55 .0 -14 57	1	6.0	10.4	Sept. 19?? +	436	
23	*W Orionis*	5 0 .2 $+1$ 2	—	5.9	7.7			Per. elfjähr
24	*R Aurigae*	5 9 .2 $+53$ 28	26	6.5	13.3	XI 25	456*	
25 *	*T* „	5 25 .6 $+30$ 22	—	5	14			Nova 1892.
26	*VV Orionis*	5 28 .4 -1 14	—	5.2*	5.6*	(XII 0^d.817)	1.4854	Algol-Typu
27	*α* „	5 49 .8 $+7$ 23	98	0.5	1.1		irreg.	
28	*U* „	5 49 .9 $+20$ 10	—	5.8	12.1	IX 20	374	
29	*β Aurigae*	5 52. 2 $+44$ 56	79	2.3	2.4	(XII 1^d.312)	3.96008	Alg.-Typ. Da. zu Neb.-Min.
30	*S Leporis*	6 1 .6 -24 11	—	6.5	8.0		irreg.	
31	*η Geminorum*	6 8 .8 $+22$ 32	4	3.3	4.2	(VII 25)	232	
32	*BL Orionis*	6 19 .8 $+14$ 47	—	4.7	6.6		unbek.	
33	*T Monocerotis*	6 19 .8 $+7$ 8	—	6.0	6.8	1886 IV 14^d.200	27.0122	Blinkstern
34	*RT Aurigae*	6 22 .1 $+30$ 33	110	5.0	5.9	1905 XI 23^d.3	3.7282	Blinkstern
35	*WW* „	6 25 .9 $+32$ 32	112	6.0	6.5	(XII 1^d.883)	1.26252	Algol-Typu
36	*W Geminorum*	6 29 .2 $+15$ 24	—	6.4	7.7	1895 III 13^d.34	7.91603	Blinkstern
37	*UU Aurigae*	6 29 .7 $+38$ 32	114	6.2	6.7		unbek.	
38 *	II *Geminorum*	6 48 .4 $+32$ 16	—	3.7	11			Nova 1912.
39	*R Lyncis*	6 53 .0 $+55$ 28	—	6.5	14.0	VI 21	379*	
40	*ζ Geminorum*	6 58 .2 $+20$ 43	43	3.7	4.1	1888 I 3^d.60	10.15382	Eigen. Typu vgl. S. 519.

Nr.	Name	Ort für 1900,0	H.	Max.	Min.	Max. (1922)Min.	Periode	Anmerkungen
41	*R Canis maj.*	$7^h 14^m.9$ $-16°12'$	—	5.8	6.4	(XII 0^d.271)	1.13595	Algol-Typus
42	* *Monocerotis*	7 21 .9 — 6 28	—	5.4*				Nova 1918.
43	*U* „	7 26 .0 — 9 34	—	5.7	7.2	1883 III 2.0	46.13	
44	*R Canceri*	8 11 .1 + 12 2	21	6.5	11.0	III 21	360	
45	*X* „	8 49 .8 + 17 37	—	6.1	7.5		irreg.	
46	*RS* „	9 4 .6 + 31 23	86	5.4	6.6		unbek.	
47	*S Antliae*	9 27 .9 — 28 11	—	6.3	7.3	1888 IV 13^d.5248	0.324169	
48	*R Leonis*	9 42 .2 + 11 54	30	5.0	10.2	X 24	313	
49	*Y Hydrae*	9 46 .4 — 22 33	—	6.5	8.0		irreg.	
50	*SY Ursae maj.*	9 49 .2 + 50 18	70	5.2	6.3	VI 12	257	
51	*U* „	10 8 .2 + 60 31	77	6	6.5		irreg.	
52	*U Hydrae*	10 32 .6 — 12 52	104	4.8	5.6		irreg.	
53	*R Ursae maj.*	10 37 .6 + 69 18	102	5.9	13.1	VII 26	301	
54	*R Corvi*	12 14 .4 — 18 42	—	5.9	12.5	V 30? +	319	
55	*T Ursae maj.*	12 31 .8 + 60 2	197	5.5	12.7	IX 12	257*	
56	*R Virginis*	12 33 .4 + 7 32	43	6.2	11.1	I 14; VI 9; XI 1	145*	
57	*Y Canum ven.*	12 40 .4 + 45 59	26	4.8	6.0		unbek.	
58	*RY Draconis*	12 52 .5 + 66 32	—	6.1	7.1		irreg.	
59	*R Hydrae*	13 24 .2 — 22 46	139	3.5	10.1	XII 22	403*	
60	*S Virginis*	13 27 .8 — 6 41	111	6.2	12.5	II 26	377*	
61	*V Bootis*	14 25 .7 + 39 18	—	6.4	11.3	III 29; XII 11	257	
62	*R* „	14 32 .8 + 27 10	—	5.9	12.2	VII 31	223	
63	*δ Librae*	14 55 .6 — 8 7	20	5.0	5.9	(XII 0^d.979)	2.32735	Algol-Typus
64	*S Coronae*	15 17 .3 + 31 44	2	6.1	13.4	I 17	362	
65	*R* „	15 44 .5 + 28 28	16	5.8	< 13.8		irreg.	
66	*R Serpentis*	15 46 .1 + 15 26	41	5.8	< 13.0	III 23	357*	
67	* *T Coronae*	15 55 .3 + 26 12	—	2.0	9.4			Nova 1866.
68	*X Herculis*	15 59 .6 + 47 31	9	5.8	7.2		irreg.?	
69	*g* „	16 25 .4 + 42 6	34	4.7	5.5		unbek.	
70	*R Draconis*	16 32 .4 + 66 58	—	6.4	13.0	IV 21; XII 22	245	
71	*S Herculis*	16 47 .3 + 15 7	69	5.9	13.1	X 16	305*	
72	* II *Ophiuchi*	16 53 .9 — 12 44	—	5.5	12.6			Nova 1848.
73	*R* „	17 2 .0 — 15 58	—	6.0	13.6	I 31; XI 29	302	
74	*a Herculis*	17 10 .1 + 14 30	103	3.1	3.9		irreg.	
75	*U Ophiuchi*	17 11 .5 + 1 19	41	6.0	6.8	(XII 0^d.179)	1.67735	Algol-Typus
76	*u Herculis*	17 13 .6 + 33 12	108	4.8	5.3	(XII 1^d.925)	2.05102	Typ. βLyrae
77	*VW Draconis*	17 15 .3 + 60 17	102	6.4	7.0		irreg.?	
78	* I *Ophiuchi*	17 24 .6 — 21 24	—	> 1	9.0			Nova 1604.
79	*X Sagittarii*	17 41 .3 — 27 48	1	4.4	5.0	1866 IX 9^d.389	7.01188	Blinkstern
80	*Y Ophiuchi*	17 47 .3 — 6 7	—	6.2	7.0	1882 IX 5^d.25	17.1207	Blinkstern
81	*W Sagittarii*	17 58 .6 — 29 35	8	4.3	5.1	1866 IX 4^d.45	7.5946	
82	*o Herculis*	18 3 .6 + 28 45	27	4.1	4.4			Typ. βLyrae?
83	*Y Sagittarii*	18 15 .5 — 18 54	—	5.8	6.6	1886 IX 25^d.10	5.7734	Blinkstern
84	*d Serpentis*	18 22 .1 + 0 8	76	4.9	5.6		irreg.	
85	*X Ophiuchi*	18 33 .6 + 8 45	—	6.5	9.5	IV 8	335	
86	*R Scuti*	18 42 .1 — 5 49	10	4.5	9		unbek.	
87	*III *Aquilae*	18 43 .8 + 0 28	—	— 0.2				Nova 1918.
88	*S Scuti*	18 44 .9 — 8 1	—	6.4	7.3?	1902 VIII 17	23	
89	*β Lyrae*	18 46 .4 + 33 15	28	3.4	4.1	(XII 12^d.449)	12.90801	Eig. Typus. Vgl. S. 520.
90	* „	18 49 .5 + 29 4	—	6.5	8.5			Nova 1919.
91	*R* „	18 52 .3 + 43 49	37	4.2	5.1		irreg.?	
92	* I *Sagittarii*	18 56 .2 — 13 18	—	4.7	< 14			Nova 1899.

Nr.		Name	Ort für 1900,0		H.	Max.	Min.	Max. (1922) Min.	Periode	Anmerkungen
93	*	II *Aquilae*	18 56 .8	− 4 35	—	6.5*	<17*			Nova 1905.
94		*R* „	19 1 .6	+ 8 5	—	6.2	11.2	VII 29	319*	
95		*U* „	19 24 .0	− 7 15	46	6.2	6.9	1886 IX 20.325	7.02387	Blinkstern
96		*UX Draconis*	19 25 .1	+ 76 22	—	6.1	7		unbek.	
97	*	I *Sagittae*	19 28 .3	+ 17 32	—	6	<15			Nova 1783.
98		*R Cygni*	19 34 .1	+ 49 58	—	5.9	13.8	V 3	426	
99	*	*Vulpeculae*	19 43 .5	+ 27 4	—	3	?			Nova 1670.
100		*χ Cygni*	19 46 .7	+ 32 40	35	4.2	13.2	X 13	405*	
101		*η Aquilae*	19 47 .4	+ 0 45	83	3.7	4.3	1848 V 20^{1}.732	7.176382	Blinkstern, [vgl. S. 522.*
102		*S Sagittae*	19 51 .5	+ 16 22	9	5.4	6.1	1885 XI 17.324	8.381613	
103	*	III *Cygni*	19 55 .9	+ 53 21	—	1.5				Nova 1920.
105		*RT Capricorni*	20 11 .3	− 21 38	—	6.4	9		unbek.	
106	*	*P Cygni*	20 14 .1	+ 37 43	78	3.5	6			Nova 1600.
107		*U Cygni*	20 16 .5	+ 47 35	—	6.1	11.8	VI 29	471	
104		*R Cephei*	19 59 .0	+ 88 50	—	5	10			Veränderl.?
108		*X Cygni*	20 39 .5	+ 35 14	115	6.2	7.4	1886 X 10^{1}.678	16.38543	
109		*U Delphini*	20 40 .9	+ 17 44	20	6.4	7.5		irreg.?	
110		*T Vulpeculae*	20 47 .2	+ 27 52	54	5.5	6.4	1885 XI 3^{d}.079	4.435521	
111		*T Cephei*	21 8 .2	+ 68 5	—	5.2	10.8	V 2	387	
112		*W Cygni*	21 32 .2	+ 44 56	—	5.4	7.0	II 21; VII 2; V 9	131	
113	*	*Q* „	21 37 .8	+ 42 23	—	3	14.8			Nova 1876.
114		*μ Cephei*	21 40 .4	+ 58 19	43	4.0	4.8		irreg.	
115		*δ* „	22 25 .4	+ 57 54	84	3.6	4.3	1841 VII 7^{d}.856	5.366386	Blinkstern, vgl. S. 519.
116	*	*Lacertae*	22 31 .8	+ 52 12	—	5.0*	14			Nova 1910.
117		*β Pegasi*	22 58 .9	+ 27 32	111	2.2	2.7		irreg.	
118		*R Aquarii*	23 38 .7	− 15 50	139	6.0	10.8	I 9	387	
119		*ϱ Cassiopeiae*	23 49 .4	+ 56 57	16	4.4	5.1		unbek.	
120		*V Cephei*	23 51 .7	+ 82 38	125	6.2	7.0	X 22	362	
121		*R Cassiopeiae*	23 53 .3	+ 50 50	18	4.8	13.2	XI 30? +	432*	
122		*W Ceti*	23 57 .0	− 15 14	—	6.5	<12	V 30	355	

Erläuterungen.

Das Verzeichnis ist, unter Hinzuziehung anderer Quellen, aus der von *E. Hartwig* für 1922 in der *Vierteljahrsschrift der Astronomischen Gesellschaft, 56. Jahrgang*, aufgestellten Ephemeride gezogen; doch sind die Örter nicht wie dort für 1855.0 oder bei den südlichsten Sternen für 1875.0, sondern allgemein für 1900.0 angegeben, wobei das große Handbuch der *A. G.* (vgl. Seite 505) zugezogen wurde, das dieselbe Lage des Gradnetzes voraussetzt. Aufgenommen wurden alle Sterne nördlich von − 30° Decl., die nach jener Ephemeride im Maximum des Lichtes wenigstens die Größe 6.5 erreichen, also für schärfste unbewaffnete Augen sichtbar sind und sich jedenfalls mit Handgläsern gut beobachten lassen. Zahlreiche von diesen Sternen wird man auch mit einem Atlas, der auf eine andere Epoche bezogen ist, wohl auffinden können, nötigenfalls mit Hilfe der Präzessionstafeln. Um besonders den Besitzern des *Atlas coelestis novus* von *Heis* (vgl. S. 22, 27) die Benutzung zu erleichtern, geben wir unter *H.* die Nummer in dem dazu gehörigen Sternverzeichnisse; so ist *R Andromedae* der 69. Stern dieses Bildes bei *Heis*. Besonders wenn, wie bei *RU Cassiopeiae*, die Veränderlichkeit erst neuerdings entdeckt wurde, wird diese Angabe willkommen sein. Bei Sternen wie *T Ceti*, die bei *Heis* fehlen, ist anzunehmen, daß sie, als er deren Nachbarschaft durchmusterte, gerade in einer schwächeren Phase standen. Übrigens gibt er selbst an, daß auch nicht alle im Maximum die angegebene Größe (bei ihm 6.7 ge-

nannt) erreichenden Veränderlichen wirklich von ihm beobachtet worden seien. (*Catalogus stellarum, p. VII*).

Der Stern *β Pegasi* ist, obgleich bei *Hartwig* fehlend, von uns aufgenommen, da seine Veränderlichkeit sicherlich so groß ist wie die von *α Orionis*.

Unter *Max.* und *Min.* sind die erfahrungsgemäßen Grenzen der Helligkeit nach *Hartwig* in den üblichen Größenklassen mitgeteilt. Wenn der Stern im Jahre 1922 ein Maximum oder ihrer mehrere erreichte, steht dessen Zeit in der folgenden Spalte angegeben; *R Trianguli* z. B. war 1922 Jan. 23^d und Okt. 16^d im größten Lichte. Die in Tagen angegebene Periode ist in diesem Falle noch unsicher, worauf der * hinweist. In Fällen, wo der Lichtwechsel noch nicht genauer bekannt oder sehr unregelmäßig ist, wird *unbek.* oder *irreg.* an Stelle der Periode gesetzt. Die neuen Sterne sind durch einen * vor dem Namen besonders hervorgehoben; die letzte Spalte gibt das Jahr ihres Aufleuchtens. *Q Cygni* ist = *Nova II Cygni*.

Ist die Periode kleiner als 80^d, so wird nicht eines der in das Jahr 1922 fallenden Maxima angegeben, sondern ein älteres, aber schärfer bestimmtes; so bei dem äußerst schwach veränderlichen Stern *α Ursae min.* Bei den Typen, die nach *Algol* und *β Lyrae* benannt sind, wird nicht das Maximum, sondern in Klammern das Minimum, im 2. Falle das Hauptminimum verzeichnet.

Mit einem * versehene Helligkeiten sind photographische.

J. Plassmann.

Geophysik.

Als kosmische Physik muß man diejenige Lehre bezeichnen, welche die physikalischen Vorgänge im Kosmos behandelt, d. h. im Universum, sofern man dieses als ein von einheitlichen Kräften beherrschtes organisches Ganzes auffaßt, und als Geophysik (Sonderfall der Astrophysik) die Lehre von den physikalischen Vorgängen auf der Erde. Die Einräumung eines eigenen Kapitels für dieses Wissensgebiet ist selbstverständlich. Bei dem eng bemessenen Raum erscheint es aber von vornherein unmöglich, auch nur angenähert sämtliche in Frage kommenden Phänomene bzw. die sich daran knüpfenden Aufgaben zu erwähnen, geschweige denn zu erörtern. Und wenn es auch im Rahmen des Ganzen als angezeigt erscheinen mußte, die Besprechung der Erscheinungen der festen und flüssigen Teile der Erde ganz kurz zu gestalten oder gar völlig auszulassen, d. h. in allererster Linie die sich in der Atmosphäre abspielenden oder mit atmosphärischen Vorgängen im Zusammenhang stehenden Vorgänge ins Auge zu fassen, so wird es trotz dieser Beschränkung nötig, vor allem nur diejenigen Phänomene etwas eingehender zu behandeln, die, wie die Luftelektrizität, die Radioaktivität, das Polarlicht und die gerade neuerdings mehr und mehr in ihrer Bedeutung für die ganze kosmische Physik erkannten Erscheinungen der Sonnen- und Himmelsstrahlung, ein besonders starkes Interesse der denkenden Menschheit beanspruchen. Allgemein sollen, der ganzen Tendenz des Buches entsprechend, etwa in Frage kommende Wechselbeziehungen zu Vorgängen in entfernteren Räumen des Weltalls besonders berücksichtigt werden. Obgleich nun die vielfach als gewöhnliche meteorologische Erscheinungen bezeichneten Phänomene selbstverständlich in innigstem Zusammenhang mit der gewöhnlichen Sonnenstrahlung stehen, können trotz der raschen Entwickelung, welche die Meteorologie in einigen Zweigen (Aerologie, dynamische Meteorologie) aufweist, nur die wichtigsten Erscheinungen und Zusammenhänge in gedrängtester Kürze behandelt und höchstens kürzeste Andeutungen hinsichtlich der nötigen Apparatur gegeben werden.

Was die Literatur betrifft, so soll vor allem auf zusammenfassende, vielfach Literaturangaben enthaltende kürzere oder längere Darstellungen in der Form von Artikeln, Lehr-, Hand- oder sonstigen Büchern hingewiesen werden, auf Einzelarbeiten nur dann, wenn sie besonders wichtig erscheinen, oder wenn sie voraussichtlich in leicht zugänglichen zusammenfassenden Berichten noch nicht angegeben werden konnten. Wer sich eingehender über dieses oder jenes Gebiet der Geophysik unterrichten will, sei in erster Linie auf das

unten[1]) erwähnte Buch und auf das in überwiegender Weise die Geophysik behandelnde *Lehrbuch der kosm. Physik von Arrhenius* (*Leipzig, Hirzel, 1903*) verwiesen. Diese Bücher ergänzen sich vielfach gegenseitig, indem *Trabert* nach seinen eigenen Worten den Schwerpunkt auf die Darstellung der inneren physikalischen Zusammenhänge bei den Zustandsänderungen im Kosmos legt, wogegen *Arrhenius*, der durch eigene glänzende Perspektiven und Theorien äußerst befruchtend auf den Fortschritt der kosmischen Physik gewirkt hat, sich die Aufgabe stellte, mit möglichster Berücksichtigung eines gewaltig angeschwollenen Tatsachenmaterials eine Darstellung der verschiedenen modernen Ansichten zu geben. Zum Quellenstudium kann *S. Günther, Handbuch der Geophysik, 2 Bde. Stuttgart, Enke 1897—99*, wärmstens empfohlen werden, welches mit Anstrebung möglichster Korrektheit eingehend ein reichhaltiges Material, physikalische und mathematische Geographie, die Lehre von der Atmosphäre, allgemeine Klimatologie, Ozeanographie, ozeanische Physik, die Lehre vom Festland mit seiner Süßwasserbedeckung etc. behandelt und eine wahre Fülle von Literaturnachweisen liefert.

Von Zeitschriften und Lehrbüchern nennen wir: *Die Naturwissenschaften* (*Braunschweig, Vieweg*), zusammenfassende Berichte über Neuerscheinungen auf allen Gebieten; *Gerlands Beitr. z. Geophys.; Die Himmelswelt* (bis 1919: *Mitteilungen der Vereinigung von Freunden der Astronomie und kosmischen Physik*). Physikalische Zeitschriften: *Physikalische Zeitschrift*, hin u. wieder wertvolle Artikel auf diesem Gebiete; *Jahrbuch der Radioaktivität und Elektronik*, das wertvolle Arbeiten über luftelektr. Probleme, die durchdringende Strahlung, Polarlichter usw. bringt, sowie *Terrestrial Magnetism and Electricity*. Ferner die *Meteorologische Zeitschrift*, außer rein Meteorologischem vielfach wertvolle Artikel über sonstige Erscheinungen der Atmosphäre bringend; die *Beiträge zur Physik der freien Atmosphäre*, welche die verschiedensten Gebiete der Aerologie behandeln, und das eine mehr populäre Darstellung anstrebende *Wetter*.

Im Hinblick auf die Bedeutung, welche die vielfach Probleme der Astrophysik berührenden Fragen der atmosphärischen Optik gerade in den letzten Jahren erlangt haben, sollen diese zuerst in einem besonderen Abschnitt behandelt werden, wobei das Hauptgewicht auf die atmosphärischen Polarisations-Erscheinungen und die damit verwandten Phänomene gelegt werden muß.

I. Die atmosphärisch-optischen Erscheinungen mit besonderer Berücksichtigung der atmosphärischen Polarisation und damit verwandter Phänomene.

Beobachtungen der atmosphärischen Polarisation.

Die schon vielfach vermutete innige Beziehung zwischen dem Phänomen der blauen Himmelsfarbe und dem der atmosphärischen Polarisation

[1]) Siehe *W. Trabert, Lehrbuch der Kosmischen Physik, Leipzig und Berlin, Teubner, 1910*, in welcher von der Geophysik ein sehr breiter Raum eingenommen wird.

Anmerkung bei der Korrektur: Da das Manuskript für den vorstehenden Beitrag schon vor gut einem Jahre abgeliefert wurde und infolge unglücklicher Zeitverhältnisse mir nur kurze Zeit vorm Satz zugänglich war, konnten höchstens die allerwichtigsten Neuerscheinungen der letzten Zeit berücksichtigt werden.

gewann erheblich an Wahrscheinlichkeit durch die *Tyndall*schen Untersuchungen über die chemische Einwirkung des Lichtes auf gewisse farblose, flüchtige Substanzen, nachdem schon vorher die *Brücke*schen Arbeiten über die optischen Erscheinungen alkoholischer Mastix-Emulsionen es wahrscheinlich gemacht hatten, daß die Sättigung des seitlich ausgestrahlten blauen Lichtes wesentlich von der Feinheit der Partikelchen des trüben Mediums abhängt. Anderseits ist zu beachten, daß die Entschleierung der genaueren Beziehungen zwischen den zeitlichen und örtlichen (Lage am Himmel) Schwankungen der blauen Farbe und der Polarisationsgröße auch heute noch der Lösung harrt. Auf *Stokes*scher Grundlage gab dann *Strutt*, der spätere *Lord Rayleigh*, eine Theorie der Lichtdiffusion an Teilchen, deren Durchmesser der Größenordnung nach klein gegenüber der kleinsten Wellenlänge des auffallenden Lichtes sind, welche gleichzeitig die blaue Farbe und die Polarisation des vom trüben Medium seitlich ausgestrahlten Lichtes erklärte[1]). Schon eine einfache Dimensionsbetrachtung ergab, daß die Amplitude des zerstreuten Lichtes umgekehrt proportional dem Quadrate der Wellenlänge, also die mit dem Quadrate der Amplitude zunehmende Intensität desselben umgekehrt proportional der 4. Potenz der Wellenlänge ist. Hieraus ist ohne weiteres das Übergewicht der blauen Strahlen über die langen Wellen zu verstehen. Die für eine bestimmte Beobachtungsrichtung vorhandene Polarisations-Größe findet man, wenn man den auffallenden Lichtstrahl in zwei zueinander senkrecht stehende Komponenten zerlegt, von denen die eine senkrecht zu der durch Visierrichtung und Lichtstrahl gelegten Ebene steht und voll zur Wirkung gelangt, während die andere, in jener Ebene liegende, mit einem der Beobachtungsrichtung entsprechenden Betrage wirkt. Mit einem *Nicol*schen Prisma, oder noch besser mit einem auf dem Prinzip der chromatischen Polarisation beruhenden *Savart*schen Polariskop[2]) sieht man leicht, daß das Licht des heiteren Himmels im allgemeinen mehr oder weniger stark teilweise polarisiert ist. Ausnahmen liegen in den neutralen Punkten von *Babinet*, *Arago* und *Brewster* vor, von denen erstere auf nebenstehender, den Sonnen-Vertikal darstellender Fig. 1 etwa 17° bzw. 18° über Sonne bzw. Gegensonne zu sehen sind, wogegen der vielfach schwer auffindbare, innerhalb des Sonnenvertikals unterhalb der Sonne liegende *Brewster*sche Punkt überhaupt nur in die Erscheinung treten kann, wenn die Sonne mindestens 10 bis 11° überm Horizont steht. Beachtenswert für die Theorie ist, daß das Polarisations-Maximum jedenfalls sehr nahe um 90° von der Sonne entfernt ist, und daß es bei Horizontstellung der Sonne

[1]) Eingehende Besprechungen der grundlegenden sowie der weiteren wichtigen Untersuchungen über die Erscheinungen der Himmelspolarisation und die sonstigen eng damit verknüpften Phänomene der Atmosphäre als eines trüben Mediums (vor allem die spektrale Helligkeitsverteilung der Atmosphäre, Schwächung der Sonnenstrahlung) finden sich in *Fr. Busch und Chr. Jensen, Tatsachen und Theorien der atmosphärischen Polarisation etc., Jahrb. d. Hamb. Wiss. Anstalten, XXVIII, 1910 (Hamb. 1911, Kommissionsverlag von L. Gräfe und Sillem).* — Eine Anzahl von Exemplaren übergegangen in *F. Dümmlers Verlag.* — S. auch *Pernter-Exners Meteorologische Optik, Wien und Leipzig bei W. Braumüller, 1902—1907.*

[2]) *O. Knopf, Das Savartsche Polariskop, Mitteilgn. d. V. A. P. 1917, S. 87—97.* Erläutert gut die Wirkungsweise der Vorrichtung.

im Zenit größer als im Horizont ist. Wenn nun auch die ursprüngliche, auf dem Boden der elastischen Lichttheorie aufgebaute Lehre von der atmosphärischen Polarisation schon längst in die elektromagnetische Lichttheorie übersetzt ist, so wollen wir doch im Interesse einer größeren Anschaulichkeit von der elastischen Theorie ausgehen, und zwar soll für alles Folgende die Annahme zugrunde gelegt werden, daß bei einem linear polarisierten Strahl die Ätherschwingungen senkrecht zur Polarisationsebene erfolgen. Dies bedeutet, daß innerhalb des Sonnen-Vertikals zwischen den bezeichneten neutralen Punkten, jenseits welcher eine plötzliche Drehung der Polarisations-Ebene um 90° stattfindet, die Hauptschwingungen horizontal verlaufen, dagegen jenseits derselben vertikal. Man spricht im ersteren Fall von einer positiven, im letzteren von einer negativen Polarisation.

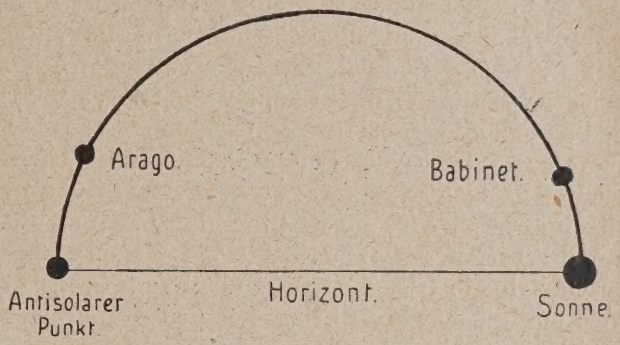


Fig. 1. Der Sonnenvertikal mit den zwei nach Arago und Babinet benannten neutralen Punkten.

Wesentlich ist, daß im Gegensatz zur Spiegel-Reflexion die Diffusion an winzigsten Teilchen unabhängig von der Ausbreitungsrichtung der einfallenden Ätherwelle ist, vielmehr allein abhängig von der Richtung und Amplitude der Schwingungen. Bereits 1852 hat *Stokes* betont, daß unter der Voraussetzung, daß der Durchmesser der Teilchen, verglichen mit der Wellenlänge des Lichtes, klein ist, die Schwingungen im reflektierten zu denen im einfallenden Strahl nicht senkrecht stehen können. Man darf eben in solchem Falle von einer Reflexion im gewöhnlichen Sinne nicht sprechen und darf sich nicht, wie es verschiedentlich geschehen zu sein scheint, eine Reflexion an Luftmolekeln gemäß den *Fresnel*schen Formeln vorstellen. In einer i. J. 1899 erschienenen Arbeit, deren wesentlicher Zweck war, die Schwächung eines primären Lichtbündels durch ein kleine Partikeln enthaltendes Medium in ihrer Abhängigkeit von Zahl und Größe der lichtzerstreuenden Teilchen zu prüfen, stellte *Strutt* die Hypothese auf, daß die Luftmolekeln selber die Ursache für die blaue Färbung des Himmels sind. Bedeutet I_0 die Intensität des einfallenden Lichtes, so wird nach seiner Berechnung die Intensität I, nachdem der Strahl die homogene Atmosphäre von der Höhe x durchsetzt hat, gleich $I_0 . e^{-hx}$, worin $h = \frac{32\pi^3(\mu-1)^2}{3n\lambda^4}$ ist. Hierin bedeutet μ den Brechungsindex der zerstreuenden Teilchen, n ihre Zahl im Kubikzentimeter und λ die Wellenlänge des einfallenden Lichtes in Centimetern. Über die sich an diese Überlegungen knüpfenden Bemühungen *Lord Kelvins*, aus den von *Q. Majorana* auf dem Ätna und von *G. Sella* auf dem Monte Rosa ausgeführten Bestimmungen des Verhältnisses der Helligkeit der Sonnenoberfläche zur Helligkeit des in irgendeiner Richtung angeschauten Himmels die

*Loschmidt*sche Zahl (der Luftmolekeln im Kubikcentimeter bei 0° Cels. und 760 *mm* Druck) zu bestimmen, findet man vorzügliche Auskunft in seinen *Vorlesungen über Molekular-Dynamik, deutsch von Weinstein 1909.* I. J. 1913 zeigte *King*[1]), daß die Werte für n aus den in Potsdam, in Washington, auf dem Mount Wilson und auf dem Mount Whitney durchgeführten Messungen (etwa $2{,}5 \cdot 10^{19}$ bzw. $2{,}3 \cdot 10^{19}$) befriedigend übereinstimmen mit den entsprechenden auf anderem Wege von *Rutherford* und *Geiger* sowie von *Millikan* erhaltenen Werten. *Dember*, welcher aus seinen i. J. 1912 unter zweifellos höchst ungünstigen atmosphärischen Bedingungen auf dem Monte Rosa mittels eines lichtelektrischen Photometers ausgeführten Messungen für n einen wesentlich kleineren Wert ($1{,}25 \cdot 10^{19}$) abgeleitet hatte[2]), gelangte auf Grund seiner 1915 in wesentlich besseren Verhältnissen auf Teneriffa angestellten Messungen zu einer völligen Übereinstimmung mit der besten auf experimentellem Wege gefundenen Zahl ($2{,}7 \cdot 10^{19}$)[3]). Diese ausgezeichnete Übereinstimmung gibt *M. Schirmann*[4]) Veranlassung, unter Hinweis auf die höchsten Schichten der Atmosphäre als Sitz kosmischer Staubpartikeln in offenbar gar zu einseitiger Weise — da aus der Annahme kosmischen Staubes doch nicht folgt, daß solcher zu allen Zeiten an allen Orten in nennenswertem Betrage vorkommt — gegen die Methode als solche zu sprechen, indem sie darauf hinweist, daß der so gewonnene Wert der *Loschmidt*-Zahl kein Mittel an die Hand gibt, festzustellen, ob man nur die Wirkung der Luftmolekeln, oder auch die der Fremdkörperchen mißt. Natürlich muß man anderseits eben im Hinblick auf die Möglichkeit des Vorkommens von Fremd-Partikeln bei derartigen Bestimmungen kritisch vorgehen. Selbst in höheren Atmosphärenschichten können, abgesehen von kosmischem Staube, Teilchen von Übermolekelgröße in Frage kommen. So nimmt *Bieber*[5]) auf Grund seiner Untersuchungen über die Bildung von Nebelkernen durch ultraviolettes Licht an, daß die in der Stratosphäre auch in normalen Zeiten lichterzeugten Komplexe von $(NH_4NO_2 + H_2O)$ als Kriställchen vorkommen, die er sogar — nach *Ph. Lenard* in viel zu einseitiger Weise — für die blaue Himmelsfarbe verantwortlich macht. Im allgemeinen wird man annehmen dürfen, daß die Aussicht, größere Partikeln anzutreffen, mit der Annäherung an die Erdoberfläche wächst. Aus dem vielfachen Vorhandensein größerer Partikelchen folgt, abgesehen von der verringerten Sättigung der blauen Farbe, daß die Polarisation auch im Punkte des Maximums nicht vollständig sein kann. Darauf wies schon *Strutt* in seiner ersten Arbeit hin, ebenso darauf,

---

[1]) *S. V. King, On the scattering and absorption of light in gaseous media, with applications to the intensity of sky radiations. Phil. Transact. of the Roy. Soc. 212, 375—433, 1913 und Proceed. of the Roy. Soc. Series A 88, Nr. A.*

[2]) *H. Dember, Über die Bestimmung der Loschmidtschen Zahl durch Messung der Absorption des Sonnenlichtes in der Atmosphäre. Ber. d. Königl. Sächs. Ges. d. Wiss. 64, S. 259—265 1912.*

[3]) *H. Dember, Ber. d. Kgl. Sächs. Ges. d. Wiss. 67, S. 1 ff., 1915.*

[4]) *M. A. Schirmann, Neue theoretische Untersuchungen über die Polarisation des Lichtes an trüben Medien und deren Konsequenzen für die atmosphärische Polarisation, Met. Zs. 37, S. 12—22, 1920.*

[5]) *Bieber, Kondensationskerne der Erdatmosphäre. Die blaue Farbe des Himmels. Met. Zs. 1914, 357—359.*

daß das Fehlen einer vollständigen Polarisation auch schon daraus resultiere, daß die Verhältnisse bei der Atmosphäre bei weitem nicht so einfach wie bei den *Tyndall*schen Experimenten liegen, indem jede Stelle des Himmels nicht nur von der Sonne, sondern von allen übrigen Himmelspunkten Licht zugestrahlt bekomme.

In seiner Theorie der neutralen Punkte zeigte *Soret*[1]) unter gewissen vereinfachenden Annahmen über die Gestalt der Atmosphäre sowie über die räumliche Verteilung der Partikeln, daß durch die sekundäre Diffusion, d. h. durch Zustrahlung des Himmels, vor allem die negative Polarisation in der Nähe der Sonne und der Gegensonne und durch diese wiederum — wegen der an einer Stelle notwendigen Kompensation der beiden senkrecht aufeinanderstehenden Haupt-Schwingungskomponenten — die Existenz der neutralen Punkte zu erklären ist. *Sorets* Theorie wurde von *Hurion*[2]) wieder aufgenommen und weitergeführt durch Mitheranziehung der primären Diffusion (Zerstreuung der direkten Sonnenstrahlen) und durch Aufstellung von Gleichungen für beliebig gerichtete Strahlen, so daß er nicht nur einen Schluß auf die Existenz der neutralen Punkte, sondern auch auf ihre Lage ziehen konnte. Die sich aus seinen Berechnungen ergebenden Interpolationsformeln zeigen bei experimenteller Nachprüfung an trüben Medien eine ausgezeichnete Übereinstimmung mit den Beobachtungen. Als eine Verknüpfung der *Soret*schen Theorie der Entstehung der neutralen Punkte mit der *Rayleigh*schen Theorie der blauen Himmelsfarbe kann man den *Jensen*schen[3]) Erklärungsversuch der von ihm gefundenen und hernach auch von *Busch*[4]), *Dorno*[5]), *A. Wegener*[6]) und *Dember*[7]) bestätigten Tatsache ansehen, daß unter normalen Verhältnissen der Abstand des *Arago*schen Punktes von der Gegensonne um so größer wird, je kleiner die Wellenlängen des durch das vorgeschaltete Filter gehenden Lichtes sind, indem angenommen wurde, daß wegen der Bläue des Himmels die negative Komponente (der sogen. *Wiener*sche Vektor) für die kürzeren Wellen verhältnismäßig groß ist und die von der *Rayleigh*schen Diffusion herstammende Polarisation (*Rayleigh*scher Vektor) in größerer Entfer-

---

[1]) *I. L. Soret, Sur la polarisation atmosphérique. Ann. Chim. Phys., 6. Sér. vol. 14 (1888), S. 503—541.*

[2]) *A. Hurion, Sur la polarisation de la lumière diffusée par les milieux troubles. Application à la polarisation atmosphérique. Ann. Chim. Phys. 7. Ser., vol. 7 (1896), p. 456—495. S. auch Fortschr. d. Phys. 52 II (1896), p. 89—90.*

[3]) *Tatsachen u. Theorien, S. 251—252*; s. ferner *Chr. Jensen, Über die große atmosphärisch-optische Störung von 1912, Mitteilgn. d. V. A. P., 1912, S. 199—208* und *Zur Frage der großen atmosphär.-opt. Störung. Met. Zs. 1913, S. 81—85.*

[4]) *Fr. Busch, Beobachtungen über die atmosphär.-opt. Stör. des Jahres 1912, Met. Zs. 1913, S. 321—330.*

[5]) *C. Dorno, Beobachtungen der neutralen Punkte der atmosphärischen Polarisation, Met. Zs. 1913, S. 71—80.*

[6]) *A. Wegener, Beobachtungen über atmosphärische Polarisation auf der dänischen Grönland-Expedition unter Hauptmann Koch, S. A. der Sitzungsber. d. Ges. z. Beförd. d. ges. Naturw. z. Marburg (Photogrammetrische Methode und Augenbeobachtungen).*

[7]) *H. Dember und M. Uibe, Über die spektrale Polarisation des diffusen Sonnenlichts in der Erdatmosphäre (1. Teil: Beobachtungen neutraler Punkte), Ber. d. Königl. Sächs. Ges. d. Wiss. Bd. 69, S. 149—165.*

nung von der Gegensonne aufhebt. Die von *Jensen* für Hamburg und Umgebung konstatierte, von *Busch* nachträglich aus vorhergehenden und späteren Beobachtungen erschlossene Umkehr dieses Verhältnisses nach Eintritt der großen, offenbar durch den Katmai-Vulkan-Ausbruch herbeigeführten atmosphärischen Trübung i. J. 1912 brachte dieser[1]) in Verbindung mit der von *Dorno*[2]) festgestellten Änderung der Farbenverhältnisse beim Sonnen- wie auch beim diffusen Tageslicht. *Dember* und *Uibe* führten als wesentlichen Faktor für das Zustandekommen des von ihnen auf Teneriffa gefundenen größeren Abstandes des *A*-Punktes (von der Gegensonne) für kürzere Wellen die Extinktion ein, indem sie mit den direkten, den unteren Schichten der Gegenseite zugesandten, die positive Komponente erzeugenden und durch die Extinktion wesentlich die kürzeren Wellen verlierenden Sonnenstrahlen operierten. Umgekehrt benutzten sie, ausgehend von dem Vorherrschen der horizontalen, negativen Polarisation in der Nähe der Sonne, diese Extinktion für die Erklärung ihres Befundes, daß die Kompensationsstelle unterhalb der Sonne (*Brewster*scher Punkt) für die kurzen Wellen der Sonne näher liegt als für die langen, indem hier die von der Zustrahlung des Himmels herrührende negative Komponente für die kürzeren Wellen wegen der stärkeren Extinktion und der dadurch hervorgerufenen geringeren Intensität in verhältnismäßig geringem Sonnenabstand aufgehoben wird. Dabei ist jedoch übersehen worden, daß *Busch* für den ebenfalls in Sonnennähe liegenden *Babinet*schen Punkt hinsichtlich der Abhängigkeit von der Wellenlänge ein völlig analoges Verhalten wie für den *Arago*schen fand[3]). Die Verhältnisse sind offenbar noch keineswegs geklärt. Um Mißverständnissen vorzubeugen[4]), sei aber darauf hingewiesen, daß es sich natürlich nur um eine Vereinfachung in der Darstellung handelt, wenn man die senkrecht zur Ebene $\frac{\text{Visierlinie}}{\text{Sonne}}$ schwingende Komponente i_1 als von der primären, die in jener Ebene schwingende Komponente i als von der sekundären Diffusion herrührend bezeichnet, da, vom Winkelabstand 0° und 90° von der Lichtquelle abgesehen, das in einem trüben Medium zerstreute Licht auch ohne sekundäre Zerstreuung partiell polarisiert (also beide Komponenten vorhanden) ist. Die vielfach übliche Bezeichnungsweise bezieht sich nur auf den, auch nur eine Annäherung an die Wirklichkeit darstellenden Endeffekt.

Auf der Grundlage des *Rayleigh*schen Diffusionsgesetzes hat nun i. J. 1915 *Ahlgrimm*[5]) unter gewissen einschränkenden Bedingungen die *Soret-Hurion*sche Theorie weiter ausgebaut, indem er Formeln zur Berechnung des Polarisations-

[1]) *Chr. Jensen, Die neutralen Punkte von Arago und Babinet in Hamburg und an einigen anderen Orten, Jahrb. d. Hamb. Wiss. Anstalten. 33, 1915, 3. Beiheft.*

[2]) *C. Dorno, Über den Einfluß der gegenwärtigen atmosphärisch-optischen Störung auf die Strahlungsintensitäten der Sonne und des Himmels sowie auf die luftelektrischen Elemente, Met. Zs. 1912, S. 580—584 und 1913, S. 465—474.*

[3]) *Busch, Met. Zs. 1913 a. a. O.*

[4]) S. dazu *F. M. Exner, Zur Darstellung des Polarisationsgrades des Himmelslichtes, Met. Zs. 1921, S. 220—221 und unter der näml. Überschrift Dorno, Met. Zs. 1921, S. 338—341.*

[5]) *Fr. Ahlgrimm, Zur Theorie der atmosphärischen Polarisation. Kieler Dissert. 1915 sowie Jahrb. d. Hamb. Wiss. Anst.*

zustandes für beliebige Richtung und beliebigen Sonnenstand aufstellte, allerdings mit der Einschränkung, daß die berechneten Werte zunächst nur den durch Sonne und ganzen Himmel in den untersten Luftschichten hervorgerufenen Polarisationszustand ausdrücken, und mit Vernachlässigung einer drei- und mehrfachen Diffusion sowie der Extinktion. Obwohl nun nach den Ergebnissen jahrelanger gründlicher Untersuchungen *Dornos* anzunehmen ist, daß die genannten einschränkenden Bedingungen die Resultate beeinträchtigen müssen, ist doch *Ahlgrimm* zu Ergebnissen gelangt, die zum größten Teil eine erstaunlich gute Übereinstimmung mit wesentlichen Resultaten der Beobachtung zu zeigen scheinen. So fand er ebenso wie *Jensen* für den Zenitpunkt eine nahezu lineare Abhängigkeit der Polarisationsgröße von der Sonnenhöhe, und so ergab die natürlich für eine vollkommen ebene Wasseroberfläche geltende Rechnung nicht nur die Richtigkeit der auf die Reflexion des Himmelslichtes am Wasser zurückzuführende, von *Jensen* gefundene Verbindungslinie von Umkehrzonen (Unterbrechungsstellen zwischen dem dunklen und hellen Mittelstreifen der Fransen des *Savart*schen Polariskops), sondern außerdem eine neue, aus leicht ersichtlichen Gründen bis dahin noch nicht beobachtete Kurve, deren tatsächliche Existenz nachträglich von *Ahlgrimm* festgestellt werden konnte. Kürzlich wies *Dorno*, der in seinem bedeutenden Werke[1]) die theoretische Basis der atmosphärischen Polarisation sowie damit zusammenhängender Phänomene einer eingehenden Prüfung an Hand seiner Beobachtungsergebnisse unterzog, darauf hin, daß auch der von *Ahlgrimm* errechnete Verlauf der Isopolaren (Linien gleicher Polarisationsgröße) und die aus der Theorie errechnete Lage der Polarisationsebene der verschiedenen Himmelspunkte qualitativ in guter Übereinstimmung mit seinen Davoser Messungen sind. Den Versuch, in eingehenderer Weise aus seinen Beobachtungsergebnissen gewisse Integralwerte *Ahlgrimms* abzuleiten, mußte er allerdings zunächst aufgeben. Er wies zunächst nur auf gewisse Unstimmigkeiten hin, die trotz

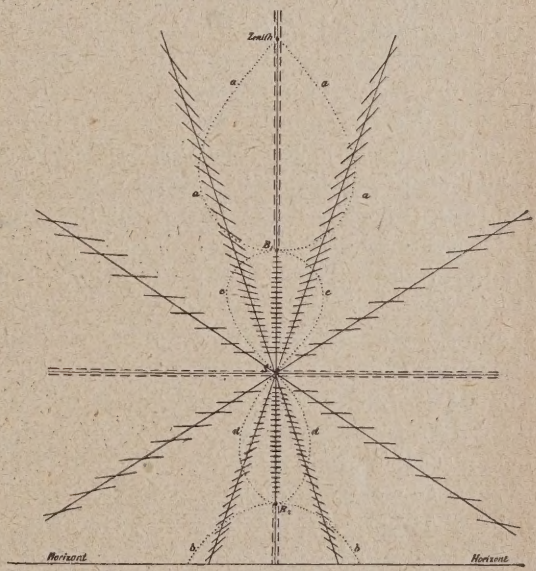


Fig. 2. Die Lage der Polarisationsebene in der Umgebung der Sonne nach *Fr. Busch*.
S Sonnenort, B_1 Babinets neutraler Punkt, B_2 Brewsters neutraler Punkt.
Die kleinen Striche bei den verschiedenen durch die Sonne gezog. Radienvektoren geben die Lage der Polarisationsebene an.

[1]) *C. Dorno, Himmelshelligkeit, Himmelspolarisation und Sonnenintensität in Davos 1911 bis 1918. Veröffentlichgn. d. Preuß. Met. Inst. No. 303, Abhandlgn. Bd. VI, Berlin 1919, Behrend & Co. — Selbstreferat siehe Met. Zs. Bd. 36, Heft 5/6 u. 7/8, S. 109—124 und 181—192, 1920. — Referat von Jensen, Himmelswelt 1921, S. 19—35.*

scheinbar frappierender Übereinstimmung zwischen der von *Ahlgrimm* berechneten und von *Mentzel* beobachteten *Busch*schen Lemniskate (d. h. der innerhalb des Sonnenvertikals zwischen *Arago*schem und *Babinet*schem Punkt liegenden Kurve — deren einer Ast in Fig. 2 zur Darstellung gebracht ist — welche alle Punkte verbindet, deren Polarisationsebene um 45° bzw. 135° gegen den Vertikal geneigt ist) vorhanden sind und nach ihm z. T. ihren Grund in der Nichtberücksichtigung der für die Lichtverteilung sehr wesentlichen Schichtung der Atmosphäre haben. Im Gegensatz zu den *Ahlgrimm*schen (und ebenso den *Hurion*schen) Folgerungen steht übrigens der *Gockel*sche Befund, daß (für Sonnenhöhen zwischen 0 und 10°) in der zum Sonnenvertikal senkrechten Vertikalebene die Polarisation mit zunehmendem Zenitabstand des anvisierten Punktes wächst. Eine eingehende Nachprüfung wäre sehr erwünscht.

In dem erwähnten Werke von *Busch und Jensen* wurden bereits in eingehender Weise die sich wesentlich an die Namen *Strutt, Crova, Vogel* und *Zettewuch* sowie *Pernter* und *E. L. Nichols* knüpfenden Untersuchungen besprochen, welche auf die Prüfung der Frage abzielten, ob und wieweit die Atmosphäre auf die in sie eindringenden Sonnenstrahlen wie ein trübes Medium wirkt. Sowohl die Diskussion der Ergebnisse erstgenannter Forscher bezüglich der spektralen Helligkeitsverteilung im Himmelslicht als auch die der *Pernter*schen und *Nichols*schen bezüglich der Polarisationsgröße unter einem rechten Winkel zur Primärstrahlrichtung führte trotz einiger nicht aufgeklärter Unstimmigkeiten zwischen den Polarisations-Erscheinungen der Atmosphäre und denen bei künstlichen trüben Medien (alkoholische Mastix-Emulsionen) zu dem Resultat, daß man dieselbe in erster Linie als ein mehr oder weniger stark verunreinigtes trübes Medium im Sinne *Lord Rayleigh*s ansehen muß. Auch *v. Hauer*[1]), dessen Versuchsanordnung allerdings wohl nicht einwandfrei ist (s. *Fortschr. d. Phys. 74[3], S. 88—89*), kommt trotz der Nichtbestätigung einiger Ergebnisse der *Pernter*schen Experimental-Untersuchung zu dem Resultat, daß das blaue Himmelslicht im wesentlichen als das in einem trüben Medium zerstreute Licht aufzufassen sei. Das von *Pernter* für stark weißliche Töne seiner Mastix-Emulsionen (bzw. entsprechend bei der Atmosphäre) festgestellte Überwiegen der Polarisation im Rot wurde von *v. Hauer* bestätigt und wesentlich im *Pernter*schen Sinne (Teilchen, bei denen der für die Gültigkeit des *Rayleigh*schen Gesetzes nötige Grenzwert überschritten wird, bei zunehmender Koncentrations-Stufe für die kurzen Wellen zunehmend, wogegen dieser Grenzwert für die langen Wellen nicht so leicht erreicht wird, bzw. jedenfalls nicht überschritten wird) erklärt, und zwar mit der Erweiterung, daß bei der Breite des Strahlenbündels vor allem bei hochkoncentrierten Emulsionen auch die depolarisierende Wirkung des sekundär zerstreuten Lichtes (am stärksten im Blau) zu berücksichtigen ist. Es scheint ihm auch der Nachweis gelungen zu sein, daß das Auftreten des Polarisations-Maximums im Grün bei guten blauen Tönen der *Pernter*schen Mastix-Emulsionen nur auf die Gegenwart falschen Lichtes zurückzuführen ist, so gedacht, daß die depolarisierende Wirkung fremden

[1]) *F. v. Hauer, Die Polarisation in trüben Medien im Hinblick auf das Himmelslicht. Ann. Phys. 57, 145—160, 1918.*

Lichtes wegen der großen subjektiven Helligkeit beim grünen polarisierten Licht wenig ins Gewicht fällt. Aufklärungsbedürftig bliebe allerdings das mehrfach behauptete Vorkommen eines Polarisations-Maximums im Grün bei gut blauen Tönen des Himmelslichtes sowie auch das verschiedener anderer Kombinationen, welche nach *Nichols* durch die von der jeweiligen Zusammensetzung der Atmosphäre abhängige spektrale Helligkeitsverteilung bedingt sind.

Bezüglich der neutralen Punkte versuchte *M. Schirmann*[1]) auf Grund der Ergebnisse ihrer theoretischen Untersuchung über trübe Medien sowie früherer Experimental-Arbeiten die *Soret-Hurion*sche Theorie zu Fall zu bringen, indem sie zeigte, daß nach ihrer Berechnung primäre Diffusion allein schon imstande sei, neutrale Punkte hervorzurufen (die Lage derselben durch zwei optische Konstanten bestimmt), und indem sie ferner darauf hinwies, daß die sekundäre Diffusion bei künstlichen trüben Medien zu lichtschwach sei, um eine Rolle zu spielen, und daß überhaupt nach einer Berechnung von *Maxwell-Garnett* für sehr kleine Partikeln der Begriff der sekundären Diffusion nur dort berechtigt sei, wo die Partikeln sehr nahe beisammen lägen. Dabei ist aber zu bedenken, daß die Teilchen, die in der *Schirmann*schen Theorie vorkommen, im Gegensatz zu den Partikeln, mit denen die *Rayleigh*sche Theorie operiert, von der Größenordnung der Wellenlänge sind, und daß hinsichtlich der Frage des gegenseitigen Abstandes der Teilchen die Verhältnisse bei der ausgedehnten Atmosphäre doch wesentlich andere als in der Experimentierröhre sind. Auch betont *Exner*[2]) mit Recht, daß über die Anwendbarkeit der *Schirmann*schen Theorie nicht zu entscheiden ist, bevor man weiß, ob überhaupt die geeigneten trübenden Partikeln in der Atmosphäre vorhanden sind. Daß Teilchen der in Frage kommenden Größe und Gestalt (Kugelform von der Theorie verlangt) in genügender Menge in der Atmosphäre vorhanden sind, ist kaum wahrscheinlich. Die Unstimmigkeit zwischen den eine kleinere Durchsichtigkeit ergebenden *Wild*schen, mit Ausschluß seitlichen Lichtes (Luft in langen Rohren) vorgenommenen Transparenz-Bestimmungen und den *Schlagintweit*schen bzw. *Oddone*schen Messungen in freier Atmosphäre[3]) macht die Annahme einer durchaus nicht zu unterschätzenden vielfachen Diffusion des Lichtes notwendig, wenn man nicht etwa zur Annahme gewaltiger Mengen zwischen dem Auge und dem anvisierten Objekt liegenden lichtreflektierenden Staubes greifen will. In diesem Zusammenhange sei übrigens auf die auch von *Exner*[4]) ins Auge gefaßte Möglichkeit hingewiesen, daß die neutralen

[1]) *M. A. Schirmann, Neue theoretische Untersuchungen über die Polarisation des Lichtes an trüben Medien und deren Konsequenzen für die Probleme der atmosphärischen Polarisation. Met. Zs. 1920, S. 12—22. — Dieselbe, Versuch einer einheitlichen Erklärung der Erscheinungen der atmosphärischen Polarisation. Ann. Phys. Bd. 61, S. 195—200, 1920.* — S. auch *M. Schirmann, Dispersion und Polychroismus des polarisierten Lichtes, das von Einzelteilchen von der Größenordnung der Wellenlänge des Lichtes abgebeugt wird, Ann. Phys. 59, 493—537, 1919.* Ferner: *M. A. Schirmann, Bericht über die Optik kleinster Teilchen mit besonderer Berücksichtigung neuerer experimenteller Forschung. Jahrb. d. Radioakt. u. Elektron., Bd. 18, p. 22—78.*

[2]) *F. M. Exner, Über die Polarisation des Lichtes in der Landschaft, Met. Zs. 1920, S. 113 bis 116.*

[3]) S. *Pernter-Exner, Met. Optik, 1910, S. 659—662.*

[4]) Vergl. die vorvorige Note.

Punkte durch Reflexion des primär zerstreuten Lichtes an größeren Partikeln zustandekommen. Daß man aus den *Govi*schen, *Rubenson*schen und *Tyndall*schen Experimental-Untersuchungen den Eindruck gewinnt, als ob beim Zustandekommen der neutralen Punkte größere Partikeln jedenfalls stark in Frage kommen, wurde schon bei früherer Gelegenheit[1]) von mir betont. Andererseits ist allerdings wohl die Deutlichkeit der neutralen Punkte in großen Höhen[2]) zu beachten. Daß es gelingen wird, die erwähnte Umkehr der Beziehung der Abstände des *Arago*schen Punktes zur Gegensonne bei starker Trübung der Atmosphäre vom *Schirmann*schen Standpunkte aus durch eine Änderung der Eigenschaften des Teilchenmaterials (mehr metallischer bzw. mehr dielektrischer Charakter) statt durch eine Verschiebung im Verhältnis der beiden senkrecht zueinander stehenden Komponenten zu erklären, ist noch sehr zweifelhaft. Auch die offenbar starke Abhängigkeit der Punktabstände von den Beleuchtungsverhältnissen, wie sie in dem in dieser Beziehung von *Busch* sehr geschickt diskutierten täglichen Gange der Punktabstände (des *A.*- und *B.*-Abstandes) in die Erscheinung tritt[3]), spricht zunächst eher für als gegen die starke Rolle der sekundären Diffusion. Die Abhängigkeit der Punktabstände sowie überhaupt der Polarisations-Verhältnisse von der größeren oder geringeren Reinheit der Atmosphäre (die Polarisationsgröße im allgemeinen bei zunehmender Trübung abnehmend) ist seit 1911 bei der Erforschung dieses Gebietes sehr in den Vordergrund getreten, wie denn auch hinsichtlich der in engster Beziehung zu diesen Phänomenen stehenden — allerdings außer von der Lichtdiffussion auch von der Absorption abhängigen — Strahlungsintensität der Sonne[4]) die die zeitlichen Schwankungen der atmosphärischen Trübung bedingenden Faktoren mit Recht neuerdings ein großes Interesse beanspruchen. Besonders eingehend sind von solchen Gesichtspunkten aus die neutralen Punkte von *Arago* und *Babinet* durch *Busch*, *Jensen*, *Dorno*, *Kimball*, *Knopf*, *Plassmann*, *Platania* und *Süring* untersucht worden[5]). Beifolgende

[1]) *Tatsachen u. Theorien usw., S. 118.*

[2]) *A. Wigand, Beobachtungen der neutralen Polarisationspunkte aus großer Höhe, Phys. Zs. 1917. S. 237—240.*

[3]) In diesem Zusammenhang siehe *Ew. Genz, Abhängigkeit der Höhe des Aragoschen Punktes von der Helligkeit des Himmelsgewölbes, Kieler Diss. 1913.*

[4]) Über die wertvoll. diesbezügl. *Kimball*schen Untersuch. s. *Tats. u. Theorien usw. u. i. d. Monthly Weather Review.* — Von *Boutaric* s. u. a.: *Sur une relation entre l'absorption de l'atmosphère et la proportion de lumière polarisée contenue dans la lumière diffusée par le ciel. Bulletin de la Classe des Sciences de l'Acad. Royale de Belgique 1913, p. 569—605* sowie vor allem seine sehr der Beachtung zu empfehlende unter der näml. Überschrift enthaltene Arbeit in den *Annales Chim. Phys. tome IX, 1918, p. 113—203* und *tome X, 1918, p. 1—132.*

[5]) *Busch* siehe: *Met. Zs. 1912 S. 385, Verhandl. d. Ges. Deutsch. Naturf. u. Ärzte 84 (2. Teil 1. Heft), 1913, 29—33; Met. Zs. 1913, S. 321—330, 1914, S. 513—522.* — *Jensen*: *Photogr. Jahrb. 1912, S. 146—155; Mitteilgn. d. V. A. P. Bd. XXII, 1912, p. 199—208 (Foerstern ummer). Met. Zs. 1913, S. 81—85; Verhandlgn. d. Ges. Deutsch. Nat. u. Ärzte 84, S. 92—97, 1913*; zusammen mit *Sieveking* im Artikel *Himmelsphotometrie in d. Naturw. 1914, S. 818—826; Das Wetter, Assmannheft, 1915, S. 71—78; 3. Beiheft d. Hamb. Wiss. Anst. 33, 1915* (*Hamburg 1916*), 80 Seiten (*Die neutralen Punkte von Arago und Babinet in Hamburg und an einigen anderen Orten*); zusammen mit *Menze* in den *Mitteilgn. d. V. A. P. 1916, S. 71—83; 1918, S. 37—48.* — *Dorno*: *Met. Zs. 1913, S. 71—80; 1912, S. 580—584* und *1913, S. 465—474* (in „*Über den Einfluß der gegenwärtigen atmosphärisch-optischen Störung auf die Strahlungsintensitäten*

Kurven Fig. 3, 4 (S. 540-41), welche den Jahresdurchschnitt des täglichen Ganges der neutralen Punkte (Abhängigkeit der Abstände von Sonne bzw. Gegensonne von der Sonnenhöhe) von *Babinet* (*B*) und *Arago* (*A*) zu Hamburg-Eppendorf i. d. Jahren 1909 bis 1914 incl. darstellen, lassen ohne weiteres den gewaltigen Einfluß der 1912 offenbar infolge des Ausbruches des Katmai-Vulkans eingetretenen und sich noch bis tief in 1914 hinein geltend machenden Trübung der Atmosphäre erkennen[1]). Es sei auf merkwürdige, von *Busch* und *Dorno* für Arnsberg und Davos konstatierte Schwankungen der Trübungsgröße zwischen Ende 1912 und Mitte 1913 hingewiesen, die vielleicht zum Teil auf den Ausbruch des Vulkans Colima zurückzuführen sind. Beachtenswert ist zunächst, daß i. d. J. 1909—1911 die *A.*-Kurven völlig oberhalb der *B.*-Kurven verlaufen, wogegen die zweite Tafel ein völlig anderes Verhalten zeigt, das offenbar auf die infolge des Katmai-Ausbruchs eingetretene und allmählich verklingende große Trübung zurückzuführen ist. Die i. J. 1912 eingetretene Störung, die insofern eine wohl zu beachtende Sonderstellung gegenüber den in den Jahren 1883 und 1902 einsetzenden Störungen einnimmt, als sie jedenfalls nahezu bis zum Schluß mit einer Periode geringer Sonnentätigkeit zusammenfiel, wogegen jedenfalls die in die Augen springenden Wirkungen jener fast durchweg zur Zeit erhöhter Sonnentätigkeit stattfanden, zeigt im Gegensatz zu 1903 mit seinen großen Abstandswerten bei positiven Sonnenhöhen die besonders auffallende Eigentümlichkeit — und zwar vor allem hinsichtlich des *A.*-Punktes — ungemein niedriger Abstände bei negativen Sonnenhöhen. Aus dem für Hamburg sowie auch für andere Orte festgestellten Nichtschneiden der beiden Kurven i. d. J. 1915/1917 darf nicht ohne weiteres auf eine besondere Rein-

der Sonne und des Himmels etc.); s. auch *Met. Zs. 1914, S. 49—62* (mit *Maurer* zusammen hinsichtlich des Verlaufs der großen atmosphär.-opt. Störung); vor allem *Himmelshelligkeit, Himmelspolarisation und Sonnenintensität in Davos (1911—1918)* in den *Abhandlgn. des Preuß. Met. Inst. Bd. VI., No. 303 (Selbstreferat i. d. Met. Zs. 1918, S. 109—124 u. 181—192).*

Kimballs Arbeiten, die sich meist gleichzeitig auf die Polarisationsgröße, die neutralen Punkte und die Intensität der Sonnenstrahlung beziehen, s. in: *The journ. of the Franklin Institute 171, 1911, p. 333—344; Journ. of the Washington Acad. of Sc. 3, 1913, p. 269—273; Bulletin of the Mount Weather Observatory vol. 5, part 3, 1912, p. 161—165* und *1913, p. 295— 312* sowie *6, 1913, p. 38—39; Monthly Weather Review 41, 1913, p. 153—160* sowie überhaupt dort fortlaufend kleinere und größere Berichte über den Gegenstand.

O. Knopf: Beitr. z. Phys. d. freien Atmosph. Bd. 8, S. 57—72.

Plassmann: Wiss. Beilage z. Programm d. Paulinischen Gymnas. i. Münster 1912, 44 Seiten *(Beobachtgn. d. n. Punkte d. atmosphär. Polar.); Astron. Nachr. Bd. 200, Spalte 352, 1915; Bd. 203, Sp. 159—160; Bd. 207, Sp. 35 bis 38, Bd. 210, Sp. 13 u. 14.*

Platania: Atti dell' Acad. Gioenio di scienze natur. in Catania Ser. 5a vol. 5, 11 Seiten, 1911; Mem. della Soc. degli spettroscop. ital. I (1912), p. 153—157; ibid. vol. 2 (2a) 1913, p. 137—142; ibid. vol. 3 (2a) 1914, 7 Seiten; vol. 5 (2a), 1916, 5 p; vol. 6 *(2a) 1917, 4 p; vol. 7 (2a), 1918, 1918, 3 p.*

R. Süring: Veröffentlichgn. d. Kön. Preuß. Met. Inst. No. 240, 1911, S. 10—28 und No. 279, 1913, S. 10—24. — S. auch *W. J. Humphreys, Dust layers in the atmosphere and changes in the neutral points of sky polarization, Bullet. Moun Weather Obs. IV (1912), p. 397* bis *401.*

[1]) S. u. a. auch *F. Castriota, sull intorbidamento dell' atmosfera, Rivista Meteorico-Agraria, Jahrg. 34, No. 10, 1913, Roma.* Es handelt sich hier um Registrierungen mittels des Sonnenschein-Autographen.

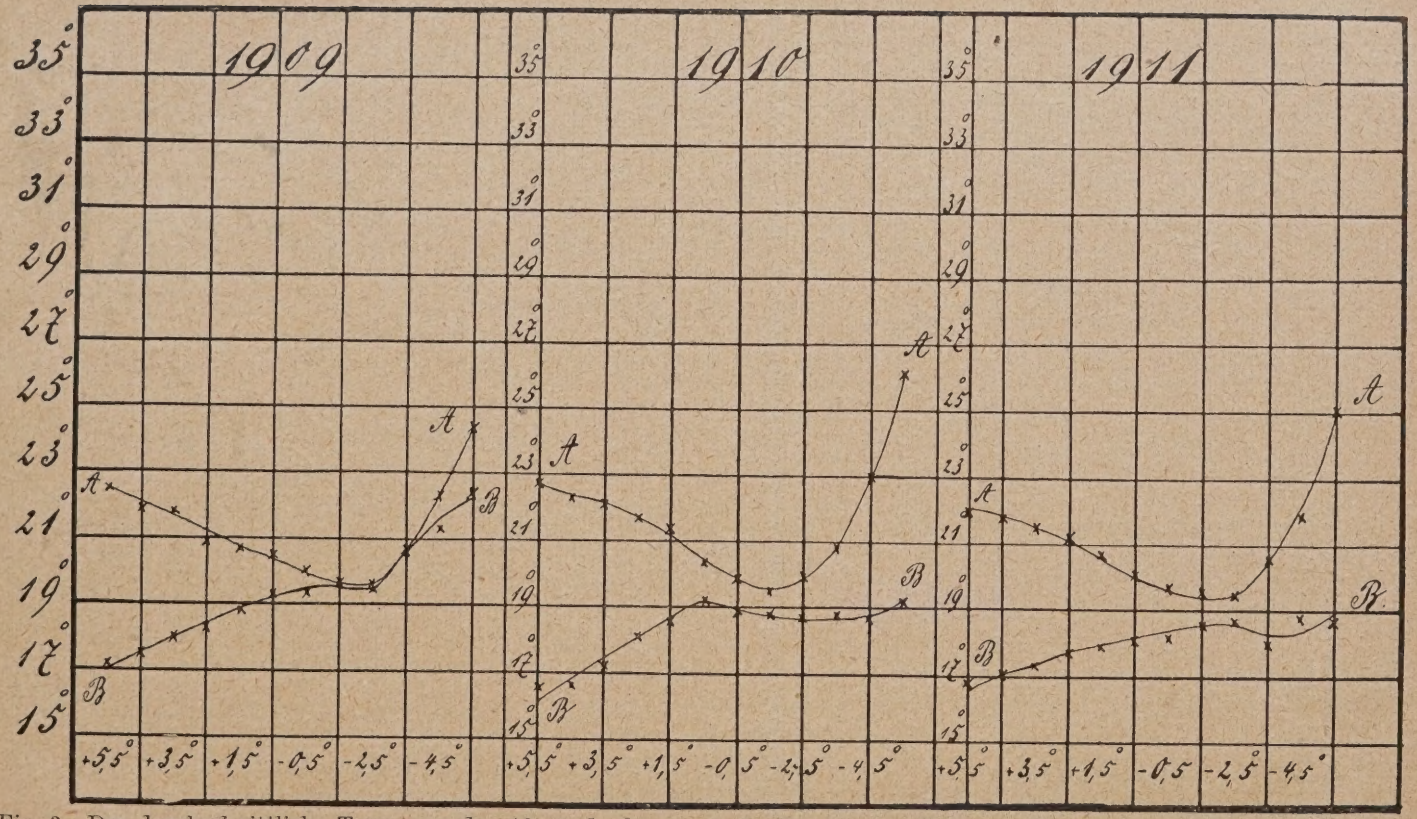


Fig. 3. Der durchschnittliche Tagesgang der Abstände der neutralen Punkte von Babinet (B) und Arago (A) von Sonne und Gegensonne in Hamburg in den Jahren 1909—1911 nach den Messungen von *Chr. Jensen*.

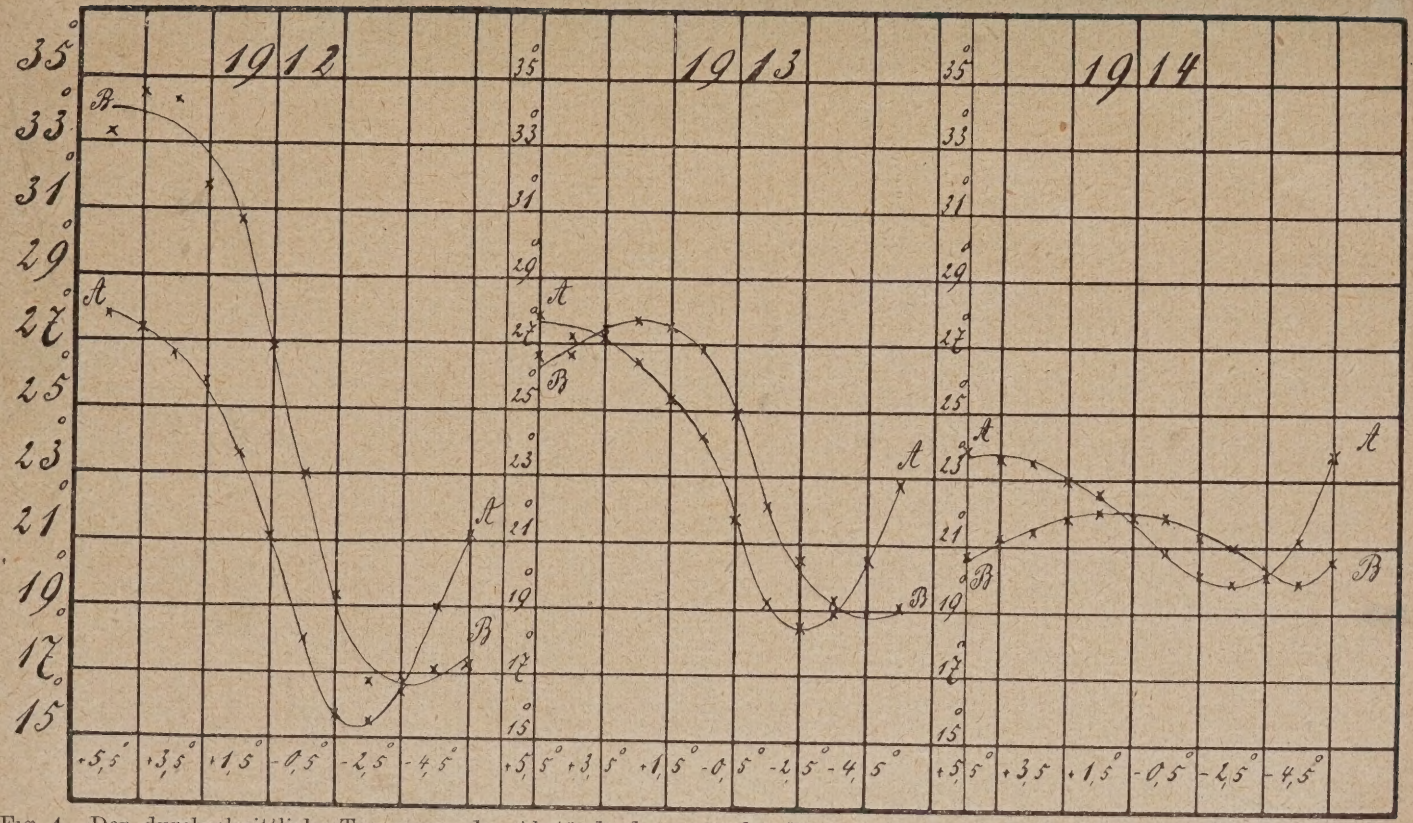


Fig. 4. Der durchschnittliche Tagesgang der Abstände der neutralen Punkte von Babinet (*B*) und Arago (*A*) von Sonne und Gegensonne in Hamburg in den Jahren 1912—1914 nach den Messungen von *Chr. Jensen*.

heit der Atmosphäre geschlossen werden, wobei an die von *Dorno* in Davos durchgeführte gleichzeitige systematische Verfolgung der Purpurlichter, zartester Ringerscheinungen um die Sonne sowie der Strahlungsintensität von Sonnen- und Himmelslicht erinnert sei, die ihm den Schluß einer i. d. J. 1916/1917 in engstem Zusammenhang mit starker Sonnentätigkeit stehenden kosmischen Störung, mit Ansammlung feinster leicht beugender Teilchen in großen Höhen (10—15 km), nahelegte. Als gutes Kriterium der Störung hinsichtlich der neutralen Punkte faßt er einmal den besonders großen gegenseitigen Abstand der *A.*- und *B.*-Kurve und für 1917 (übrigens auch für 1918) den verspäteten und außergewöhnlich jähen Anstieg beider Punkte, insbesondere des *B.*-Punktes, bei größeren negativen Sonnenhöhen zum absoluten Maximum auf. Dieser jähe Anstieg, der für die Großstadt Hamburg nicht in Frage zu kommen scheint, war übrigens laut brieflicher Mitteilung schon vorher *Busch* in Arnsberg aufgefallen. Für den nicht geringen Einfluß des Großstadtdunstes auf diese Phänomene (Amplitude im tägl. Gange, Verschiebungen hinsichtlich der Lage von Maximis und Minimis etc.) sprachen deutlich Parallelmessungen, die von *Jensen* in Hamburg-Eppendorf und von *Schwassmann* in Bergedorf ausgeführt wurden. Für die Kriegszeit kommt für Hamburg ein im Sinne größerer Luftreinheit liegender Einfluß der Stilllegung des Hafenbetriebes in Frage.

Wenn auch der vielfach auffällige Parallelismus (s. dazu auch *Jensen*, a. a. O.) zwischen Neuauftreten, Verstärkung oder Abklingen der Fleckentätigkeit einer- und der Ringphänomene anderseits *Dornos* Schlußfolgerungen, daß die optischen Störungen der Jahre 1915 bis 1917 ihren Ursprung der Sonne verdanken, recht zu geben scheint, und wenn auch der Folgerung von *Maurer* und *Dorno*, daß die etwa in Frage kommenden von der Sonne ausgehenden Korpuskeln durch Kondensation des Wasserdampfes in derartig hohen Atmosphärenschichten nach den *Blair*schen Untersuchungen (s. darüber *Met. Z. 1916, S. 320—322*) keine prinzipiellen Bedenken entgegen zu stehen scheinen, so ist doch zweierlei dabei zu bedenken. Wenn tatsächlich die Beziehung zwischen der Sonnentätigkeit und den optischen Erscheinungen der Atmosphäre eine sehr enge ist, so muß es auf den ersten Blick wundernehmen, daß für 1915 — wo doch die Fleckentätigkeit schon recht bedeutend war — nur ein geringer Einfluß derselben festgestellt wurde. Zum andern müßte bei der weiteren Diskussion so gedachter — offenbar bestehender — Beziehungen weit mehr als bisher Rücksicht genommen werden auf die in anderm Zusammenhang (Polarlicht und erdmagnetische Störungen) zu besprechende Zeitdifferenz zwischen dem Erscheinen der Flecken und der auf der Erde ausgelösten Wirkung. — Auf die Beziehungen zwischen Sonnentätigkeit und Punktabständen zuerst hingewiesen zu haben, bleibt das unbestreitbare Verdienst von *Busch*. Anderseits wurde von *Jensen* gezeigt, daß für die Verfolgung dieser Beziehungen die von *Busch* herangezogene Beobachtungszeit (Sonne am Horizont) sehr ungünstig ist. Da der Gedanke eines Sonneneinflusses, analog demjenigen, welchen *Arrhenius* im Hinblick auf die Häufungs-Maxima der Flecken etwa 15° nördlich und 15° südlich vom Sonnenäquator zur Erklärung der jährlichen Doppelperiode des Nordlichts (Maxima im März und September, Minima im Dezember und Juni) heranzog,

nahelag, so wurde von *Jensen*[1]) das Beobachtungsmaterial zwischen 1909 und 1917 (die stark gestörten Jahre ausgeschlossen) für Arnsberg (*Busch*), Bremen (*R. Mentzel*), Hamburg und Nowawes (*H. Menze*) für verschiedene Sonnenhöhen getrennt, der harmonischen Analyse unterworfen, ebenso wie es von *Stenquist*[2]) für 1906—1909 für die Polarisationsgröße in Tortosa[3]) geschehen ist. Auch diese Untersuchung führte ihn zu dem Ergebnis, daß keine schwerwiegenden Bedenken gegen die Auffassung eines direkten Sonneneinflusses auf den Gang der neutralen Punkte vorzuliegen scheinen. Der erste Erfolg der harmonischen Analyse befugt uns, mit Nachdruck weiteren Untersuchungen in dieser Richtung das Wort zu reden. Selbstverständlich muß das Material für die Analyse sorgfältig ausgewählt werden.

Sieht man von rein visuellen Beobachtungen ab, so gibt es überhaupt kaum ein Gebiet der kosmischen Physik, welches im Hinblick auf die verhältnismäßig geringen Kosten, die Beweglichkeit und bequeme Handhabung der Apparatur, endlich auf die große Wichtigkeit für die Beantwortung brennender Fragen der Kosmophysik, geeigneter für die Mitarbeit weiterer, ernstlich wissenschaftlich interessierter Kreise wäre als das der neutralen Punkte. Will man nicht in Fortsetzung der *Süring*schen[4]), *Knopf*schen[5]) und *Dorno*schen Arbeiten etwaige azimutale Abweichungen der Lage der neutralen Punkte vom Sonnenvertikal festzustellen suchen, die sicherlich zum Teil ihren Grund in der Terrainbeschaffenheit haben, deren Ursache aber vielleicht z. T. auch tiefer liegt und möglicherweise in Zusammenhang mit der oft erwähnten Assymmetrie des Purpurlichtes sowie des Erdschattens in der Richtung der *Schmid*schen Zodiakallichttheorie[6]) zu bringen ist, so bedient man sich am besten des von der Firma *Dörffel & Faerber in Berlin N., Chausseestr. 10* zu beziehenden, mit *Savart*schem Polariskop[7]) versehenen *Jensen*schen Pendelquadranten, der auch für Messungen vom Ballon aus geeignet ist (s. *A. Wigand, Beob. d. neutralen Polarisationspunkte aus grosser Höhe, Phys. Zs. 1917*). Hinsichtlich der Anstellung und Verarbeitung der Messungen sowie anderer damit zu verbindender Beobachtungen ist auf *Buschs* und *Jensens Tatsachen u. Theorien etc.* zu verweisen. Eine kurze Anweisung zum Beobachten ist von *Plassmann*[8]) gegeben. Es sei auch noch auf die *Wegener*sche photographische Methode sowie auf die von *Dember* und *Uibe*[9]) auf Teneriffa

---

[1]) *Chr. Jensen, Der durchschnittliche tägliche Gang der Arago- und Babinet-Abstände 1915—1917. Mitteilgn. d. Verein. v. Freund. d. Astron. u. kosm. Phys. 1919, p. 37—48.*

[2]) *D. Stenquist, Årliga variationen hos himmelsljusets polarisation, Forhandl. ved 16. skandinav. naturforskermöte 1916, p. 104 u. ff.*

[3]) *Busch u. Jensen, Tatsachen etc. S. 415—419.*

[4]) *Süring a. a. O. 1911.*

[5]) *a. a. O.*

[6]) *S. darüber a. a. O. (über d. Bezieh. d. Zodiakallichts zur Dämmerung s. u. a. F. Schmid, Met. Zs. 247—257).*

[7]) *Über die Theorie des Savartschen Polariskops s. Knopf, Mitteilgn. d. V. A. P. 1917, S. 87—97.*

[8]) *Plassmann, Annalen der Hydrographie etc. XXX (1912) S. 478—486.*

[9]) *Über die spektrale Polarisation des diffusen Sonnenlichts in der Erdatmosphäre. Leipziger Ber. Bd. 69, 1917, p. 149—165.*

mittels eines lichtelektrischen Spektralphotometers ausgeführten Lagenbestimmungen der n. P. hingewiesen, bei denen nach Auffindung der beiden rechtwinkelig zueinander stehenden Haupt-Schwingungskomponenten die Lage des gesuchten neutralen Punktes durch die graphische Bestimmung des Schnittpunktes der so erhaltenen Intensitäts-Kurven gegeben war. Die Bedeutung der neutralen Brücke (Abstand zwischen den oberen und unteren Fransen im Azimut der n. P.) ist, abgesehen von dem z. T. wertvollen Fingerzeig zur Beurteilung der Sicherheit der eigenen Einstellungen, anfänglich vom Verfasser wohl etwas überschätzt worden. Nicht genug kann eine möglichst eingehende Buchführung über die z. Z. der Messungen bestehenden meteorologischen Verhältnisse empfohlen werden, sodann vor allem eine durchaus reinliche Scheidung zwischen meteorologisch gestörten und ungestörten Reihen. Wesentlich mehr als bisher muß den Morgenbeobachtungen das Wort geredet werden, schon allein im Hinblick auf den Hinweis *Plassmanns*[1]) auf die von ihm gefundene Tatsache größerer *A.*- und *B.*-Abstände am Morgen als am Abend, die er geneigt ist, in Beziehung zur täglichen Variation der Häufigkeit sporadischer Sternschnuppen (kosm. Staub) zu setzen. Meteorologische Einflüsse scheinen nach *Plassmanns* Mitteilungen hier nicht in Frage zu kommen. Im Gegensatz zu dem von *Jensen* mit dem Unterschied in der Sonnentiefe am Ende der astronomischen Dämmerung (*Miethe* und *Lehmann* Met. Zs. 1909) in Beziehung gesetzten Unterschied in der Brückengröße des *A.*-Punktes am Morgen und am Abend[2]) scheinen hier physiologische Momente ausgeschaltet zu sein. Neuere Untersuchungen legen es nahe, nach wie vor den größten Wert darauf zu legen, daß, soweit irgend tunlich, abends jedenfalls von + 5,5° Sonnenhöhe ab und morgens mindestens bis zu + 5,5° Sonnenhöhe hin beobachtet wird. Im Hinblick auf die äußerst wahrscheinlich gewordenen engen Beziehungen zur Sonnentätigkeit dürften Beobachtungen der n. P. (überhaupt der Polarisations-Phänomene sowie auch der Intensität der Sonnenstrahlung) in den Gegenden größter Polarlicht-Häufigkeit besonders wertvoll sein.

Während nun die Beobachtung der n. P. mit Sicherheit nur bei verhältnismäßig geringer Sonnenhöhe gelingt, wird zwecks Untersuchung des optischen Zustandes der Atmosphäre am Tage neuerdings von *Dorno*[3]) stark die Verfolgung der sogen. Neutrallinien, d. h. der Verbindungslinien aller Himmelspunkte, an denen die Polarisationsebene mit dem Vertikal Winkel von 45° und 135° bildet, oder der sogen. Isoklinen von 45° (135°), befürwortet. Der zwischen dem *Babinet*schen und dem *Arago*schen Punkt liegende Teil dieser Isoklinen, die sogen. *Busch*sche Lemniskate, deren einer Ast in Fig. 2 zwischen B_1 und dem Zenit zur Darstellung kommt, ist zunächst in äußerst sorgfältiger Weise systematisch von *Mentzel*[4]) untersucht worden, welcher dabei zum Ergebnis

[1]) S. vor allem *J. Plassmann, Zur atmosphärischen Polarisation. Astron. Nachr. Bd. 207, Spalte 35 u. ff. und Bd. 210, Sp. 13 u. 14.*

[2]) *Busch u. Jensen, Tatsachen etc. S. 253.*

[3]) Außer seinem großen Werke (S. 535 unten erwähnt) siehe noch: *Welchen Nutzen bringen die Polarisationsbeobachtungen der atmosphärischen Optik, Meteorologie, Geophysik und Astronomie? Mitteilgn. d. V. A. P. 1919, p. 71—86.*

[4]) *Met. Jahrb. für Bremen 1912 (Jahrg. 23), 1913 etc. bis 1920.*

einer Beeinflussung der Gestalt durch die Lage von Hoch- und Tiefdruckgebieten gelangte. Über die starke Abhängigkeit der Kurvengestalt von der Sonnenhöhe (bei großen Sonnenhöhen Zurückschlagen des zwischen dem A.-Punkt und dem Zenit liegenden Astes in die anderen Himmelsquadranten) berichtete *Mentzel* i. J. 1918[1]). *Dorno* hat in sehr einleuchtender Weise gezeigt, wie verhältnismäßig geringe Veränderungen in den sonstigen Polarisations-Phänomenen bzw. geringe Farben- und Helligkeitsveränderungen sehr drastisch zum Ausdruck kommen in der großen Veränderung der Gestalt und Lage dieser Kurven, und zwar vor allem durch die Asymmetrie in bezug auf den Sonnenvertikal. Wenn daher eine hohe Sensibilität dieser Beobachtungsart nicht zu leugnen ist, so verkennt doch *Dorno* selber nicht die gerade darin liegende Schwierigkeit, indem zwecks richtiger Deutung der Einflüsse von Wolken, von beginnender Änderung der Transparenz, eine besonders große Genauigkeit der Bestimmung der Normalwerte in Abhängigkeit von Jahres- und Tageszeit nötig ist.

Ein im allgemeinen wesentlich unempfindlicheres Maß für die Beurteilung des optischen Reinheitsgrades der Atmosphäre scheint die Polarisationsgröße zu sein, wenn auch ihre Abhängigkeit von der Tageszeit nach *Bernard*, *Rubenson*, *Jensen* und *Gockel*[2]) sehr ausgeprägt ist, und ebenso — wie auch der Gang der n. P. (*Jensen*, harmon. Analyse) — die von der Jahreszeit nach *Rubenson*, *Jensen*, *Stenquist*[3]) (harmon. Analyse) und *Dorno*[4]). Auch die systematische, mit pyrheliometrischen Messungen verknüpfte Verfolgung der sehr deutlichen Abhängigkeit der Polarisationsgröße von der Lufttransparenz *Kimballs*[5]) und später *Boutarics*[6]) kann nur angedeutet werden. Bedenklich erscheint der in den *C. Rend. 158, 1914* von *Boutaric* unternommene Versuch, eine Beziehung zwischen den Änderungen der Polarisationsgröße und denen der Solarkonstante abzuleiten, nachdem bei aller Skepsis der Nachweis *von Hauers*[7]) nicht anzuzweifeln sein dürfte, daß das *Perntersche* Ergebnis der Abhängigkeit der Polarisationsgröße von der Intensität des auffallenden Lichtes nicht aufrechtzuerhalten ist. Interessante Beziehungen zu den Dunstschichten der Atmosphäre stellte neuerdings *Gockel* fest, was auch beim Vergleich mit den stark vom Dunst abhängigen Faktoren der elektrischen Leitfähigkeit und des Potentialgefälles zutage trat[8]). Nicht zu verwechseln damit ist der Versuch *Sürings*, Sprünge im Gange des *A.*-Punktes nach Sonnenuntergang in Verbindung zu bringen mit der Überwindung von Dunstschichten.

[1]) *Mitteilgn. d. V. A. P. 1918, S. 92—97, u. Met. Jahrb. f. Bremen 1917.*

[2]) S. die Literatur darüber in d. „*Tatsachen und Theorien*"; bezügl. *Gockel* s. *Beiträge zur Kenntnis von Farbe und Polarisation des Himmelslichts, Ann. Phys. Bd. 56, 1918, S. 618—638.* Referat darüber: *F. d. Phys. 1918, Bd. III, S. 89—91.*

[3]) *A. a. O.*

[4]) *A. a. O.* i. d. *Abhandlgn. d. Preuß. Met. Inst. und Met. Zs. 1919.*

[5]) *Tats. u. Theorien* und *Kimballs* weitere Arbeiten i. d. *Monthly Weather Rev.*

[6]) S. vor allem *Radium 11, 15—26, 1914* bzw. *Bull. d. Sc. de l'Acad. Roy. de Belge 1913, p. 567—606* sowie *Ann. Chim. Phys. 1918 t. IX, p. 113—203 und t. X. p. 5—132.*

[7]) *F. v. Hauer, Die Polarisation in trüben Medien im Hinblick auf das Himmelslicht, Ann. Phys. 57, 145—160, 1918.*

[8]) In nähere Beziehung zu manchen hiermit verknüpften Fragen tritt die äußerst anregende Arbeit von *A. Schmauss, Kolloidchemie und Meteorologie, Met. Zs. 1920, p. 1—8.*

Während seit der Entdeckung der atmosphärischen Polarisation bis zu den 90er Jahren des verflossenen Jahrhunderts die Polarisationsgröße wesentlich an der innerhalb des Sonnenvertikals um 90° von der Sonne entfernten, mit der Sonne wandernden Himmelsstelle (maximale Polarisation) verfolgt wurde, wählte *Jensen* als unveränderlichen Punkt das Zenit, für dessen Polarisationsebene bei heiterem Himmel im allgemeinen Übereinstimmung mit dem Sonnenvertikal angenommen werden kann. Zwecks Ableitung von Beziehungen zwischen Polarisationsgröße und meteorologischen Faktoren muß natürlich die direkte Beziehung zur Sonnenhöhe gebührend in Abzug gebracht werden. Ist diese genügend bekannt, so gewährt die Wahl gerade dieses festen Punktes sehr beachtenswerte Vorteile. Im übrigen sollte in Zukunft durch weitere Verfolgung des anderen, beweglichen Punktes nach Möglichkeit auch der Konnex mit einem großen, ausgezeichneten Beobachtungsmaterial (*Rubenson*, *Connel*, *Kimball*, *Dorno* usw.) aufrechterhalten bleiben. Von dem Gesichtspunkt der Konstanz der Entfernung von der Sonne hat wohl auch der kürzlich von *Gockel* bei den Verhandlungen der *Schweiz. Naturf.-Ges.* zu Lugano gemachte Vorschlag, Messungen der Polarisationsgröße am Himmelspol anzustellen, manches für sich.

Das Verdienst, umfassende systematische Untersuchungen über die Verteilung der Polarisationsgröße am Gesamthimmel angestellt zu haben, gebührt *Dorno*, der gleichzeitig eingehend prüfte, wie groß der dadurch gemachte Fehler wird, daß man die Polarisationsebene als durch Visierlinie und Sonne gegeben annimmt. Dabei stellte sich für den Hochgebirgshimmel heraus, daß man die eben genannte Identifizierung für alle Punkte außer den horizont- und sonnennahen — die durch Bodenreflex, Ablenkung der direkten Sonnenstrahlen durch Beugung, Brechung und Reflexion gewissermaßen eine neue Lichtquelle darstellen — vornehmen darf. Im übrigen kann aus der Fülle der Resultate und Gesichtspunkte nur hervorgehoben werden, daß sich die Polarisationswerte um so größer ergaben, je dichter die Schichten waren, welche die Isopolaren erreichten, daß sie um so mehr zunahmen, je weitere Strecken die Sonnenstrahlen in der Atmosphäre zurückgelegt haben (s. darüber auch *Gockel a. a. O.*), daß nach Überschreitung einer Sonnenhöhe von 20° die (auf das die Sonne zum Pol habende Koordinatensystem bezogene) Polarisation sich in ihrer Gesamtheit nur sehr wenig ändert, daß bis zu 30°—40° Sonnenabstand der Himmel stets im Rot stärker polarisiert ist als im Grün, und daß die farbige Polarisation des übrigen Himmels einen ausgesprochenen, aus dem *Dorno*schen Werk (bzw. *Met. Zs.*) zu ersehenden — zunächst natürlich nur für Davos geltenden — Jahresgang aufweist. Ob die von *Dorno* gefundene geringe Abweichung der Lage des Polarisations-Maximums von der gewöhnlich angenommenen eine prinzipielle, bzw. wodurch sie begründet ist, müssen weitere Untersuchungen zeigen. Das Überwiegen der Polarisation im langwelligen Teil des Spektrums in Sonnennähe wurde auch von *Gockel*[1]) gefunden und dadurch zu erklären versucht, daß die aus der Sonnennähe stammenden Strahlen vorwiegend von einer andern Himmelsstelle

[1]) *A. Gockel, Beiträge zur Kenntnis von Farbe und Polarisation des Himmelslichtes, Ann. d. Phys. Bd. 62, 1920, S. 283—292, s. Gockel auch Bd. 56, 1918.*

dahin diffundiert und infolge der zweimaligen Diffusion negativ polarisiert sind. Der *Gockel*sche Befund, daß die Polarisations-Unterschiede in den einzelnen Farben bei reiner Atmosphäre verhältnismäßig gering sind, scheint in guter Übereinstimmung mit der nach *Gockel* aus den *Dorno*schen Zahlen wahrscheinlich werdenden Tatsache zu stehen, daß die Unterschiede in Horizontnähe in der Regel die in größeren Höhen überragen. Das weitere, allerdings mit den Ergebnissen der experimentellen Untersuchungen *v. Hauer*s scheinbar in gutem Einklang stehende Resultat *Gockel*s, daß bis zu einer gewissen Grenze (d. h. stark dunstige Luft ausgeschlossen) mit zunehmender Trübung die Polarisation in kurzwelligem Licht gegenüber der in langwelligem wächst, bedarf bei der großen Wichtigkeit der Frage sehr der Nachprüfung, wie denn überhaupt die Verfolgung der Polarisationsgröße in verschiedenen Farben — ebenso wie die der neutralen Punkte in verschiedenen Spektralbezirken — in Zukunft energischer aufgenommen werden muß.

Diese Untersuchungen erfordern allerdings teurere Apparate. Da, abgesehen von der an sich großen Veränderlichkeit der Polarisationsverhältnisse, für die messende Verfolgung allgemeiner Trübungen der Atmosphäre zweifelsohne vor allem Messungen bei tiefstehender Sonne — wo die ganzen Lichtverteilungs-Verhältnisse der Atmosphäre einem raschen Wechsel unterliegen — in Frage kommen, können nicht stark genug Instrumente empfohlen werden, die rasche Einstellungen ermöglichen. Ein solcher Apparat liegt in dem von *Schmidt & Haensch in Berlin* zu beziehenden selbstregistrierenden *Weber-Tetens*schen Polarimeter vor.[1]). Beim ursprünglichen *Weber*schen Polarimeter läuft die Messung ebenso wie bei dem sich nicht erheblich vom *Cornu*schen Photopolarimeter unterscheidenden *Marten*schen Polarimeter auf die Messungen von Helligkeiten hinaus, wogegen bei den älteren, Glasplattensätze zur Depolarisation benutzenden Apparaten mittels der bekannteren Polariskope auf das Verschwinden der Farbe eingestellt wurde. Die beiden genannten Instrumente liefern *Schmidt & Haensch*. Der *Marten*sche Apparat, bei dem zwei durch ein Doppelbild-Prisma entstehende, nebeneinander liegende Gesichtsfelder durch einen *Nicol*-Analysator auf gleiche Helligkeit gebracht werden, gestattet zwar, in sehr scharfer Weise sowohl die Polarisationsebene als auch die durch den Quotienten aus der Differenz und der Summe der Quadrate der beiden rechtwinkelig zueinander stehenden Haupt-Schwingungskomponenten definierte Polarisationsgröße (*Rubenson*sches Maß=Verhältnis der Intensität des polarisierten Lichtes zu der des Gesamtlichtes als Dezimalbruch oder in Prozenten geschrieben) zu bestimmen, dürfte aber wohl mehr für Untersuchungen künstlicher trüber Medien als für den Himmel zu empfehlen sein. Das *Weber*sche Polarimeter, bei dem ein durch das durch zwei Nicols hindurchgegangene, auf seine Polarisation zu untersuchende Licht entstehendes centrales Feld von einem durch einen Knie-Tubus gelieferten, als Vergleichsmaß dienenden ringförmigen umschlossen wird (Anwendung des *Lummer-Brodhun*schen Würfels), liefert getrennt die Helligkeiten der zwei Haupt-

[1]) *O. Tetens, Eine neue Konstruktion des Weberschen Polarisations-Photometers mit besonderer Berücksichtigung zenitaler Messungen, Arb. d. Kön. Preuß. Aeronaut. Observ. bei Lindenberg i. J. 1913, Bd. 9, S. 419—433.*

Schwingungskomponenten. Die subjektive Methode zur Verfolgung der Polarisation mittels der *Haidinger*schen Büschel, deren Benutzung *Kolhörster* zu interessanten Schlüssen über den Entstehungsort des Phänomens veranlaßt hat, dürfte meines Erachtens nur in höchst seltenen Fällen in Frage kommen, wenn auch *Kolhörster* in Konstantinopel eine auffällig sichere Schätzung des Polarisationsgrades an Hand der Intensität der Büschel gelang[1]).

Helligkeitsverteilung am Himmel (damit zusammenhängend, Gestalt des Himmelsgewölbes) und Beleuchtung durch Sonne und Himmel.

Die sich beim Weberschen Apparat ergebende Trennung der einzelnen Komponenten hat *Dorno*, der zum ersten Mal in umfassendster Weise — unter Heranziehung luftelektrischer Messungen — die Licht- und Sonnenwirkung an einem Ort untersucht hat, auf den glücklichen Gedanken engster Verknüpfung der Verfolgung der Polarisations- und der Helligkeitsverteilung am Himmel gebracht, was durch die bequeme Auswechselbarkeit der verschiedenen Tuben der sowohl für Polarisations- als auch für relative und absolute Helligkeitsbestimmungen gedachten *Weber*schen Apparatur (Milchglasplatten- und Polarisations-Photometer sowie Polarimeter, alles zu beziehen durch *Schmidt & Haensch in Berlin*) sehr erleichtert wurde. *Dorno* maß — abgesehen von Kontrollbestimmungen mit dem *Marten*schen Polarimeter — nur Helligkeiten, und zwar die gesamte Flächenhelle $i_g\,(= i + i_1)$ jedes Beobachtungspunktes und ihre Einzelkomponenten i (Schwingung in der Polar.-Ebene) und i_1 (Schwingung senkrecht dazu) und drückte sie durch Beziehung zur Normalkerze in absolutem Maße aus. Die Polarisationswerte gibt er sowohl im *Rubenson*schen Maß $\left(\frac{i_1 - i}{i_1 + i}\right)$ als auch in dem einfacheren *Nichols*schen $\left(\frac{i_1}{i}\right)$ an, welch letzteres sich für die Deutung der gewonnenen Resultate als geeigneter erwies. Der in die Augen springende Vorteil der getrennten Betrachtung der Helligkeitsverteilung der einzelnen Komponenten und die dadurch ermöglichte Kenntnis der Abhängigkeit derselben von Sonnenhöhe und von meteorologischen Faktoren liegt darin, daß hierdurch eine sichere Basis für die Zurückführung der Polarisations-Phänomene auf Beleuchtungseffekte und allgemein eine solche für die Deutung der atmosphärischen Lichtzerstreuung und aller mit ihr zusammenhängender atmosphärisch-optischer Phänomene gewonnen wird. Wie u. a. *L. Weber* und *Schramm*, hat *Dorno* die Helligkeitsverteilung auch nach Höhe und Azimut betrachtet. Da es sich aber für die Einfachheit der Darstellung und Erklärung als zweckmäßig herausstellte, so hat er sie ebenso wie die Polarisationsgröße vor allem auf das Koordinatensystem mit der Sonne als Pol bezogen, wie es aus den dem Werke beigegebenen stereographischen Projektionen hervorgeht.

[1]) *Met. Zs. 1919, p. 47—49.* S. auch *H. Dember u. M. Uibe, Zur Kenntnis der Haidingerschen Polarisationsbüschel im blauen Himmelslicht, Leipziger Ber. Bd. 72.*

Besonders charakteristisch ist die sowohl hinsichtlich der Abhängigkeit von der Sonnenhöhe als hinsichtlich der örtlichen Lage am Himmel gegenüber i_1 wesentlich größere Amplitude von i, als deren Grund *Dorno* die stärkere Extinktion von i angibt. Merkwürdig ist die sehr verschiedene Wanderungsgeschwindigkeit des (in bezug auf die Gesamthelligkeit schon von *Wild* verfolgten) bei steigender Sonne auf diese zurückenden Dunkelcentrums (etwa zwischen 90° und 60° Sonnenabstand variierend). Als besonders wichtig hat sich nach Dorno die für die Transparenz-Verhältnisse der Atmosphäre charakteristische Lage, Gestalt und Helligkeitsverteilung der den gesamten Himmel in eine sogen. „Sonnenregion" und „Gegenregion" (nicht zu verwechseln mit der vom Ost-West-Vertikalkreis gerechneten „Sonnenseite" und „Gegenseite" und dem vom Äquator geschiedenen „Sonnenhimmel" und „Gegenhimmel") scheidenden „Dunkellinie" ergeben, d. h. des geometrischen Ortes aller Helligkeitsminima, zu denen man beim Passieren der durch die Sonne gelegten größten Kreise gelangt. Auf diese sei unsere Aufmerksamkeit besonders gelenkt, auch auf die offenbar ebenfalls besonders stark von der Transparenz abhängige, schon von *Diercks*[1]) genauer untersuchte, aber von *Dorno* mittels lichtelektrischer Zellen[2]) auch im blauvioletten Spektralteil erforschte Helligkeitsverteilung in unmittelbarer Sonnennähe. Es bedarf bei diesen Messungen eines Apparates, bei dem die Sonne in genau zu bestimmendem Tempo über die Blende des Beobachtungsrohres wandert, und die Wirkung eines genau bestimmten Sonnen- bzw. Himmelsausschnitts mittels des Photometers oder der mit einem Galvanometer verbundenen Zelle gemessen wird. — Als kaum zu beanstandendes Hauptergebnis der *Dorno*schen Untersuchungen über die Helligkeitsverteilung am Himmel ist zu nennen, daß die Helligkeitsunterschiede um so geringer sind, je größer die Lufttransparenz ist. Dies steht allerdings in diametralem Gegensatz zu dem kürzlich von *Uibe*[3]) auf Teneriffa erhaltenen Resultat. Die Erklärung für dies auffällige Ergebnis steht noch aus.

Neuerdings haben *Dember* und *Uibe*[4]) mit gutem Erfolge versucht, die Helligkeitsverteilung am Himmel mit dessen scheinbarer Gestalt in ursächlichen Zusammenhang zu bringen, indem sie unter Berücksichtigung der *Rayleigh*schen Extinktion durch die Molekeln usw. zur Aufstellung der Beziehung $S : R = \sqrt{I_1} : \sqrt{I_2}$ zwischen den maximalen Sichtweiten (Entfernung, bis zu welcher sich die sichtbare Atmosphäre erstreckt, in welcher sich also die leuchtenden Mole-

[1]) *H. Diercks, Über die Helligkeit des Himmels in der Nähe der Sonne, Dissert. Kiel 1912.*

[2]) Über die Arbeiten *Elsters* u. *Geitels* über lichtelektr. Zellen s. vor allem die *Phys. Zs.* (Speziell *„Über die Verwendung lichtelektrischer Kadmium- u. Zinkzellen zur Photometrie des ultravioletten Sonnenlichtes", Phys. Zs. 1914.*) — Eine ausgezeichnete Übersicht s.: *H. Geitel, Photoelektrische Meßmethoden im Handbuch der biologischen Arbeitsmethoden, herausgegeben von E. Abderhalden. — E. Barkow, Erfahrungen mit photoelektrischen Zellen, Phys. Zs. 1917, S. 214—225. — C. Dorno, Erfahrungen mit photoelektrischen Zellen, Phys. Zs. 1917, S. 381—388.*

[3]) *Uibe, Die Helligkeitsverteilung des diffusen Sonnenlichtes am klaren Himmel. Math. Phys. Kl. d. Königl. Sächs. Ges. d. Wiss. Bd. 35, p. 319—367.*

[4]) *Über die Gestalt des sichtbaren Himmelsgewölbes. Leipz. Ber. Bd. 69, S. 391—411, 1917. — Die Anwend. d. pyrometr. Methode s. Met. Zs. 1922, p. 107.*

keln nicht mehr von der hellen Umgebung abheben) S und R unter verschiedenen Neigungen zum Horizont und den entsprechenden, den photometrisch meßbaren Helligkeiten proportionalen Lichtintensitäten I_1 und I_2 gelangten. Die Theorie mußte verlangen, daß, wenn der Radiusvektor der Himmels-Calotte im Zenit und die für diesen geltende Helligkeit $= 1$ gesetzt wird, die aus der Calotten-Theorie[1]) berechneten Radienvektoren gleich den für die entsprechenden Richtungen gefundenen Werten für $\sqrt{H}$ wurden. In einer späteren Arbeit gingen *Dember* und *Uibe*[2]) noch einen Schritt weiter, indem sie versuchten, auch die vom Auge geschätzte Größenänderung der Gestirne in verschiedenen Zenitdistanzen auf den jedenfalls für die Sonne zu erfassenden Wechsel hinsichtlich der Sichtweite in verschiedenen Richtungen zurückzuführen.

Davon ausgehend, daß uns namentlich bei klarer Luft die Licht-Extinktion als selbständiges Phänomen absolut nicht zum Bewußtsein kommt, und daß daraus der psychologische Effekt resultiert, daß wir uns bei Sternen derselben Größenklasse die Lichtquellen überall als gleich stark, aber in verschiedenen Entfernungen vom Beobachter befindlich vorstellen, hat *von Sterneck*[3]) schon früher untersucht, ob und wieweit die Quadratwurzel aus dem reziproken Helligkeitsverhältnis der Sterne einer bestimmten Größenklasse bei verschiedenen Höhen dem Leitstrahl der Referenzfläche des Himmels[4]) (das durch die Horizontalebene des Beobachters abgeschnittene Stück der Fläche des Himmelsgewölbes) proportional ist. Er fand, daß man für Höhen über 10° die Extinktion des Lichtes mindestens als einen sehr wesentlichen Faktor beim Zustandekommen der scheinbaren Form des Sternenhimmels ansehen kann. Sicherlich beeinflussen auch rein psychische Einflüsse stark die Gestalt des Himmelsgewölbes, wobei an die neueren sogen. α-Bestimmungen (Fixierung der geschätzten Höhenlage α des Halbierungspunktes des Bogens Zenit-Horizont, welche ein Maß für die Empfindung des Gedrücktseins gibt, und Festlegung des Winkels mittels eines Pendelquadranten) neben Türmen funkentelegraphischer Großstationen erinnert sei[5]). Jedoch bleibt die Frage offen, wieweit die etwa in Betracht kommenden verschiedenen physikalischen, physiologischen und psychologischen Faktoren (Blickrichtung, Horizontweite, Sichtweite, Farbe, Helligkeit, Kontrast, Geländebeschaffenheit, Gewöhnung) wirken. Welche Fülle von Problemen diese Phänomene aufrollen (s. d. sogen. Tellermond) hat erst kürzlich *Witte* in einer die Gesetze des Sehraumes behandelnden Artikelreihe (*Phys. Zs. 1918 bis 1919*) gezeigt.

[1]) *A. a. O. S. 139—148.*

[2]) *Leipz. Ber. Bd. 69, S. 485—509.*

[3]) *Von Sterneck, Der Sehraum auf Grund der Erfahrung, Leipzig bei J. Ambr. Barth, 1907.*

[4]) S. das die Größen- und Gestaltsverhältnisse des Himmels und der Gestirne behandelnde Buch von *Aloys Müller*: *Die Referenzflächen des Himmels und der Gestirne, die Wissenschaft Bd. 62, 1918* (mit reichem Literaturnachweis). — Referat von *Jensen* darüber i. d. *Himmelswelt 1920, S. 40—42*, sowie i. d. *Ann. d. Hydrographie im Mai 1920.* — S. auch *Wittmann* in den *Naturw. 1919, p. 655—659.* — S. zu diesem Gegenstand auch *Mitteilgn. d. V. A. P. 1917, p. 97—102* (mit Literaturangaben).

[5]) *R. Pohl, Naturw. 1919, S. 415—416* und *Stücklen, Zur Frage nach der scheinbaren Gestalt des Himmelsgewölbes, Dissert. Göttingen 1919.*

Immerhin behalten die bequem auszuführenden α-Bestimmungen großen Wert, und zwar nach *A. Müller* vor allem solche auf hoher See, wo die Horizontweite konstant ist, und eine Reihe möglicher Nebenumstände, wie Kontrast und Geländebeschaffenheit, wegfällt, und ebenso die (mit großer Kritik anzustellenden) Bestimmungen der scheinbaren Größe von Sonne und Mond in Abhängigkeit vom Horizontabstand.

Aus der Kenntnis der für genügend zahlreiche Himmelspunkte in absolutem Maß bestimmten Flächenhelle läßt sich nach einem von *L. Weber* angegebenen Verfahren die durch die Gesamthelligkeit des Himmels hervorgerufene Beleuchtungsstärke der Horizontalfläche (D) berechnen. Man findet sie aber einfacher durch direkte Photometrie nach Abschirmung der Sonne, die allerdings nicht zu bewerkstelligen ist ohne gleichzeitige Abblendung eines kleinen, aber relativ hellen Himmelsstücks[1]). Verbindet man diese Messung mit der Bestimmung der durch Sonne und diffuses Licht verursachten entsprechenden Beleuchtungsstärke (Ortshelligkeit, auch Oberlicht genannt), so ergibt die Differenz die durch die Sonne verursachte Beleuchtungsstärke (S). Das Verhältnis $\frac{S}{D}$ ist sehr charakteristisch für die atmosphärische Beschaffenheit; es wächst mit der Transparenz und daher im allgemeinen mit der Seehöhe. Der größeren Zerstreuung der kurzen Wellen entsprechend, sinkt es *ceteris paribus*, wenn man sich vom roten zum ultravioletten Teil des Spektrums hin bewegt. Innig verknüpft mit der Frage dieses Verhältnisses ist auch die der offenbar in naher Beziehung zu den Polarisations-Phänomenen stehenden Albedo des Luftplanktons, d. h. aller mit den Luftmolekeln in der Atmosphäre flutender Molekelhaufen und sonstiger Teilchen fester und flüssiger Form (s. darüber *L. Weber, Ann. d. Phys. Bd. 51, 1916, p. 427—449.* Zur ersten Einführung in alle hiermit zusammenhängenden Fragen ist das Buch von *Dorno, Physik der Sonnen und Himmelsstrahlung, Braunschweig, Vieweg 1919* zu empfehlen, welches vom physikalischen Standpunkt aus vor allem gut unterrichtet über die durch das diffuse Himmelslicht verursachte Beleuchtungsstärke (auch vertikal gestellter Flächen, das sogen. Vorderlicht) und über die direkte Sonnenstrahlung (Wärmestrahlung, Helligkeitsstrahlung, ultraviolette Strahlung). Vom klimatischen Standpunkte aus behandelt *Dorno* diese Materie in seiner *Klimatologie im Dienste der Medizin, Sammlung Vieweg, Heft 50, 1920.* Was die Bestimmung der Ortshelligkeit betrifft, so hat hier[2]) *L. Weber* die theoretische Grundlage geschaffen, er hat ferner die auf dem Prinzip der Sehschärfe beruhende Methode der an die *Hefner*-Kerze angeschlossenen Bestimmung mattierter Milchglasplatten mittels seines äußerst exakte Messungen zulassenden Milchglasplatten-Photometers ausgebildet[3]), und er hat schließlich das Verdienst jahrelang (bis 1920) in Kiel durch-

[1]) S. darüber *Dornos* neuestes großes Werk sowie seine *Studie über Licht und Luft des Hochgebirges, Braunschweig, Vieweg, 1911.* S. auch *Dorno, Physik der Sonnenstrahlung i. Handb. d. Balneologie etc. Bd. 1.*

[2]) *Weber, Mitteil. über einen photometr. Apparat, Wied. Ann. 20, S. 326—337, 1883.*

[3]) S. hierüber u. a. *L. Weber, Die Beleuchtung, S. 35—100* in dem von *Weyl* herausgegebenen *Handbuch der Hygiene (Jena 1895, G. Fischer)*, das auch zum Studium der photo-

geführter täglicher Bestimmungen der mittäglichen Ortshelligkeit[1]). Wie er, von dem näher begründeten Gedanken ausgehend, daß das Verhältnis zweier Gesamtlichtstärken eine Funktion des Verhältnisses zweier Spektralbezirke ist, aus dem im Rot und im Grün gewonnenen Wert durch Multiplikation mit dem ein für alle Mal bestimmten Faktor k den für das gesamte Helligkeitsspektrum geltenden Wert (Äquivalenzwert) gewinnt muß aus der Literatur ersehen werden. Mittels seines gleich seinen anderen Instrumenten von *Schmidt & Haensch in Berlin* zu beziehenden, auch für die Bestimmung der Helligkeitsverteilung am Himmel geeigneten Relativ-Photometers läßt sich bequem das auf das exakt gemessene Oberlicht zu beziehende Vorderlicht in den vier Himmelsrichtungen (wo die Sonne steht, als Südrichtung angesehen) sowie auch das nicht zu vernachlässigende, vor allem bei hochstehender Sonne die Helligkeits- und Polarisationsverhältnisse des Himmels beeinflussende Unterlicht bestimmen. Erfreulicherweise liegen nunmehr auch die Ergebnisse der vom April 1914 bis April 1915 in Kolberg durchgeführten Bestimmungen des Ober- und Vorder- sowie auch des Schattenlichts (abgeblendete Sonne) vor[2]).

Will man wirklich exakte — wenn auch verhältnismäßig zeitraubende — Bestimmungen der durch die chemisch wirksamen Strahlen hervorgebrachten Ortshelligkeit ausführen, so ist folgende, zuerst von *H. König* benutzte, von *L. Weber* übernommene Methode[3]) zu empfehlen. Man setzt ein zur Hälfte lichtdicht gedecktes photographisches Papier eine Zeitlang dem Tageslicht aus und beleuchtet darauf die andere Hälfte im Dunkelzimmer stufenmäßig mit der *Hefner*-Kerze in einem gewissen Abstande, um sodann beide Hälften gleichzeitig zu entwickeln, den in ihnen übereinstimmenden Schwärzungston aufzusuchen und die diesem entsprechende Belichtungszeit zu bestimmen[4]). Damit das nach *Abney, Eder* und *Michalke* nur für angenähert gleiche Expositionszeiten gültige photographische Reziprozitätsgesetz (gleichen Produkten aus Lichtintensität und Belichtungsdauer gleiche Schwärzung entsprechend) als richtig angesehen werden kann, sind die Verhältnisse (Blenden etc.) an Hand der Erfahrung so abzupassen, daß die beiden in Frage kommenden Belichtungsdauern einander möglichst nahe kommen. Aus *Dornos* Monographie (S. 535 unt.) mag ersehen werden, wie die ungenügende Berücksichtigung des nicht als unbegrenzt gültig anzusehenden Reziprozitätsgesetzes die Genauigkeit der gebräuchlichen

---

metrischen Grundbegriffe sowie des photometrischen Kalküls zu empfehlen ist, ebenso wie *Liebental, Praktische Photometrie, 1907 bei Vieweg*; *K. Schaum, Photochemie und Photographie* (darin Grundzüge der Photometrie, S. 95—137), *1908*, bei *J. A. Barth.* — S. auch *Busch u. Jensen, Tatsachen u. Theorien usw., S. 463 u. ff.*

[1]) Darüber vor allem berichtet in den *Schriften des Naturwissenschaftlichen Vereins zu Schleswig-Holstein.*

[2]) *K. Kähler, Strahlungs- und Helligkeitsmessungen in Kolberg, Veröffentl. d. Preuß. Met. Inst. No. 309, 1920.*

[3]) *L. Weber, Phot. Mitteilgn. 28. Jahrg., 1891* und *H. König, Arch. d. Ver. d. Freunde d. Naturw. i. Mecklenburg 1909* (*54. Jahrg.*) sowie *ebenda 65. Jahrg.* (Mittägl. Ortshelligkeit in Hamburg).

[4]) Apparat bei *Heustreu in Kiel* erhältlich.

Skalen-Photometer[1]) stark beeinflußt, und wie auch die *Wiesner*sche Methode[2]) (Herstellung eines gewissen Normaltons des belichteten Papiers), wenn sie auch im den Händen eines *Wiesner* äußerst wertvolle Ergebnisse gebracht hat[3]), zu verschiedenen Bedenken Veranlassung gibt. Schließlich wäre noch die zwecks Erreichung einer schärferen Mittelbildung, zumal auch während längerer Zeiträume, von *Hapke*[4]) versuchte fortlaufende photographische Registrierung der Ortshelligkeit zu erwähnen, die mit den mit dem Milchglasplatten-Photometer ausgeführten Messungen kombiniert wurde, ebenso das heute mit gutem Erfolg in den Dienst der Bestimmung der Ortshelligkeit gestellte Graukeil-Photometer[5]). —

Für die Ermittelung der ultravioletten Ortshelligkeit käme nur die auf Wellen unter 366 $\mu\mu$ ansprechende, mit mattierter Quarzscheibe statt Milchglas montierte Cadmiumzelle (elektrometrische, oder galvanometrische Messung) in Frage; jedoch kann man hier nach *Dorno* nur auf indirektem Wege zum Ziel gelangen, da die ultravioletten Sonnenstrahlen bei noch so guter Mattierung unzerstreut durch die Quarzplatte gehen. Soweit aber das sichtbare Spektrum in Frage kommt, scheint für Dauerregistrierungen — wie sie schon von *Chr. Jensen* am Lindenberger Observatorium ausgeführt wurden[6]) — vor allem die mit mattierter Milchglasplatte versehene Kaliumzelle in Frage zu kommen[7]).

Hinsichtlich der eigentlichen Wärmestrahlung liegen die Verhältnisse recht kompliziert, da für diese langen Wellen (etwa zwischen 2μ und 10μ in Frage kommend) nicht nur eine vom Himmel zur Erde gehende Einstrahlung (sogen. Gegenstrahlung[8]), sondern auch eine sogar vielfach überwiegende, in umgekehrter Richtung erfolgende Ausstrahlung in Betracht kommt. Absolute Messungen der nächtlichen Ausstrahlung wurden von *Kn. Ångström*, *F. M. Exner* (*Met. Zs. 1903*), *Homén*[9]), *Maurer* und *I. M. Pernter* angestellt. Die ersten Messungen dieser Art beruhten auf dem kalorimetrischen Prinzip; später konstruierte *Kn. Ångström* hierfür ein Instrument[10]), welches nur eine geringe Modifikation seines nachher zu erwähnenden Kompensations-Pyrheliometers darstellte, dann ein solches, bei dem eine schwarze Fläche durch Wärmestrahlung abgekühlt, und hierdurch ein Überdestillieren von Äther hervorgerufen wird, so daß in geeigneter Weise

---

[1]) *W. Gallenkamp, Met. Zs. 1918*; *H. Zierl, Beitr. zum photochem. Klima der Zugspitze*; *Deutsch. Met. Jahrb. f. Bayern 1919* (wo auch einige Literatur angegeben).

[2]) Alles dazu Nötige bei der photogr. Firma *R. Lechner in Wien* zu beziehen.

[3]) *Wiesner, Unters. über das photochem. Klima von Wien, Kairo und Buitenzorg, Wiener Ber. Bd. 64, 1896.* S. auch *Porsild, Met. Zs. 1913, p. 369—380.*

[4]) *Kieler Diss. 1913.*

[5]) *W. Hecht. Das Graukeil-Photometer im Dienste der Pflanzenkultur. Eine neue Methode zur kontinuierlichen Messung der Lichtintensität. Wien. Ber. Bd. 127, 1918.*

[6]) Nicht veröffentlicht.

[7]) *Dorno, Met. Zs. 1921, S. 1—8, Dauerregistrierungen der Ortshelligkeit von Davos, Oktober 1919 bis Oktober 1920, mittels der photoelektrischen Zellenmethode.*

[8]) S. dazu *A. Angström, Met. Zs. 1916, p. 529—538.*

[9]) *Homén, Der tägliche Wärmeumsatz im Boden und die Wärmestrahlung zwischen Himmel und Erde, Leipzig 1897, bei W. Engelmann.*

[10]) S. darüber *F. M. Exner in der Met. Zs. 1906, S. 188—189.*

die Menge des kondensierten Äthers ein Maß für die in einer bestimmten Zeit ausgestrahlte Wärmemenge gibt[1]).

Während nach dem *Stefan*schen Gesetz (Gesamtstrahlung proportional der 4. Potenz der absoluten Temperatur)[2]) ein am Boden befindliches geschwärztes Quadratcentimeter von 15° Cels. bei Abwesenheit der Atmosphäre 0,53 Gramm Kalorien in der Minute nach allen Seiten ausstrahlen müßte, fand *Maurer* die tatsächliche Ausstrahlung bei 15° zu 0,13 Gr.-Kal., so daß also die Differenz von 0,4 Gr. Kal. der Gegenstrahlung der Atmosphäre zuzuschreiben war. Auch über die Beziehung der Ein- und Ausstrahlung zur Lage der beobachteten Himmelsstelle liegen Untersuchungen vor[3]). Eine andere Frage ist die Verteilung der von der Zerstreuung der kürzeren Wellen (etwa bis zu 2 μ) des direkten Sonnenlichtes herrührenden Wärmestrahlung über den Himmel (s. *Abbot*). Nachdem *Gold* und *Humphreys* darauf hingewiesen hatten, daß der isotherme Zustand der Stratosphäre später auf ein dort vorhandenes Strahlungsgleichgewicht hindeutet, hat sich das Interesse der theoretischen Meteorologie der Frage des im Hinblick auf den Wärmehaushalt der Atmosphäre sehr wichtigen Strahlungsgleichgewichtes zugewandt[4]) (*Emden, Hergesell*), und *Hergesell* weist in diesem Zusammenhange in einer sehr wertvollen Arbeit auf die Notwendigkeit der Kombination von aerologischen Aufstiegen mit Strahlungsmessungen hin. Was schließlich die am Tage von Sonne + Himmel auf die Horizontalfläche fallende Wärmestrahlung betrifft, so ist auf die eingehenden Untersuchungen *H. H. Kimballs* mittels des selbstregistrierenden Calendar-Pyrheliometers zu verweisen[5]) allerdings leider mit dem Hinweis darauf, daß der Apparat an sich nach den Ausführungen *Dornos* zu verschiedenen, die Resultate stark beeinflussenden Bedenken Anlaß gibt.[6])

Schwächung der Sonnenstrahlen durch die Atmosphäre.

Mit besonderem Eifer hat man vor allem seit den klassischen *Langley*schen Untersuchungen die direkte Sonnenstrahlung verfolgt. Abgesehen von dem

---

[1]) Von *A. Ångström* beschrieben in den *Nova Acta Regiae Societatis Scientiarum Upsaliensis. Ser. 4, Vol. 2, No. 8* und *Ann. der Phys. Bd. 33, 1910* (*s. Met. Zs. 1911, S. 137—138*).

[2]) *Wien. Ber. 79, II. Abt. 1879.* — Über die Strahlungsgesetze wird man gut orientiert in dem ausgezeichneten *O. Lummerschen* Buche: *Grundlagen, Ziele und Grenzen der Leuchttechnik, München u. Berlin 1918 bei R. Oldenbourg.*

[3]) Die Zusammenstellung einer großen Reihe wertvoller Ausstrahlungsmessungen bringt das allerdings jeden Hinweis auf die Arbeiten von *Gold* und von *Humphreys* sowie vor allem auf die grundlegende von *Emden* vermissen lassende Buch *A. Ångströms „A study of the radiation of the atmosphere. Based upon observations of nocturnal radiation during expeditions to Algeria and to California* (*Smithson Miscellan, collect. vol. 65, No. 3*); *Washington 1915. 8°, V. 159 S.* (*Referat: Met. Zs. 1916*). S. auch *Astrophys. Journ. vol. 37, No. 5, 1913.*

[4]) *R. Emden* in den *Münchener Ber. 1913* (s. darüber *Schmauß i. d. Met. Zs. 1913*) und *Hergesell* in den *Arbeiten d. Preuß. Aeronaut. Observator. bei Lindenberg, Bd. 13, 1919.*

[5]) S. die Beschreibung des Instruments in der Augustnummer der *Monthly Weather Rev. 1914.* — S. auch ebendort *1914, p. 650—652; 1915, p. 100—111* usw.

[6]) *In diesem Zusammenhange s. A. Ångström und C. Dorno, Registrierung der Intensität der Sonnen- und diffusen Himmelsstrahlung* ($< 3\,\mu$) *in absolutem Maß* (*mit zwei Figuren*), *Met. Zs. 1921, S. 38—43.*

Werte, den die Kenntnis der Änderung der Intensität der verschiedenen Spektralgebiete auf dem Wege durch die Atmosphäre an sich hat, ist diese nötig zur Berechnung der Solarkonstante[1]), d. h. der Anzahl Kalorien, welche eine an der Grenze der Atmosphäre bei mittlerer Sonnenentfernung senkrecht zu den Sonnenstrahlen stehende Fläche von einem Quadratcentimeter Inhalt zugestrahlt erhält. Wie man aus der Solarkonstante (nach *Abbot* und *Fowle* etwa 1,93) nach den verschiedenen Strahlungsgesetzen (*Stefan, Wien, Planck*) die sogen. effektive Sonnentemperatur findet, ist aus dem erwähnten *Lummer*schen Buche zu ersehen. Außer den erwähnten Lehrbüchern der kosmischen Physik, *Pernter-Exners Meteorologischer Optik* und den Originalarbeiten (u. a. in den *Veröffentlichgn. d. Astrophys. Observator. i. Potsdam*) geben *Pringsheim, Physik der Sonne, Scheiners Populäre Astrophysik (Teubner 1908*; neu bearbeitet von *Graff, Teubner 1922)* und *Dornos* Monographie (vgl. S. 535 unt.) Aufschluß über das Problem der Berechnung des Transmissions-Koeffizienten aus den bei verschiedenen Sonnenhöhen durchgeführten Messungen und der Ableitung (Extrapolation) des für die extraterrestrische Sonne geltenden Wertes sowie über alle einschlägigen Fragen[2]). Zu beachten ist vor allem, daß der Energieverlust beim Durchgang der Sonnenstrahlen durch die Erdatmosphäre (s. *Fowle, Astrophys. Journ. 52, 394—411, 1915*), der natürlich mit wachsender Sonnenhöhe und Erhebung über den Boden geringer wird, bedingt ist durch:

1. die gewöhnliche Lichtzerstreung an den Molekeln der permanenten Gase,
2. die Lichtzerstreuung, welche an das Vorhandensein von Wasserdampf geknüpft ist,
3. die Lichtzerstreuuung durch trockenen Dunst,
4. die selektive Absorption der permanenten Gase,
5. die selektive Absorption des Wasserdampfes[3]).

Bezüglich der vom Wasserdampfgehalt abhängigen Lichtzerstreuung zeigte *Fowle*[4]), daß diese offenbar an wesentlich größeren Teilchen als den Wasserdampf-Molekeln vor sich geht, und zwar möglicherweise an den Kondensationskernen oder Ionen. — Für die Kenntnis des ultraroten Spektralgebiets der Sonnenstrahlung, der Wellenlängen der von der Absorption in der Sonnenhülle herrührenden Linien sowie der kräftigen, von Kohlensäure und Wasserdampf herrührenden Absorptionsbänder irdischen Ursprungs waren die Untersuchungen *Langleys*[5]) grundlegend.

[1]) S. *auch Abbot, Eine neue Methode zur Bestimmung der Solarkonstante, Proceed. Nat. Acad. of Scienc. 6, No. 1, Washington 1920.* — S. dazu *Met. Zs. 1921, S. 246—248.*

[2]) An Originalarbeiten s. auch *A. Bemporad,* vor allem *L'Assorbimento Selettivo Della Radiazione Solare Nell' Atmosfera Terrestre E La Sua Variazione Coll' Altezza, Reale Accad. Dei Lincei, 1908, p. 347—450.*

[3]) Eingehende experimentelle Prüfung d. opt. Eigenschaften der Bestandteile der Atmosphäre s. bei *J. W. Very, Atmospheric Radiation, Washington 1900, 134 Seiten* (s. dazu *Maurer, Met. Zs. 1901*).

[4]) *Fowle, Astrophys. Journ. 35, 1912; 38, 1913; 40, 1914 u. 42, 1915*; s. auch *Defant,* Referat über diese Arbeiten (*Über den Anteil des Wasserdampfes bei der Schwächung der Sonnenstrahlung in der Atmosphäre der Erde*) in der *Met. Zs. 1916, S. 211* bis *219.* — S. auch *Fowle, Met. Zs. 1914, S. 270—275.*

[5]) *Annals of the Astrophys. Observatory of the Smithsonian Institution. Vol. 1, 1900.*

Das auf dem Prinzip der *Wheatstone*schen Brücke beruhende Spektrobolometer gestattete bei der vollkommenen Absorption aller Strahlen (auch die kürzesten Wellenlängen haben eine minimale Wärmewirkung) eine sichere Anzeige selbst der minimalen, von den kleinsten Linien des unsichtbaren sowie des sichtbaren Spektrums ausgehenden Energiemengen. Um nach Möglichkeit eine größere Änderung der Sonnenhöhe und der atmosphärischen Verhältnisse während der Dauer einer Einzelmessung zu vermeiden, arbeitete *Langley* eine besondere Registrier-Methode aus, welche ein rasches Hinüberwandern der verschiedenen Teile des Spektrums über das Bolometer und die photographische Aufzeichnung der jeweiligen Galvanometer-Ausschläge ermöglichte[1]). Bei den so entstehenden Bologrammen gibt die Tiefe der Kurveneinbiegung ein Maß für die Stärke der

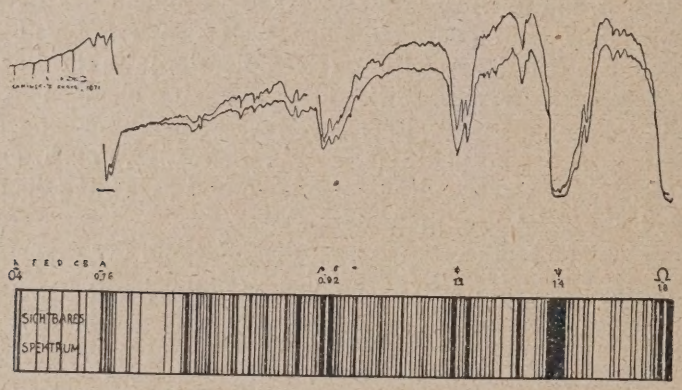


Fig. 5. Der von 0,4 μ bis 1,8 μ reichende Teil einer von *Langley* mittels der bolographischen Methode (Doppel-Bologramm) aufgenommenen Energiekurve des Sonnenspektrums. Links eine 1871 von *Lamansky* aufgenommene Energiekurve des sichtbaren Teils des Sonnenspektrums (s. *Poggend. Ann. 146, p. 200—232, 1872*).

Absorptionslinien, wie aus vorstehender Figur zu ersehen ist, bei der ϱ, σ, τ, φ, ψ und Ω atmosphärischen Ursprunges sind.

Um nach Ableitung der Transmissions-Koeffizienten für die verschiedenen Wellenlängen aus zwei oder mehr Aufnahmen bei verschiedenen Sonnenhöhen die extraterrestrische Energiekurve finden zu können, muß man natürlich bei der Flächenauswertung der Kurven die starken Absorptionsbanden im äußersten Rot und Ultrarot gebührend berücksichtigen. Die Feststellung der Energie der verschiedenen Spektralbezirke in absolutem Maße erfordert eine gleichzeitige Bestimmung der Gesamtenergie des Sonnenspektrums mittels eines geeigneten Pyrheliometers, indem sodann die planimetrisch ausgewertete Fläche der Energiekurve der so gefundenen Anzahl Gr.-Kal. für Minute und Quadratcentimeter gleichgesetzt wird. Die ganze spektralbolometrische Methode ist sehr vervoll-

[1]) Die Trägheit des Galvanometers erfordert es, die Kurve zweimal, das zweite Mal in umgekehrter Richtung, aufzunehmen.

kommnet worden von *Abbot, Fowle* und *Aldrich*[1]). An gewisse von *F. Very* und von *Bigelow*[2]) gegen die Bestimmungen der Solarkonstante gemachten Einwendungen und die sich hieran knüpfenden Diskussionen kann nur kurz erinnert werden.

Spektralphotometrische Extinktionsmessungen der Sonnenstrahlen wurden bei Gelegenheit des Vorüberganges des *Halley*schen Kometen von *G. Müller* auf Teneriffa vorgenommen[3]), ebenso eine Untersuchung der Energieverteilung im optisch-photographischen Teil von *Wilsing* in Potsdam[4]), deren Fortsetzung den ultraroten Teil des Spektrums (bolometrische Methode) behandelte[5]). Als Vergleichsspektrum diente *Wilsing* das Spektrum der schwarzen Strahlung, deren Intensitätsverteilung durch das *Planck*sche Strahlungsgesetz gegeben ist. Ebenfalls in Potsdam wurde 1911—13 eine quantitative Bestimmung der kürzesten Wellenlängen in der Atmosphäre mittels eines *Hartmann*schen Quarz-Spektrographen von *Kron*[6]) durchgeführt, mit dem Ergebnis, daß sich die Extinktion im Ultravioletten bis zu 325 $\mu\mu$ völlig durch Molekular-Diffraktion der Luft, verbunden mit der ebenfalls auf Molekular-Diffraktion beruhenden Wasserdampf-Absorption, erklären lasse. Die Untersuchungen des ultravioletten Spektrums von *Dember, Dorno* und *Wigand* mittels der lichtelektrischen Methode wurden a. a. Ort schon erwähnt[7]). *King*[8]) kommt das Verdienst zu, auf Grund der wichtigsten Intensitätsbestimmungen der Sonnenstrahlung eingehend mathematisch die Zerstreuung und Absorption des Lichtes in der Atmosphäre mit Anwendung auf die Intensität der gesamten Himmelsstrahlung untersucht zu haben. Hier wäre auch *Cabannes* zu nennen, der in einer neuern Arbeit[9]) auch der Frage der Beziehung der Polarisationsgröße des senkrecht zum Primärstrahl diffundierten Lichtes zur Gestalt der Molekeln nachging[10]). – Die Wärmestrahlung des gesamten Sonnenspektrums wurde in neuerer Zeit besonders eifrig verfolgt

---

[1]) S. deren Arbeiten über die Solarkonstante i. d. *Annals of the Astrophys: Observ. of the Smithsonian Institution. Vol. II, 1908; Vol. III, 1913; Smithson. Miscellan. Coll. vol. 65, No. 4, 1915* (s. auch *Met. Zs. 1916, S. 49—55*); auch das *Defant*sche Referat i. d. Met. Zs. 1916, p. 211—219. Einen ausführlichen kritischen Bericht über die Arbeiten der 3 Verf. gibt *Kron* i. d. *Vierteljahrsschrift d. Astron. Ges. 49, 53—80, 1914.*

[2]) S. auch das *Bigelow*sche Werk „*A meteorological treatise on the circulation and radiation in the atmospheres of the earth and of the sun* (*New York 1915*).

[3]) *Publ. d. Astrophys. Obs. zu Potsdam 22, Nr. 64, 1912, 92 S.* (s. darüber *Met. Zs. 1912, S. 511* bis *516*).

[4]) *Publ. d. Astr. Obs. z. Potsd. 22, No. 66, 1913.*

[5]) *Ebenda Bd. 23, Nr. 72, 1917.*

[6]) *Ann. der Phys. 45, 377—398, 1914* (Referate: *Met. Zs. 31, 1914* u. *Monthly Weather Rev. 42, 1914*).

[7]) Zu erwähnen wären auch *Kähler*s Messungen, a. a. O.

[8]) *Phil. Transact. of the Roy. Soc. 212, S. 375—433, 1913; Nature v. 20. Juli 1914*; s. darüber *Met. Zs. 1915.*

[9]) *Sur la diffusion de la lumière par les molécules des gaz transparents, Ann. de Phys. et Chem. t. 15, p. 5—149, 1921.*

[10]) S. auch diesbezügl. neuere Untersuchungen von *Gans* und vor allem auch *R. J. Strutt, Polarisation und Intensität des von Gasen abgebeugten Lichtes, Proceed. Roy. Soc. No. (A) 667, p. 667 u. ff., 1918; darüber Met. Zs. 1921, p. 249—250.*

von *Boutaric, Dorno, Kimball*[1]) und *Marten*[2]). Messungen im Freiballon wurden ausgeführt von *Coym*[3]), *A. Peppler* und *Stuchtey*[4]) sowie von *W. Peppler*[5]).

Bestimmungen der gesamten Wärmestrahlung der Sonne in systematischer Weise

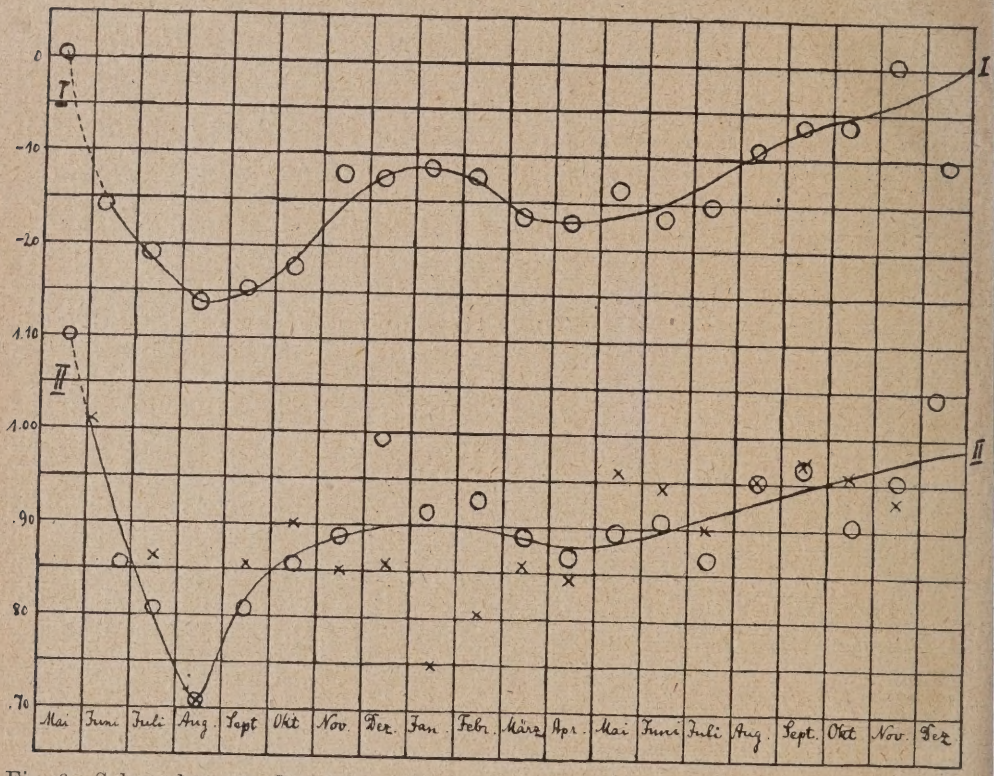


Fig. 6. Schwankungen der Intensität der Sonnenstrahlung und der Polarisationsgröße vom Mai 1912 bis zum Dezember 1913 nach *H. H. Kimball.*

mit Messungen der Polarisationsgröße verknüpft zu haben, ist in erster Linie das Verdienst *H. H. Kimballs*[6]), in zweiter das *Boutarics*[7]), der zu ganz ähnlichen

---

[1]) *Variations in the total and luminous solar radiation with geographical position in the united states, Monthl. Weather Rew. 47, 769—793, 1920.*

[2]) *Messungen der Sonnenstrahlung auf dem meteorolog. Observatorium bei Potsdam, Veröffentl. d. Preuß. Met. Inst. No. 213, 1909*; desgleichen *No. 267, 1913.*

[3]) *Ergebnisse d. Arbeiten d. Kön. Preuß. Aeronaut. Observat. bei Lindenberg i. J. 1907.*

[4]) *A. a. O. 1913, Bd. 9.*

[5]) *A. a. O. 1913, Bd. 9.*

[6]) S. vor allem *Pyrheliometer and polarimeter observations, Bullet. of the Mount Weather Observatory Vol. 1, parts 2 and 4, and vol. 2, part. 2.*

[7]) Vor allem: *Bullet. de la Classe des Sciences de l'Acad. Royale de Belgique 1913, Nr. 7, p. 567—605* und *Ann. de Phys. 9, p. 113—203* und *10, p. 26—132, 1918* (*Contributions de l'étude du pouvoir absorbant de l'atmosphère terrestre*; Ref. von *Marten* i. d. *F. d. Phys. 74 III.*)

Ergebnissen wie *Kimball* gelangte. Wie enge Beziehungen zwischen den genannten Faktoren vorhanden sind, ergibt sich unmittelbar aus vorstehender, einer *Kimball*schen Arbeit entnommener Kurve der Strahlungs- und Polarisationswerte vom Mai 1912 bis Ende 1913 (Fig. 6)[1]). Wenn auch nicht immer Parallelismus vorhanden ist, so läßt sich doch wohl sagen, daß im allgemeinen ein Wachsen der Polarisation Hand in Hand geht mit einer Abnahme der Absorption, so gedacht, daß bei jedenfalls nahezu gleichem Wasserdampfgehalt am nämlichen Ort gleichen Polarisationswerten gleiche Strahlungs-Intensitäten entsprechen. Das Ergebnis *Gockels* (s. das *Wetter, Heft 5/6, 1919*), nach welchem nicht der geringste Zusammenhang zwischen dem Transmissionskoeffizienten und der Lage der neutralen Punkte vorhanden ist, bedarf jedenfalls sehr der Nachprüfung.

Mehr denn je nehmen neuerdings die zeitlichen Schwankungen der Strahlungs-Intensitäten das Interesse der Forscher in Anspruch, sei es, daß dabei Verände-

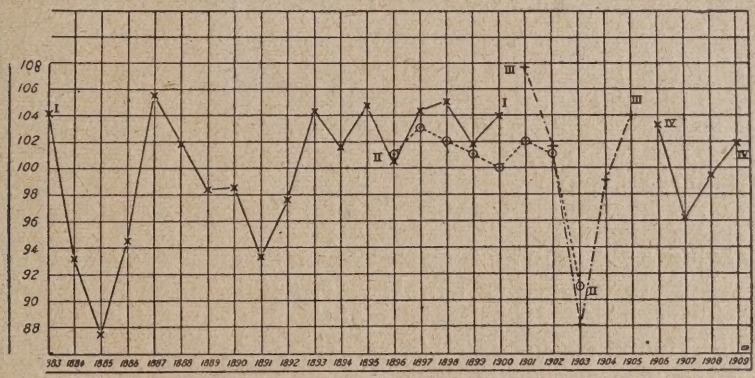


Fig. 7. Ergebnis der Messung der direkten Sonnenstrahlung in Montpellier, Lausanne, Warschau und Washington in den Jahren 1883—1909 nach *H. H. Kimball.*

rungen auf der Sonne, sei es, daß solche in der Erdatmosphäre in Frage kommen. Wie stark die pyrheliometrisch gemessene Sonnenstrahlung durch Vulkan-Ausbrüche beeinflußt wird, zeigen vorstehende, einer *Kimball*schen Arbeit entnommene Kurven in Fig. 7. bei denen die zwei tiefsten Zacken den Ausbrüchen des Krakatau und der westindischen Vulkane entsprechen, und die kleinen Werte zwischen 1888 und 1892 nach *Köppen*[2]) vermutlich wesentlich auf die Ausbrüche des Bandaisan, Bogoslof und Awoe auf Groß-Sangir zurückzuführen wären[3]). Nach *Humphreys*[4]) soll die Hülle vulkanischen Dunstes durch wesentlich stärkere Abschirmung der Sonnenstrahlung als der Ausstrahlung der Erde eine um-

[1]) Die Kreise bei den Kurven entsprechen den Beobachtungen am Mount Weather, Va., die Kreuze denen in Madison, Wisc.

[2]) *Met. Zs. 1914, S. 323.*

[3]) Bezüglich der Zacke von 1907 vgl. S. 418 von *Busch u. Jensen, Tatsachen u. Theorien.*

[4]) *Volcanic dust and other factors in the production of climatic changes, and their possible relation to ice ages. Bull. of the Mount Weather Obs. vol. 6, p. 1 (1913).*

gekehrte Treibhauswirkung ausüben und sehr wohl einschneidende Klima-Änderungen herbeiführen können).

Eine ausgeprägte Beziehung zwischen den Kurven des Pyrheliometers und der Sonnenflecken war bisher nicht zu konstatieren, was um so bemerkenswerter ist, als die eingehenden neueren Untersuchungen *Köppens*[1]) eine 11jährige Schwankung der Mitteltemperaturen genügend großer Gebiete der Erde äußerst wahrscheinlich gemacht haben (diese Periode wesentlich sicherer als die 35jährige *Brücknersche*), so gedacht, daß die mittlere Temperatur um die Zeit des Minimums verhältnismäßig hoch (etwa $^1/_2{}^\circ$ höher) ist. Dies ist allerdings schwer in Einklang zu bringen mit der heutigen Ansicht der wesentlichen Vertreter der Astrophysik, sowie mit den *Dornoschen* Bestimmungen der ultravioletten Intensität der Sonnenstrahlung, auch wenn man mit *Humphreys* die Annahme einer durch die Sonnenstrahlung bewirkten Änderung der Atmosphäre und einer dadurch hervorgerufenen variablen Ausstrahlung macht (Verminderung der Emission ultravioletter Sonnenstrahlung z. Z. des Maximums infolge stärkerer Zerstreuung in der Koronaregion, infolgedessen Herabsetzung der Ozonbildung und dadurch Verminderung der besonders starken Absorption der Erdstrahlung durch das Ozon). Offen bleibt auch die Frage nach einer etwaigen Beziehung zwischen Vulkanausbrüchen und der Sonnentätigkeit, ebenso auch die der von *Abbot, Fowle* und *Aldrich*[2]) behaupteten kurzperiodischen Schwankungen der Solarkonstante und deren Beziehung zu den Flecken.

Für relative Bestimmungen der gesamten Wärmestrahlung der Sonne eignet sich vorzüglich das auf dem *Violle*schen Prinzip beruhende, allerdings nach Möglichkeit vor Erschütterungen zu bewahrende, äußerst bequem zu handhabende und rasch einzustellende *Michelson*sche Aktinometer[3]), bei dem die durch die auffallende Strahlung erzeugte Verbiegung einer feinen geschwärzten bimetallischen Lamelle ein Maß für die Strahlung gibt und durch ein Mikroskop mit Okularmikrometer gemessen wird. Will man die Werte längerer Beobachtungsreihen untereinander vergleichen, oder gar absolute Messungen ausführen, so muß man das Aktinometer möglichst oft an ein sekundäres Standard-Instrument anschließen[4]), wobei die Beeinflussung der Eichwerte durch die Länge des Mikroskop-Auszuges zu beachten ist. In verhältnismäßig kurzer Zeit läßt sich eine solche Eichung mit dem von dem *Aktiebolaget J. L. Rose*

---

[1]) *Lufttemperaturen, Sonnenflecken und Vulkanausbrüche, Met. Zs. 1914, S. 305—328.* — Sonst. Literatur: *Hahn, Über die Beziehungen der Sonnenfleckenperiode zu meteorologischen Erscheinungen. 8° Leipzig 1877. — Fritz, Die Beziehungen der Sonnenflecke zu den magnetischen und meteorologischen Erscheinungen der Erde, 4°. Haarlem 1878.*

[2]) *Smithson. Miscellan. Collect. vol. 60, No. 18, 1913; Met. Zs. 1913, S. 257—268.* — S. darüber *Defant, Met. Zs. 1913, S. 289—295,* und vor allem *Guthnicks* Untersuchungen. — Über Klimaänderungen in Bezieh. zu Variationen der Sonnenstrahlung, zu Veränderungen i. Kohlensäuregehalt der Atmosphäre (Hypothese von *S. Arrhenius* etc.) s. auch *M. P. Rudzky, Physik der Erde, Leipzig 1911 bei Tauchnitz.*

[3]) *Met. Zs.* und *Phys. Zs. 1908 und Met. Zs. 1913.* Der Apparat erhältlich bei *Gustav Schulze in Potsdam.*

[4]) Eingehend wird darüber berichtet in *W. Marten, Messgn. d. Sonnenstrahlg. in Potsdam 1909—1912, i. d. Veröffentlich. d. Kgl. Preuss. Met. Inst. No. 267, 1913.*

in Upsala zu beziehenden *Ångströmschen* Pyrheliometer[1]) durchführen, bei welchem von zwei einseitig geschwärzten, in ihren geometrischen und physikalischen Eigenschaften möglichst gleichen Manganinstreifen einer der Sonnenstrahlung ausgesetzt, und der andere, gegen die Strahlung geschützte, durch einen elektrischen Kompensationsstrom auf gleiche Temperatur mit dem bestrahlten gebracht wird. Die Temperaturgleichheit, d. h. die Gleichheit der durch die Strahlung und durch den Strom zugeführten Energie, wird festgestellt mit Hilfe von Thermoelementen, die auf der Rückseite der Streifen elektrisch isoliert befestigt sind, so gedacht, daß das Gegeneinanderschalten der Thermoströme einen Galvanometerausschlag verhindert (Nullmethode)[2]). Aus Flächengröße, Widerstand und Absorptionsgröße der Streifen sowie aus der gemessenen Stromstärke bestimmt sich leicht die in der Zeiteinheit zugeführte Kalorienzahl. Störend macht sich der Windeinfluß bemerkbar. Da das Instrumentchen auf der Oxforder Konferenz von der *Internationalen Vereinigung zur Sonnenforschung* als Standard-Instrument angenommen wurde, ist zu beachten, daß nach späteren Untersuchungen *Ångströms*[3]) eine Korrektion von + 1,3% an die erhaltenen Werte anzubringen ist, die zum Teil darauf zurückzuführen ist, daß der bestrahlte Streifen nur von außen erwärmt wird, der beschattete dagegen durch das ganze Volumen hindurch. Die *Abbot*sche *Smithsonian Scala Revised 1913* — das *Water-flow-pyrheliometer*, bei dem die Sonnenstrahlen in eine geschwärzte, tiefe, konisch verlaufende Kammer fallen, welche von fließendem Wasser aufs genaueste zu bestimmender Temperatur umspült wird —, nach welcher man neuerdings allgemein rechnet, liegt allerdings noch um etwa 3,5% höher. An diese absolute Skala ist eine Reihe von auf dem Kalorimeter-Prinzip (verbesserter *Pouillet-Tyndall*-Typ) beruhenden Silberscheiben-Pyrheliometern[4]) angeschlossen, die sich in verschiedenen europäischen Observatorien (z. B. Potsdam) befinden. Die mittels eines besonders empfindlichen und genau graduierten Thermometers gemessene Temperaturerhöhung einer geschwärzten Silberscheibe, vermehrt um eine Abkühlungs-Korrektion gegen die Umgebung bei Beschattung, läßt bei diesem sich sehr konstant haltenden Apparate die Strahlungsintensität (Summenangaben für zwei Minuten im Gegensatze zu dem die Energieströmung in jedem Augenblick unmittelbar angebenden *Ångström*schen Apparate) bestimmen.

Für die optische Bestimmung der Sonnenstrahlung kommt in erster Linie das *L. Weber*sche, von *Schmidt & Haensch in Berlin* zu beziehende Photometer in Frage, das durch *Dorno* den Hochgebirgsverhältnissen angepaßt wurde. — Faßt man die lichtelektrisch wirksamen Strahlen ins Auge, so wird man heute im all-

[1]) *Ann. der Phys. Bd. 67, S. 633—648, 1899 u. Met. Zs. 1914, p. 369—373.*

[2]) Das Nullinstrument (Zeiger-Galvanometer), das Milliamperemeter, der Widerstand bei *Siemens & Halske* zu beziehen.

[3]) *Met. Zs. 1914, S. 369—373.* — Eingehende Besprechung von Fehlerquellen etc. s. auch in: *H. H. Kimball, Observations of solar radiation with the Ångström Pyrheliometer, Monthly. Weather Rev. 1903 (19 S.).* — S. auch *Boutaric l. cit. i. d. Ann. Chim. Phys. t. IX, 1918, p. 120—126.*

[4]) *Abbot, The silver disk pyrheliometer. Smithson. miscellan. collect. Bd. 56, No. 19, 1911. Washington.* — Ferner: *Abbot and Aldrich, Smithsonian pyrheliometry revised, Smithson. misc. coll. 60, No. 18, 1913.*

gemeinen dem mit Zellen (Kalium, Natrium, Rubidium, Zink, Cadmium) versehenen Photometer den Vorzug geben. Wie *Lenard* gezeigt hat[1]), ist aber das mit dem *Wulf*schen Zweifaden-Elektrometer versehene *Elster* und *Geitel*sche Zinkkugel-Photometer[2]), wenn der Apparat durch auswechselbare Aluminiumkugeln und oxydierte Kupferkugeln sowie durch Filter aus gewöhnl. Glas, Jenaer Glas, Flußspat, Quarz, Kalkspat vervollständigt wird, vorzüglich zur genaueren Analyse der ultravioletten Strahlung in verschiedenen Höhen geeignet.

Will man bei all diesen Strahlungsmessungen aus den verschiedenen Sonnenhöhen zukommenden Werten auf die Verhältnisse außerhalb der Atmosphäre schließen, so kommt es auf die Kenntnis der zwischen Sonne und Beobachter liegenden Luftmassen an. Hier legt man am besten die von *Bemporad* berechneten Werte[3]) zugrunde. Keineswegs darf man ohne weiteres — wie es z. T. geschehen ist — die Lichtschwächung in einer bestimmten Luftschicht der Dichte der Luft proportional setzen (Verteilung von Staubteilchen usw.)[4]).

Für die Theorie der Lichtschwächung in der Atmosphäre und mit Rücksicht auf meteorologische und luftelektrische Verhältnisse sowie auf die Praxis sind Bestimmungen horizontaler Luftschichten, wie sie schon von *Schlagintweit* und später von *Oddone* und von *Häcker* ausgeführt wurden, von großem Wert[5]). *Wigands*, von *Bernh. Halle Nachfolg. in Berlin-Steglitz* gelieferter Sichtmesser[6]) wird praktisch und zum Vergleich der von einem Beobachter gewonnenen Werte untereinander recht brauchbar sein, nach Ansicht des Verfassers aber kaum zum Vergleich der von mehreren Beobachtern gewonnenen Zahlen. Eine wesentliche Verbesserung wurde offenbar durch den Ersatz einer stufenmäßigen Veränderlichkeit der Trübung der angewandten Filter durch eine kontinuierliche Filtertrübung erzielt[7]).

Die Dämmerungs-Phänomene und verwandte Erscheinungen.

Während nun die bisher besprochenen optischen Phänomene, welche schon durch die stets in der Atmosphäre vorhandenen kleinen Partikelchen jeglicher Art hervorgebracht werden, im wesentlichen nur auf instrumentellem Wege zu verfolgen sind, gibt es eine Gruppe von ebenfalls durch allgemeine Trübungen modifizierten Erscheinungen, deren systematische Verfolgung mit unbewaffnetem Auge schon von großem Wert für die Wissenschaft ist. Es handelt sich um die Dämmerungsphänomene, die ebenfalls eine eingehendere Erörterung benötigen.

[1]) *Zur Analyse der ultravioletten Sonnenstrahlung mit Bezug auf deren meteorologische Wirkungen, Met. Zs. 1913, S. 269—278.*

[2]) Wie d. soeben erwähnte Apparat von *Günther & Tegetmeyer in Braunschweig* zu bezieh.

[3]) *A. Bemporad, Atti d. Reg. Acad. dei Lincei, Rom 1905.*

[4]) S. außer *Pernter-Exner, Met. Optik* auch *A. Bemporad, La teoria dell' assorbimento atmosferico in base a particulari ipotesi sulla trasparenza dell' aria a varie altezze. Rend. Napoli (3a) 19, 236—271, 1914* (S. auch *Bemporad*, Beitrag in *Winkelmanns Handbuch der Physik*).

[5]) S. vor allem *Pernter-Exner, Met. Optik* und *G. Häckers Kieler Dissertation, Bestimmung des Transparenz-Koeffizienten des Nebels und der zugehörigen Sichtweite sowie Untersuchungen über den Zusammenhang zwischen Beleuchtungsstärke, Kontrastgröße und Sehschärfe. 1905.*

[6]) *Phys. Zs. 1919.*

[7]) *A. Wigand, Ein neuer Sichtmesser, Physik. Zs. 22, 1921, p. 484.*

Im weiteren Sinne gehört dazu auch das Phänomen der sich in größeren Höhen abspielenden, von *Jesse* in Steglitz entdeckten und hernach besonders eingehend von ihm selber untersuchten, in einem eigentümlich bläulich-weißen Licht erstrahlenden silbernen Nachtwolken, welche abends um so mehr in prachtvollem Glanze hervortreten, je mehr das weitere Sinken der untergehenden Sonne die unmittelbare Bestrahlung der unteren Luftschichten unmöglich macht (morgens umgekehrt). Wenn auf der einen Seite nicht mehr daran zu zweifeln ist, daß es sich hier um eine direkte Beleuchtung der Gebilde durch die in einer gewissen Tiefe unterm Horizont stehende Sonne handelt, soll auf der andern im Hinblick auf Berechnungen ihrer Höhenlage in der Atmosphäre aus der Höhe ihrer oberen Grenze überm Horizont und aus der Sonnentiefe betont werden, daß es sich nach *H. v. Helmholtz* (*Met. Zs. 1887*), welcher das Licht unpolarisiert fand, nicht um eine regelmäßige, sondern um eine diffuse Reflexion handelt. Wie sich aus Untersuchungen mittels farbiger Glasplatten und aus spektroskopischen Analysen ergab, strahlten die Wolken vor allem blaues und violettes Licht zurück, wogegen sie rotes ungehindert hindurchließen. Die sich vielfach zeigende gelbliche oder rötliche Färbung der dem Horizont am nächsten liegenden Wolken wurde naturgemäß auf Dunstschichten zurückgeführt, die vor den Wolkengebilden lagen. Das ganze Phänomen konnte natürlich nicht auftreten, wenn stark getrübte tiefere Schichten der Atmosphäre die Strahlen auf dem Wege von der Sonne zu den Wolken bzw. von dort zum Beobachter zu sehr schwächten.

In der Annahme, daß das Phänomen auf den im August 1883 erfolgten gewaltigen Krakatau-Ausbruch zurückzuführen sei, suchte daher *Foerster*[1]), dem wir eine vorzügliche, allgemein verständliche Darstellung aller mit diesen Erscheinungen zusammenhängenden Fragen verdanken, die verhältnismäßig späte Beobachtung derselben (in großer Lichtstärke erst i. Juni u. Juli 1885) dadurch zu erklären, daß vorher die unteren und mittleren Luftschichten noch nicht genügend von den trübenden Teilchen gereinigt waren. Bemerkenswert ist die allmähliche Abnahme der Helligkeit (1887 schon erheblich schwächer) und ebenso der Umstand, daß die leuchtenden Gebilde in der ersten Zeit ihres Erscheinens in unsern Breiten bei günstigem Sonnenstande vorübergehend auch hoch am Himmel wahrgenommen wurden, wogegen sie hernach, wenn auch sehr andauernd, nur in der Nähe des Horizonts zwischen Nordwest und Nordost für uns sichtbar blieben. Wenn auch die besonders exakten trigonometrischen Höhenbestimmungen mittels gleichzeitiger photographischer Aufnahmen von drei bis vier Stationen aus erst in den Jahren 1888—1891 von *Jesse* ausgeführt werden konnten, so ist man doch sicher zu der Annahme berechtigt, — worauf auch *S. Günther* hingewiesen hat — daß seine früh begonnenen Höhenbestimmungen bis zur Erreichung einer gewissen Konstanz (etwa 80 km i. d. J. 1888—91) eine fortlaufende Zunahme der Werte ergaben. Bemerkenswert ist ferner die Konstatierung einer wesentlich von Ost nach West gerichteten Geschwindigkeit der Wolken von etwa 100 m/sec, sowie auch der Umstand, daß sie auf beiden Halb-

[1]) *W. Foerster, Von der Erdatmosphäre zum Himmelsraume, Berlin und Leipzig bei H. Hillger, 1906.*

kugeln fast nur im Sommer festgestellt wurden, woraus *Foerster* auf eine periodische Wanderung (bzw. Stoffansammlung) der Gebilde schloß, die er auf die in Verbindung mit der geneigten Lage der Erdachse gebrachte Wirkung eines widerstehenden Mittels des Weltalls zurückzuführen suchte.

Gegen die Auffassung der *Jesse*schen Wolken als Folgeerscheinung des Krakatau-Ausbruchs sind wohl mit Recht um so mehr Bedenken erhoben worden, als das Phänomen nach allmählichem Verblassen in neuerer Zeit mehrfach (so im Sommer 1908 von *Busch*, i. S. 1909 von *Störmer* und 1914 von *Battermann* beobachtet) wieder in großer Pracht aufgetreten ist. So wurde namentlich durch die glänzenden Erscheinungen vom 30. Juni 1908 (*Met. Zs. u. Phys. Zs. 1908*) der Gedanke eines rein kosmischen Phänomens recht nahe gelegt. Da man auch hinsichtlich der Natur der Wolken noch völlig im Dunkeln tappt, muß hier nachdrücklichst auf die Erscheinung aufmerksam gemacht werden, unter Hinweis auf die seinerzeit von *Foerster* und *Jesse* an Astronomen und Geophysiker ergangene Aufforderung zur systematischen Verfolgung derselben (s. *Mitteilgn. d. V. A. P.* und *Met. Zs. 1892*). Natürlich können, falls Zeit oder Gelegenheit zu weiterer Beobachtung oder Messung fehlt, schon rein statistische Aufzeichnungen (möglichst mit genauer Angabe der Bewölkung, Sichtigkeit usw.) wertvoll werden. Wer mehr tun will und kann, bestimme jedenfalls mit einem geeigneten Winkel-Apparate (z. B. dem *Jensen*schen Pendelquadranten) die scheinbare Höhe der oberen Grenze der Wolken und untersuche die Lichtstärke des Phänomens unter Vorhaltung verschiedener, möglichst einfarbiger Gläser. — Bezüglich der Literatur muß vor allem auf die *Met. Zeitschr.* der 80er Jahre verwiesen werden.

Auch auf dem Gebiete der bekannteren Dämmerungs-Phänomene und der verwandten Erscheinungen, deren Verfolgung von Wert ist für neuerdings stark in den Vordergrund des Interesses gerückte Probleme (Beziehung allgemeiner Trübungen der Atmosphäre zu besonderen tellurischen und kosmischen Vorgängen usw.) harren noch zahlreiche Fragen der Beantwortung, und gerade dies ist eins derjenigen Gebiete, wo die Mitwirkung weiterer wissenschaftlich interessierter Kreise um so mehr in besonderem Maße erwünscht ist, als sich hier mit verhältnismäßig einfachen Mitteln beobachten läßt.

Die erste eingehende Beschreibung des normalen Dämmerungs-Phänomens verdanken wir *v. Bezold*, der ein klassisches Durchschnittsbild der für den Abend geltenden Reihenfolge der verschiedenen Dämmerungs-Phasen am Ost- und Westhimmel gegeben hat[1]). Man findet es wiedergegeben in der für das Eindringen in den Gegenstand wichtigen *F. Exner*schen Bearbeitung dieses Kapitels in der (bisher vergriffenen, wie zu hoffen steht, aber in absehbarer Zeit neu herauszugebenden) *Meteorologischen Optik von Pernter-Exner*[2]). Die in Assuan studierte Morgendämmerung beschreiben *Miethe* u. *Lehmann* in der *Met. Zs. 26, 1909*. Die auffälligen, nach dem Krakatau-Ausbruch an vielen Orten eingetretenen Änderungen hinsichtlich der Intensität und der Dauer der Erscheinungen wurden

[1]) *Poggend. Ann. 123, 1864* sowie *gesammelte Abhandlgn. a. d. Geb. d. Met. u. d. Erdmagn., Braunschweig, Vieweg 1906.*

[2]) *Wien u. Leipzig bei W. Braumüller, 1902—1910.*

namentlich von *G. Neumayer*[1]), *R. Russel* und *Douglas Archibald*[2]) sowie von *Kießling*[3]) verarbeitet. Letzterer gibt außer der Feststellung des Zusammenhanges zwischen den vulkanischen Vorgängen auf der Insel Krakatau und der im Spätsommer und Herbst 1883 auf dem größten Teil der Erdoberfläche beobachteten gewaltigen Steigerung der Dämmerungs-Phänomene auf Grund eigener Untersuchungen mit künstlichem Nebel (Nebelglüh-Apparat) eine physikalische Erklärung der Farbenerscheinungen bei normaler und anormaler Dämmerung. Besonders wichtige Beiträge wurden auch von *Busch*[4]) und *Riggenbach*[5]) gegeben, die ihr Augenmerk wesentlich auf das Purpurlicht und den auffallenden, zuerst am 5. Sept. 1883 von *Bishop* auf Honolulu beobachteten und nach ihm benannten Ring um die Sonne (innere Aureole eines Beugungsringes) lenkten. Vereinzelte Berichte über die nach dem allmählichen Verblassen dieser Phänomene seit dem Herbst 1892 wieder intensiver gewordenen Dämmerungserscheinungen erfolgten noch. (S. *Backhouse* i. d. *Nature 47* von *1893* u. *Met. Zs. 1892*, S. *27—28*). Auf die etwa ab Mitte Juni 1902 wieder zu ungeahnter Pracht entwickelten Dämmerungserscheinungen sowie auf das erneute Erscheinen des *Bishop*schen Ringes machte *Max Wolf* in der *Vierteljahrsschrift der Astron. Ges. Jahrg. 38, Heft 2* (s. *Met. Zs. 1903*) aufmerksam und brachte sie in Verbindung mit dem gewaltigen, im Frühjahr des nämlichen Jahres erfolgten Ausbruch der westindischen Vulkane. Diese Ansicht vertrat auch *Busch*, der im Zusammenhang mit seinem Bericht über die veränderten atmosphärischen Polarisations-Verhältnisse in der *Met. Zs. 1903* diese Dinge besprach. Die wesentlichste Literatur über die 1902 bis 1904 auftretenden[6]) sowie über die z. Teil den Gedanken eines Einflusses nichttellurischer Art nahelegenden Dämmerungs-Anomalien von 1906, 1907 u. 1908[7]) ersieht man aus den *Fortschritten der Physik*. Literaturnachweis über die offenbar auf den Ausbruch des Katmai-Vulkans i. Sommer 1912 zurückzuführenden sowie auf spätere Dämmerungsanomalien, an deren Verfolgung sich u. a. in besonders reger Weise *Maurer*, *Plassmann* und *M. Wolf* beteiligt haben, findet sich bis 1916 einschließlich, abgesehen von den *F. d. Phys.*, in den Sammelreferaten (*Fortschr. d. met. Opt.*) des Verfassers, in den *Mitteilgn. d. V. A. P. Bd. 23, 25 u. 28*. In diesem Zusammenhange mag auch kurz hingewiesen werden auf die mit allgemeinen Trübungen der Atmosphäre zusammenhängenden, vor allem

[1]) *Met. Zs. 1884.*

[2]) Optische Erscheinungen infolge des Krakatauausbruchs in „*The eruption of Krakatoa and subsequent phenomena, Report of the Krakatoa-Committee of the Royal Society. Edited by G. J. Symons, London 1888* (von *J. M. Pernter* besprochen in der *Met. Zs. 1889*)".

[3]) *Untersuchungen über Dämmerungserscheinungen etc., Hamburg u. Leipzig bei Leopold Voss 1888.* — S. auch *Kießling, Über den Einfluß künstlich erzeugter Nebel auf direktes Sonnenlicht, Met. Zs. 1884, S. 117—126.*

[4]) *Arnsberg 1887, Gymnasial-Programm.*

[5]) *Basel, 1886, Habilitationsschrift.*

[6]) *Busch, Met. Zs. 1905, S. 280—82; Forel, Arch. sc. phys. et nat. 110, p. 229—259, 1905; Marchand, Ann. soc. mét. de France 53, 40—45, 1905; Maurer, Met. Zs. 1905, 91—92;* und andere. — Bezügl. and. atm.-opt. Störungen s. *G. Sack* (*Met. Zs. 1904, p. 105—112*).

[7]) Es sei auch auf die von *A. Stentzel* herausgegebene *Astr. Zs.* hingewiesen, in welcher dieser — allerdings leider recht einseitig und kritiklos — über seine fortlaufenden, äußerst fleißigen Dämmerungsbeobachtungen in Hamburg berichtet.

von *M. Wolf* verfolgten höchsten Dämmerungscirren (s. u. a. *Met. Zs. 1916, p. 517—519*), auf die damit zusammenhängenden Phänomene der variablen Intensität des aschfarbenen Lichtes der Mondscheibe (s. u. a. *F. W. Very, Astron. Nachr. Bd. 201, Spalte 353—400, 1915* und *J. Plassmann, Astron. Nachr. 204, Sp. 73—74, 1917*) sowie auf die von allgemeinen Trübungen offenbar stark abhängige Färbung des verfinsterten Mondes. Besonders muß aufmerksam gemacht werden auf die seit 1903 systematisch betriebene Verfolgung der Dämmerungs-Phänomene durch *Gruner* in Bern, der fortlaufend über seine Beobachtungen und Messungen in den *Mitteilgn. d. Naturf.-Ges. zu Bern* berichtet hat (s. i. d. neueren Jahren auch *Arch. des scienc. phys. et nat. de Genève*) und als Frucht eigener Beobachtungen und eingehenden Studiums fremder Arbeiten i. J. 1915 zwecks Anleitung zur Beobachtung eine *Schematische Darstellung des Verlaufes der Dämmerung* gab[1]), der i. J. 1918 eine zusammenfassende Arbeit über die Dämmerungserscheinungen nach bisherigen und neueren Beobachtungen in der Schweiz veröffentlichte[2]) und vor allem i. J. 1921 in Band 57 der *Denkschriften der Schweizerischen Naturforschenden Gesellschaft* eine „Historisch-chronologische Übersicht der schweizerischen Beobachtungen und Veröffentlichungen über Dämmerungsfarben und Alpenglühen (als 1. Teil der „Beiträge zur Kenntnis der Dämmerungs-Erscheinungen und des Alpenglühens"). Sehr wertvoll ist auch die in den *Veröffentlichungen des Königl. Preuß. Instituts (Nr. 295) i. J. 1917* erschienene Monographie *Dornos* über seine Beobachtungen der Dämmerung und damit in nahem Zusammenhang stehender Ringerscheinungen um die Sonne[3]).

Bei der normalen Dämmerung, bei der wir zur Vereinfachung von der Morgendämmerung absehen, haben wir von der mit dem Augenblick des Sonnenunterganges beginnenden eigentlichen Dämmerung die sogen. Tagdämmerung zu unterscheiden, die einmal in den vielfach schon vor Sonnenuntergang in der Nähe des Horizonts zu beobachtenden verhältnismäßig mattfarbigen Horizontalstreifen in die Erscheinung tritt und zum andern vor allem bei genügender Abblendung der direkten Sonnenstrahlen in zartesten, vielfach blaßrötlichen Ringerscheinungen, welche den mehr oder weniger kreisförmigen hellen Schein um die Sonne, den sogenannten klaren Schein, umgeben. Letzterer ist übrigens vielfach auch bei höherem Sonnenstande festzustellen und umgibt öfter eine kleine, gewöhnlich hellglänzende, undurchsichtige, sich der Sonne anschmiegende Aureole. Bei starker Annäherung der Sonne an den Horizont bilden sich vielfach am Osthimmel stärkere purpurne Farbentöne aus und am Westhimmel mehr gelbliche

---

[1]) *Mitteilungen d. Nat. Gesellsch. i. Bern (Abkürzung und Umarbeitung* i. d. *Met. Zeitschrift 1917).*

[2]) *Beitr. z. Phys. d. freien Atmosph., herausgegeb. von Hergesell, Verlag O. Mennich, München-Leipzig, Bd. 8, Heft 1.*

[3]) *Selbstreferate Met. Zs. 1917.* — S. vor allem auch: *I. Maurer,* Die atmosphärische Sonnenkorona und ihre jährliche Veränderung, *Met. Zs. 32, 1915, 114—118;* derselbe; *Ein neues Glied der atmosphärischen Optik, Wetter 33, 275—281, 1916; Zur atmosphärisch-optischen Störung des Sommers 1916. Met. Zs. 33, 515—517, 1916* und *Wirkung solarer Kathodenstrahlung in unserer Atmosphäre. Astron. Nachr. Bd. 203, Spalte 99, 1916.*

bis mattrötliche Töne[1]) (in unmittelbarer Nähe des Horizonts mehr Rot bis Braunrot infolge des Dunstes, entsprechend i. Osten verändert), wobei allerdings zu beachten ist, daß über der Sonne eine stark transparente, dem schon erwähnten klaren Schein entsprechende Stelle von verhältnismäßig starker horizontaler Ausbreitung übrig bleibt, welche den mehr gelblichen Teil vom blauen Himmel trennt und sich nach Sonnenuntergang zu dem das gelbliche Segment begrenzenden Dämmerungsschein ausbildet.

Nach dem scheinbaren (mit Rücksicht auf die Refraktion) Untergang der Sonne erhebt sich vom Horizont des Osthimmels ein verhältnismäßig dunkles, aschgraues, jedoch vielfach einen Stich ins Bläuliche aufweisendes, mehr oder weniger scharf begrenztes Segment, der sogen. Erdschatten, mit seiner als Erdschattenbogen bezeichneten oberen Grenze. Dieses engt, indem es rascher steigt, als die Sonne sinkt, die als Gegendämmerung bezeichnete farbige Dämmerung am Osthimmel mehr und mehr ein, bis der immer schmäler werdende farbige Gürtel, der im allgemeinen höchstens bis zu 12° Höhe zu verfolgen ist und nur in günstigen Fällen bis zu 30° hinauf und höher — bis über das Zenit hinaus — gemessen werden konnte, verschwunden ist[2]). — Während nun am Westhimmel das helle Segment mehr und mehr sinkt, tritt bei 2 bis 3° Sonnentiefe in etwa 25° Höhe überm Horizonte das auch nach den neueren *Gruner*schen Untersuchungen fast immer in einem Zusammenhang mit dem erwähnten klaren Schein stehende Purpurlicht auf. Bei sehr reinem Himmel kann man es, sobald es sich seinem Intensitäts-Maximum genähert hat, nahezu in kreisförmiger Gestalt sehen, die unter beständigem Wachsen des Durchmessers mehr und mehr hinter das in nachstehenden Figuren 8 und 9

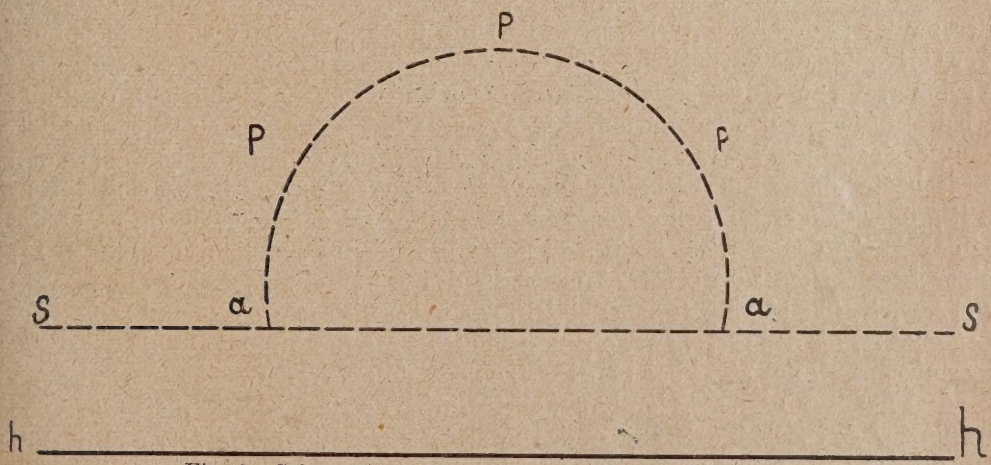


Fig. 8. Schematische Darstellung des Purpurlichtbogens.

[1]) Die Färbungen variieren zeitlich und örtlich stark; so beobachtete der Verf. am abendlichen Osthimmel Hamburgs vielfach rötlichviolette Tinten; auf alle Fälle kann man aber sagen, daß die Sonnenseite im allgemeinen längere und die Gegenseite kürzere Wellenlängen aufweist.

[2]) *H. Dember und M. Uibe, Über eine physikalische Theorie der Bewegung des Erdschattens. Leipziger Ber. Bd. 71, p. 227—239, 1919.*

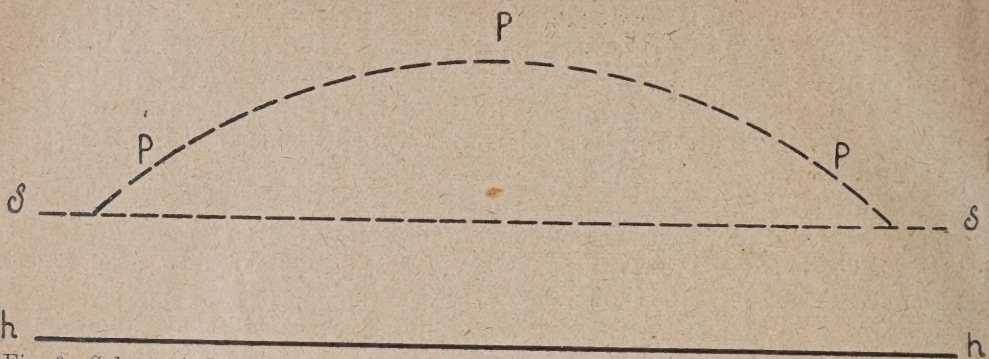


Fig. 9. Schematische Darstellung des Purpurlichtbogens nach weiterem Sinken der Sonne.

mit *SShh* bezeichnete gelbe Segment hinabzugleiten scheint. Hand in Hand mit der stärkeren Entwickelung pflegt das völlige Erlöschen der Gegendämmerung zu gehen. In unsern Gegenden ist vor allem auch auf die bis zu verhältnismäßig großen Sonnentiefen leichter zu beobachtenden strahligen Purpurlichter zu achten, deren Entstehung auf die Schattenwirkungen entfernter Berge, unter dem Horizont liegender Wolken und auch auf Dünste zurückgeführt wird. Mit dem Verschwinden des sich allmählich zu einer schmalen Zone zusammenziehenden ersten oder sogen. Hauptpurpurlichtes bei etwa 6° Sonnentiefe ist das Ende der von der astronomischen abgelösten bürgerlichen Dämmerung erreicht. Die astronomische Dämmerung beginnt nach *v. Bezold* damit, daß sich am östlichen Himmel ein allerdings sehr schwaches, zenitwärts bewegtes dunkles Segment, der zweite Erdschatten, erhebt, welches die unter günstigen Umständen kurz vor Untergang des Purpurlichtes am Osthorizont in die Erscheinung tretende neue Färbung, die zweite Gegendämmerung, mehr und mehr einengt. Nach *v. Bezold* wird aber besser das fast gleichzeitige Verschwinden des Purpurlichtes als Anfang der astronomischen Dämmerung bezeichnet, da das Erscheinen des zweiten Erdschattens sehr schwer bestimmbar ist. Am Westhimmel bildet sich gleichzeitig über dem ersten hellen Segment ein zweiter Dämmerungsschein, und beim Hinabgleiten des ersteren kann sich unter besonders günstigen Umständen bei einer Sonnentiefe von etwa 7° oberhalb des Dämmerungsbogens ein zweites Purpurlicht (nie strahlenförmig) bilden, das wesentlich schwächer und schlechter begrenzt ist als das erste, aber ebenso wie dieses rascher hinabsinkt als der Dämmerungsbogen, um etwa bei 11—12° Sonnentiefe zu verschwinden. Unter besonders günstigen Umständen kann, ebenso wie das Hauptpurpurlicht die Lichtquelle für das Zustandekommen des zweiten Purpurlichtes bildet, aus diesem ein drittes Purpurlicht erzeugt werden. Der zwischen 15 und 18° Sonnentiefe erfolgende Untergang des zweiten Dämmerungsbogens stellt das Ende der astronomischen Dämmerung dar, wobei zu beachten ist, daß dieser Zeitpunkt starken zeitlichen und örtlichen Schwankungen unterliegt. Exakte Beobachtungen in dieser Richtung sind schon im Hinblick auf die Dämmerungstheorie noch sehr erwünscht, wobei vor allem auch auf die Wichtigkeit von Beobachtungen zur See aufmerksam gemacht sei.

Im engsten Zusammenhang mit den eigentlichen Dämmerungs-Phänomenen steht die wundervolle Färbung des Alpenglühens, bei welchem nach *Schlagintweit*, *Maurer*, *Heim* und *Gruner* das durch Beleuchtung der Firne durch die direkten Sonnenstrahlen verursachte Hauptglühen durch die kurze Periode der Auslöschung (z.T. das charakteristische Leichengrau, die „*coloration cadavereuse*") von der durch den Widerschein der Färbungen des Abendhimmels verursachten „Nachfärbung" getrennt ist. Es sei auf den von *Gruner* erwiesenen engen Zusammenhang zwischen Purpurlicht und Nachglühen der Alpen hingewiesen. Genauere Beschreibungen über das Alpenglühen sind zu finden bei *Gruner, Die Dämmerungserscheinungen nach bisherigen und neueren Beobachtungen in der Schweiz*[1]), bei *Meyer und Moser, Alpine Dämmerungserscheinungen*[2]) sowie in dem prächtigen allgemein verständlichen, mit schönen farbigen Abbildungen versehenen Büchlein *Heims*[3]).

Das Charakteristische der schon erwähnten und der 1916—17 beobachteten Dämmerungs-Phänomene ist in einer Steigerung der Intensität und der Dauer zu erblicken. Auffallend war vielfach besonders die Stärke des ersten Purpurlichtes sowie das häufige Auftreten und die lange Dauer des zweiten Purpurlichtes.

Mit der genaueren Analyse und Erklärung dieser und der wichtigsten damit zusammenhängenden Phänomene haben sich in den 80er Jahren des vorigen Jahrhunderts eingehend *Busch*, *Kießling*, *Pernter*, *Ricco* und *Riggenbach* beschäftigt. *Kießling* führte die Entstehung des ersten Purpurlichtes hauptsächlich auf die Beugung der beim Durchgang durch die tiefsten Schichten der Atmosphäre rot gefärbten Sonnenstrahlen zurück, ohne jedoch den Gedanken an die Mitwirkung von Reflexion oder Brechung (Wasser- oder Eiskügelchen) auszuschließen.

Die Übereinstimmung zwischen dem Spektrum und den Polarisations-Verhältnissen des ersten Purpurlichtes und des zur Zeit allgemeiner Trübungen vielfach auch bei großen Sonnenhöhen vorhandenen *Bishop*schen Ringes und die Tatsache, daß das erste Purpurlicht kurz nach dem völligen Verschwinden des *Bishop*schen Ringes dort am Himmel aufzuleuchten beginnt, wo man bei dem augenblicklichen Sonnenstande die hellste Stelle des Ringes erwarten müßte, führten *Riggenbach* zu der Ansicht, daß man das Purpurlicht als eine Diffraktions-Erscheinung des infolge des Durchganges durch ausgedehnte Atmosphärenschichten mehr oder weniger rot gefärbten Sonnenlichtes in derselben homogenen Nebelschicht, die auch den *Bishop*schen Ring[4]) erzeugt, ansehen müsse.

Die Höhe der Dunstschicht, welche die auffälligen Dämmerungserscheinungen im Winter 1883/84 hervorrief, wurde von *Jesse* auf Grund von Messungen des

[1]) *Beiträge z. Phys. d. freien Atmosphäre Bd. 8*, Auszug aus der umfangreichen, unter obigem Titel von Prof. *Gruner*, Lehrer *Meyer* und *Dr. h. c. Friedrich Schmid* 1917 von der *Schweiz. Naturf.-Ges.* mit dem *Schläfli*-Preise gekrönten Arbeit, 2. *Beilage zum Jahrbuch 52 des Schweizer Alpenklubs* (*Buch- und Kunstdruckerei Bentell A.-G., Rümpliz-Bern*), *1918*. S. auch *P. Gruner, Die Färbungen des Himmels, Akadem. Vortrag, bei K. I. Wyss, Bern 1921*.

[2]) *Beilage z. Jahrb d. Schweizer Alpenklub, Rümpliz-Bern, 1918*.

[3]) Verlagshandlung *Hofer, Graphische Anstalt, Zürich, 1912*.

[4]) *I. M. Pernter, Zur Theorie des Bishop'schen Ringes, Met. Zs. 1889, S. 401—409; 447 bis 453*. — Die *Fraunhofer*schen Ringe wurden sehr erschöpfend behandelt von *Karl Exner* in d. *Wiener Ber. 76 (1877); 90 (1884), 98 (1889)*.

oberen Randes des Purpurlichtes zu 18 bis 22 km bestimmt[1]). Nimmt man nun mit *Kießling* und mit *Pernter*, welcher die *Kießling*sche Theorie tiefer ausgebaut hat, an, daß die glänzenden Purpurlichter in den 80er Jahren auf Beugung in einer Hochnebelschicht zurückzuführen sind, so scheint es doch noch nicht erwiesen zu sein, ob der dabei offenbar in Frage kommende Dunstnebel im wesentlichen aus trockenem Staub (ultramikroskopischer Vulkanstaub verschiedenster Form), oder aus Kondensations-Produkten von Gasen, und zwar besonders von Wasserdampf, zusammengesetzt war. Auf Grund der Tatsache, daß der Krakatau-Ausbruch erwiesenermaßen ein sehr gasreicher war, denkt *Pernter* vor allem an Kondensations-Produkte des Wasserdampfes[2]). — Daß bei starken Trübungen in den höheren Schichten der Atmosphäre erzeugte Purpurlichter wegen der Absorption auf dem Wege zum Beobachter hin nicht in die Erscheinung treten können, bevor sich die Troposphäre der größten Verunreinigungen entledigt hat, ist ohne weiteres verständlich, ebenso auch, daß ein noch größerer atmosphärischer Reinheitsgrad erreicht sein muß, damit noch genügend intensive, vom ersten Purpurlicht herrührende Strahlen ein Nachpurpurlicht erzeugen können.

Ähnlich denkend, hat *Dorno* unter Benutzung verschiedenster Kriterien für die Lichtdurchlässigkeit der Luftschichten die zwischen 1911 und 1917, d. h. in einer Periode außerordentlich verschiedener Reinheitsgrade der Atmosphäre, von ihm in Davos beobachteten Purpurlichter eingehend analysiert. Dabei fand er, daß sowohl zur Zeit der gewaltigen Trübung (Ende Juni 1912 bis in die zweite Hälfte von 1914 hinein) nach dem Katmai-Ausbruch als auch z. Z. der von ihm auf die starke Sonnentätigkeit zurückgeführten Trübung von 1916 und 1917 von den drei gemeinsam den Stärkegrad der Dämmerungsfarben bestimmenden Faktoren der von *Gruner* erschlossene Jahresgang als erster in Frage kommt, und daß die den Allgemeincharakter bedingende größere oder geringere Reinheit der Atmosphäre in Abhängigkeit von optischen Störungen erst an zweiter Stelle folgt. In dritter Linie wirken nach ihm die meteorologischen Einflüsse nach den von *Riggenbach-Gruner* aufgestellten Regeln über die Beziehungen zwischen dem Auftreten guter Haupt-Purpurlichter in der Schweiz und der Existenz einer von *Gruner* genauer festgelegten Anticyklone in Südwesteuropa sowie über die zwischen dem Phänomen von Nach-Purpurlichtern und der Existenz einer Anticyklone, in deren Mittelpunkt sich der Beobachter befindet. Mit großer Regelmäßigkeit treten im Randgebiet einer Anticyklone feinste, oft kaum erkennbare Cirren auf, welche unter der vermutlich für die Beugung in Frage kommenden Schicht liegen, so daß nach *Riggenbachs* Erlkärung für die anomale Entwickelung des Purpurlichtes das abgebeugte rote Licht diese Cirren erleuchtet, wodurch der Beobachter von diesen diffuses, sich über weite Teile des Himmels erstreckendes Licht zugestrahlt bekommt. Aus dem Jahresgang des Purpurlichtes schließt *Dorno* auf Kondensations-Produkte des Wasserdampfes, für welche er im Hinblick auf die auch für normale Zeiten große Höhe (10—15 km)

[1]) *Met. Zs. 1884, S. 127—137.*

[2]) *S. 410—415 der Met. Zs. 1889*, wo *Pernter* eine Besprechung des großen, 1888 von *Symons* in London herausgegebenen Werkes „*The eruption of Krakatoa and subsequent phenomena*“ lieferte.

der errechneten beugenden Schicht und auf den Glanz der Erscheinungen Eiskristalle (Kügelchen) annimmt, so gedacht, daß im Sommer in dieser Schicht nur gelegentlich optischer Störungen durch Fremdkörperchen in großen Höhen Kondensation ausgelöst werden kann. Auf die nämlichen Kondensations-Produkte führt er die Entstehung des *Bishop*schen Ringes zurück. Dann müßte man jedenfalls angenähert denselben Jahresgang für den *B.*-Ring erwarten, wofür nach *Dorno* auch Belege vorhanden zu sein scheinen (zunehmende Intensität und Häufigkeit der Ringerscheinungen im Herbst und Winter). Zu denken gibt aber die seinerzeit von *Busch* nach dem Krakatau-Ausbruch gefundene völlige Unabhängigkeit des Phänomens des *B.*-Ringes von meteorologischen Verhältnissen bei genügender Sichtigkeit der tieferen Schichten. Möglicherweise verdankt der *B.*-Ring seine Entstehung jedenfalls z. T. noch höheren Schichten als das Purpurlicht.

Gruner[1]) vertritt auf Grund kritischen Studiums der bisherigen Theorien die Ansicht, daß der diffusen Zerstreuung des Sonnenlichtes der Hauptanteil bei sämtlichen Dämmerungs-Phänomenen zukomme, wobei er besonders hervorhebt, daß es der von *Lommel*, *Kießling*, *Pernter* und *Riggenbach* behandelten und auch scheinbar durch Laboratoriums-Versuche bestätigten Beugungstheorie nicht gelingt, den schon von *Necker* betonten Zusammenhang zwischen Purpurlicht und Gegendämmerung aufzuklären. Darin, daß bisher die Diffusion des Lichtes bei den in Frage kommenden Phänomenen zu sehr vernachlässigt worden ist, muß man wohl *Gruner* recht geben. Er unterschätzt aber offenbar die Beugung, wobei nur an die vielfach sehr starke Leuchtkraft des Purpurlichtes erinnert sei. Eine Andeutung dafür, daß bald mehr die Beugung, bald dagegen mehr die Lichtdiffusion in Frage zu kommen scheint, dürfte wohl in der Tatsache eines starken Wechsels hinsichtlich des Stärkegrades der Abhängigkeit des Babinet-Abstandes vom Purpurlicht-Phänomen gegeben sein. Recht scheint *Gruner* darin zu haben, daß für die Lichtstärke und die Färbung des Purpurlichtes nicht so sehr die Natur derjenigen Schichten bestimmend ist, in denen sich das Phänomen durch diffuse Zerstreuung oder durch Beugung bildet, wie die der unter dem Horizont an der Sonnenstelle gelegenen Schichten, welche direkt von den Sonnenstrahlen durchsetzt werden. Ein schematisches Bild so gedachter Verhältnisse gibt beifolg. Fig. 10, in der eine in gewisser Höhe, etwa zwischen 19 und 20 km liegende, homogene, überall gleich dicke, zur Erdoberfläche *AB* koncentrische Schicht angenommen wird. Die beim Durchgang des parallelen Sonnenstrahlbündels *SS* erzeugte Färbung wird natürlich um so mehr nach langen Wellen hin liegen, je länger die durchstrahlte Schicht ist; um so stärker wird aber auch die Lichtschwächung, so daß unter Umständen in *ef* eine völlige Auslöschung eintreten kann. Die in den Schichten *ab*, *bc*, *cd* und *de* bereits gefärbten Strahlen, die natürlich in der reinen Atmosphäre eine weitere Färbung bzw. Schwächung erfahren können, treffen nun nach *Gruner* zum zweiten Male die trübende Schicht in *gh*, um hier durch kräftige diffuse Zerstreuung einmal die Gegendämmerung, zum andern das

[1]) S. auch seine theoretische Untersuchung „*Über die Gesetze der Beleuchtung der irdischen Atmosphäre*“, *Beitr. z. Phys. d. freien Atmosphäre Bd. VII, p. 120—156.*

Purpurlicht zu erzeugen. Zu dieser Ansicht brachten ihn seine spektrophotometrischen Untersuchungen des Purpurlichtes, die zu dem wichtigen

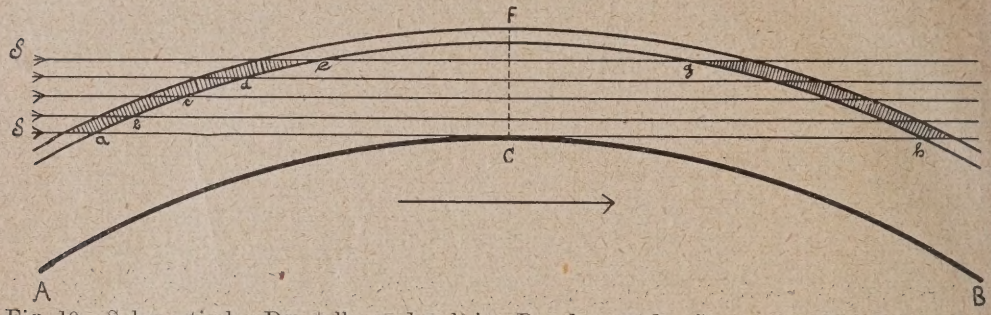


Fig. 10. Schematische Darstellung der beim Durchgang der Sonnenstrahlen durch eine homogene trübende Schicht erzeugten Färbungen nach *P. Gruner*.

Ergebnis führten, daß das Anschwellen der Intensität beim ersten Entwicklungsstadium nur scheinbar ist, indem die photometrische Intensität bei alleiniger Betrachtung des Rot mit zunehmender Sonnentiefe im allgemeinen sehr rasch

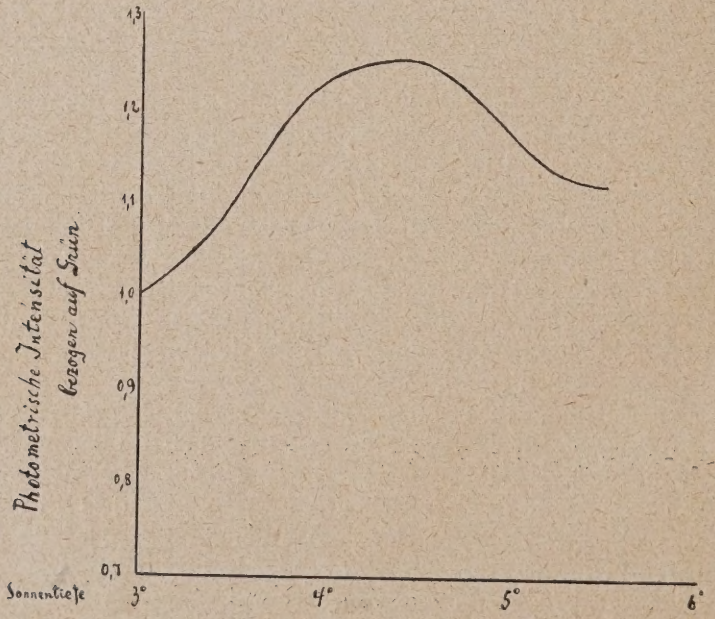


Fig. 11. Zur Erklärung der dem Auge erscheinenden Entwicklung der Intensität des Purpurlichtes nach *P. Gruner*.

abnimmt, und zwar ungefähr in der Form einer Exponentialkurve. Höchstens konnte, wie es schien, eine schwache Verlangsamung des Abfalls festgestellt werden. Auf alle Fälle ist der für die visuelle, starke Zunahme der Intensität wesentlich bestimmende Faktor in dem Verhältnis Grün zu Rot zu erblicken,

das — wie vorstehende Figur 11 zeigt — im Durchschnitt ein Maximum zwischen 4 und 5° Sonnentiefe aufweist. Die Einführung der schon von *v. Bezold* empfohlenen photometrischen Untersuchung der Dämmerungs-Phänomene ist eine dankenswerte Tat, und derartige oder ähnliche Untersuchungen versprechen noch reiche Früchte für das nach *Gruners* eigener Äußerung noch im Anfang der Bearbeitung stehende Gebiet der Dämmerungsfarben.

Sonstige atmosphärisch-optische Phänome (Refraktion, Lichtkränze usw., Regenbogen, Halo-Phänomene).

Bei den optischen Erscheinungen der Atmosphäre spielt auch die Refraktion — deren offenbare Abhängigkeit von allgemeinen Trübungen man in Zukunft nicht wird vernachlässigen dürfen — vielfach eine nicht zu vernachlässigende Rolle. Da die astronomische Refraktion an anderer Stelle dieses Handbuches behandelt ist, sei hier nur auf einige Tafeln verwiesen[1]). Wertvolle Untersuchungen über die verhältnismäßig wenig bekannte terrestrische Refraktion[2]) wurden in neuerer Zeit von *A. Gülland*[3]) und *H. Sarnetzky*[4]) ausgeführt; ersterer legte seiner Arbeit die bekannten *Bauernfeind*schen Untersuchungen in den bayerischen Alpen zugrunde, letzterer beobachtete im Gegensatz zu den bisherigen Messungen im Industriegebiet (Staub und Gase verschiedener Art). — Bezüglich der Erscheinungen der atmosphärischen Strahlenbrechung ohne Spiegelungen (Hebung des Horizonts usw.) sowie der Luftspiegelungen muß, abgesehen vom Hinweis auf die Lehr- und Handbücher sowie auf die Zeitschriften (*Met. Zs.*; manche kleinere und größere Mitteilungen im *Wetter* — *Schmauss* und *Kampfrath 1914*; *Weichbrodt 1915*) vor allem hingewiesen werden auf die Arbeiten von *Hillers*[5]), *A. Wegener*[6]) und *Nölke*[7]). *Hillers* dehnte seine Messungen der für die Entstehung des dreifachen Bildes der Luftspiegelung nötigen Temperaturverteilung auch auf künstlich erhitzte Flächen aus. — Ein beachtenswerter Beitrag zur Klärung der Frage der

---

[1]) *L. de Ball*: *Refraktionstafeln, Leipzig, Engelmann, 1906.* — *Th. Albrecht*: *Formeln und Hilfstafeln für geographische Ortsbestimmungen, ebda. 4. Aufl. 1908.* — *L. Ambronn und J. Domke*: *Astronomisch-geodätische Hilfstafeln, Berlin, Mittler & Sohn, 1909.* — *C. Wirtz*: *Tafeln und Formeln aus Astronomie und Geodäsie, Berlin, Springer 1918* (Tafeln bis auf 1" genau). — Auch der Tafelanhang des vorliegenden Buches ist schon brauchbar.

[2]) S. vor allem *Pernter-Exner. Met. Optik, F. M. Exner, „Atmosph. Optik" im Handwörterbuch der Naturwissenschaften, S. 645—667.*

[3]) *Über den theoretischen Refraktions-Koeffizienten aus meteorologischen Elementen. Zs. für Vermessungswesen 43, 369—385 u. 393—419, 1914.*

[4]) *Der Refraktions-Koeffizient in unmittelbarer Erdnähe. Eine Studie. Diss. 8°. 63 S. Giessen, Otto Kindt, 1915.*

[5]) Vor allem: *Photographische Aufnahmen einer mehrfachen Luftspiegelung, Phys. Zs. 1913.* — *Theoretische und experimentelle Beiträge zur Aufklärung des dreifachen Bildes einer Luftspiegelung im Anschluß an photographische Aufnahmen und Beobachtungen einer ständigen Luftspiegelung bei Blankenese. Abhandlgn. aus d. Gebiete d. Naturw., herausgegeb. v. Naturw. Verein i. Hamburg 20, 1—55, 1914.* — S. auch *Hillers, Phys. Zs. 15, 1914*; Ref. von *Grosse* s. *Met. Zs. 1913.*

[6]) *Elementare Theorie der atmosphärischen Spiegelungen. Ann. der Phys. 57, 203—230, 1918.*

[7]) *Zur Theorie der Luftspiegelungen. Phys. Zs. 18, 134—144, 1917.*

Abhängigkeit des Funkelns der Sterne (Szintillation) von der Sternhöhe und von meteorologischen Faktoren wurde in neuerer Zeit von *Dörr*[1]) durch Messungen mit dem *Exner*schen Szintillometer geliefert.

Farbige Ringe um die Sonne wurden bereits erwähnt. Häufiger sieht man kleine farbige Ringe oder Höfe (Lichtkränze) um den Mond, welche auf die Lichtbeugung an Wassertröpfchen (auch wohl an Eiskristallen; s. bezgl. iris. Wolken *Mc. Connel*) zurückgeführt werden. Zu derselben Erscheinungsreihe rechnet man die Glorie (*Ulloa*s Ring), womit man eine Aureole und farbige Ringe um den Schatten herum bezeichnet, der von einem auf einem Berge oder im Ballonkorb befindlichen Beobachter auf eine gegenüberliegende Wolkenbank oder Nebelschicht fällt (das sogen. Brockengespenst, Dolomitengespenst usw.)[2]) In einer Reihe von Abhandlungen suchte *Richarz*[3]) das Intensitäts-Maximum dieser Erscheinung durch die Annahme zu erklären, daß die tiefer liegenden Tröpfchen im Nebel z. T. gegenüber dem einfallenden Licht durch an der Oberfläche liegende beschattet werden, daß aber außerdem noch ein Teil des von ihnen zurückgeworfenen Lichtes auf dem Wege zum Beobachter durch die weiter nach vorn liegenden Teilchen abgefangen wird. Die durch annähernde Gleichheit der Wolkenelemente gegebene Vorbedingung für das Zustandekommen von Beugungsringen wäre darnach nicht nötig. Im J. 1916 machte *W. Schmidt* in der *Met. Zs.*[4]) auf gewisse Schwierigkeiten dieser Erklärung aufmerksam und betonte dabei, wie schon früher *A. Wegener*, daß die verschiedenen Wege zur Bestimmung der Tropfengröße im Nebel, d. h. die Beobachtung der Glorien, der Kränze, der Nebelbogen und vermutlich auch die direkte Messung, zu verschiedenen Werten führen[5]). Es muß also etwas in der Theorie nicht stimmen. *Schmidt* fordert daher nachdrücklichst zu Messungen gleichzeitig auftretender verschiedener Phänomene, „etwa von Glorien und Kränzen, Glorien und Nebelbogen" auf.

Während beim Nebelbogen wegen der Kleinheit der Wolkenelemente eine Übereinanderlagerung der durch Beugung erzeugten Farben und daher eine Mischung zu Weiß erfolgt, treten im Regenbogen oft blendende Farben auf. Erst *Pernter*[6]) machte auf den Wechsel in bezug auf die Farben und ihre Verteilung sowie auf die Anordnung ihrer Intensitäten aufmerksam. Durch Hinzufügung des Beugungsprinzips verarbeitete er die *Descartes*schen Gedanken zu

[1]) *Szintillations-Beobachtungen auf dem Sonnenwendstein (1907—1908), Met. Zs. 1915, S. 153—167.*

[2]) Ähnlich die Glorie auf betauten Wiesen.

[3]) *Sitzungsber. d. Ges. z. Beförderung der ges. Naturw. zu Marburg No. 1, 1912* (in der *Met. Zs. 1912* abgedruckt), *No. 5, 1912, No. 1, 1915, Met. Zs. 1913 u. 1914, Assmannheft vom Wetter, 1915, Deutsche Rdsch. f. Geogr. 36, Heft 4. — Stuchtey* darüber *Met. Zs. 1913.*

[4]) *Messungen der Glorien am Nebelbogen auf dem Sonnblick, S. 199—207.*

[5]) S. auch *A. Wegener, Die Größe der Wolkenelemente, Met. Zs. 1910.* — S. außer *Pernter-Exner, Met. Optik* und *Mascart, Traité d'Optique* noch *Pernter, Zur Berechnung der Größe der Wolkenelemente aus meteorologisch-optischen Erscheinungen: Hann-Band der Met. Zs. (1906).* S. auch *H Köhler, Met. Zs. 1921, p. 359.*

[6]) *Neues über den Regenbogen. Vorträge des Vereins z. Verbreit. naturw. Kenntnisse, 38. Jahrg. Heft 8, Wien 1898. — Ein Versuch, der richtigen Theorie des Regenbogens Eingang in die Mittelschulen zu verschaffen. Wien 1898. Selbstverlag. Druck von Carl Gerolds Sohn. — Die Farben des Regenbogens. Wiener Ber. Classe IIa, Bd. 106.*

einer neuen Theorie. Bedenkt man, daß das Zustandekommen der einzelnen Farben außer von der Wellenlänge, der Tropfengröße und den Gesetzen der Farbenmischung auch von der relativen Intensität der verschiedenen Spektralgebiete abhängt, so erkennt man auch hier eine Fülle von noch zu lösenden Aufgaben[1]).

Nach eingehendster kritischer Sichtung und Verarbeitung des reichen holländischen Beobachtungsmaterials hat vor kurzem *S. W. Visser*[2]), wesentlich unter Berücksichtigung des Sonnenringes von 22° Halbmesser, gezeigt, daß auch hier die Brechungstheorie (der farblose Horizontalkreis oder Nebensonnen-

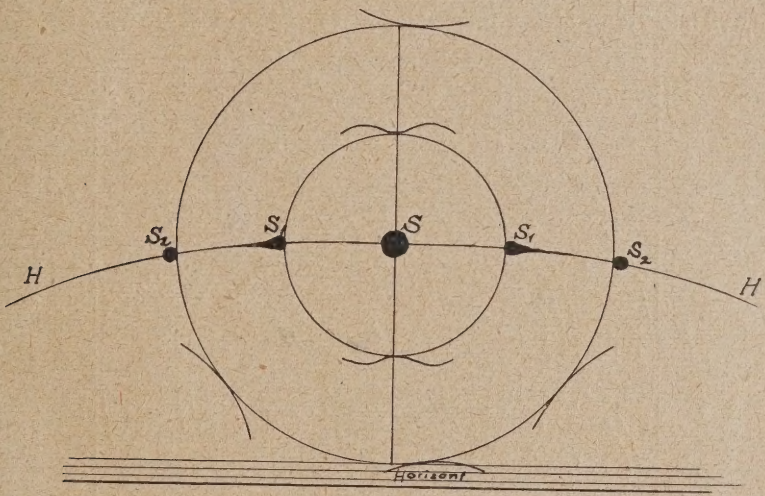


Fig. 12. Schematische Darstellung des Halo von 22° und von 46° Radius mit Nebensonnen und Berührungsbogen sowie des Horizontalringes oder Nebensonnenringes.

ring *HH* in der Figur 12[3]) durch Reflexion an den vertikalen Flächen der Eiskristalle erklärt, die Lichtsäulen durch Sonne und Mond durch Reflexion an den länglichen pendelnden vertikalen Prismen) ohne Zuhilfenahme der Beugung weder imstande ist, die vielfach beobachtete Verschiedenheit in der Helligkeits-

[1]) S. auch *Schachenmeier, Über den heutigen Stand der Theorie des Regenbogens. Naturwissensch. 1914, S. 384—388.*

[2]) *On the diffraction of the light in the formation of halos. Proceed. of the K. Akad. van Wetensch. te Amsterdam 19, 1174—1196, 1917. Versl. K. Akad. van Wetensch. Amsterdam 25, 1328—1351, 1917. — Derselbe: Over de Buiging van het Licht bij de vorming van Halo's. II. Onderzoek naar de kleuren, die bij Halo's worden waargenomen. Kon. Akad. van Wetensch. te Amsterdam. Verslag von de Gewone Vergod. der Wis. en Natuurkundige Afd. 27, 127—132, 1918.* — S. auch *Hemel en Dampkring 15, 17—22, 1917* und einen Auszug i. d. *Met. Zs. 1919, S. 33—35.*

[3]) Die Figur 12 zeigt, abgesehen vom Horizontalkreis oder Nebensonnenring und den verschiedenen Berührungsbogen, die Nebensonnen S_1 bzw. S_2, den Halo von 22° Halbmesser oder den „kleinen Ring." und den Halo von 46° Halbmesser oder den „großen Ring". Die sich seitlich verjüngenden Nebensonnen des „kleinen Ringes" stellen eines der farbenreichsten und leuchtendsten Halophänomene dar.

verteilung der Farben, noch den großen Farbenreichtum, die Veränderlichkeit der Farbe und die Veränderlichkeit hinsichtlich der Ringbreite zu erklären. Nachdem die Berechnung der Abhängigkeit der Lichtintensität vom Ablenkungswinkel mittels der *Pernter*schen, auf *Maxwells* Farbengleichungen beruhenden Methode zeigte, daß die blaue Farbe im Halo (Sonnenring) von 22° kaum und Violett gar nicht auftreten kann, ergab die Rücksichtnahme auf die Beugung eine gute Übereinstimmung mit den wirklichen Verhältnissen. — Aus der Fülle der in den letzten Jahren erschienenen Literatur[1]) über Halo-Erscheinungen können hier nur einige Arbeiten kurz besprochen werden, welche neue Richtlinien für weitere Beobachtungen geben. Mit Rücksicht auf die noch geringe Klärung der Frage, welche Kombinationen der verschiedenen Halo-Erscheinungen vor-

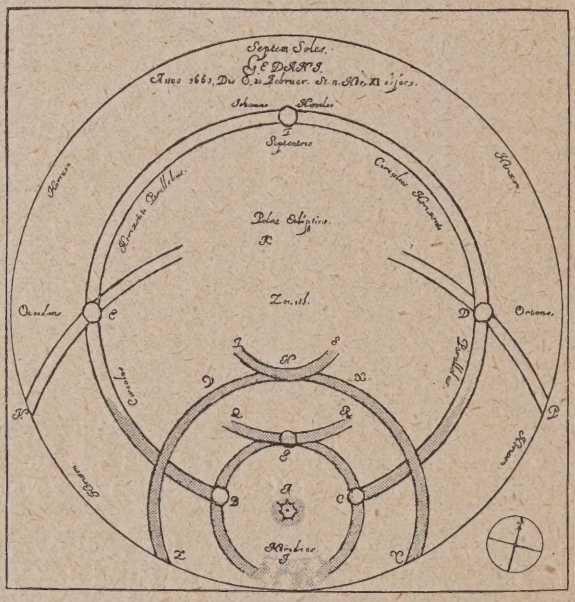


Fig. 13. Das am 20. Februar 1661 von *Hevelius* in Danzig beobachtete Halo-Phänomen.

zugsweise aufzutreten pflegen — das gleichzeitige Vorhandensein aller wesentlicheren Teile, wie bei dem in obenstehender Figur 13 dargestellten „Danziger" (von *Hevelius* beobachtet), beim „Petersburger", beim „Römischen" und bei dem kürzlich in Finnland beobachteten Phänomen, ist äußerst selten — schlägt *A. Wegener* vor[2]), eine Trennung zwischen der Benennung derjenigen Formen vorzunehmen, die von ein und derselben Kristallform[3]) erzeugt werden („ver-

[1]) Eine eingehende Besprechung der Halophänomene s. S. 216—401 der Meteorolog. Optik von *Pernter-Exner*, bei W. *Braumüller*, Wien u. Leipzig 1902-1910. — Zur Theorie der Eiskristall-Bildung sowie der optischen Erscheinungen in den Eiswolken s. auch *A. Wegeners* Thermodynamik der Atmosphäre, bei *J. A. Barth*, Leipzig 1911.

[2]) *Met. Zs. 1915, S. 550—553.*

[3]) *Dobrowolski, Les cristaux de glace. Stockholm 1916. 8°. 53 S.* (krit. Prüfung des gesamten Materials über Eiskristalle; s. *Met. Zs. 1916, 476—478*).

schwisterte Halos“) und der Benennung deren, die zwar gleichzeitig auftreten, aber offenbar auf verschiedene, nebeneinander vorkommende Kristallformen schließen lassen (vergesellschaftete Halos). *Barkow*[1]) stellt drei Hauptbedingungen (geeignete Form und Anzahl der Kristalle, gleiche Orientierung derselben im Raume, genügende Größe) für das Zustandekommen der Halo-Erscheinungen auf und gibt beachtenswerte Vorschläge für die Aufzeichnung der Begleitumstände der Beobachtung.

In Zukunft wird auch die Photographie wesentlich mehr als bisher in den Dienst dieses Forschungszweiges treten müssen, nachdem i. J. 1910 die genaue Ausmessung eines von *Weidert* und *Berson*[2]) aufgenommenen Lichtbildes geneigter Lichtsäulen den Schluß auf die Kippung der vertikalen Kristallkanten nahegelegt hatte. Ebenso ergab die Ausmessung einer *Süring*schen Aufnahme[3]) eine seitliche Verschiebung des Scheitelpunktes des oberen Berührungsbogens am Halo von 22° Radius um 5 bis 6°, woraus in Anbetracht der großen Helligkeit der Berührungsbogen auf eine durch eine außerordentlich gleichförmige Strömung bewirkte Kippung der horizontalen Kanten der Eisprismen zu schließen war. Die von *Süring* angewandte Belichtungszeit betrug $^1/_{50}$ Sekunde bei $^1/_{36}$ Öffnung des Objektivs. Damit der Mittelpunkt des ganzen Gebildes, die Sonne, mit genügender Schärfe herauskommt, empfiehlt *Süring* eine zweite Aufnahme mit solarisierter Sonne (von ihm $^1/_{10}$ Sek. gewählt). Selbstverständlich muß in jedem Einzelfalle die Belichtungszeit durch Versuche ermittelt werden. Nötig ist eine nicht zu schwache Gelbscheibe und eine gute orthochromatische Platte. Zu empfehlen ist ein Weitwinkel. *Barkow* weist vor allem auf die Notwendigkeit möglichster Vermeidung starker Reflexe der Objektive hin. — Nach wie vor bleiben aber auch sorgfältige rein statistische Aufzeichnungen von Halo-Erscheinungen, wie sie z. B. von *E. van Everdingen*[4]) verarbeitet sind, von größtem Wert, nicht nur mit Rücksicht auf die Beziehung zu meteorologischen Verhältnissen oder auf etwaige Beziehungen zur Sonnenflecken-Periode[5]), sondern auch, weil gewisse Teil-Phänomene nur bei bestimmten Sonnenhöhen auftreten können und man also bei genauer Zeitnotierung Beiträge zur Prüfung der Theorien liefern kann.

---

[1]) *Met. Zs. 1915, 544—546, Über eine ungewöhnliche Haloerscheinung. — Barkow, Über seltene Haloerscheinungen. Das Weltall, Jahrg. 17, S. 17—25,* recht lesenswert.

[2]) *Festschrift herausgegeb. von d. opt. Anstalt Görz A.-G. Berlin-Friedenau.*

[3]) *Met. Zs. 1915, S. 552—553.* — S. noch: *E. Everling, Beobachtung und Theorie der durch Reflexion erzeugten Lichtsäulen* sowie *A. Wigand und E. Everling, Die Entstehung von Lichtsäulen bei der Reflexion, Verhandlgn. d. Deutsch. Phys. Ges. 15. Jahrg. No. 21 bzw. No. 7, 1913.* — Ferner: *K. Stuchtey, Untersonnen und Lichtsäulen an Sonne und Mond, Ann. der Phys. Bd. 59, 1919, p. 33—55.* S. auch *A. Wigand und F. Schwab, Phys. Zs. 1912.*

[4]) *Dagelijksche en jaarlijksche gang in den haloverschijnselen, Hemel en Dampkring 13, 85—90, 1915.* — Dasselbe für den Zircumzenitalbogen *l. cit. 14, 113—121, 1916* und für die Nebensonnen *l. cit. 15, 113—119, 1917.* — Dasselbe gilt übrigens für den Regenbogen (s. *Kassner, Met. Zs. 1911, S. 489—496*).

[5]) S. dazu *Klein, Cirrus-Studien, Met. Zs. 1901 u. 1906 und Osthoff, Formen der Cirruswolken, Met. Zs. 1905.*

II. Einige der sonstigen wichtigsten geophysikalischen Erscheinungen.

A. Einige der wichtigeren Gebiete der Geophysik im engeren Sinne.

Der Einfluß von Sonne und Mond auf die Lage der Erdachse im Raume wird hier als bekannt vorausgesetzt, ebenso die Gestalt der Erde. Erinnert sei aber an Massenverschiebungen verschiedenster Art[1]), durch Sedimentation, Verlagerung gewaltiger Eismassen, Schwankungen des Meeresspiegels, Küstenverlagerung usw., welche die bereits früher vermutete, aber erst von *Küstner* mit Sicherheit nachgewiesene, eine Verschiebung des Gradnetzes der Erde nach sich ziehende Polhöhenschwankung im Gefolge hat[2]), für welche *Albrecht* einen säkularen Gang wahrscheinlich gemacht hat. Der Widerspruch zwischen dem für eine völlig starre Erde berechneten Wert von 305 Tagen und dem von *Chandler* aus den Beobachtungen abgeleiteten von 427 Tagen (neuestens 433 gefunden) würde nach *Newcomb* durch die auch durch die Geschwindigkeit der Erdbebenwellen gestützte Annahme verständlich, daß sich die Erde hinsichtlich ihrer Elastizitätsverhältnisse nahezu wie eine Kugel aus Stahl verhält. Ebenso wird es, wenn der Körper ein relativ plastischer wird, verständlich, daß statt des für die starre Erde berechneten *Euler*schen Kreises ein Wandern (der Drehungsachse um die Hauptträgheitsachse) in unregelmäßiger Bahn erfolgt. Zu erwähnen wäre auch das (vielleicht rein optisch erklärbare) sogenannte *Kimura*sche Glied, d. h. die zuerst von *Kimura* nachgewiesene gleichmäßige jährliche Breitenänderung (um etwa 0.1″) aller Punkte eines Parallelkreises, ferner der enge Zusammenhang, in welchem die Zahl der Erdbeben mit der jeweiligen Größe der Polverschiebungen stehen soll[3]). Verschiebungen gewaltiger Größe erfordert die trotz zugegebener theoretischer Möglichkeit vielfach verworfene, zum Teil aber auch von bedeutenden Autoritäten (so *Lord Kelvin*, *Nathorst*, *Neumayr*) gestützte Hypothese, nach welcher Klimaänderungen in vorgeschichtlicher Zeit auf Verschiebungen der Rotationspole zurückgeführt werden[4]).

Um eine Massenverschiebung besonderer Art, durch welche vielleicht größere Polverschiebungen verständlich werden könnten, auf deren mutmaßliches Vor-

[1]) Über diese und hiermit zusammenhängende Fragen s. auch *Handbuch der geograph. Wissenschaften, herausgegeb. von Kende. I. Teil. Allgemeine Erdkunde. Berlin, Voss. Buchhandlg., 1914.* Hier sei auch auf das ausgezeichnete, mit reicher Literaturangabe versehene Werkchen *Grundzüge der Physiogeographie (I. Grundlagen und Methodik) von Davis und Braun, 1917 bei Teubner,* hingewiesen.

[2]) Eine Zusammenstellung von *Wanach* über die Entwickelung und Verfolgung dieses Problems bis in die neueste Zeit findet man in den *Naturwiss. 1919, Heft 26 u. 27.* — S. auch *E. Przybyllok, Polhöhen-Schwankungen* in *Sammlung Vieweg, Heft 11.* — Bezüglich der verschiedenen Möglichkeiten der Verschiebung der Lage eines Ortes gegenüber der Erdachse s. *P. D. Kreichgauer, Die Äquatorfrage in der Geologie. Steyl 1902* und *R. D. Oldhaus, Probable changes of Latitude. Geol. Magazine 1886.*

[3]) *A. Sieberg, Handbuch der Erdbebenkunde. Braunschweig 1904.* — *Derselbe, Die Natur der Erdbeben und die moderne Seismologie. Naturwiss. Wochenschrift 1907. Nr. 50/51.*

[4]) *Hoernes, Ältere und neuere Ansichten über Verlegungen der Erdachse. Mitteilgn. der Geolog. Ges. in Wien, I, S. 159—202, 1908.*

handensein *A. Wegener* hingewiesen hat, und deren Existenz im Laufe weniger Jahre durch ihn sowie durch von ihm angeregte Untersuchungen auf verschiedenen Gebieten der Naturwissenschaften jedenfalls in hohem Grade wahrscheinlich geworden ist, handelt es sich bei der *Wegener*schen Theorie der Entstehung der Kontinente[1]). Während die älteren Theorien, die vor allem im Hinblick auf den in erster Linie durch die *Heim*sche Entdeckung gewaltiger Überschiebungen in den Alpen nahegelegten Gedanken unverständlich großer Beträge der Gebirgsfaltung mehr und mehr unhaltbar wurden, auf der Vorstellung basierten, daß die Erde infolge fortschreitender Abkühlung schrumpfe, nimmt *Wegener* eine seitliche Verschiebung von im zähflüssigen Magma eingebetteten Kontinenttafeln an, die wie Eistafeln im Wasser schwimmen. An Stelle der Annahme eines Versinkens alter Landverbindungen nach den älteren Theorien hätte nunmehr die Vorstellung zu treten, daß sich die Teile der ursprünglich zusammenhängenden Kontinenttafeln zunächst durch eine Spalte trennen, um sodann durch allerdings auch noch unbekannte Kräfte im Laufe geologischer Zeiträume voneinander fortgezogen zu werden. Weiter hätte man sich vorzustellen, daß die Gebirge bzw. Gebirgsketten durch Zusammenschub (Aufstauung) entstehen, und daß hernach das Wasser in die Trennungsstellen der Kontinente eindringt.

Während nun die Frage der Ursache so gedachter Verschiebungen noch manche ungelöste Rätsel in sich birgt, spricht bereits eine Fülle von Tatsachen für die Richtigkeit der Theorie. So haben, um nur einiges hervorzuheben, die Schweremessungen durchaus der notwendig aus der Theorie folgenden Ansicht Recht gegeben, daß, ganz abgesehen von Ablagerungen aus dem Wasser, den sogenannten Sedimenten, unter den Ozeanen eine verhältnismäßig schwere (plastisch gedachte) Materie vorhanden ist; so würde sich aus der *Wegener*schen Theorie begreifen lassen, warum vielfach den Vorsprüngen auf der einen Küste eines Kontinents Buchten von nahezu gleicher Größe und Gestalt auf der gegenüberliegenden des anderen Kontinents entsprechen, und so scheint die neue Theorie manche früher fast unüberwindlich erscheinende Schwierigkeiten hinsichtlich der Erklärung des genetischen Zusammenhanges jetzt weit voneinander getrennter Tier- und Pflanzengattungen beseitigen zu können. Ein weiterer stark für die Richtigkeit der Theorie sprechender Umstand sind schließlich auch die auf eine verhältnismäßig große Plastizität deutenden geringen Höhenunterschiede der offenbar aus dem Material der tieferen magmatischen Schichten bestehenden Ozeanböden. Die sich aus älteren, in längeren Zeitintervallen mit Hilfe der Telegraphenkabel ausgeführten Längenbestim-

[1]) *A. Wegener, Die Entstehung der Kontinente. Petermanns Geogr. Mitteilgn. 1912* (im *April-, Mai- und Juni-Heft*) sowie *Geolog. Rundschau III, Heft 4, S. 276—292, 1912.* — *Derselbe, Die Entstehung der Kontinente und Ozeane, Sammlung Vieweg, Heft 23, 1915* sowie *Sammlung „Wissenschaft", Bd. 66 (2., gänzlich umgearbeitete Auflage) 1920.* — S. dazu auch *W. Sörgel, Die atlantische Spalte. Kritische Bemerkungen zu A. Wegener, Theorie von der Kontinentenverschiebung. Zs. der Dtsch. Geolog. Ges. Bd. 68. Jahrg. 1916. S. 200—239* und *Bruno Schulz, Die Alfred Wegenersche Theorie der Entstehung der Kontinente und Ozeane. Die Naturwiss. Jahrg. 9, 1921, S. 241—250.* — Ferner: *E. Dacqué, Grundlagen und Methoden der Paläographie. Jena 1915.*

mungen eines in Amerika und eines in Europa befindlichen Ortes ergebende Veränderung der Längendifferenz machte nach *Wegener* eine allmähliche Verschiebung dieser beiden Kontinente gegeneinander jedenfalls sehr wahrscheinlich. Von der gewaltigen Entwickelung der genaueste Zeitvergleichungen zulassenden Funkentelegraphie sind natürlich im Laufe der Zeit weitere wichtige Aufschlüsse in dieser Richtung zu erhoffen. Von vornherein ist allerdings nur an eine äußerst geringfügige Verschiebung der plastischen, sogenannten salischen, im zähflüssigen sogenannten Sima schwimmenden Kontinentalschollen zu denken. Aus den bisherigen Untersuchungen *Wegeners* scheint eine gegenseitige Verschiebung von wenigen Metern jährlich in Frage zu kommen. An dem Beispiel des Siegellacks, welcher bei raschem Wurf in scharfkantige Stücke zerbricht, sich dagegen bei geeigneter Dauerbelastung durchbiegt, und an dem ferneren Beispiel der Erde, die sich den schnellen Schwingungen der Erdbebenwellen gegenüber wie ein fester Körper verhält, aber trotzdem bei genügend langer Zeitdauer isostatische Ausgleichsbewegungen (Isostasie S. 581) zeigt und sich insofern wie ein flüssiger Körper verhält, zeigt *Wegener* die große Rolle, welche die Zeitdauer der wirkenden Kräfte bei zähflüssigen Körpern spielt.

Die Dichte der Erde und die Massenverteilung auf ihr wurden auf verschiedene Weise bestimmt. Die Anwendung der Methode der Lotabweichungen[1]) ergibt wegen der Unmöglichkeit einer genauen Bestimmung des kleinen Winkels der Lotabweichung sowie der Masse eines Berges wenig sichere Werte. Ähnlich steht es mit den Verfahren, welche auf der Ermittelung der Schwingungszeit von Pendeln (z. B. bei Benutzung desselben Pendels einmal die Anziehung der Erde allein, zum andern die von Erde und Berg zusammenwirkend) beruhen, wenn sie auch auf eine hohe Stufe der Vollkommenheit gebracht worden sind. Sehr viel genauere Werte ergeben Wägungen mittels einer Wage, die außer den üblichen Wagschalen ein zweites Paar in größerer Tiefe (etwa 20 m) enthält (von *Jolly* ersonnen, vor allem von *Richarz* und *Krigar Menzel* ausgebaut), so gedacht, daß dasselbe Gewicht, auf die tiefere Schale gelegt, wegen der Annäherung an den Erdmittelpunkt, in der auf der andern Seite oben befindlichen Schale zwecks Äquilibrierung ein gewisses sehr kleines Zulagegewicht erfordert, das noch um ein Geringes vergrößert werden muß, wenn unter die tiefere Wagschale eine Bleikugel von etwa $\frac{1}{2}$ m Radius gebracht wird. Sehr genaue, in der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt ausgeführte Messungen ergaben für die Erdmasse den Wert 52.10^{24} kg und unter Berücksichtigung des Erdvolumens (10^{22} m^3) eine durchschnittliche Dichte von 5.2 (Wasser = 1 gesetzt)[2]). *Cavendish* benutzte für diesen Zweck die seitdem vielfach angewandte Drehwage, welche neuerdings durch *v. Eötvös* zu einer erstaunlichen Empfindlichkeit durchgearbeitet wurde[3]). — Die Messungen und Berechnungen von *Pratt, v. Sterneck, Helmert, Hecker* u. a. haben ergeben, daß in der Erdkruste im

[1]) Die Grundgleichungen für die Berechnung der Lotabweichungen s. in Bd. 3 von *W. Jordan, Handbuch der Vermessungskunde. Stuttgart*, bei *J. B. Metzler*.

[2]) S. *Fr. Exner, Vorlesungen über die Physikalischen Grundlagen der Naturwissenschaften. Wien, Fr. Deuticke, 1919.* — Der meist angegebene Wert scheint 5.58 zu sein.

[3]) *Die Naturw. Jahrg. 7, 1919, Heft 22.*

großen und ganzen „Isostasie“ herrscht, d. h. daß die an der Erdkruste sichtbaren bzw. in derselben vorhandenen Unregelmäßigkeiten in der Massenverteilung bis zu einer gewissen Tiefe ausgeglichen sind (Ausgleichstiefe im Mittel zu etwa 120 km angenommen)[1]). Zum Nachweis der Gültigkeit der von *Pratt* aufgestellten Ausgleichshypothese auch für das offene Meer wurden auf Anregung von *Helmert* und im Auftrage des Zentralbureaus der Internationalen Erdmessungen in den Jahren 1901 und 1904—1905 nach einem zuerst von *Guillaume* vorgeschlagenen und von *Hecker* weiter ausgebildeten Verfahren (Bestimmung der Größe des Luftdrucks durch Ermittelung der nur von diesem abhängigen Temperatur des siedenden Wassers mittels eines Siedethermometers sowie durch gleichzeitige Beobachtung eines außer vom Luftdruck auch von der Schwere abhängigen Quecksilberbarometers) von diesem[2]) Schweremessungen auf dem Atlantischen sowie auf dem Indischen und dem Stillen Ozean ausgeführt. — Bei noch nicht vorhandenem isostatischem Ausgleich wird das Streben danach durch die Erdbebentätigkeit in den in Frage kommenden Gebieten begünstigt.

Den für die Erkenntnis des Alters der Erde wichtigen Aufschluß über die Beschaffenheit des Erdinnern verdanken wir großenteils den neueren Untersuchungen, besonders von *Wiechert*[3]), über die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Erdbebenwellen. Die neueren Ansichten gehen zumeist dahin, daß das Erdinnere von einem festen kugelförmigen, wesentlich aus Nickelstahl bestehenden Kern mit einem $^3/_4$ bis $^4/_5$ des Erdradius entsprechenden Halbmesser und einer Dichte von 7 bis 8 eingenommen wird, worauf ein Gesteinsmantel folgt (Dichte der bekannteren Gesteine etwa $= 2{,}7$), der allerdings jedenfalls zum Teil von dem plastischen, noch viel umstrittenen, für die Vulkanologie eine große Rolle spielenden Magma unterbrochen ist (Magmanester?)[4]). — Hinsichtlich der Theorie der Erdbeben und der Apparate zur Registrierung (photographisch, oder auf berußtem Papier) sei auf die Lehr- und Handbücher verwiesen[5]). Tritt durch irgendeine Gleichgewichtsstörung in der Erdkruste — sei dieselbe hervorgerufen

[1]) Zu kurzer allgemeiner Orientierung wäre hier u. a. zu empfehlen: *Th. Niethammer, Methoden und neuere Ergebnisse der Schweremessungen. Sonderabdruck aus Bd. I der von Abderhalden herausgegeb. Fortschritte der Naturwissenschaftlichen Forschung. 1910.* Wer sich eingehender mit diesen und damit zusammengehörigen Dingen befassen will, sei u. a. verwiesen auf *F. R. Helmert, Die mathematischen und physikalischen Theorien der höheren Geodäsie. 2 Bände. Leipzig 1880 u. 1884.*

[2]) *O. Hecker, Veröffentl. d. kgl. preuß. geodät. Inst. Neue Folge Nr. 11. Berlin 1903* und *Zentralbur. d. Internat. Erdmess. Neue Folge der Veröffentlichungen, Nr. 16. Berlin 1908.*

[3]) *E. Wiechert, Über die Massenverteilung im Innern der Erde. Nachr. d. Ges. d. Wiss. in Göttingen. 1897. Wiechert, Zoeppritz, Geiger, Gutenberg, l. cit. 1907, 1909 u. 1912.*

[4]) S. über diese Fragen u. a. *E. Rudolph und S. Szirtes, Beitrag zur Erklärung der Beschaffenheit des Erdinnern. Die Naturw. 1914, S. 865—871; E. v. Wolff, Der Vulkanismus. Stuttgart 1913*; im übrigen über diese und verwandte Probleme in *Petermanns Mitteilungen* und *Gerlachs Beiträgen zur Geophysik.*

[5]) *Fürst B. Galitzin, Vorlesungen über Seismometrie. Deutsch bearb. von O. Hecker. Leipzig u. Berlin, Teubner, 1914.* Wesentlich theoretisch. — *W. Herbert Hobbs, Erdbeben (Einführung in die Erdbebenkunde). Übers. von J. Ruska. Leipzig, Quelle & Meyer, 1910. — A. Sieberg, Erdbeben. S. 687—710* im *Handwörterbuch der Naturw. Jena, G. Fischer, 1913. — John Milne, Earthquakes,* und von demselben *Seismology,* beides Bände aus der *International Scientific Series,* herausgegeb. von *Kegan Paul and Comp.*

durch Explosionen des Magmas, durch Einstürze von Massen, oder durch Verschiebung von Schollen (tektonische Beben) gegeneinander — eine Erschütterung ein, so muß man annehmen, daß sich vom Erdbebenherd aus sogenannte Bebenstrahlen durch das Erdinnere hindurch (infolge der mit der Tiefe veränderlichen Dichte und Elastizität nicht geradlinig) fortpflanzen, und zwar die longitudinalen Wellen mit größerer, die transversalen mit geringerer Geschwindigkeit. Diesen Wellen entsprechen die zwei, von den Instrumenten verzeichneten Vorläufer (Vorphasen). Die Hauptphase im Seismogramm besteht dagegen aus Oberflächenwellen, die im wesentlichen vom Epicentrum ausgehen, d. h. von dem dem Herd am nächsten liegenden Punkte der Erdoberfläche. Aus der Dauer der beiden Vorphasen, vor allem der ersten, läßt sich die Entfernung des Erdbebenherdes erschließen.

Was die Registrierapparate betrifft, die die Bodenverschiebungen zwecks genauer Analyse der Stärke, der Richtung und der Periode verzeichnen sollen, so wäre es am idealsten, wenn man einen Schreibstift zur Verfügung hätte, der an einem relativ zur Erde ruhenden Körper angebracht wäre. Das ist unmöglich; man kann sich aber einen hinreichenden Ersatz schaffen durch eine in geeigneter Weise aufgehängte Masse von großer Schwingungsdauer. — Die so gedachten Aufzeichnungen von Fernbeben, bei denen die Elongationen meist unter 0.001 mm liegen, finden eine vielfach willkommene Ergänzung durch Feststellung makroseismischer Bewegungen, wo bei den Nahbeben die Elongationen meist auch nicht über 0,1 mm hinausgehen und im wesentlichen nur wegen ihrer Schnelligkeit stark fühlbar werden, während hinsichtlich der Stärke an die empirische *Mercalli*sche und die absolute *Cancani*sche Skala[1]) erinnert sei. Im Zusammenhang hiermit sei schließlich an die sogenannten Pulsationen erinnert, d. h. an rhythmische, vor allem im Winter (oft eine Reihe von Tagen hindurch) auftretende Bewegungen des Bodens, die vermutlich, entsprechend der von *Wiechert* geäußerten Ansicht, in unmittelbarer Beziehung zur Brandung stehen. So wäre es auch zu verstehen, daß die Größe der Oszillationen mit wachsender Entfernung von der Küste abnimmt.

Während nun die Erdbebenwellen durch in der Erde selbst liegende Ursachen hervorgerufen werden, abgesehen von der Frage nach etwaigen Beziehungen zu Vorgängen auf der Sonne, ist anderseits *O. Hecker* in Fortsetzung der Untersuchungen von *Horace, G. H. Darwin, v. Rebeur-Paschwitz*[2]) und *Ehlert* durch Messungen in einem unterirdischen Observatorium der Nachweis einer durch die anziehenden Kräfte von Sonne und Mond an dem bis zu einem gewissen Grade plastischen Erdkörper hervorgebrachten Ebbe und Flut sowie einer entsprechenden Lotschwankung von doppelter Periode in einem Sonnen- und Mondtage gelungen. Während diese Wirkung zunächst nur von theoretischem Interesse ist, hat das unter dem Einfluß von Sonne und Mond (dieser mehr als

[1]) S. hier auch den Abschnitt über Erdbeben der von *E. Tams* bearbeiteten *Endogenen Dynamik* in dem 1914 von *O. Kende* in Wien herausgegebenen *Handbuch der geographischen Wissenschaft (I. Teil: Allgemeine Erdkunde).*

[2]) *E. von Rebeur-Paschwitz, Das Horizontalpendel. Nova Acta Leopold. Carol. Acad. 1892, vol. 60, Nr. 1.*

das Doppelte von jenem) sich im Laufe des Tages nahezu zweimal einstellende und gemeiniglich unter dem Namen Ebbe und Flut[1]) (Gezeiten) bekannte Auf- und Abschwanken des Meeres eine eminent praktische Bedeutung. Die zwischen zwei höchsten oder zwei tiefsten Wasserständen liegende Zeit beträgt nahezu 12 Stunden 25 Minuten. Zur Zeit von Voll- oder Neumond tritt das Maximum der Flut, die sogenannte Springflut, ein, zur Zeit der Viertel das als Nippflut bezeichnete Minimum. Die ganzen Verhältnisse verwickeln sich dadurch sehr, daß einmal Sonne und Mond sich nicht in äquatorialen Kreisen bewegen, und daß zum andern jeder Hafen im allgemeinen eine für ihn charakteristische Konstante hat, welche — ganz abgesehen von Niederschlags- und Windverhältnissen — von seiner Konfiguration, und zwar im wesentlichen von seiner Tiefe, abhängt, so gedacht, daß die einzelnen Teile der durch Landbarrieren in einzelne Becken getrennten Ozeane ihrer Gestaltung entsprechend nur auf Wellen ganz bestimmter Periode abgestimmt sind. Die Folge davon ist, daß die durch die Gravitationswirkungen erzwungenen Schwingungen gewisse Phasenverschiebungen aufweisen, die in der charakteristischen Hafenzeit (Zeitdifferenz zwischen Eintritt der Flut und Meridiandurchgang des Mondes) zum Ausdruck kommen. Da nun jede noch so verwickelte periodische Störung mittels der harmonischen Analyse in ihre einfachen Bestandteile (Sinus- und Cosinuswellen) zerlegt werden kann, so muß es umgekehrt möglich sein, bei Kenntnis der einzelnen Glieder der *Fourier*schen Reihe eine Darstellung der Fluthöhe als Funktion der Zeit für irgendeinen, hinsichtlich seiner allgemeinen Flutverhältnisse bekannten Hafen zu liefern. Im allgemeinen genügen etwa zehn (aus dem Sinus- und Cosinusgliede zusammengesetzt) Partialwellen[2]). Von solchen Überlegungen ausgehend, hat *Lord Kelvin* eine neuerdings von *Kühnen* in Potsdam wesentlich verbesserte und von der Firma *Töpfer & Sohn* in Potsdam erbaute, neuestens auch an der Deutschen Seewarte aufgestellte Gezeitenrechenmaschine konstruiert, die es gestattet, für eine beliebige gewünschte Zeit den Wasserstand in einem bekannten Hafen zu bestimmen sowie Zeit und Höhe der Maxima und Minima bequem abzulesen.

Im Gegensatze zu den fortschreitenden Wellen, wie sie uns in den Erscheinungen der Ebbe und Flut entgegentreten, haben wir es bei dem unter dem Namen Seiches[3]) bekannten und schon vor mehr als 300 Jahren von *Vaucher* am

---

[1]) S. vor allem das ausgezeichnete Buch *Ebbe und Flut von G. H. Darwin. Übers. von A. Pockels. Leipzig u. Berlin, Teubner, 1911 (Sammlung Wissenschaft und Hypothese).* Hier auch ausführl. Darstellung der Seeschwankungen, Seiches usw. — Zur Gewinnung eines anschaulichen Bildes von dem Wesen der Gezeiten wird auch sehr empfohlen *F. Bidlingmaier, Ebbe und Flut* in d. *Meereskunde. Jahrg. 2. Heft 5. Berlin, Mittler & Sohn, 1908.* — Von neueren Arbeiten s. vor allem *A. Defant, Untersuchungen über die Gezeitenerscheinungen in Mittel- und Randmeeren, in Buchten und Kanälen. Denkschrift der Wien. Akad. d. Wiss. Bd. 96. 1919.*

[2]) *E. Börgen, Die harmonische Analyse der Gezeitenbeobachtungen. Ann. d. Hydr. usw. 1884.* Auch die *Darwin*schen Untersuchungen beziehen sich vor allem auf die harmonische Analyse. Wenige, aber sehr wertvolle, theoretische Untersuchungen über die Gezeiten verdanken wir auch *H. Poincaré.*

[3]) S. außer dem Lehrb. von *Trabert* und *Arrhenius* noch *Darwin, Ebbe und Flut*

Genfer See beobachteten Phänomen mit stehenden Schwingungen zu tun, wie sie an jenem See gegen Ende des vorigen Jahrhunderts in eingehendster Weise von *Forel*[1]) untersucht und hernach auch an andern Seen, z. B. von *Ebert*[2]) am Starnberger See, verfolgt wurden. Derartige stehende Schwingungen mit zwei Bäuchen und einer Knotenlinie kann man nach *Ebert* leicht erzeugen durch einen mit Wasser gefüllten rechteckigen Trog (Zimmeraquarium), indem man mittels eines mit Griff versehenen Holzbretts abwechselnd auf die eine Wasserhälfte drückt und das anhaftende Wasser ein Stück nach oben zieht. Durch in das Wasser hineingetanes Korkfeilicht sind dann leicht die Bahnen der einzelnen Wasserteilchen zu verfolgen, wie es in Fig. 14 angedeutet ist. Dabei ist die

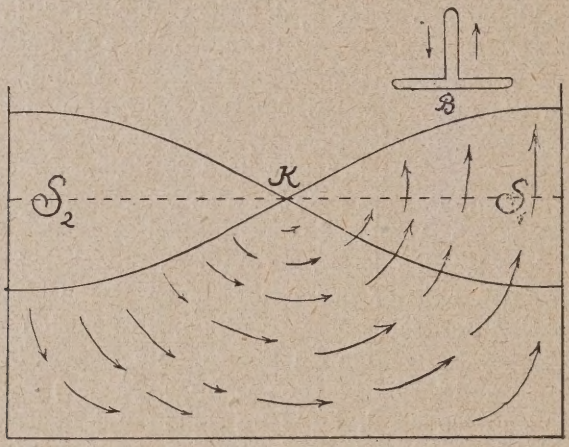


Fig. 14. Darstellung stehender Wellen nach *Ebert*.

Schwingungszeit der einknotigen Welle $= \frac{2\,l}{\sqrt{g\,h}}$, wenn l die Länge des Wasserbeckens, h seine Tiefe und g die Beschleunigung der Schwere ist. Die Analyse dieser Seespiegelschwankungen brachte *Forel* zu dem Ergebnis zweier Arten von Schwankungen, nämlich transversaler und longitudinaler, indem das Wasser einmal um die Querachse schwingt, zum andern um die Längsachse des Sees. Während die ersten, genial erdachten Apparate *Forels* zur Aufzeichnung der Schwankungen noch sehr primitiv waren, bediente sich z. B. *Ebert* bei seinen wertvollen Untersuchungen hochempfindlicher, fein durchkonstruierter Registrierpegel (*Limnimètre enregistreur transportable* nach *Ed. Sarasin*). Genaueres darüber s. *Zs. f. Instrumentenkunde 21, S. 193, 1901.*

Als Ursache dieser Phänomene scheinen im wesentlichen meteorologische Faktoren in Frage zu kommen, und zwar lenkt *W. Schmidt* die Aufmerksamkeit

(deutsch von Pockels), S. 18—52 und *O. v. und zu Aufsess, Die Physikal. Eigenschaften der Seen. Die Wissenschaft, Heft 4.*

[1]) Über die diesbezügl. *Forel*sche Literatur s. *Darwin a. a. O., S. 49.* Vereinigt sind seine Schriften in *Le Léman, 2 vol. Lausanne, Rouge, 1892.*

[2]) *Jahresber. d. Geograph. Ges. i. München für 1900/01.*

besonders auf die von ihm für Gebirgstäler als charakteristisch erkannte Erscheinung regelmäßiger fortschreitender Luftwellen verschiedener Perioden und Amplituden, so gedacht, daß bestimmte, mit den Eigenschwingungen der darunter befindlichen Wassermassen übereinstimmende Schwingungen das Phänomen verursachen.

Defant (*Met. Zs. 1906 u. 1907*) erblickte in den von *v. Ficker* (*Met. Zs. 1905, S. 324—327*) erkannten regelmäßigen Temperatur- und Luftdruckschwankungen bei Föhnlage in Innsbruck ein Seiches-Phänomen einer eingeschlossenen stagnierenden Luftmasse (*Met. Zs. 1905*). Es handelt sich aber hier um eine noch nicht entschiedene Streitfrage. [*W. Schmidt, Luftwogen im Gebirgstal usw., Wien. Ber. 1913*[1]); *F. Exner, Dynamische Meteorologie 1917, bei Teubner*].

Schließlich sei in diesem Zusammenhange noch erwähnt, daß neuerdings das Seiches-Phänomen auch für die Ostsee festgestellt wurde, wobei nach *O. Meißner*[2]) im Mittel aller an den Messungen beteiligten Stationen reine Perioden von nahezu 40 Minuten am häufigsten beobachtet wurden, und ebenso, daß es schon vor längerer Zeit *Miaulis* und *Krümmel* gelang, solche für den Euripus bei Euböa festzustellen.

Hinsichtlich der sonstigen Eigenschaften des Wassers interessieren uns wegen der von verschiedenen Autoren erörterten Beziehungen zu den atmosphärisch-optischen Phänomenen[3]) vor allem die Farbe sowie die damit verknüpften Transparenz-Verhältnisse. In diametralem Gegensatz zu der in erster Linie auf Lichtdiffusion beruhenden blauen Himmelsfarbe hat die Lichtabsorption den Hauptanteil an der Farbengebung des Wassers, und ist, wie bereits *Bunsen* und später *Tyndall* und *Beetz* auf experimentellem Wege (lange, mit Wasser gefüllte Röhren) nachweisen konnten, die Farbe des reinen Wassers bei genügend dicker Schicht blau, wenn auch aus der Polarisation des aus reinstem, blauem Wasser kommenden Lichtes der Schluß gezogen werden konnte, daß auch die Diffusion des Lichtes hier einen kleinen Beitrag liefert. *Spring*[4]), dem wir eine große Zahl äußerst wichtiger Untersuchungen über die Modifikation der Farbe der Gewässer durch die verschiedenen chemischen Beimengungen verdanken, suchte unter Hinweis auf seine eigenen, mit großem Scharfsinn durchgeführten Experimente mit langen Röhren, die teils mit auf gewöhnliche Weise, teils mit unter allen nur er-

[1]) S. auch *W. Schmidt, Luftwogen im Gebirgstal. Nach Variographen-Aufzeichnungen in Innsbruck. Zur Beobachtung und Analyse rascher Luftdruckschwankungen III. Wien. Ber. 122, IIa.* — Auszug darüber s. *Met. Zs. 1914, S. 170—186.*

[2]) *Seiches der Ostsee (Vorläufige Mitteilung). Phys. Zs. 1922, S. 121—123.*

[3]) *J. M. Pernter* contra *W. Spring* s. *Busch u. Jensen, Tatsachen u. Theorien usw., S. 154 u. ff.*

[4]) Die *Spring*schen Arbeiten erschienen vor allem in den *Bullet. de l'Acad. Roy. de Belgique* ab 1883. — S. dort besonders *W. Spring, Sur l'Origine des Phénomènes de Coloration de l'Eau de la Mer et de l'Eau des Lacs 1886.* — Eine gute Übersicht über die Erforschung der Farbe der Gewässer mit besonderer Berücksichtigung der *Spring*schen Arbeiten gibt *H. v. Hasenkamp* in d. *Ann. d. Hydr. 1897.*

denklichen Vorsichtsmaßregeln nach der Methode von *Stas* gewonnenem destilliertem Wasser gefüllt waren, zu beweisen, daß völlig reines Wasser in der Natur nicht vorkommen könne, so daß also die Diffusion des Lichtes an Wasser nicht erwiesen sei. Daraus schloß er weiter, daß die Lichtzerstreuung im wesentlichen auf Konto der suspendierten Partikeln zu setzen sei, daß sie höchstens einen äußerst geringen Beitrag zur Sättigung der blauen Farbe liefere, wohl aber die Ursache der mehr oder weniger scharf ausgesprochenen grünen Farbentöne vieler Gewässer sei, indem die nach dem Gelb oder Braun hinneigende Durchlaßfarbe eines trüben Mediums die ursprünglich blaue Farbe mehr oder weniger stark modifiziere, so gedacht, daß die in Form eines „naszenten" Niederschlags in den natürlichen Gewässern auftretenden unlöslichen Substanzen (Calcium- und Magnesiumkarbonat, Kieselerde, Ton) je nach der Menge des Gelb die verschiedenen vorkommenden Farben erklären sollen. — Die von *v. und zu Aufsess*[1]) mittels eines geeignet montierten *König-Martens*schen Spektralphotometers aufgenommene Absorptionskurve des reinen Wassers zeigt deutlich bis auf einen auch für die meisten von ihm untersuchten Seen festgestellten Absorptionsstreifen im Gelb die Zunahme der Absorption nach dem langwelligen Teil des Spektrums hin. Kämen nur winzigste Teilchen, die klein gegenüber der Wellenlänge des Lichtes sind, in Frage, so müßte die Anwendung der *Rayleigh*schen Theorie auch abgesehen von der selektiven Absorption die Blaufärbung des Wassers ergeben. Darauf hatte bereits *L. Soret* (*Arch. d. Scienc. de Genève vol. 35, 37 u. 39*) hingewiesen, und *Abegg*[2]) lenkte erneut die Aufmerksamkeit darauf. Sind aber Fremdkörperchen vorhanden, so ist es klar, daß das Licht bis zur Erreichung eines reflektierenden Teilchens um so längere Wege im Wasser zurücklegen muß, je weniger solcher vorhanden sind, daß es demgemäß durch die selektive Absorption um so mehr von seinen roten und gelben Strahlen verlieren, mithin bei der Rückkehr aus dem Wasser um so blauer erscheinen muß, je klarer das Wasser ist. Ebenso wird man *Abegg* zugeben müssen, daß bei der Reflexion des schon durch die Absorption an längeren Wellen verhältnismäßig armen Lichtes das Blau um so mehr bevorzugt werden wird, je kleiner die Partikeln sind, so daß sich von solchem Gesichtspunkte aus, von etwa vorhandener selektiver Absorption der Fremdkörperchen abgesehen, Absorption und Reflexion gegenseitig verstärken. Auf diese Weise würde *Abegg* von absoluter Klarheit bis zu milchiger Trübung des Wassers folgende Farbenstufen erwarten: Schwarz, Tiefdunkelblau, Hellblau, Hellblaugrün, Grün, Grünlichweiß, Weiß. In diesem Zusammenhange weist er darauf hin, daß sich nach *Krümmels*[3]) Untersuchungen für das Meerwasser ergeben hat, daß die Farbe um so reiner blau ist, je durchsichtiger und klarer das Wasser ist. Die Untersuchungen von *v. und zu Aufsess*[4])

---

[1]) *Otto Freiherr von und zu Aufsess, Die Farbe der Seen. Diss. München 1903.*

[2]) *R. Abegg, Über die Farbe der Meere und Seen. Naturw. Rdsch. 1898, Heft 14.* — S. auch *R. Abegg, Über das Blau des Himmels und der Meere. Naturw. Rundschau 1899, Heft 13.*

[3]) *Ergebn. der Planktonexpedition. Bd. I, C. Geophysikal. Beobachtgn. von O. Krümmel. Kiel u. Leipzig, Lipsius & Tischer, 1893.*

[4]) *O. v. u. z. Aufsess, l. cit.* sowie *Die physikalischen Eigenschaften der Seen. Sammlung*

haben allerdings für die Landseen eine so gedachte Beziehung nicht erkennen lassen.

Lord Rayleigh vertrat im Jahre 1910 die Ansicht, daß die Beobachtung der blauen Farbe bei den *Bunsen*schen und *Spring*schen Experimenten mit langen Röhren auf Autosuggestion beruhe, wobei er auf die wichtige Rolle des direkt vom Himmel am Wasserspiegel reflektierten Himmelslichtes hinwies. In dieser letzten Beziehung wird man ihm natürlich beipflichten müssen, und mit Recht lenkt daher *Oettinger* in einer recht lesenswerten kleinen Schrift[1]) die Aufmerksamkeit auf die Wichtigkeit, den Einfluß so gedachter Reflexfärbung durch gleichzeitige spektralphotometrische Untersuchungen des vom Himmel stammenden und des aus dem Wasser kommenden Lichtes zu bestimmen.

Kann man nicht spektral-photometrische Messungen ausführen, so muß man sich mit ähnlichen Farbenskalen begnügen, wie sie für den Himmel in den Händen eines *Saussure* und *A. von Humboldt* sowie der Gebrüder *Schlagintweit* (die sogenannten Cyanometer) zu wichtigen Ergebnissen hinsichtlich der Verteilung der Sättigung der blauen Farbe je nach der geographischen Lage, der Höhenlage bzw. des Ortes am Himmel, oder der Tageszeit geführt haben. Man bedient sich der sogenannten Xanthometer, bei denen nach *Forel* eine blaue Flüssigkeit (Kupfervitriol) und eine gelbe (neutrales chromsaures Kali) in abgestuftem Prozentsatz miteinander gemischt werden. — Zur Bestimmung der Sichttiefe bedient man sich der sogenannten *Secchi*schen Scheibe, einer weißen Scheibe, indem man die Tiefe feststellt, bei welcher sie dem Auge verschwindet, oder noch besser einer elektrischen Lampe, deren Verschwindungstiefe im Wasser man nachts feststellt, oder endlich lichtempfindlicher Platten, indem man mit deren Hilfe feststellt, wie weit photographisch wirksame Strahlen noch gerade zu dringen vermögen[2]).

Von der Lichtdurchlässigkeit hängt natürlich in hohem Maße die Temperaturverteilung im Wasser ab. Hinsichtlich der Seetemperaturen sei u. a. nur an die Untersuchungen von *A. Delabecque*[3]) sowie von *H. Hergesell* und *R. Langenbeck*[4]) hingewiesen, und hinsichtlich der Temperaturverhältnisse der Ozeane auf die Untersuchungen von *Buchan*, *Brennecke*, *v. Drygalski*, *Krümmel*, *Meinardus*, *Mecking*, *Mohn*, *Nansen*, *Köppen*, *Schott*, *Supan*, *Thomson* usw.[5]). Auf die übrigen Eigenschaften des Wassers, wie Salzgehalt des Meeres, Dichte,

---

Wissenschaft. Heft 4. Braunschweig, Vieweg, 1905, wo auch zahlreiche Literaturangaben vorhanden sind.

[1]) *E. Oettinger, Die Farbe des Wassers. Meereskunde, Heft 150. Berlin, E. S. Mittler & Sohn, 1919.*

[2]) S. auch die Monographie von *Aufsess, S. 44 u. ff.*

[3]) *Les lacs français. Paris 1898.*

[4]) *Die Seen der Südvogesen. Geogr. Abhandlgn. a. d. Reichslanden Els. u. Lothr. 1892. 1. Heft.*

[5]) Hinsichtlich der wichtigsten Literatur über Ozeanographie überhaupt sei verwiesen auf den von *Mecking* bearbeiteten Abschnitt in *Kendes Handbuch d. geogr. Wiss. 1914 bei Voß* sowie auf *S. Günthers Handbuch der Geophysik.* S. auch noch *W. Schmidt, Über den Energieinhalt der Seen.* Sonderabdruck aus „*Internationale Revue der gesamten Hydrobiologie und Hydrogeographie 1915 (W. Klinkhardt, Leipzig)*".

Kompressibilität, Gefrier- und Siedepunkt usw. können wir nicht eingehen, und es soll nur an das *Handbuch der Ozeanographie* (I. Teil von *G. v. Boguslawski, Stuttgart 1884*, II. Teil von *O. Krümmel, ebenda 1888*); an *Krümmel, Der Ozean, 2. Auflage 1902*; *G. Schott, Physische Meereskunde, 2. Auflage 1910*, sowie hinsichtlich der Seenkunde an *Forels* großes Werk „*Le Léman*", *Basel-Genf-Lyon 1895*, erinnert werden. Hinsichtlich der Apparatur für die Bestimmung der vom Salzgehalt abhängigen Wasserdichte sei nur auf die modernen Konstruktionen von Aräometern sowie das *Abbe-Krümmel*sche Doppelbild-Refraktometer hingewiesen.

Die moderne Physik der Gletscher wurde durch *Agassiz* begründet, der vor allem auch Methoden zur Bestimmung ihrer Bewegungs-Geschwindigkeit ersann. Über die eigenartige Plastizität des Eises gegen Druck und Sprödigkeit gegen Zug wurde vor allem durch die Untersuchungen von *Tyndall* und *v. Helmholtz* Licht verbreitet. Im übrigen sei nur auf die Untersuchungen von *F. A. Forel, Hagenbach-Bischof, E. v. Drygalski* und *Heim* aufmerksam gemacht sowie auf die *Zeitschrift für Gletscherkunde* und auf *H. Heß, Die Gletscher, Braunschweig 1904*[1]).

Die Lehre vom Aussehen und von der Entwickelung des heutigen Erdreliefs, die sogenannte Geomorphologie, kann, da sie in das Gebiet der Geographie bzw. der Geologie fällt, hier nur eben genannt werden. Es könnte höchstens erübrigen, auf einige der wichtigsten über diese Gegenstände orientierenden neueren Werke hinzuweisen, so auf *Davis, W. M.* und *G. Braun, Grundzüge der Physiogeographie, Leipzig 1911*; *S. Passarge, Physiologische Morphologie, Hamburg 1912*; vor allem auf das als Grundlage für eine wissenschaftliche Landschaftskunde gedachte, seit *1919* bei *L. Friederichsen & Co.* in *Hamburg* erscheinende Werk von *S. Passarge, Die Grundlagen der Landschaftskunde*. Weiter können wir empfehlen: *Kayser, Lehrbuch der Geologie, Stuttgart 1921*, bei *F. Enke*; *Neumayr-Sueß, Erdgeschichte, 3. Auflage*, wovon Bd. 1 (*Dynamische Geologie*) 1920 beim *Bibliograph. Inst. Leipzig und Wien* erschienen ist; *F. X. Schaffer, Grundzüge der Allgemeinen Geologie, Leipzig u. Wien 1916*, bei *F. Deuticke*, wo vor allem die vulkanischen Erscheinungen eingehender behandelt werden. Speziell mit diesem Phänomen beschäftigt sich *F. v. Wolff, Der Vulkanismus*, 2 Bände (der 1., den allgemeinen Teil bildende Band 1914 bei *F. Enke, Stuttgart*, erschienen). Hier wäre auch die ab 1914/15 von *Friedländer* herausgegebene (bei *E. Vohsen in Berlin*) *Zeitschrift für Vulkanologie* zu nennen. Bezüglich der Geologie soll schließlich noch hingewiesen werden auf einen sehr beachtenswerten Artikel von *R. Lawson, Über absolute Zeitmessung in der Geologie auf Grund der radioaktiven Erscheinungen* (*Die Naturw. 1918, S. 429—435* und *452—459*), der auch einen hübschen Literaturnachweis über die Behandlung dieser Frage gibt. Als Kriterium für die jeweilig zu bestimmende Zeitdauer kommt einmal die Größe der Heliumansammlung in radioaktiven Mineralien in Frage, ferner die

[1]) S. auch in *Rudzkys Physik der Erde, Leipzig 1904 bei Tauchnitz*, über Eis und Gletscher. — Über die gestaltende Tätigkeit der Gletscher s. vor allem *Penck-Brückner, „Die Alpen im Eiszeitalter". Leipzig 1901—1909.*

Intensität der Färbung der sogenannten pleochroitischen Höfe (kleine gefärbte, meist kreisrunde Gebilde, die man bei Dünnschliffen gewisser Mineralien fand, und deren Entstehung man hernach auf die Wirkung radioaktiver Vorgänge zurückführen konnte) und schließlich die Ansammlung von Blei (Endprodukt der Zerfallsreihe des Radiums) in radioaktiven Gesteinen. Während das mehr oder weniger rasche Entweichen des Heliums (je nachdem dieses von festem Gestein umgeben ist, oder nicht) die Zeitbestimmungen leicht etwas unsicher gestaltet, verdienen die aus der Bleiansammlung für einzelne geologische Epochen erschlossenen Zeitdauern ein wesentlich größeres Vertrauen, und was vor allem wichtig ist, ein erheblich größeres Vertrauen als die Berechnungen, die sich auf die vor Entdeckung der Radioaktivität benutzten Messungsmethoden aufbauten. — Schließlich muß allgemein außer auf *Rudzky, Physik der Erde*, noch auf *A. Supan, Grundzüge der Physischen Erdkunde, Leipzig* bei *Veit & Co. 1916*, hingewiesen werden, ebenso auf den von *J. Sölch* bearbeiteten Abschnitt „*Die Formung der Landoberfläche*“ in dem erwähnten Handbuch von *Kende* sowie bezüglich älterer Literatur auf *S. Günther, Handbuch der Geophysik*. Anleitung zu Beobachtungen auf dem Gebiete der Geographie und Geologie gibt *F. v. Richthofen, Führer für Forschungsreisende, neueste Auflage, Hannover 1901*.

B. Aerologie und Meteorologie.

Bevor wir uns nun den gewöhnlichen meteorologischen sowie auch kurz den aerologischen Erscheinungen zuwenden, wird es zweckmäßig sein, einen Überblick über die Zusammensetzung der Atmosphäre zu geben, wobei gleich einige mit den hierbei berührten Fragen eng zusammenhängende Phänomene abgetan werden sollen. Allerdings reicht der Schauplatz der eigentlich meteorologischen, sich in der sogenannten Wolkenzone abspielenden Vorgänge nur bis zu der im Jahre 1902 fast gleichzeitig von *Aßmann* und *Teisserenc de Bort* entdeckten großen Schichtgrenze, welche die ganze Atmosphäre wesentlich in zwei Gebiete teilt, in die untere Troposphäre und die obere Stratosphäre, von denen die untere, an Masse nahezu $^3/_4$ der ganzen Atmosphäre ausmachende, bis zu einer je nach der Jahreszeit und der geographischen Breite etwa zwischen 9 und 17 km (am Äquator etwa 17, am Pol etwa 9 km) schwankenden Höhe überm Meeresspiegel reicht.

Die Stratosphäre weist hinsichtlich der Höhenlage zunächst eine konstante oder ein wenig zunehmende und, wie vermutet wird, später eine langsam abnehmende Temperatur auf. Unter der Annahme, daß der schon in der Troposphäre angestrebte Zustand des Diffusionsgleichgewichtes der Gase in der von vertikalen Durchmischungen freien Stratosphäre erreicht wird, läßt sich nach *v. Hann, Humphreys* und *A. Wegener* bei Kenntnis der nach dem *Dalton*schen Gesetz von der Anwesenheit anderer Gase unabhängigen Komponente des Gesamtluftdrucks, des sogenannten Partialdruckes der einzelnen, die Atmosphäre zusammensetzenden Gase ihre Verteilung in derselben mit Hilfe der baro-

metrischen Höhenformel log nat $\frac{p_0}{p} = \frac{h}{H(1+\alpha t)}$ annähernd berechnen. Es ist dabei nur zu bedenken, daß in der den Ausdehnungskoeffizienten $\alpha = \frac{1}{273}$ der Gase und die Höhe h enthaltenden Formel statt des gesamten Luftdrucks p_0 in der Ausgangshöhe und statt des entsprechenden Gesamtdrucks in der um h größeren Höhe die entsprechenden Partialdrucke zu setzen sind, und daß statt der von *Bouguer*[1]) in die Wissenschaft eingeführten homogenen Atmosphäre (7991 oder genauer 8000 m), d. h. der Höhe, welche die Atmosphäre haben würde, wenn sie überall die nämliche Dichte wie am Meeresniveau hätte, eine vom spezifischen Gewichte des betreffenden Einzelgases abhängige charakteristische Konstante zu setzen ist. Man versteht so bei genauerer Prüfung der Formel, daß *v. Hann* nach Feststellung geringer Spuren von Wasserstoff in den unteren Luftschichten durch *Gautier* (vorher schon durch *Boussingault*) auf Grund der Gasgesetze den Gedanken vertreten konnte, daß wegen der bei schwereren Gasen verhältnismäßig raschen Abnahme des Partialdrucks mit der Höhe eine Zone kommen müsse, wo der Partialdruck des leichteren Wasserstoffes den des erheblich schwereren, am Boden besonders stark vertretenen Stickstoffes überragt, derart, daß von dieser Höhe ab (für 100 km Höhe 99 Volumprozente errechnet) der Wasserstoff den Hauptbestandteil der Atmosphäre ausmachen müsse. Da nun in der Höhenformel auch die Mitteltemperatur t (in *Celsius*graden) der Luftsäule zwischen dem Ausgangspunkt und der um h größeren Höhe vorkommt, so zeigt sich, wie wichtig eine möglichst genaue Kenntnis der vertikalen Temperaturverteilung für das Problem ist. So bedeutete die im Jahre 1909 von *Humphreys* mit verbesserten Annahmen über die vertikale Temperaturverteilung vorgenommene Durchrechnung sicherlich einen großen Fortschritt[2]).

In ein neues Stadium geriet aber das Problem erst durch den Versuch *A. Wegeners*, nicht nur die fundamentale, für unsere Breiten im Durchschnitt bei etwa 11 km liegende Schichtgrenze, sondern auch die neuen, sich aus seiner Rechnung ergebenden Schichtgrenzen mit bekannten optischen und anderen Phänomenen zu verknüpfen. So sollte sich nicht nur das bei einer Sonnenstellung von ca. 8° unterm Horizont eintretende Verschwinden des vielfach als helles Segment bezeichneten ersten Dämmerungsbogens auf das Vorhandensein der seit 1902 bekannten großen Schichtgrenze zurückführen lassen, wogegen sich kaum ernstliche Bedenken erheben lassen, sondern *Wegener* wollte auch das Verschwinden des Hauptdämmerungsbogens bei einer Sonnentiefe von 17,4° (wahrscheinlichster Wert aus einer großen Reihe von Beobachtungen), welches für die Grenze der das Sonnenlicht diffus zurückwerfenden Schicht eine Höhe von

---

[1]) Zur *Bouguer*schen Ableitung s. u. a. *G. Müller, Die Photometrie der Gestirne. Leipzig, W. Engelmann, 1897. S. 116ff.*

[2]) S. auch über diese Fragen *W. J. Humphreys, On the Physics of the Atmosphere, Journ. of the Franklin Institute, March 1913, p. 207—244*, wo *Humphreys* sich u. a. auch über die von ihm *(Astrophys. Journ. vol. 29, 1909)* und von *Gold (Proceed. Royal Soc. Ser. A, vol. 82, 1909)*, unter Hinweis auf das Strahlungsgleichgewicht gegebene Erklärung der Temperaturkonstanz in der Stratosphäre verbreitet.

etwa 74 km ergab, durch das Vorhandensein einer Schichtgrenze erklären, welche durch die fast völlige Ablösung des Stickstoffs durch Wasserstoff in der betreffenden Höhe entstanden sein sollte. Als weiteren Beweis für letztere Auffassung benutzte er die auf photogrammetrischem Wege zu 70 bis 83 km bestimmte Höhe der oben (S. 563f.) besprochenen leuchtenden Nachtwolken, die auch in der bekannten, in Fig. 15 wiedergegebenen, einen Querschnitt durch die Atmosphäre darstellenden schematischen Übersichtsfigur *A. Wegeners* angegeben sind.

Es ist ferner *v. dem Borne* zu der Schlußfolgerung gekommen, daß die merkwürdigen Schallerscheinungen (Zone des Schweigens zwischen zwei Gebieten der Hörbarkeit; s. *de Quervain, Ann. d. Schweiz. Met. Centralanstalt, Jahrg. 1908*) bei Gelegenheit der großen Dynamit-Explosion an der Jungfraubahn am 15. No-

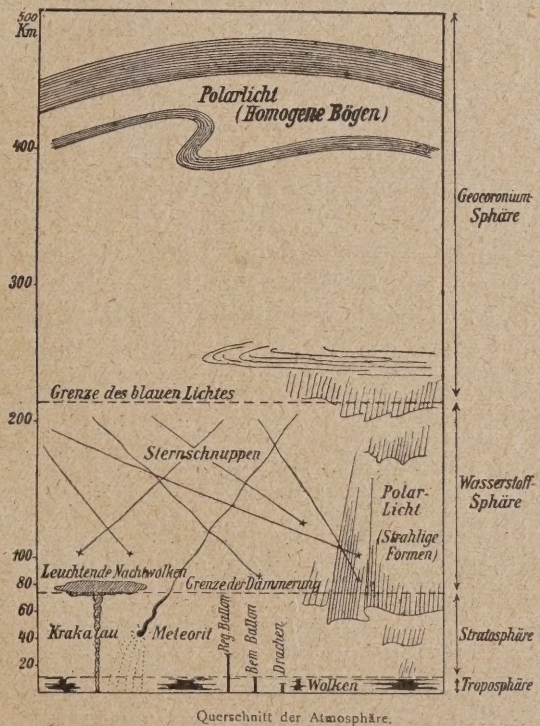


Fig. 15. Querschnitt durch die Atmosphäre nach *A. Wegener*.

vember 1908 durchaus verständlich würden durch die Annahme der Reflexion (bzw. wegen Mangels einer scharfen Grenze Umbiegung) der Schallstrahlen an der in Frage stehenden Schichtgrenze. Gegen diese Theorie wurden allerdings auf Grund der während des großen Krieges vielfach beobachteten ähnlichen Phänomene sehr triftige Einwände erhoben, indem u. a. — abgesehen etwa von der nach *van Everdingen* (*Proceed. Amsterdam 1916, p. 933—969*) annähernd kreisförmigen Zone des Schweigens bei der Belagerung Antwerpens am 8. Ok-

tober 1914 — auf den Mangel an gleichmäßigem Ausmaß der Zone hingewiesen wurde[1]) und von *Brand*[2]), *Mohn*, *Fujiwhara*, *Lord Rayleigh* und *W. Schmidt*[3]) meteorologische Erklärungen beigebracht wurden.

Die auf Grund eines ziemlich großen Tatsachenmaterials ausgeführten Untersuchungen hatten *Wegener* noch zu der allerdings gewagten Annahme einer weiteren, etwa in gut 200 km Höhe liegenden, mit dem nach Verschwinden des Hauptdämmerungsbogens mehrfach von *See* in Washington beobachteten schwachen bläulichen Licht in Verbindung gebrachten, allerdings weniger scharf ausgeprägten Grenzschicht gebracht. Von 200 km an aufwärts sollte der Wasserstoff durch ein noch wesentlich leichteres, hypothetisches (bei der Berechnung natürlich eine bestimmte Annahme über das Molekulargewicht gemacht), mit dem Coronium der Sonne identifizierten und darum als Geocoronium bezeichnetes Gas abgelöst werden, das von da aufwärts der vorherrschende und schließlich alleinige Bestandteil der Atmosphäre werden und sich durch die bekannte gelbgrüne Linie (557 $\mu\mu$), die sogenannte Nordlichtlinie — auf die wir bei Besprechung des Polarlichtes zurückkommen werden — verraten sollte. *Stark* kam zu dem Schlusse, daß der Partialdruck des Wasserstoffes (und ebenso der des Heliums) in 100 bis 150 km Höhe kleiner als 30 % des Teildrucks des Stickstoffs ist; zu ähnlichen Ergebnissen war schon vorher *Vegard* (*Ann. Phys. 50, 1916*) bei der Untersuchung der vertikalen Verteilung der Lichtstärke der Polarlichter gekommen. Läßt man daher zunächst die leuchtenden Nachtwolken, über deren Natur und Herkunft man noch verschiedener Meinung sein kann, außer Betracht, so bliebe als wesentliche Stütze für die von *Wegener* in einer Höhe zwischen 70 und 80 km angenommene Schichtgrenze nur das besprochene Verschwinden des Hauptdämmerungsbogens, dessen Erklärung allerdings jetzt große Schwierigkeiten bereiten dürfte. Die äußerst spärlichen, auch von *Wegener* zur Stütze für die Richtigkeit seiner Berechnungen herangezogenen spektrographischen Aufnahmen der ebenso wie die Meteore an anderer Stelle besprochenen, etwa zwischen 80 und 150 km Höhe Leuchterscheinungen aufweisenden Sternschnuppen, bei denen außer dem von der glühenden Oberfläche des Kerns herrührenden kontinuierlichen Spektrum ein offenbar auf die leuchtenden Gase der Atmosphäre zurückzuführendes Linienspektrum vorhanden ist, können, wenn auch in einem Falle (*Pickering*) mit Sicherheit Wasserstofflinien und im andern (*Blajko*) vermutlich Stickstofflinien nachgewiesen wurden, nicht zu einer weiteren Klärung vorliegender Frage beitragen, da, wie es scheint, eine Kenntnis der gleichzeitigen Höhenlage fehlt. Im übrigen sei nur auf die lichtvollen Berichte *Wegeners*[4]) über diesen Gegenstand hingewiesen.

[1]) *B. Nölke, Phys. Zs. 1917.*

[2]) *Sitzungsber. d. Ges. d. Beförd. d. ges. Naturw. zu Marburg, Nr. 5, 1916 und Met. Zs. 1917.*

[3]) *Phys. Zs. und Met. Zs. 1916.* Ein ausgezeichneter Schriftennachweis über diesen Gegenstand findet sich bei *H. Zierl, Die Hörbarkeit der Explosion von Oppau in Bayern rechts des Rheines. Sonderabdruck aus dem Met. Jahrb. für Bayern 1921.*

[4]) *A. Wegener, Probleme der Aerologie. Das Wetter 1909, Heft 11, S. 13; Über eine neue fundamentale Schichtgrenze der Erdatmosphäre. Beitr. z. Phys. d. freien Atm. Bd. III, Heft 4, 1910; Untersuchungen über die Natur der obersten Atmosphärenschichten. Phys. Zs.*

Bei den Berechnungen der vertikalen Verteilung der Gase ist natürlich sehr zu berücksichtigen, daß sie den Ausgangspunkt nehmen von Bestimmungen der Gasmengen in der Nähe des Bodens, die beim Wasserstoff und Helium wegen ihres sehr spärlichen Vorkommens noch recht unsicher sind. Viel günstiger steht es mit der Bestimmung des Verhältnisses zwischen Stickstoff und Sauerstoff, welch letzterer nach *Wegener* bei ca. 80 km fast völlig verschwindet. Wie gering der Gehalt der untersten Luftschichten an Wasserstoff, Helium sowie auch an Ozon (O_3), an der wechselnden Kohlensäure sowie den Edelgasen Neon (*Ne*), Krypton und Xenon (*Kr* bzw. *X*) sein muß, ist daraus zu ersehen, daß nach sorgfältigen Bestimmungen am Erdboden in 100% trockener Luft 78.06 Volumprozente Stickstoff, 20.90 Sauerstoff und 0.937 Teile Argon enthalten sind. Aus der Analyse der Luftproben, die bei den für den 18./19. Mai 1910 von *Assmann* organisierten Ballonfahrten entnommen wurden, lieferte *Erdmann* den sicheren Nachweis eines mit der Höhe (bis zu 8000 m) wachsenden Gehaltes der Atmosphäre an Helium, Neon und Wasserstoff, der seine Bestätigung durch die Resultate dreier weiterer von *Wigand* (bis zu 9000 m) unternommener Hochfahrten fand. Letztere erbrachten auch zum ersten Male den deutlichen Nachweis des mit der Höhe abnehmenden Kohlensäuregehaltes und zeigten ferner nach *Wigand* den unverkennbaren Einfluß der Wetterlage auf den Grad der Durchmischung der Luft und auf die einer gleichmäßigen Durchmischung entgegenwirkende Einstellung des für die ganze Theorie so wichtigen Diffusionsgleichgewichtes unter der Wirkung der Schwere. Hinsichtlich der für die Gasanalysen von *Erdmann* benutzten Methoden sowie der vor der Fahrt evakuierte, oben zu öffnende und nach Entnahme der Luftprobe wieder zu schließende (Zuschmelzen bzw. Glashähne) Glasgefäße benutzenden Anordnungen *Teisserenc de Borts* und *Wigands* zur Gewinnung der Luftproben ist auf die unten genannten Abhandlungen zu verweisen[1]). —

Über die zeitlichen und örtlichen Schwankungen des atmosphärischen Kohlensäuregehalts (Tag und Nacht, Nähe des Meeres und vegetationsbedeckter Flächen) ist Genaueres aus den in Frage kommenden Lehr- und Handbüchern usw. zu ersehen. Was speziell die auf Grund der Produktion von CO_2 durch vulkanische Tätigkeit sowie der Absorption der Sonnenstrahlen durch dieses Gas von *Arrhenius* aufgestellte Kohlensäure-Hypothese der Klimaschwankungen betrifft, so sei nur bemerkt, daß nach *Ångström* (*Ann. Phys. Bd. 3, 1900*) schon die heutige Kohlensäuremenge weit mehr als ausreichen würde, um die überhaupt absorbierbaren Strahlen zu absorbieren. Näheres über die Erklärung der Eiszeiten usw. ist aus *Heft 31 der Wissenschaft* (*Eckardt, Das Klima-Problem der geolog. Vergangenheit u. d. histor. Gegenwart*) zu ersehen. — Sehr veränderlich ist

1911, Nr. 5 u. Nr. 6: Die Erforschung der obersten Atmosphärenschichten. Zs. f. Anorgan. Chemie 1912, S. 107—131. — S. u. a. weiter *Wegener, Neuere Forschungen auf dem Gebiete der atmosphärischen Physik,* in *E. Abderhaldens Fortschritten der naturwissenschaftlichen Forschung* sowie in seiner *Thermodynamik der Atmosphäre.*

[1]) *O. Tetens, Aerologische Beobachtungen usw.* in *Bd. 6 der Ergebnisse d. Königl. Preuß. Obs. bei Lindenberg 1911* und *Wigand, Wissenschaftliche Hochfahrten im Freiballon. Abderhaldens Fortschr. d. Naturw. Forsch., Bd. 10, Heft 6, 1914 (Urban & Schwarzenberg).*

auch der Gehalt der Atmosphäre an Ozon, einem Gas, dessen Bildung auf die kurzwelligen Sonnenstrahlen sowie auf elektrische Entladungen[1]) [bei Gewittern; nach *Humphreys*[2]) auch stille elektrische Entladungen in großen Höhen in Frage kommend — Nordlicht —] zurückgeführt wird, dem man aber anderseits auch die Absorption des ultravioletten Teils des Sonnenspektrums zuschreibt. Bedauerlicherweise lassen nach *Dornos* eingehender Prüfung[3]) die Ozonmessungen noch viel zu wünschen übrig, vor allem die gebräuchlichste Methode der Anwendung von Jodkalium-Stärkepapier (22teilige Skala; Apparatur war von *Casella* in London geliefert), indem sich u. a. jedenfalls keine Proportionalität zwischen Skalenzahl und Expositionszeit und durchaus keine Gewähr dafür ergeben soll, daß ausschließlich Ozon gemessen wird. *Dorno* lenkt dabei die Aufmerksamkeit auf das neuerdings empfohlene *Arnold*sche Reagens, da bei diesem eine Verwechslung mit einer Einwirkung von Wasserstoffsuperoxyd ausgeschlossen sei, das sich ebenso wie Ozon und gewisse Stickoxyde unter der Einwirkung der ultravioletten Sonnenstrahlen auf die Gase der hohen Atmosphärenschichten bildet.

Eine gewaltige meteorologische Rolle spielt der seinem Betrage nach großen zeitlichen und örtlichen Schwankungen unterworfene Wasserdampf, der übrigens auch für weit jenseits der Troposphäre liegende Schichten keineswegs ganz unbeachtet bleiben darf. Für seine Kondensation kommen u. a. nach Versuchen von *Richarz*, *Barkow*, *Pringal*, *Bieber* u. a. Ammoniak, salpetrige Säure, Salpetersäure, Wasserstoffsuperoxyd, schweflige Säure usw. in Frage[4]). — An festen in der Atmosphäre flutenden Teilchen seien schließlich genannt Eiskristalle usw., Salzpartikelchen, Rauchpartikelchen (zum Teil vulkanischer Herkunft[1]), Staubpartikelchen verschiedenster Art, vermutlich zum Teil kosmischen Ursprunges; s. die *Arrhenius*sche Theorie über die Wirkungen des Strahlungsdruckes im Weltall[5]) sowie endlich wahrscheinlich Teilchen korpuskularer, höchstwahrscheinlich von der Sonne ausgehender Strahlen.

Auf die große Bedeutung so gedachter Fremdkörperchen der Atmosphäre für die optischen Erscheinungen wurde genügend im ersten Teil dieses Beitrages hingewiesen. Eine Fülle neuer Gesichtspunkte hinsichtlich der verschiedenen gröberen oder feineren Beimengungen der Atmosphäre, und zwar namentlich im Hinblick auf luftelektrische Probleme, gibt *Schmauss* in seinem äußerst beachtenswerten Artikel *Meteorologie und Kolloidchemie*[6]). Die Hauptfrage scheint hier die nach dem in der Atmosphäre wirksamen Katalysator zu sein, welcher

---

[1]) Über die ozonbildende und gleichzeitig ozonzerstörende Wirkung der elektrischen Entladung s. *Warburg*s Arbeiten *(1900)*.

[2]) S. darüber Ref. von *W. Peppler i. d. Naturw. Wochenschrift X, 1911, Nr. 16.*

[3]) *Dorno, Himmelshelligkeit, Himmelspolarisation und Sonnenintensität in Davos 1911—1918* loc. cit., wo auch einige wertvolle Literaturangaben über Bestimmungen des Absorptionsspektrums des Ozons sowie über Ozonmessungen vorhanden.

[4]) Literatur siehe bei *Barkow, Versuche über Entstehung von Nebel. Diss. Marburg* u. *Ann. Phys. 13, 1907.*

[5]) *Arrhenius, Das Werden der Welten, Leipzig 1907.*

[6]) *A. Schmauss, Met. Zs. 1920, S. 1—8.*

den Anstoß zur Vereinigung der in der Luft suspendierten kleinen Wasserteilchen zu den größeren, die Wolken bildenden gibt[1]).

Nach *W. Thomson* (*Lord Kelvin*) kommt in der täglichen Luftdruckschwankung die freie Schwingung zum Ausdruck, deren die Atmosphäre als Ganzes fähig ist. Ihre Dauer berechnete *Margules*[2]) unter Berücksichtigung der Erddrehung, der Reibung und sonstiger in Frage kommender Faktoren auf 11.94 Stunden. Die dieser Periode entsprechende, verhältnismäßig stark ausgeprägte Schwingungsbewegung im Barometergang wird nach *v. Hann* vermutlich ausgelöst durch eine relativ geringe halbtägige Temperaturwelle. Die nahe Beziehung zwischen der ganztägigen Temperatur- und Druckschwankung wurde schon längst erkannt. Die mittlere tägliche Barometerkurve, die sich nach *v. Hann*[3]) als Summe dreier verschiedener und regelmäßig gestalteter, einer einmaligen, zweimaligen und dreimaligen Druckschwankung entsprechender

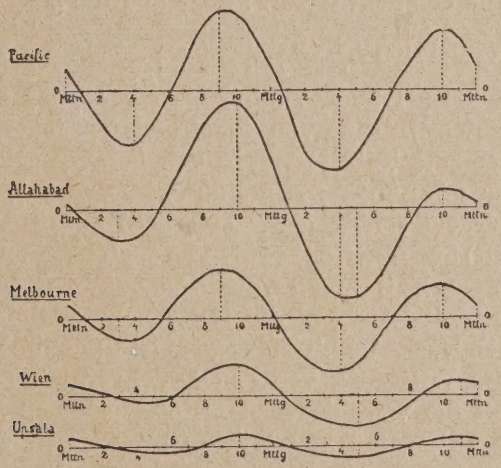


Fig. 16. Mittlerer täglicher Gang des Barometers nach *J. v. Hann.*

Einzelkurven darstellt, findet sich nach diesem Forscher mit geringen Abweichungen, allerdings mit sehr verschiedener Amplitude, überall wieder. Dies zeigt sich deutlich in beistehender, der *Hann*schen Schrift *Ebbe und Flut im Luftmeer der Erde*[4]) entnommener Figur 16. Bemerkenswert ist, daß die halb-

[1]) S. hier auch *O. Schmauss, Randbemerkungen II, Met. Zs. 1919.*

[2]) Die diesbezügl. Arbeiten von *Margules* s. in den *Wiener Ber. 99 (1890), 101 u. 102.* Eine sehr klare Darstellung von *Trabert* s. i. d. *Met. Zs. 1903, S. 481ff.* und *544ff.* Dasselbe Problem später von *H. Lamb* untersucht *(Proceed. Roy. Soc. London Ser. A, vol. 84, p. 551 u. ff., 1910).*

[3]) *J. v. Hann, Täglicher Gang des Luftdrucks. Wiener Denkschrift. (Math.-Phys. Kl.) Bd. 55. 1889.*

[4]) *Sammlung populärer Schriften. Herausgegeb. von der Ges. Urania zu Berlin. Verlag Paetel, 1894. 40 Seiten.* — S. hier auch *H. Hergesell. Der tägliche Gang des Luftdrucks und der Temperatur in der freien Atmosphäre. Met. Zs. 1919, S. 212—217.* Dazu auf *S. 218* u. *219* von *J. v. Hann, Über die Abnahme der Amplitude der halbtägigen Druckwelle mit der Höhe.* — Eine gute Übersicht über die früheren Forschungen in dieser Richtung gibt *J.*

tägige Druckschwankung viel regelmäßigere, an den verschiedensten Orten der Erde übereinstimmende Verhältnisse darbietet als die ganztägige. Dies gilt in erhöhtem Maße von der dreimaligen Schwankung, die allerdings am kleinsten ist. Die aus der Figur zu ersehende verhältnismäßig große Flachheit der nächtlichen Welle entspricht einer unsymmetrischen Verteilung der Masse der Atmosphäre zum Meridian, aus welcher *Lord Kelvin* eine minimale Beschleunigung der Erdrotation (als Gegenstück zur Wirkung der ozeanischen Flutwelle) abgeleitet hat. — Die tägliche, etwa durch den Wechsel atmosphärischer Ebbe und Flut hervorgerufene Druckschwankung ist von kaum nennenswerter Größe (0.05 mm). — Die hygienisch bedeutungsvolle (s. *W. Schmidt* a. a. O.) Veränderung des Luftdrucks von einem Tag zum andern, (interdiurne Schwankung) nimmt mit der Höhe ab. Die Berechnung der Abnahme des Luftdrucks mit der Höhe erfolgt nach der vorher genannten, weder den Gehalt an Wasserdampf noch die Veränderung der Schwere in bezug auf die geographische Breite berücksichtigenden Formel $\log \frac{p_0}{p} = \frac{h}{H\,(1+\alpha\,t)}$. Eine verwickeltere, von *Rühlmann*[1]) aufgestellte Formel bildete die Basis für die bis zu 8000 m geltenden *Jordan*schen Höhentafeln[2]). Eine von *Angot* veröffentlichte, für hohe Registrierballon-Aufstiege geeignete Tabelle wurde neu herausgegeben von *de Quervain* in den *Beiträgen zur Physik der freien Atmosphäre, Bd. I, p. 68.* Was die Abhängigkeit des Luftdrucks von der geographischen Breite (s. hier u. a. die Arbeiten von *Baschin*[3]), *Ferrel*[4]) und *Spitaler*[5]) sowie von der Tages- und Jahreszeit, was die im allgemeinen mit der Entfernung vom Äquator an Größe zunehmenden unperiodischen Luftdruckänderungen, die Luftdruckverteilung auf der Erde, die Wanderung der Hochdruck- und Tiefdruckgebiete (Maxima und Minima) sowie die Abhängigkeit der Witterung von den Druckverhältnissen betrifft, so muß im wesentlichen auf die verschiedenen meteorologischen Zeitschriften[6]) sowie auf die wichtigsten Lehr- und Handbücher[7]) verwiesen werden.

Reger, Täglicher Temperaturgang in der freien Atmosphäre und doppelte Luftdruckschwankung. Arbeiten d. Königl. Preuß. Aeronaut. Obs. bei Lindenberg. Bd. 8. 1912.

[1]) *Rühlmann, Die barometrische Höhenmessung und ihre Bedeutung für die Physik der Atmosphäre. Leipzig 1870.*

[2]) *W. Jordan, Barometrische Höhentafeln für Tiefland und für große Höhen. 2. unveränderte Auflage. Hannover, Helvingscher Verlag, 1914.*

[3]) *O. Baschin, Luftdruckverteilung nach geographischer Breite. Zs. d. Ges. f. Erdkunde. Berlin 30, 368, 1895.*

[4]) *W. Ferrel, Luftdruckverteilung nach geographischer Breite. Met. Researches I; Appendix 20,* zu: *Report of the Superintendent of the Unit. St. Survey 1875, p. 400.*

[5]) *Wiener Ber. Bd. 64, 1897* und *Peterm. Mitteilgn. Erg.-Heft 137, Gotha 1901.*

[6]) *Met. Zs.; Beitr. z. Phys. d. freien Atmosphäre; Ann. d. Hydrographie; Monthly Weather Rev.*

[7]) Das ausführlichste: *J. v. Hann, Lehrbuch der Meteorologie. 3. Aufl., unter Mitwirkung von R. Süring. Leipzig 1915.* (Anmerk. bei der Korrektur: Soeben bei *Tauchnitz* die erste Lieferung der 4. von *Süring* bearbeiteten Auflage des *Hann*schen Lehrbuchs erschienen). Sehr empfehlenswert auch *Börnstein, Leitfaden der Wetterkunde. 3. Aufl. Braunschweig 1913,* mit ausgezeichneter Literaturangabe. Desgleichen das Büchlein *Meteorologie von Trabert, 4. Aufl. von Defant 1916,* in *Sammlg. Göschen,* wo man eine kurze, aber gute Literaturangabe über die Lehrb. d. Met., die Wetterlehren, die Lehrb. der Klimatologie, über

Die letzte Ursache für die Druckschwankungen ist in der durch die Sonnenstrahlung (auch Leitung usw.) herbeigeführten Temperaturänderung zu suchen, wobei nicht zu vergessen ist, daß Druckveränderungen auch wieder Temperaturänderungen herbeiführen (Adiabatische Zustandsänderungen der Atmosphäre). Ohne die Erddrehung würde der Wind zum Ausgleich des gestörten Druckgleichgewichtes auf kürzestem Wege von Stellen hohen zu Stellen niedrigen Drucks wehen; tatsächlich aber wird er auf der nördlichen Hälfte von der kürzesten (senkrechten) Bahn nach rechts, auf der südlichen nach links abgelenkt (*Buys-Ballot*sches Gesetz). Der durch die ablenkende Kraft der Rotation erzeugte Ablenkungswinkel nimmt dabei ab mit der Zunahme der auch die Windgeschwindigkeit herabmindernden Reibung der Luftteilchen am Erdboden. Über die Beziehungen zwischen Luftdruck und Wind und alle damit zusammenhängenden Fragen der synoptischen Meteorologie, über die typischen Formen der Isobaren, die Zugstraßen der Depressionen (s. *van Bebber* und *Köppen*) usw. kann man sich in bequemer Weise in dem den neuesten Standpunkt vertretenden *Defant*schen Buch *Wetter und Wettervorhersage*[1]) orientieren. Hinsichtlich örtlich begrenzter Wirbel sei verwiesen auf das ältere, aber vorzügliche *Reye*sche Werk *Die Wirbelstürme, Tornados und Wettersäulen, Hannover 1872*, auf das 1917 in der Sammlung *Wissenschaft* bei *Vieweg* in Braunschweig erschienene *A. Wegener*sche Buch *Wind- und Wasserhosen in Europa* sowie auf einen kürzlich von *A. Kuhlbrodt* veröffentlichten Artikel *Über Tromben, insbesondere die sieben norddeutschen Windhosen vom 28. Juni 1920*[2]).

Was den allgemeinen Kreislauf der Atmosphäre, was die großen Windsysteme der Erde betrifft, so wurde schon seit geraumer Zeit angenommen, daß der Polarstrom von beiden Polen aus die untere Luft nach den heißen Tropen führt, wogegen der Äquatorialstrom die in den Kalmen aufgestiegenen Luftmassen gegen die Pole treibt, indem die aus der Rotation um die Erdachse sich ergebende Ablenkung den am Boden für uns erkennbaren Polarstrom auf der nördlichen Erdhälfte als Nordost-, auf der südlichen Halbkugel als Südostwind in die Erscheinung treten läßt. Diese Ansicht, welche jedenfalls nur zwischen 30° nördlicher und südlicher Breite anwendbar ist, wurde sowohl durch theoretische Erwägungen als auch in hohem Maße durch die Arbeiten des internationalen Wolkenjahres sowie endlich durch die namentlich von *Hergesell, Teisserenc de Bort* und *Rotch* auf hoher See (die bekannten ergebnisreichen Passat-Expeditionen) durchgeführte Verfolgung von Piloten (kleine, mit Wasserstoff gefüllte Ballone) mit Hilfe von Theodoliten[3]) abgeändert. Bei einigen Fahrten benutzte

Anleitung zu prakt. Beobachtgn., period. erscheinende Werke, Kartensammlgn. und die Jahrb. der Centralanstalten findet. Die theoretischen Kenntnisse auf dem Gebiete der Meteorologie sind in einheitlicher und übersichtlicher Weise zusammengefaßt in dem Werke von *F. M. Exner, Dynamische Meteorologie. Leipzig-Berlin, B. G. Teubner, 1917.*

[1]) *Fr. Deuticke, Leipzig und Wien 1918.*

[2]) *Met. Zs. 1922, S. 33—41.*

[3]) Sehr geeignet ist dazu der von *Kleinschmidt* angegebene und von der Firma *Bosch* gebaute Theodolit (s. dazu *Met. Zs. 1921, S. 185*). Ausgezeichnete Belehrung über den Bau von Theodoliten, die möglichen Fehlerquellen bei den Messungen usw. gibt der 2. Band (8., erweiterte Auflage 1914) des ausgezeichneten, *Jordan*schen *Handbuchs der Vermessungskunde.*

Hergesell, dessen Name ebenso wie der von *Assmann*, *Rotch* und *Teisserenc de Bort* aufs allerengste mit der raschen Entwickelung der Aerologie verknüpft ist, auch mit den hernach zu erwähnenden Meteorographen beschickte Ballone[1]), indem an die Stelle des gewöhnlich benutzten Fallschirms ein zweiter, nur mit wenig Gas gefüllter und daher nicht platzender Ballon trat, welcher, über dem ins Wasser niedergegangenen und darin schwimmenden Registrierapparate schwebend, dem verfolgenden Schiff dessen Ort anzeigte. Das Resultat all dieser Untersuchungen bestand in dem von *Hildebrandsson* dargestellten allgemeinen Windsystem der Erde — Bezüglich der örtlichen Verteilung der Wärme muß auf die einschlägige Literatur verwiesen werden[2]). Hinsichtlich ihrer zeitlichen Verteilung sei auf die wichtige Feststellung von *Meinardus* (angeregt durch *Pettersson*; s. *Met. Zs. 1896, S. 285*) hingewiesen, daß der Temperaturcharakter der ersten vier Monate des Jahres in Mitteleuropa, und zwar besonders in Norddeutschland, auf das engste mit dem des Golfstroms am Ende des vorhergehenden Jahres zusammenhängt. Für unsere Leser dürfte im Hinblick auf Späteres besonders wichtig die Verweisung auf das die Temperaturverhältnisse von $^1/_6$ der Erdoberfläche berücksichtigende Ergebnis *Köppens*[3]) sein — der sich neben *v. Hann*[4]) besonders große Verdienste um die Erforschung der Klimaverhältnisse der Erde erworben hat — wonach die mittlere Tempera-

[1]) Die für solche Zwecke gedachte Ballon- bzw. Drachentechnik ist besonders durch *Assmann*, *Hergesell* und *Köppen* sowie durch deren Schüler ausgebildet worden. Für die Steiggeschwindigkeit von Pilotballonen leitete *Hergesell* eine Formel ab (s. das *Sitzungsprotokoll der 6. Versammlung der Internationalen Kommission für wissenschaftliche Luftfahrt in Monaco 1909, S. 86.*)

[2]) Hier sei u. a. nur verwiesen auf: *W. Köppen und J. Wendt, Die vertikale Temperaturverteilung zwischen dem Erdboden und 3000 m über Hamburg. Archiv der Deutschen Seewarte 1912. — R. Assmann und A. Berson, Wissenschaftliche Luftfahrten. Berlin 1899—1900. — H. Hergesell, Ergebnisse der internationalen Ballonfahrten. Met. Zs. 1899* sowie *H. Hergesell, Die Temperatur der freien Atmosphäre. Petermanns Mitteilgn. 1900. — Wagner, Die Temperaturverhältnisse in der freien Atmosphäre. Beitr. z. Phys. d. freien Atmosphäre, Bd. III, Heft 2 u. 3. — J. Maurer, Die Wärmeabnahme mit der Höhe in den Schweizer Alpen. Met. Zs. 1908. — Schmauss, Vertikales Temperaturgefälle. Met. Zs., Bd. 26, 1909.* — Hinsichtlich der Verteilung der Wärme in den unteren Luftschichten siehe besonders die Handbücher der Klimatologie (vor allem die neueren Auflagen des *Hannschen Handbuchs*). Grundlegend sind hier u. a. folgende Abhandlungen: *R. Spitaler, Die Wärmeverteilung auf der Erdoberfläche. Denkschr. d. Wiener Akad. Bd. 60, 1885*; *W. Zenker, Die Verteilung der Wärme auf der Erdoberfläche. Berlin 1888* (wo die Grundbedingungen des solaren Klimas entwickelt werden); *W. v. Bezold, Der Wärmeaustausch an der Erdoberfläche und in der Atmosphäre, 1892* (u. a. in seinen gesammelten Abhandlungen 1906). In nähere Beziehung hierzu treten auch die Untersuchungen von *W. Schmidt* über das Ausstrahlungs- und Reflexionsvermögen des Wassers (*Met. Zs. 1916*). Siehe auch *J. Schubert, Der Wärmeaustausch im festen Erdboden, in Gewässern und der Atmosphäre. Berlin 1904*, bei *J. Springer*. Ferner *A. Woeikoff, Wärmeschwankung von Berg und Tal, Österreich. Zs. f. Met. 18, 1883.* — Im übrigen sei (bezügl. der Darstellung der grundlegenden Faktoren, Literatur usw.) auf den von *L. Mecking* bearbeiteten 5. Abschnitt „Klimatologie" des im Jahre 1914 bei *Voß in Berlin* erschienenen 1. Teils des *Handbuchs der geographischen Wissenschaft* von *O. Kende* verwiesen.

[3]) *W. Köppen, Über mehrjährige Perioden der Witterung. Österr. Zeitschr. f. Meteorol., Bd. 8, 1873* und *Bd. 15, 1881*; vor allem aber *W. Köppen, Lufttemperaturen, Sonnenflecke und Vulkanausbrüche. Met. Zs. 1914, S. 305.*

[4]) *Hann, Handbuch der Klimatologie.*

tur dieses Gebietes zur Zeit des Fleckenminimums der Sonne oder bald danach etwa ½° höher war als in den auf das Fleckenmaximum folgenden Jahren. Über die Größe der Veränderlichkeit der Temperatur wurden u. a. Untersuchungen angestellt von *L. Grossmann*, *V. Kremser* und *J. Maurer*. Erinnert sei hier auch an die 35-jährige *Brückner*sche Klimaperiode[1]), die übrigens nach *Schuster* auch in der Häufigkeit der Sonnenflecken vorhanden zu sein scheint. Gleichzeitig sei mit Nachdruck darauf hingewiesen, daß nach dem heutigen Stande des Wissens von einem nennenswerten Einfluß des Mondes auf das Wetter nicht die Rede sein kann[2]).

Hinsichtlich der Regenhäufigkeit fand *Hellmann* innerhalb einer Fleckenperiode zwei fast genau mit den Wendepunkten der Fleckenkurve zusammenfallende Maxima des Niederschlags, wobei allerdings die Amplituden im Vergleich zu den großen Schwankungen der Niederschlagsmenge von Jahr zu Jahr so gering waren, daß eine Verwendungsmöglichkeit des Ergebnisses zur Prognose ausgeschlossen erscheint. Übrigens zeigte sich bei den *Hellmann*schen Regenuntersuchungen für Norddeutschland[3]) deutlich auch die 35jährige Periode. Für das Zustandekommen von Niederschlägen ist natürlich zunächst genügende absolute Feuchtigkeit der Luft nötig, und zwar ist die zeitliche und räumliche Verteilung derselben in hohem Maße von der Wärme abhängig, da mit steigender Temperatur die für die Verdampfung verfügbare Wärme wächst, und die Luft dann um so mehr Dampf aufnehmen kann. Dagegen zeigt die relative Feuchtigkeit (die vorhandene Dampfmenge ausgedrückt in Prozenten derjenigen, die bei der jeweiligen Temperatur zur Sättigung nötig ist) naturgemäß einen umgekehrten Gang wie die Temperatur. Erwärmte gesättigte Luft entfernt sich von ihrem Sättigungspunkt, so daß bei Vorhandensein von Wasser oder Eis neue Verdampfung stattfindet. Wird dagegen ungesättigte Luft abgekühlt, so nähert sie sich dem Taupunkte, d. h. der Temperatur, für welche die vorhandene Dampfmenge die Sättigung bedeutet. Wird der nunmehr gesättigten Luft noch mehr Wärme entzogen, so beginnt die Kondensation, so daß der überschüssige Teil des Wasserdampfes in flüssiger (oder fester) Form niederfällt. Die in der Atmosphäre für eine solche Abkühlung wesentlich in Frage kommende Ursache ist in der Expansion zu erblicken, welche bei jedem Aufsteigen in geringeren Luftdruck unausbleiblich ist. Auf derartige Vorgänge (adiabatische Expansion) ist zum Teil (ausgenommen wohl der dem Erdboden direkt aufliegende Nebel) die Wolkenbildung zurückzuführen.

Die Untersuchungen von *W. Thomson* (*Lord Kelvin*) über die Abhängigkeit des Dampfdruckes von der Form der Flüssigkeitsoberfläche machten es verständlich, daß winzigste Nebeltröpfchen ohne das Hinzukommen sonstiger Momente mit ihrem außerordentlich kleinen Krümmungsradius sofort nach ihrem Entstehen wieder verschwinden, wenn nicht eine ernorme Wasserdampf-Übersättigung der Atmosphäre vorhanden ist. Daraus erklärt sich die

---

[1]) *E. Brückner, Klimaschwankungen seit 1700. Geogr. Abhandlgn. Bd. 4, Heft 2. Wien, Hölzel, 1890.*

[2]) S. hier *H. Zierl, Schriftennachweis zum Thema „Mond und Wetter", Sonderabdruck aus dem Deutsch. Met. Jahrb. für Bayern 1921*, 13 Seiten.

[3]) *G. Hellmann, Die Niederschläge in den Norddeutschen Stromgebieten. Berlin 1906.*

zuerst von *Coulier* beobachtete Tatsache, daß bei mäßiger Expansion und dadurch hervorgebrachter Abkühlung feuchter Luft in einem geeigneten Glasgefäße Nebelbildung nur bei Vorhandensein sogenannter Stäubchen eintritt, bei denen sich also das Wasser in Schichten von viel geringerer Krümmung an sogenannten Kondensationskernen ablagern kann. Auf die Herabminderung der Oberflächenspannnung durch Elektrisierung ist die von *H. v. Helmholtz* und *Richarz* bei dem sog. Dampfstrahl-Phänomen nachgewiesene Kondensation an Ionen zurückzuführen. *Wilson* fand nun bei Versuchen mit evakuierbaren Glasgefäßen, daß nach der Reinigung der feuchten Luft durch die erste Expansion und die dadurch hervorgebrachte Nebelbildung bei weiterer Evakuierung zunächst keine weitere Nebelbildung eintrat, bzw. daß bei vorheriger Reinigung der Luft von den Stäubchen durch sorgfältige Wattefiltrierung überhaupt keine Nebelbildung eintrat, sondern nur eine Benetzung der Gefäßwände. Erst bei fortgesetzter Expansion trat schließlich (bzw. wieder) Nebelbildung ein, woraus hervorging, daß auch bei Abwesenheit der als Stäubchen bezeichneten Kondensationskerne bei genügender Expansion der Luft Ionen als solche dienen können, und zwar derart, daß die negativen gegenüber den positiven bevorzugt sind. Hinsichtlich der hieraus gezogenen Schlußfolgerung, daß auch die überall in der Atmosphäre vorhandenen Ionen eine Rolle als Kondensationskerne spielen können (vgl. die *Wilson-Gerdien*sche Gewittertheorie) muß bemerkt werden, daß von vielen Forschern (z. B. *Lenard* und *A. Wegener*) in Zweifel gezogen wird, daß bei den atmosphärischen Vorgängen, seltene Fälle ausgenommen, für die Kondensation an Ionen genügend starke Expansionen vorkommen können. Vor einigen Jahren hat sich auch *Lenard*[1]) dem Problem der Wasserdampf-Kondensation zugewandt, wobei er zu dem sowohl für elektrisch geladene wie auch für neutrale Kerne geltenden Ergebnis gelangte, daß lediglich die räumliche Abmessung für die Kondensation ausschlaggebend ist. *Andrén*[2]) prüfte die neue Theorie durch Zählung und Messung der komplexen Molekeln verschiedener Dämpfe.

Die Existenz unsichtbarer Kondensationskerne in der Atmosphäre wies *Aitken*[3]) nach, welcher einen einfachen, als Staubzähler (besser Kernzähler) bezeichneten, später von *Lüdeling* mit einigen technischen Verbesserungen versehenen und neuerdings zunächst wesentlich mit Rücksicht auf Ballonbeobachtungen von *Wigand* etwas solider ausgeführten, bei *G. Schulze in Potsdam* zu beziehenden Apparat konstruierte. Die durch die Expansion mit einer Feuchtigkeitshaut bedeckten, zu Boden fallenden Kerne werden mittels einer Lupe auf einer mit Millimeterquadraten versehenen Bodenplatte gezählt. Die für das Kubikzentimeter berechnete Zahl der so beobachteten Kerne variiert außerordentlich je nach der Tages- und Jahreszeit (*Defant, v. Ficker, Kähler, Lüdeling*),

---

[1]) *Ph. Lenard, Probleme komplexer Moleküle. Heidelberg. Ber. 1914.*

[2]) *Annal. d. Phys., Bd. 52, 1917.* — *S.* hierüber sowie über *Lenard H. Schmidts Referat* in der *Met. Zs. 1918.*

[3]) *J. Aitken, Nature vol. 37 (1887/88, p. 428—430; Edinb. Transact. vol. 35 (1), p. 1—19, 1887; Edinb. Proceed. vol. 16 (1888/89), S. 135—172* usw. S. auch *Wiedem. Beibl. vol. 13, S. 984—986* und *F. d. Phys. 45 III (1889), S. 195—196.*

den Witterungsverhältnissen, und zwar vor allem der Windrichtung [z. B. nach *Kähler* in Kolberg im Aprildurchschnitt bei Küstenwind 6800, bei Landwind 17900 Kerne[1])], und der Höhenlage (*Linke*, *Lüdeling*, *Wendt*, *Wigand*; nach *Linke* z. B. Abnahme von 100000 Kernen pro Kubikzentimeter am Erdboden auf 400 in 5000 m Höhe). — *Wigand* hat sich kürzlich verdient gemacht durch genaue Analyse der Kernzählungen von 14 nach einheitlichem Plane von ihm selber sowie von *Jenrich*, *Kähler*, *Lutze* und *Oberländer* unternommenen Freiballonfahrten bis zu 9000 m Höhe, bei denen besonderer Wert auf gleichzeitiges Beobachten der Luftschichtung gelegt wurde, wobei ihm unter anderm der Nachweis des Vorhandenseins dreier Haupthöhenstufen (Inversionsschichten) mit Kondensationskernen gelang. Diese Verteilung der Kerne sucht *A. Wegener*[2]) durch das Fehlen der für das Schweben der Partikelchen notwendigen Turbulenz in den Inversionsschichten zu erklären, jenes so außerordentlich wichtigen meteorologischen Faktors der Luftunruhe (ungeordnete, wirre Bewegung der einzelnen Luftteilchen), dessen Beziehung zum Massenaustausch in der Atmosphäre *W. Schmidt*[3]) und *L. Richardson*[4]) eingehend untersucht haben, und welchen *Schmauss*[5]) für die Erklärung der abendlichen Auflösung der unteren Wolken heranzieht, so gedacht, daß die Zunahme der Turbulenz bei sinkender Sonne eine reichliche Mischung der dampfhaltigen mit trockener Luft ermöglichen soll. Auch die Beziehungen zwischen Kernzahl und Fernsicht bzw. Färbung der untergehenden Sonne sowie zwischen Kernzahl und luftelektrischen Phänomenen wurden von verschiedenen Forschern (*Aitken*, *v. Ficker*, *Defant*, *Gockel*, *Rübesamen*[6]), *Wigand*) untersucht, und es hat sich gerade in allerneuester Zeit mit größter Deutlichkeit gezeigt, daß eine systematische Verfolgung des Staubgehalts (Staub im weitesten Sinne) der Atmosphäre mit diesem verhältnismäßig billigen Instrument von eminenter Bedeutung für die Klärung wichtigster atmosphärisch-optischer sowie luftelektrischer Phänomene wäre. Ebenso deutlich ist es aber geworden, daß der *Aitken*sche Apparat nur die Zählung hygroskopischer Partikelchen gestattet, nicht aber die von trockenen Staubpartikeln mineralischer oder organischer Herkunft, wodurch eben der Name Kernzähler statt Staubzähler gerechtfertigt ist. — Wohl zu beachten ist hier auch der Hinweis von *Bongards*[7]) auf die Möglichkeit, daß Teilchen mit elektrischer Ladung sich der

---

[1]) *Kähler, Strahlungs- und Helligkeitsmessungen in Kolberg. Veröffentl. d. Preuß. Met. Inst. Nr. 309 (Bd. 7, Nr. 2), Berlin 1920, Behrend & Co.*

[2]) *Turbulenz und Kolloidstruktur der Atmosphäre. Met. Zs. 1920, S. 231—232.*

[3]) *W. Schmidt, Der Massenaustausch bei ungeordneten Strömungen in freier Luft und im Wasser. Wien. Ber. Abt. IIa, Bd. 120, 1917* u. *Ann. d. Hydr. u. Marit. Met. 1917.* — Siehe darüber *F. M. Exner, Met. Zs. 1918, S. 265—269.*

[4]) *L. F. Richardson, The supply of energy from and to atmospheric Eddies, Proceed. roy. soc. London A. vol. 97, 1920.* — S. darüber *A. Defant*, Met. Zs. *1921, S. 268—274.*

[5]) *A. Schmauss, Randbemerkungen II, Met. Zs. 1919, S. 11 u. ff.* — Über die Turbulenz s. auch *Fr. Bingel, Turbulenz und Vertikalströme in der freien Atmosphäre. Annal. d. Hydrogr. usw. Bd. 49, 1921, S.* 209—257.

[6]) *Inaug.-Diss. Halle 1915.*

[7]) *H. Bongards, Über eine Beziehung zwischen Nebelhäufigkeit und Gehalt der Atmosphäre an radioaktiven Zerfallsprodukten. Arbeiten des Kgl. Preuß. Aeronaut. Observator. bei Linden-*

Messung mittels des Kernzählers entziehen, indem sie sich infolge der sehr wohl denkbaren Potentialdifferenz zwischen dem engen Metallrohr und der dasselbe durchströmenden Luft an diesem niederschlagen, ohne in das Innere des Apparates zu gelangen. Die Veranlassung zu diesem Bedenken gaben ihm die interessanten Ergebnisse seiner Untersuchungen über den Zusammenhang zwischen der Nebelhäufigkeit und dem Gehalt der Atmosphäre an radioaktiven Zerfallsprodukten, bezüglich deren er es allerdings im Zweifel läßt, ob die festen Teilchen von *Ra A*, *B* und *C* unmittelbar als Kerne dienen, oder ob sie nur mittelbar durch Erzeugung hygroskopischer Gasteilchen die Kondensation bewirken.

Die Betrachtung der Dunstschichten der Atmosphäre, die übrigens unter Umständen durch optische Inhomogenität der Luft (Schlierenbildung) vorgetäuscht werden können, führt unmittelbar zur Besprechung der Wolken, da die Erscheinung der Wolkenetagen (die Wolken treten meist in bestimmten Etagen auf, und die dazwischen liegenden Schichten bleiben frei), deren genauere Feststellung vor allem *Süring* zu verdanken ist, aufs engste mit der Schichtbildung zusammenhängt. Nach der Höhe lassen sich im wesentlichen drei Regionen unterscheiden, nämlich: 1. die der unteren Wolken (*Nimbus-*, *Stratocumulus*) bis etwa 3000 m, 2. die der mittleren (*Cirro-Cumulus*, *Alto-Cumulus*) von 3000 bis 7000 m, und 3. die der oberen (*Cirrus* und *Cirrostratus*) von 7000 bis gut 10000 m Höhe. Es handelt sich bei den Angaben nur um ungefähre Durchschnittswerte; so können besonders *Cumulus* und *Cumulo-Nimbus* von der untersten bis zur obersten Region reichen. Das Vorhandensein unmittelbar am Boden lagernder, als Nebel bezeichneter Wolken schließt in der Regel das höherer Wolken aus. Zwischen den verschiedenen Formen kommen zahlreiche Übergänge vor. Theoretisch besonders interessant sind die Wogenwolken, welche nach *H. v. Helmholtz* dadurch zustande kommen, daß Luftmassen von verschiedener Temperatur und Bewegung unmittelbar übereinander liegen, so daß nun infolge von Reibung die untere Schicht ebenso in Wellen geschlagen werden kann, wie es an der Grenze zwischen Luft und Wasser geschieht. In die Erscheinung treten kann ein solcher Vorgang natürlich nur, wenn durch eine genügende Wasserdampfmenge bzw. Kernmenge usw. die Vorbedingung dafür geschaffen ist, daß beim Emporsteigen in den Wellenbergen Kondensation eintritt. Was allgemein Form und Entstehungsweise der Wolken betrifft, so stehen prinzipiell *Cumulus-* und *Stratus*-Form (Haufen- und Schichtwolke) einander gegenüber, und es ist zu bemerken, daß *Stratus* der Hebung einer Schichtgrenze entspricht, wogegen bei der Bildung des *Cumulus* der Durchbruch einer größeren Luftmenge durch die Schichtgrenze in Frage kommt.

Das Ergebnis langjähriger Bestrebungen, zu einer richtigen Benennung und Gruppierung der Wolkenformen zu gelangen, findet seinen Ausdruck in dem auf Veranlassung des Internationalen Meteorologischen Komitees von *Hildebrandsson*, *Riggenbach* und *Teisserenc de Bort* 1896 herausgegebenen und 1910 in zweiter Auflage (von *Hildebrandsson* und *Teisserenc de Bort* bearbeitet) erschienenen

berg 1913. Auszug: *Met. Zs. 1914.* — S. dazu auch *H. Bongards, Ein unbekanntes Wetterelement? Met. Zs. 1919, S. 339—342.*

Internationalen Wolken-Atlas[1]). Als Vorsitzender des mit den vorbereitenden Arbeiten für ein internationales Wolkenjahr (zwecks Bestimmung der Höhe und Bewegung der verschiedenen Wolken) betrauten permanenten internationalen Meteorologen-Komitees gab *Hildebrandsson* im Jahre 1893 eine Zusammenstellung[2]) der einfacheren Methoden der Wolkenbeobachtungen sowie der genaueren Messungen mit Theodoliten und photogrammetrischen[3]) Apparaten. So wurden im internationalen Wolkenjahre an der meteorologischen Abteilung des Potsdamer Observatoriums von *Sprung* und *Süring*[4]) mittels des *Koppe*schen, von *O. Günther in Braunschweig* angefertigten Phototheodoliten nicht weniger als 4500 Wolkenbilder aufgenommen und auf diesen Platten 7500 Wolkenhöhen gemessen, d. h. 15000 Wolkenpunkte angestochen.

Die Bearbeitung der Messungen geschah durch *Süring*, der sich auch später eingehend mit Bestimmungen der Wolkenhöhen befaßte und zu merkwürdigen Beziehungen zwischen Wolkenhöhe, Temperatur und relativer Feuchtigkeit am Erdboden gelangte. Durch Verbindung der Stationen, von denen aus die nämlichen Wolken photographiert wurden, durch transportable Stationen, sowie durch Ausrüstung derselben mit sympathetischen Uhren und lautschlagendem Sekundenkontakt (von *Th. Wagner in Wiesbaden*, System *Grau*) war die Gleichzeitigkeit auf die Sekunde gesichert. Der erwünschten Vergrößerung der Basis, also des Abstandes der Stationen voneinander, ist durch die schwierige Identifizierung der niedrigen Wolken eine Grenze gesetzt. Der $n$fachen Vergrößerung der Bildweite entspricht die n^2fache der Bildfläche, so daß hier vor allem durch den Kostenpunkt eine Grenze gesetzt wird. Was den *Cirrus* betrifft, so hat *Süring*[5]) später weitgehende Aufschlüsse über die Strukturverhältnisse durch die photographischen Aufnahmen erzielt, die mittels des *Sprung*schen Wolken-Automaten[6]) gewonnen wurden, d. h. mittels zweier, um 1470 m auseinander liegender Aufnahmeapparate, welche senkrecht gegen den Himmel gerichtet, durch elektrische Betätigung von der Hauptstation aus (automatisches Abheben des Regendeckels usw.) gleichzeitig in Funktion treten. Aus den Unterschieden in der Abbildung von den beiden Stellen aus ließ sich dann die Höhe der gerade vorhandenen Wolken berechnen.

[1]) Die verschiedenen bekannteren Wolkenatlanten s. i. d. Lehrb. d. Metereologie. — Prachtvolle Wolkenaufnahmen vom Flugzeug aus s. in *Wolken im Luftmeer. Lichtbilder aufgenommen von deutschen Fliegern während des Krieges. Rotophot.-Ges., Berlin 1917.* Einzelne Aufnahmen daraus s. in *Wolken und Wetter von Chr. Jensen* in *Bilder zur Himmelskunde. Hamburg-Altrahlstedt 1922, H. Grand.*

[2]) *H. Hildebrandsson et K. L. Hagström, Des principales méthodes employées pour observer et mesurer les nuages, Upsala 1893.*

[3]) S. *Carl Koppe, Photogrammetrie und Internationale Wolkenmessung. Braunschweig, Vieweg,* 1896. — *K. Heun, Die Bestimmung der Geschwindigkeit nach der Methode der Photogrammetrie. Schlömilchs Zs. für Math. u. Physik., Bd. 44, 1899.*

[4]) *A. Sprung und R. Süring, Ergebnisse der Wolkenbeobachtungen in Potsdam und an einigen Hilfsstationen in Deutschland in den Jahren 1896 und 1897. Veröffentl. d. Königl. Preuß. Met. Inst. 40. Berlin, bei Ascher. — Sprung, Über die allgemeinen Formeln der Photogrammetrie. Met. Zs. 1903, S. 414—417. — R. Süring, Bericht über die Ergebnisse der deutschen Beobachtungen im internationalen Wolkenjahre. Met. Zs. 1904, S. 358—371.*

[5]) *R. Süring, Cirrusformen. Met. Zs. 1911, S. 568.*

[6]) *Sprung, Wolken-Automat. Zs. f. Instrumentenkunde 1899, S. 111—118 u. 129—137.*

Nach Ermittelung der Höhe einer Wolke kann man ihre absolute Geschwindigkeit durch Feststellung ihrer relativen Geschwindigkeit vermittels des bekannten Wolkenspiegels[3]) bestimmen. In einfacherer Weise läßt sich natürlich der Wolkenzug durch Fixieren über einen unbeweglichen Gegenstand (Dach, Wolkenrechen usw.) ermitteln. — Bei Schätzung der Bewölkungsgröße (nach der 10teiligen Skala, Stärke durch die 6 Zeiger 0, 2, 4, 6, 8, 10) ist zu beachten, daß man wegen der flachen Form des scheinbaren Himmelsgewölbes stark zur Überschätzung der horizontalen Teile desselben geneigt ist. — Die Feststellung der Sonnenscheindauer mittels des Sonnenschein-Autographen ergänzt nicht nur die Schätzungen der Bewölkungsgröße, sondern derartige Registrierungen können, wie sich in den letzten Jahren wiederholentlich gezeigt hat, vor allem bei niedrigem Sonnenstande, in hohem Grade dazu angetan sein, Anhaltspunkte über den Beginn, die Schwankungen und das Ende allgemeiner Trübungen der Atmosphäre[4]) zu geben, und zwar namentlich, nachdem es *Maurer* gelungen ist, den Übelstand einer zu großen Brandspur des *Campbell-Stokes*schen Apparates zu vermeiden[5]). Solche Messungen müssen daher hier um so mehr empfohlen werden, als es sich um verhältnismäßig billige Apparate handelt. In bezug auf bequeme Handhabung sind die genannten Apparate dem die photographische Wirkung der Sonnenstrahlen benutzenden *Jordan*schen Apparate überlegen. — An die Windfahne zur Bestimmung der Windrichtung sowie an die Anemometer zur Feststellung der Windgeschwindigkeit (*Robinsons* Schalenkreuz) sei nur erinnert.

Bei der Wahl von Quecksilberthermometern ist wegen der Ausdehnung des Glases durch die Wärme besonderer Wert auf gutes, sich nicht allmählich änderndes Glas (Jenenser Glas) zu legen, ferner darauf, daß die Apparate möglichst häufig mit Normalthermometern bzw. mit den an solche angeschlossenen Stationsthermometern verglichen werden. Zur Aufstellung besonderer Thermometerhütten (Jalousiehütten) zum Schutze gegen direkte Sonnenstrahlung ist zu bemerken, daß diese jedenfalls im Hochsommer nicht immer einwandfrei ist. Dagegen ist das Problem der alleinigen Beeinflussung durch die wahre Lufttemperatur in idealer Weise durch das von *Assmann* auf die Thermometrie angewandte Aspirationsprinzip gelöst. Die Verbindung der Aspirationsvorrichtung mit einem „trockenen" und einem „feuchten" (unten mit dünner, ständig feucht gehaltener Musseline umgebenen) Thermometer liefert das bekannte zuverlässige, von *Fuess in Steglitz bei Berlin* gelieferte *Assmann*sche Aspirations-Psychrometer, welches aus der Differenz der beiden Thermometerangaben unter Benutzung geeigneter Tabellen in größter Annäherung die wahre Lufttemperatur, die herrschende Dampfspannung und die relative Feuchtigkeit (Quotient aus vorhandenem Dampfdruck und Sättigungsdruck bzw. aus vorhandener zu möglicher Grammmenge Wasserdampf pro Kubikzentimeter Luft) liefert. Neuerdings weist

[3]) S. z. B. *Börnstein a. a. O.* — S. auch *O. Tetens, Methoden der Wolkenmessung. Arbeiten d. Kgl. Preuß. Aeronaut. Obs. bei Lindenberg 1912, Bd. 8.*

[4]) Z. B. *F. Castriota, Sull'intorbidamento dell' atmosfera durante l'estate del 1912. Rivista Met.-Agrar. 34, 1913* (91 Seiten).

[5]) *J. Maurer, Sonnenschein-Autograph. Met. Zs. 1909, S.* 459.

Dorno[1]) darauf hin, daß die Differenz zwischen der vorhandenen und möglichen Wasserdampfmenge, das sogen. Sättigungsdefizit, unter Umständen ein schärferes Charakteristikum für den Feuchtigkeitszustand bildet als die relative Feuchtigkeit. Außer der genannten psychometrischen Methode könnte für Luftfeuchtigkeitsbestimmungen[2]) höchstens noch das Haarhygrometer in Frage kommen, wobei aber zu sagen ist, daß nach *A. Wegener*[3]) gewisse Eigenschaften der Haare die Tauglichkeit für Präzisionsmessungen in Frage stellen.

Das zuverlässigste Barometer[4]) ist das absolut vertikal aufgehängte Quecksilberbarometer, in dessen luftleeren Raum sich nicht das geringste Luftbläschen geschlichen haben darf (bei Neigung desselben muß die Quecksilbersäule mit hellem Klang gegen die obere Innenwand der Röhre anschlagen), das in sorgsamster Weise vor Verschmutzung des Quecksilbers zu hüten ist (Reinigen des Quecksilbers nur durch durchaus sachgemäße Hand), und dessen Quecksilberkuppe[5]) sich beim Einstellen (Ablesung von Zehntelmillimetern mittels Nonius) scharf vom Hintergrunde abheben muß. Das Aneroid-Barometer hat den Vorteil, daß die Reduktion auf 0° (beim *Hg*-Barometer also nicht die Temperaturablesung vergessen) und die Schwereverbesserung (Reduktion auf 45° Breite und das Meeresniveau) wegfällt, sowie auch den Vorteil größerer Beweglichkeit und Billigkeit; es hat aber den Nachteil, daß sich die Konstanten des Apparats (die elastischen Eigenschaften der Metallteile) leicht ändern, und eine sehr häufige Vergleichung mit einem tadellosen Stationsbarometer muß daher nachdrücklichst empfohlen werden. Für viele Fälle kann das Barometer ersetzt werden durch das Hypsothermometer (Siedethermometer), bei welchem die Siedetemperatur des Wassers einen Schluß auf den herrschenden Luftdruck zuläßt. — Für die Verfolgung schneller kleiner Luftdruck-Schwankungen kommen die Luftdruck-Variometer (u. a. das von *v. Hefner-Alteneck*) und vor allem die Variographen (s. *W. Schmidt, Met. Zs. 1912*) in Frage.

Der gleichzeitigen Registrierung von Luftdruck, Temperatur, Feuchtigkeit und Windgeschwindigkeit dient der Meteorograph, der vor allem von *Kleinschmidt* an der aerologischen Station in Friedrichshafen am Bodensee konstruiert bzw. verbessert wurde. Auf die Initiative von *Hergesell* hin wurden diese Instrumentchen, um deren Herstellung sich namentlich die Straßburger Firma *Bosch* verdient gemacht hat (vorzügliche Apparate auch von *Const. Schneider* vom psychologischen Universitätsinstitut *in Hamburg* konstruiert[6]), nament-

[1]) *C. Dorno, Klimatologie im Dienste der Medizin. Sammlung Vieweg, Heft 50, 1920.*

[2]) *Steffens, Die Method. u. Instrum. d. Feuchtigkeitsbestimmung, im Mechaniker 1909.*

[3]) *A. Wegener, Thermodynamik der Atmosphäre. 1909.*

[4]) S. d. Artikel *Barometer* von *A. Wegener* im *Handwörterbuch der Naturw.* — Eingehende Behandlg. der ganz. Barometerfrage s. iehe im Kap. *Barometrische Höhenmessung* in Band II von *W. Jordans Handbuch der Vermessungskunde* (bei *J. B. Metzler, Stuttgart*), wo auch Literaturnachw. S. auch *P. Werkmeister, Vermessungskunde II, Göschenband 1920.*

[5]) *R. Süring, Über den Einfluß der Kuppenhöhe auf Barometerangaben. Met. Zs. 1918, S. 199—204.*

[6]) Diese Apparate werden auch von der bekannten, sämtliche meteorologische Instrumente anfertigenden Firma *R. Fuess in Steglitz bei Berlin* hergestellt. Auch die Firma *W. Lambrecht in Göttingen* liefert meteorologische Apparate, desgl. das *Bamberg-Werk, Berlin-Friedenau* (auch Ballon-Theodolite).

lich vorm großen Krieg mit Hilfe der von *Assmann* eingeführten Gummiballone — nach deren Platzen in großer Höhe das Registrierinstrument mittels eines Fallschirms sanft nach unten geführt wird — an international vereinbarten Terminen hochgeschickt. — Der weiteren systematischen Erforschung der höheren Luftschichten dienen die auch mit diesen Meteorographen beschickten Drachen, wie sie an den bekannten deutschen Drachenstationen sowie in Nordamerika am Blue Hill- und am Mount-Weather-Observatory benutzt werden. Die für die genannten aerologischen Untersuchungen in Frage kommende Ballon- und Drachentechnik ist vor allem durch *Assmann*, *Hergesell* und *Köppen* sowie durch deren Schüler ausgebildet worden.

Bezüglich der Größe und Form der Niederschläge muß auf die einschlägigen Anleitungen aufmerksam gemacht werden, indem hinsichtlich der Schneekristalle[1]) (Form derselben, Mikrophotographien) nur auf die eingehende Behandlung in *Pernters Meteorologischer Optik*[2]) sowie auf die kleine, mit reichen Literaturnachweisen versehene, 1893 von *Hellmann* in Berlin herausgegebene Schrift und allgemein (Regen, Tau, Schnee, Graupeln, Rauhreif, Rauhfrost usw.) auf das letzte Kapitel in *Wegeners Thermodynamik der Atmosphäre* (*Leipzig 1911*) mit seiner mustergültigen Besprechung der hier etwa in Frage kommenden physikalischen Zusammenhänge hingewiesen sei.

Nicht zu verwechseln mit den zu Boden fallenden Regentropfen und anderen Niederschlägen sind die eine völlig andere Größenordnung aufweisenden, hinsichtlich ihrer Größe durchaus von dem Betrage der jeweilig herrschenden Übersättigung abhängigen Wolkenelemente, deren mittlerer Radius nach den Messungen von *Dines*, *Assmann* und *Conrad* auf etwa 10^{-3} cm zu setzen ist, während *Wiesner*[3]) für den Radius der größten Tropfen tropischen Regens 0,36 cm und *Defant*[4]) für den kleinsten Radius nahezu 0,03 cm fand. Neuerdings wurden von *Köhler* auf mikroskopischem und vor allem auf optischem Wege, nämlich durch Ausmessung der durch eine starke, parallele Strahlen aussendende künstliche Lichtquelle — elektrischer Scheinwerfer — bzw. durch Sonne oder Mond entstehenden Kränze, im Sommer und Winter in einem Temperaturintervall zwischen $+10°$ und $-10°$ Bestimmungen der Größe der Wolkenelemente ausgeführt, aus denen hervorging, daß die Wolken im allgemeinen auch im Winter aus (unterkühlten) Tröpfchen bestehen[5]). Hinsichtlich der Koagulation der winzigen Wolkenelemente zu größeren Tröpfchen hat zuerst *Schmauss*[6]) auf die Bedeutung des bei den kolloidalen Lösungen bekannten sogenannten isoelektri-

[1]) Bezüglich der Kristallskelette vgl. *Lehmann, Molekularphysik. 2 Bde. Leipzig 1888 bis 1889.*

[2]) Anmerkung bei der Korrektur: In wenig Wochen ist mit dem Erscheinen der von *F. M. Exner* bearbeiteten 2. Auflage dieses Werkes zu rechnen.

[3]) *J. Wiesner, Beiträge zur Kenntnis des tropischen Regens. Wiener Ber. Bd. CIV. Abt. I. 1895 (Refer. Nat. Rundsch. 1896, S. 155—156).*

[4]) *A. Defant, Größe der Regentropfen. Wien. Ber. 114, 1905. Auszug. Met. Zs. 1905.*

[5]) *H. Köhler, Über die Tröpfchengrößen der Wolken. Met. Zs. 1921, S. 359—365.* — S. auch *H. Köhler, Zur Kondensation des Wassers i. d. Atmosphäre. Met. Zs. 1921, S. 168 bis 171.*

[6]) *A. Schmauss, Kolloidchemie und Meteorologie. Met. Zs. 1920, S. 1—8.*

schen Punktes (der Punkt, wo die Teilchen infolge geeigneter Elektrolytzusätze keine elektrische Ladung mehr besitzen) hingewiesen. Die meteorologischen Bedingungen für die Regenbildung behandelten kürzlich *J. Bjerknes* und *H. Solberg*[1]).

Da die Bestimmung der Tropfengröße für die Theorie der Regenbildung sowie auch für das Verständnis der Gewitterphänomene wichtig ist, so soll einer einfachen Methode für dieselbe gedacht werden. Zunächst von *Wiesner*[2]) angegeben und später mehrfach mit Erfolg angewandt (*Lenard, Defant, Weiß, Herath*), beruht sie auf dem Prinzip der Aufsaugung, indem sich ein auf Fließ- oder Filtrierpapier fallender Tropfen im allgemeinen kreisförmig ausbreitet. Nach genauer Kenntnis einer bestimmten, möglichst homogenen Papiersorte — *Defant* benutzte ein im großen unter der *Marke I, Qualität Nr. 311* von der Firma *Max Dreverhoff in Dresden* hergestelltes Papier — ist dann aus der Größe der durch den Tropfen benetzten Papierfläche (Berechnung bzw. Eichung mittels Tropfen bekannter Größe) auf die Wassermenge desselben zu schließen. Zur sofortigen Fixierung der Tropfen ist das Bestreuen des Papiers mit dem Pulver einer wasserlöslichen Substanz (Eosin) zwecks Färbung der befeuchteten Tropfenspuren zu empfehlen. *Lenard*[3]) verband solche Messungen mit äußerst wertvollen Untersuchungen über die Größe des vertikal aufwärts gerichteten Luftstroms, welcher Tropfen bestimmter Größe noch gerade schwebend zu erhalten vermag. Dabei gelangte er zu einem Grenzwerte (0.13 g, entsprechend einem Kugelradius von 3.18 mm), bei dem ein Tropfen unter allen Umständen durch die beim Hindurchfallen durch Luft entstehende Wirbelbewegung in einen Ring kleinerer Tropfen aufgelöst wird, die nun vom Luftstrom nach oben geführt werden, bis sie durch erneutes Wachsen oder durch Vereinigung mit andern Tropfen wieder fallen. Ferner ergab sich das Maximum der von fallendem Wasser erreichbaren Geschwindigkeit zu 8 m/sec. *Defant*[4]) ermittelte, daß sich die Gewichte der am häufigsten vorkommenden Regentropfen wie 1:2:4:8 verhalten, woraus folgt, daß sich nur Tropfen gleicher Größe vereinigen. Dies suchte *Defant*, abgesehen vom Wegfallen der Geschwindigkeitsunterschiede, auf die nahezu gleiche Oberflächenspannung gleich großer Tropfen zurückzuführen, und *Schmidt*[5]) leitete es aus mechanischen Gesetzen ab (hydrodynamische Abstoßung des langsamer fallenden kleineren Tropfens von dem größeren). Im allgemeinen wird die Regentropfengrenze als diejenige Tropfengröße definiert, bei der die Fallgeschwindigkeit hinreicht, um den Tropfen rasch genug dem weiteren Anwachsen innerhalb der Wolke zu entziehen. *Wegener*[6]) hat nun kürzlich darauf hingewiesen, daß hier auch der Turbulenzgrad, d. h. die Größe der tragenden Kraft der Turbulenz von größter Bedeutung sein und bei der Definition berücksichtigt werden muß,

[1]) *Geofysiske Publikationer, vol. II, Nr. 3. Kristiania 1921.*

[2]) *J. Wiesner, loc. cit. a. a. O.*

[3]) *Ph. Lenard, Über Regen. Met. Zs. 1904, S. 249—262.*

[4]) *A. Defant, Gesetzmäßigkeiten in der Verteilung der verschiedenen Tropfengrößen bei Regenfällen. Wiener Ber. Bd. CXIV, Abt. IIa, 1905, 585—646. Desgl. Met. Zs. 1908.*

[5]) *W. Schmidt, Zur Erklärung der gesetzmäßigen Verteilung der Tropfengrößen bei Regenfällen. Met. Zs. 1908, S. 496.*

[6]) *A. Wegener, Turbulenz und Kolloidstruktur der Atmosphäre. Met. Zs. 1920, S. 231—232.*

sowie auch darauf, daß durch solche Gesichtspunkte die *Schmidt*sche Theorie, welche dieselbe Anfangsgröße für alle Tropfen voraussetzt, eine wesentlich bessere Basis erhält. Die genügende Berücksichtigung der Turbulenz würde nach *Wegener* auch den Schlüssel zur richtigen Beantwortung der alten Frage des Schwebens der Wolken geben. — Die erwähnten, mit verhältnismäßig einfachen Mitteln anzustellenden, von einem geschulten und gewissenhaften Beobachter durchzuführenden Messungen der Regentropfengröße sind auch heute noch sehr wertvoll, und zwar vor allem dann, wenn sie — im Hinblick auf das Problem der Entstehung der Gewitterelektrizität — mit Bestimmungen der elektrischen Ladung der einzelnen Tropfen kombiniert werden. — Auf die sonstigen Niederschlagsformen [Schnee, Hagel[1]), Graupeln, Rauhreif, Fensterblumen[2])], kann aus Raummangel nicht näher eingegangen werden, und es soll allgemein nur auf die meteorologischen Lehrbücher, auf *A. Wegeners Thermodynamik der Atmosphäre* (theoretische Betrachtungen über die Bedingungen für das Zustandekommen der verschiedenen Formen) sowie auf das populärwissenschaftliche Büchlein *C. Kaßner, Das Reich der Wolken und Niederschläge*, in *Wissenschaft und Bildung, Leipzig 1909*, hingewiesen werden und speziell hinsichtlich der Schneekristalle auf *Pernter-Exner, Meteorologische Optik* mit Berücksichtigung der Arbeiten von *v. Dobrowolski, Hellmann* (mikrophotographische Aufnahmen von *Neuhauss*), *Nordenskjöld* und *Szlavik* sowie auf die zahlreiche Tafeln mit Mikrophotographien von Schneekristallen enthaltende *Bentley*sche Arbeit (*Monthly Weather Rev. vol. 30, 1902, Washington*).

Schließlich sei noch kurz der Wetterprognose gedacht. Gewisse längere meteorologische Perioden, welche etwa in Frage kommen könnten für die Vorausbestimmung des Wetters, wurden auf Seite 599 oben genannt. Hingewiesen sei hier vor allem auf die Möglichkeit, die optische Verfolgung allgemeiner Trübungen einmal im Hinblick auf die Vermutung wachsender Chance der Kondensation des Wasserdampfes durch Vermehrung der Kernzahl und zum andern im Hinblick auf die verhältnismäßig starke Abhaltung der kurzwelligen Sonnenstrahlung im Gegensatz zu der langwelligen Erdstrahlung durch die Fremdpartikeln im Sinne von *Humphreys*[3]) in Zukunft für langfristige Prognosen zu verwenden. Hier scheint besonders die auch für die kurzfristige Prognose Erfolg versprechende (s. *Busch, Cornu, Dorno, Jensen, Kimball, Mentzel, L. G. Schultz* — s. *Fortschr. d. Phys. 58 II* — *Süring*) Verfolgung der Polarisations-Phänomene in Frage zu kommen. Die Bedeutung der Beobachtung der sogenannten Regenbanden (vom Wasserdampfe der Atmosphäre herrührende Absorptionsbanden) für die Wetterprognose — s. *Piazzi-Smyth* und *Th. Arendt* — scheint überschätzt worden zu sein.

---

[1]) Bezüglich des Hagels s. u. a. Abschnitt 15 in *A. Gockel, Das Gewitter* bei *J. P. Bachem in Köln a. Rh. 1905.*

[2]) S. die prächtigen Aufnahmen *W. A. Bentleys* in seinen *Studies of Frost and Ice-Crystals. Monthly Weather Review, vol. 35, 1907, Washington.*

[3]) *W. J. Humphreys, Volcanic dust and other factors in the production of climatic changes, and their possible relation to ice ages. Bull. of the Mount Weather Obs., vol. 6, Part 1, 1913.* — S. darüber *W. Köppen, Met. Zs. 1914, p. 321 u. ff.*

In der bisherigen Praxis wurde vor allem die Wettervorhersage auf Grund der synoptischen, in erster Linie die Luftdruck-Verhältnisse berücksichtigenden Wetterkarten ausgeübt, wobei besonders auf die Arbeiten von *van Bebber* und *Köppen* hingewiesen werden muß. Von einer stärkeren Heranziehung von Beobachtungsdaten aus den höheren Schichten der Troposphäre ist hier natürlich, ganz abgesehen von der Erweiterung des Telegraphenbetriebes, noch manches zu erhoffen. Wohl zu beachten ist aber, daß nach *Schmauss*[1]) das kommende Wetter keineswegs eindeutig bestimmt ist durch eine gewisse Druckverteilung, sondern daß man nur durch Kenntnis ihrer Vorgeschichte zu beurteilen imstande ist, wieweit gewisse Druckgebilde als Teile der allgemeinen Zirkulation der Atmosphäre innerlich miteinander verknüpft (kohärent), oder aber nur zufällig in Konnex miteinander getreten (inkohärent) sind. — Nach dem Vorgange von *Ekholm* benutzt man seit einer längeren Reihe von Jahren die die sogenannten Fall- oder Steiggebiete umschließenden Linien gleicher negativer oder positiver Druckänderung innerhalb eines bestimmten Zeitraumes für die Prognose. In diesen Gebieten sind nach seinen[2]) und *Sandströms* Untersuchungen die Windverhältnisse anormal; so scheint die Windstärke außer von dem Druckgradienten auch von der gegenseitigen Entfernung der Isallobaren (Linien gleicher Druckabweichung) abhängig zu sein. — Seit kurzem gelangt auch der Bewegungszustand der Atmosphäre mit großem Vorteil für Prognosenzwecke zu synoptischer Darstellung, und zwar in Gestalt von Kurven gleicher Windstärke sowie der sogenannten Konvergenz- bzw. Divergenzlinien, d. h. solcher Linien, gegen welche die Luft beiderseits einströmt, oder von denen sie beiderseits abströmt. Die Grundlage für die so gedachte Wetterprognose ist von *V. Bjerknes*[3]) und seiner Schule geschaffen. Hingewiesen sei vor allem auf die sehr lesenswerte Arbeit *Neue Grundlagen der Wetterprognose* von *R. Wenger*[4]), der es nicht mehr für unmöglich hält, „auf Grund der Beobachtungen eines genügend großen Netzes für längere Zeiträume Prognosen des allgemeinen Witterungscharakters zu geben". Hinsichtlich der kurzfristigen Prognose hat die neue Methode jedenfalls nach den Mitteilungen von *V. Bjerknes*[5]) in Norwegen zu ausgezeichneten Resultaten geführt. — Für die Verwendung der verhältnismäßig billigen Pilotballon-Aufstiege zu Zwecken der Wettervorhersage trat namentlich *F. Exner*[6]) ein. Wichtige Ergebnisse in dieser Richtung dürften auch von der von ihm zuerst benutzten sogenannten Korrelationsmethode[7]) zu erwarten sein, bei der die Beziehungen der Witterungsverhältnisse weit voneinander entfernter Erdgebiete benutzt werden.

[1]) *A. Schmauss, Kohärente u. inkohärente Hoch- u. Tiefdruckgebiete. Met. Zs. 1917, S. 133/34.*

[2]) *Met. Zs. 1907, S. 158.*

[3]) *V. Bjerknes, Dynamische Meteorologie und Hydrographie. 2. Kinematik. — J. Bjerknes, Über die Fortbewegung der Konvergenz- und Divergenzlinien. Met. Zs. 1917, S. 345 bis 349.* — S. auch *Hesselberg und Friedmann, Die Größenordnung der meteorologischen Elemente und ihrer räumlichen und zeitlichen Ableitungen. Veröff. d. Geophys. Inst. d. Univ. Leipzig, VI. Serie, Bd. I, Heft 6.*

[4]) *Met. Zs. 1920, S. 241—252.*

[5]) *V. Bjerknes, Wettervorhersage. Met. Zs. 1919, S. 68—75.*

[6]) *F. M. Exner, Met. Zs. 1910, S. 361.*

[7]) *F. M. Exner, Über monatliche Witterungsanomalien auf der nördlichen Erdhälfte im Winter. Wiener Ber. Bd. 122, 1913.*

In Anbetracht des mehr oder weniger großen Einflusses der Gestaltung der Erdoberfläche auf die Witterungserscheinungen bedarf es für die auf den einzelnen Beobachtungsort zugeschnittene Prognose (Lokalprognose) langer Erfahrung an eben diesem Orte. Viele der sogenannten Bauernregeln sind wohl mit Unrecht in Mißkredit gekommen und dürften jedenfalls manchen richtigen Kern haben, so vor allem diejenigen, welche sich auf den herrschenden Wind sowie das Aussehen des Himmels und der Wolken beziehen. — Viel beachtet von den Meteorologen ist die *Kaltenbrunner*sche Methode, aus den Beobachtungen an einem Ort das kommende Wetter für diesen zu bestimmen. Diese berücksichtigt allerdings nicht die inneren Zusammenhänge, hält sich aber möglichst frei von subjektiven Einflüssen, indem sie von dem Gedanken ausgeht, daß gewisse Kombinationen von Wetterfaktoren (Größe und Änderung des Luftdrucks, der Temperatur usw.) eindeutig die kommende Witterung bestimmen.

Was die Güte der Prognose betrifft, so muß man *A. Defant*[1]) darin recht geben, daß man nur die richtige Voraussage von Witterungsumschlägen als eigentlichen Treffer buchen darf, da nach den grundlegenden Untersuchungen *Köppens* wegen der sogenannten Erhaltungstendenz die Wahrscheinlichkeit eines Wechsels mit der Länge der Dauer eines bestimmten Witterungscharakters abnimmt. Äußerst anregende und fruchtbare wahrscheinlichkeitstheoretische Gesichtspunkte hat hier kürzlich *Schmauss*[2]) aufgestellt, der im Hinblick auf die vielen labilen Zustände in der Atmosphäre vor allem auf die große Bedeutung des Zufalls bei der Prognose hinweist, so gedacht, daß die neuerdings mit großem Vorteil auf die Physik angewandten statistischen Gesetze[3]) wohl den mittleren oder wahrscheinlichen Zustand zu berechnen gestatten, nicht aber den Einzelzustand. Von solchen Gesichtspunkten aus scheint es begreiflich zu sein, daß der Prognosengüte gewisse Grenzen gesetzt sind, deren Erweiterung aber natürlich zu erstreben ist.

C. Radioaktivität, Luftelektrizität und durchdringende Strahlung.

Die Gewitterelektrizität muß im Zusammenhang mit der Schönwetterelektrizität behandelt werden. Da nun die luftelektrischen Vorgänge in besonders naher Beziehung zu den im Jahre 1896 von *H. Becquerel* entdeckten radioaktiven Erscheinungen stehen, so sollen diese schon darum vorher besprochen werden.

[1]) S. sein wohl die beste Auskunft (jedenfalls, soweit die synoptische Methode in Anwendung kommt) über die Prognose gebendes Werk *Wetter und Wettervorhersage. Leipzig u. Wien, Fr. Deuticke, 1918.* — Außerordentlich anregend ist die Broschüre (*Akadem. Antrittsvorlesung in Leipzig*, erschienen bei *Veit & Comp., Leipzig 1919*) von *R. Wenger, Die Vorherbestimmung des Wetters.* — An das gebildete Laienpublikum wendet sich *E. Alt, Die Wettervorhersage. Ihre Geschichte, ihr gegenwärtiger Stand und die Richtung ihrer Fortentwickelung. München, Verlag Natur und Kultur, 1919.*

[2]) *A. Schmauss, Die Wahrscheinlichkeit einer Wettervorhersage. Met. Zs. 1919, S. 101 bis 102. — Derselbe, Die erkenntnistheoretischen Grenzen der Wettervorhersage in unsern Breiten. Met. Zs. 1921, S. 149—151.*

[3]) S. vor allem auch: *R. Fürth, Die statistischen Methoden der Physik und der Begriff der Wahrscheinlichkeitsnachwirkung, Phys. Zs. 1920, S. 582 u. ff.; H. E. Timerding, Die*

Hinsichtlich des Wesens der Radioaktivität[1]) sei nur daran erinnert, daß sie nach der von *Rutherford* ersonnenen und zusammen mit *Soddy* weiter ausgebauten Atom-Zerfalls-Theorie(Desintegrations-Theorie) als der gleichzeitige Verlauf zweier Prozesse anzusehen ist, nämlich einmal der Aussendung positiv geladener Teilchen von atomistischen Dimensionen (α-Strahlen, entsprechend den Kanalstrahlen in den Röhren) bzw. negativ geladener Teilchen von unteratomigen Dimensionen (entsprechend den Elektronen bei den Kathodenstrahlen in den *Crookes*schen Röhren) bzw. endlich der keine Ladung mit sich führenden γ-Strahlen (entsprechend den Röntgenstrahlen) und zum andern der Erzeugung neuer Typen von Materie in geringer Menge, die, falls sie ebenfalls radioaktiv sind, auch nach den gebräuchlichen Methoden der Radioaktivität untersucht werden können. Dabei bildet die Stärke der Radioaktivität ein Maß für die Anzahl der eine Umwandlung erfahrenden Atome. Der Grundgedanke dieser Desintegrations-Theorie besteht darin, daß alle radioaktiven Substanzen in einer freiwilligen kontinuierlichen Umwandlung begriffen sind, die gewissermaßen gleichzeitig als Ursache und Folge der Strahlung aufzufassen ist. Durch die Neubildung einer Zwischenstufe und ihr Verschwinden ist ein ganz bestimmter Gleichgewichtszustand bedingt, wie man ihn sich veranschaulichen kann durch eine Wanne mit in bestimmtem, wenn auch verschiedenem, Tempo zu- und abfließendem Wasser bzw. durch eine große Züchterei von Raupen, Puppen und Schmetterlingen. Unter den verschiedenen Wirkungen der radioaktiven Substanzen ist die Ionisation (Leitendmachung) der Luft, die mit Sicherheit eine quantitative Feststellung der Strahlungsintensität vorzunehmen gestattet, die wesentlichste. Dabei ist wohl zu berücksichtigen, daß im Gegensatze zu den mit einem unerschöpflichen Reichtum an Ionen versehenen Elektrolyten, bei denen nach dem *Ohm*schen Gesetz die Stromstärke *ad infinitum* mit wachsender Spannung steigt, bei elektrisch leitenden Gasen, bei denen immer nur ziemlich spärlich Ionen erzeugt werden, die das Produkt aus der Anzahl der vorhandenen Ionen und ihrer Geschwindigkeit darstellende Stromstärke nur bis zu einem gewissen Grenzwerte, dem sogenannten Sättigungsstrom, steigen kann. Zur Erreichung desselben ist allerdings eine gewisse Spannung nötig, damit der störende

Analyse des Zufalls, Sammlg. Vieweg, Bd. 56; ferner *M. v. Smoluchowski, Die Naturw. 1918, S. 253 u. ff.*

[1]) An zusammenfassenden Darstellungen sei verwiesen auf: *Die Radioaktivität, vom Standpunkt der Desaggregationstheorie elementar dargestellt von Fr. Soddy, übers. von G. Siebert, Leipzig 1904, bei J. A. Barth,* auf den Abschnitt über die Radioaktivität in *H. Sieveking, Moderne Probleme der Physik. Braunschweig, Vieweg, 1914* sowie auf *A. Gockel, Die Radioaktivität von Boden und Quellen. Braunschweig, Vieweg.* Speziell die Meßmethoden auf dem Gebiete der Radioaktivität sind vorzüglich dargestellt von *Geiger und Makower* in *Bd. 65 der „Wissenschaft", 1920* (ausgezeichnet zur Einführung in die Meßmethoden: merkwürdigerweise wird allerdings das *Elster-Geitel*sche Elektrometer nicht genannt). In besonders gründlicher Weise werden die radioaktiven Substanzen und ihre Strahlungen behandelt in *Bd. 2 (1913 in Leipzig, Akadem. Verlagsges.)* des von *Marx* herausgegebenen *Rutherfordschen Handbuchs der Radiologie* sowie in dem erst 1920 erschienenen *Bd. 1* des näml. Handbuchs, in welchem die Ionisation der Gase von *Townsend* und die Radioaktivität der Erde und der Atmosphäre von *Geitel* bearbeitet ist. — *S. Curie, Die Radioaktivität, deutsch von B. Finkenstein. 2 Bände. Leipzig, Akadem. Verlagsges., 1911 u. 1912.*

Einfluß, welcher in der Anziehung entgegengesetzt geladener Ionen und ihrer Vereinigung zu neutralen Molekeln besteht, auf ein Minimum beschränkt wird. Dieser Sättigungsstrom (s. Fig. 17), der sowohl mittels Galvanometers (ionisierte Luft zwischen den Platten eines geladenen Kondensators) als auch mittels der Entladung eines Elektroskops bestimmt werden kann, gibt direkt ein Maß für die in der Volumeneinheit erzeugten Ionen, also für die Stärke des Ionisators. Soweit bei solchen Messungen ein der Bestimmung der Entladungsgeschwindigkeit dienendes Elektroskop benutzt wird, ist infolgedessen dafür zu sorgen, daß die Schnelligkeit der Abnahme des Potentials (Spannung) unabhängig von der Höhe des Potentials an sich ist. Soweit einfache radioaktive Stoffe in Frage kommen, folgt ihr Zerfall einem einfachen Exponentialgesetze, so daß die sogenannte Abklingungskonstante eine für jeden einzelnen radioaktiven Körper charakteristische Größe ist. In der Praxis ist es üblich, die sogenannte Halbwertszeit anzugeben, d. h. die Zeit, binnen welcher die Atomzahl auf die Hälfte gesunken ist.

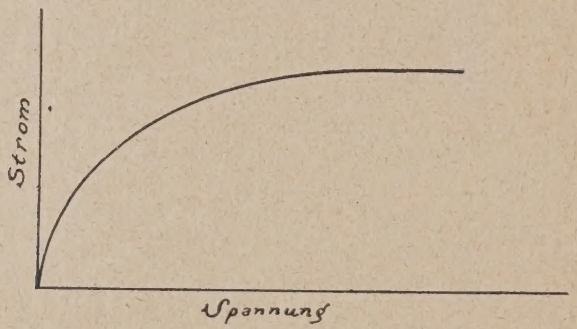


Fig. 17. Abhängigkeit des Ionisierungsstroms von der Spannung (oberer Teil den sog. Sättigungsstrom darstellend).

Von der Uran-Radium, der Thor- und der Aktinium-Reihe kommen für die elektrischen Vorgänge der Atmosphäre nur die beiden ersten in Frage, und zwar vor allem die erstere. Abgesehen von etwa mitgeführten Ladungen, ist dabei einmal die Stärke der Ionisation und zum andern die Lebensdauer der verschiedenen Zerfallsstufen — wovon wieder die Höhe abhängt, bis zu welcher dieselben hinaufgeführt werden — ausschlaggebend. Der Vollständigkeit halber sei auch die β-Strahlung der leichtatomigen Metalle Kalium und Rubidium erwähnt (ohne daß bislang Zerfallsprodukte gefunden werden konnten), wobei zu bemerken ist, daß dieselbe an kaliumhaltigen Gesteinen, wie den Feldspaten und Kalisalzen, wohl merkbar werden kann. Da ein α-Teilchen nach seiner Trennung von der Muttersubstanz nach Verlust der positiven Ladung ein Heliumatom darstellt (s. *Ramsay*, *Meyer* usw.), so lag der Gedanke nahe, aus dem Urangehalte eines radioaktiven Minerals und der Menge des in der Masseneinheit enthaltenen Heliums die für die Erzeugung des letzteren aus Uran und dessen Umwandlungsprodukten nötige Zeit zu berechnen (s. vor allem *Strutts* Arbeiten). Der weiteren

Voraussetzung, daß Blei das Endglied der Uran-Radium-Reihe ist, entspricht eine andere Methode der Altersbestimmung von Gestein, die natürlich ebenso wie die vorher genannte ihre Bedeutung für die Geologie (Bestimmung der geologischen Perioden) hat[1]). Von mindestens ebenso großer Bedeutung für die Erforschung der Entwicklungsgeschichte der Erde ist der zuerst von *Himstedt* ausgesprochene Gedanke eines Zusammenhanges der Radioaktivität der Erdmasse mit der Erdwärme. Unter Voraussetzung des wahrscheinlich von *Joly* zu gering angenommenen Radiumgehalts der Eruptiv- und der Sedimentgesteine (pro Gramm $1{,}2.10^{-12}$ g, bzw. 1.10^{-12} g) sowie des entsprechenden Thoriumgehalts (im Durchschnitt 3 bis 4 Millionen mal so groß als der Radiumgehalt) berechnet *Gockel* unter Berücksichtigung sämtlicher Zerfallsprodukte des Radiums und Thoriums für 1 g Eruptivgestein eine sekundliche Wärmeerzeugung von $20{,}5.10^{-14}$ und für die Sedimentgesteine von $14{,}0.10^{-14}$ cal/sec. Der sich daraus unter Voraussetzung gleichförmiger Verteilung radioaktiver Substanzen durch die Erde ergebende Schluß, daß die unserm Planeten infolge radioaktiver Prozesse zugeführte Wärmemenge die in der nämlichen Zeit durch die Erdoberfläche abfließende zum mindesten um das 200fache übertrifft, führt zu der Alternative, entweder die genannte Voraussetzung aufzugeben, oder ein Steigen der mittleren Erdtemperatur gegen einen gewissen Gleichgewichtszustand hin anzunehmen. Die durch die neueren Erdbebenforschungen gestützte *Wiechert*sche Hypothese eines aus Eisen[2]) bestehenden Erdkerns (bzw. aus Nickelstahl) sowie das bisher konstatierte Fehlen von Radium bei den Eisenmeteoriten würde allerdings das Aufgeben der gemachten Voraussetzung nahelegen. — Da die *Fraunhofer*sche Linie D_3, die Hauptlinie des Heliums, auf größere Quantitäten von Helium auf der Sonne schließen läßt, so liegt der Gedanke nahe, die Sonnenstrahlung auf radioaktive Prozesse zurückzuführen. An die verschiedenen sich hieran knüpfenden, mit größter Vorsicht aufzunehmenden Spekulationen kann nur erinnert werden. Wichtig ist aber der Hinweis darauf, daß die Annahme, daß die gesamte Strahlung auf derartige Prozesse zurückzuführen ist, abgesehen von anderen Überlegungen, insofern zu ganz unmöglich erscheinenden Konsequenzen führen würde, als sich daraus ein die uns bekannten Beträge etwa um das Millionenfache ($1{,}5.10^{-6}$ g pro Gramm Sonnenmasse) übersteigender Radiumbetrag ergäbe.

Es sei schließlich noch auf das Vorkommen von Helium in den Gasen verschiedener Thermalquellen (*Sieveking* und *Lautenschläger* 1912; bis zu 0.7%) sowie in Erdgasen (*Walter* 1911 und *Czakó* 1913; 0.01 bis 0.02%) hingewiesen, wobei zu beachten ist, daß nach den Untersuchungen erstgenannter Forscher kein unmittelbarer Zusammenhang zwischen dem Emanationsgehalt und dem Heliumgehalt der Quellen besteht. Der vielfach reiche Emanationsgehalt erklärt sich dadurch, daß die Emanationen der radioaktiven Körper ebenso wie alle übrigen Gase im Wasser löslich sind, und daß das Wasser durch radiumhaltige Gesteine hindurchgegangen ist. Thorium- und Aktinium-Emanation sind allerdings bei ihrer Kurzlebigkeit (Halbwertszeit = 54.5 sec.) von vornherein nicht

---

[1]) *Lawson, Naturw. 1917.*

[2]) S. dazu *Rudzki, Physik der Erde. Leipzig 1911, S. 142.*

zu erwarten, falls nicht etwa Thorium im Wasser gelöst ist, wogegen die langlebigeren Zerfallsprodukte des Thors, vor allem Thorium *B* (Halbwertszeit = 10.6 Stunden), durchaus nachweisbar sind. Nur sehr selten sind geringe Spuren von in Wasser gelöstem Radium selbst nachweisbar. In solchem Falle würde das Auskochen des Wassers nicht zur Inaktivität führen, da sich die Emanation wieder nachbilden würde. Der hygienisch wichtige Emanationsgehalt der Quellen wird in Millicurie pro Liter angegeben und beträgt für die Mehrzahl der als radioaktiv bezeichneten Quellen 10^{-6} Millicurie (der Größenordnung nach). Ein Millicurie entspricht einem Tausendstel der Emanationsmenge, die mit 1 g Radium im Gleichgewicht ist (1 Curie), wobei bemerkt sei, daß die früher gebräuchliche Mache-Einheit $= 3{,}64.10^{-7}$ Millicurie ist. Besondere Verdienste um die Erforschung des Emanationsgehalts der Quellen erwarben sich *Engler* und *Sieveking*[1]). Sie verwandten dabei ein sehr bequem zu handhabendes, von ihnen konstruiertes, als Fontaktoskop bezeichnetes Instrument, welchem das Prinzip zu Grunde liegt, daß die im Quellwasser gebundene Emanation durch kräftiges Schütteln entweicht und die in der Ionisierungskammer befindliche Luft leitend macht, so daß der Grad der Leitfähigkeit elektroskopisch (Zusammenfallen der Blättchen) festzustellen ist. Der Apparat ist bei *Günther & Tegetmeyer in Braunschweig* zu beziehen. Vervollkommnungs-Vorschläge rühren von *Hammer* und *B. Walter* her. Weitere, verhältnismäßig einfache, Untersuchungen über die Radioaktivität von Quellen dürften noch manche wichtige neue Aufschlüsse geben. Wenig Untersuchungen (s. *Joly* und *Eve*, 1908 und 1909; s. auch *Knoche, Phys. Zs. 1912*) liegen über die Radioaktivität des Meerwassers vor, welches nur minimale Spuren von gelöstem Radium zu enthalten scheint.

Weil die drei großen Familien radioaktiver Substanzen sämtlich unter ihren Zerfallsprodukten ein gasförmiges Glied, die Emanation, haben, ist natürlich von vornherein mit der Möglichkeit zu rechnen, daß die Atmosphäre mit diesen Emanationen und ihren Zerfallsprodukten durchsetzt wird, indem erstere, zusammen mit der den Erdkapillaren entsteigenden Bodenluft, durch Diffusion, mit Luftströmungen in die Höhe steigen. Da aber die Halbwertszeiten für die Thorium- und die Aktinium-Emanation sehr gering (54.2 bzw. 3.92 Sekunden) sind, so kann nur die erheblich langlebigere Radiumemanation (Halbwertszeit 3.85 Tage) verhältnismäßig stark angereichert werden. — Anderseits hat eines der festen Zerfallsprodukte der Thoriumemanation eine große Halbwertszeit (10.6 Stunden), so daß dadurch verhältnismäßig früh die Feststellung der Zerfallsprodukte in der Atmosphäre gelang. Das Aktinium, bei dem auch die Zerfallsprodukte der Emanation kurzlebig sind, wurde erst spät nachgewiesen. — Zum Nachweis fester Zerfallsprodukte der Emanationen unternommene Versuche wurden mit der *Elster-Geitel*schen Aktivierungsmethode (Ablagerung derselben an frei in der Luft ausgespannten Drähten mit hohem negativem Potential) durchgeführt, die allerdings zur Analyse der Art der Stoffe

[1]) *Zs. für anorgan. Chemie 53, 1907*; s. auch die Radioaktivität der Quellen in *Sieveking, Moderne Probleme der Physik. Braunschweig, Vieweg, 1914.* Ferner *C. Schieffner, Radioaktive Wässer in Sachsen. Freiberg, Graz & Gerlach, 1908.*

(Bestimmung der Halbwertszeiten) unschätzbare Dienste geleistet hat, aber aus verschiedenen Gründen keine absoluten Werte liefert. Durch Parallelmessungen mittels einer Aspirationsmethode, bei der ein abgemessenes Luftvolumen durch einen Röhrenkondensator gesaugt wird, in welchem Sättigungsstrom für radioaktive Stoffe herrscht, versuchte *Kurz*[1]) die zahlreichen, an verschiedenen Punkten der Erde nach der *Elster-Geitel*schen Methode ausgeführten Messungen auf absolutes Maß zurückzuführen, was übrigens nach *Hess* nur auf Mittelwerte aus größeren Beobachtungsreihen anwendbar ist. Bei beiden Methoden wird in geeigneter Weise die ionisierende Wirkung der auf dem Metall niedergeschlagenen festen Körper bestimmt. — Was die quantitativen Bestimmungen des Emanationsgehalts der Atmosphäre betrifft, so kommen zunächst die Methoden direkter Messungen (*Hofmann* und *Mache*, *Rimmer*, *Eve*) in Frage, die auf der Eigenschaft der Emanation beruhen, besonders stark von Petroleum von $-21°$ bzw. von in fester Kohlensäure gekühlter Holzkohle (Kokosnuß) absorbiert zu werden. Eine von *Eve* benutzte indirekte Methode vergleicht die aus einem großen abgeschlossenen Luftvolumen auf einem negativ geladenen (10000 Volt) Draht angesammelte Menge von Induktionen mit der Ablagerung aus Luft von bekanntem Emanationsgehalte[2]).

Die radioaktiven Substanzen spielen eine bedeutende Rolle für den Elektrizitätshaushalt der Atmosphäre, und zwar einmal, indem beim Ausströmen der Luft aus den Erdkapillaren mit der Bodenluft außer bereits fertig gebildeten Ionen Emanationen in die Höhe steigen, welche stark ionisierende α-Strahlen aussenden und weitere radioaktive Zerfallsprodukte bilden, deren Verteilung nach den Untersuchungen von *H. Bongards*[3]) nicht nur örtlichen, sondern auch starken zeitlichen Schwankungen unterworfen ist, anderseits durch die Aussendung von β- und γ-Strahlen [durchdringende Strahlung[3])], welche von den in den obersten Schichten der Erdoberfläche verteilten Stoffen (Uran, Radium, Thorium) ausgehen. Auf der Wirksamkeit der radioaktiven Stoffe beruht in erster Linie die Leitfähigkeit der Atmosphäre, die sich in einfachster Weise zeigen läßt, indem eine mit Elektrizität geladene, gut isoliert im Freien aufgestellte Metallkugel nach und nach ihre Ladung verliert, bzw. indem sich ein geladenes Elektroskop allmählich von selber entlädt. Trotz dieser, die Möglichkeit eines elektrischen Ausgleichs schaffenden Leitfähigkeit wird dauernd ein elektrisches Feld aufrechterhalten, indem jedenfalls bei heiterem Wetter von der Luft zur Erde im allgemeinen ein positives Potentialgefälle herrscht; und gerade dieser Umstand bildet das Grundproblem der luftelektrischen Forschung. Ein völlig anderes Verhalten (vor allem vielfache Änderungen, ja Richtungswechsel des Potential-

---

[1]) *K. Kurz, Radium, Thorium und Aktinium in der Atmosphäre und ihre Bedeutung für die atmosphärische Elektrizität. Habilitationsschrift. München 1909. Verlag d. Königl. Bayer. Akad. d. Wiss., in Kommission des G. Franzschen Verlags.*

[2]) S. auch *Becker u. Ramsauer, Über radioaktive Meßmethoden und Einheiten, mit einem Vorwort von P. Lenard. Heidelberg, C. Winters Verlag.*

[3]) *H. Bongards, Arbeiten d. Aeronaut. Obs. bei Lindenberg 1913, Met. Zs. 1914* sowie *Met. Zs. 1919 (S. 339).*

gefälles) zeigt die Atmosphäre bei Regen und Gewitter. Hier hat sich die luftelektrische Forschung auch mit der Entstehung sowie mit der örtlichen und zeitlichen Verteilung der Gewitter, mit der Bildung und Ladung der Niederschläge sowie mit der Natur der elektrischen Entladungen zu befassen. Bei der Kürze des zur Verfügung stehenden Raumes sei für das erste Eindringen in den Gegenstand im wesentlichen auf die unten angegebene zusammenfassende Literatur verwiesen[1]).

Daß die atmosphärische Luft bis zu einem gewissen Grade die Elektrizität leitet, wußte schon *Coulomb*. *Linss*[2]) erkannte die Bedeutung dieser Leitfähigkeit für die Lehre der atmosphärischen Elektrizität; *Elster und Geitel*[3]) haben festgestellt, daß dieselbe im wesentlichen auf das Vorhandensein von Ionen zurückzuführen, daß die Luft also ionisiert ist. Da sich diese Ionen in mancher Beziehung von den Ionen in den Elektrolyten unterscheiden, werden sie nach dem Vorgang englischer Physiker vielfach als Träger bezeichnet. Bestimmungen der Leitfähigkeit lassen sich in bequemer Weise mittels des bei *Günther & Tegetmeyer*[4]) zu beziehenden, mit einem Zerstreuungskörper (geschwärzter Messingzylinder) versehenen, von *Elster* und *Geitel* verbesserten *Exner*schen Aluminiumblatt-Elektroskops ausführen. Die Verbesserung gegenüber der ursprünglichen *Exner*schen Form bestand in der Vervollkommnung der Ablesevorrichtung sowie vor allem in der Verlegung der Bernstein-Isolation ins Innere des Apparates, so daß in bequemer Weise die Messung des Elektrizitätsverlustes über die isolierende Stütze von der des durch die leitende Luft verursachten Verlustes zu trennen war. Zum Schutze gegen das elektrische Erdfeld (wofern der Apparat nicht in einer geschützten Veranda aufgestellt ist) sowie gegen das Sonnenlicht (lichtelektrische Wirkung, sogenannter *Hallwachs*-Effekt) umgibt man den Messingzylinder in geeigneter Weise mit einem geschwärzten, geerdeten Schutzzylinder. Der Zerstreuungskörper wird am bequemsten mit einer *Zamboni*-Säule aufgeladen; es wird dann eine Anfangsablesung gemacht und etwa 15 Minuten darauf der Spannungsabfall notiert. Die genaueren Vorsichtsmaßregeln (vor allem Zuschieben der Backen beim Transport) und die leicht auszuführenden Berechnungen sind am besten aus den Lehr- und Hand-

---

[1]) Lehrbücher: *A. Gockel, Die Luftelektrizität. Leipzig, Hirzel, 1908. — Mache u. von Schweidler, Die atmosphärische Elektrizität. Braunschweig, Vieweg, 1909. — K. Kähler, Luftelektrizität. Sammlung Göschen. 1921. — Gockel, Das Gewitter. Cöln, Bachem.* (Vergriffen.) — Weiter: *Süring, im Hannschen Lehrbuch der Meteorologie. E. v. Schweidler u. K. Kohlrausch, Atmosphärische Elektrizität, S. 193—276 im Handbuch der Elektrizität und des Magnetismus, Bd. 3, Lieferung 2. Leipzig, J. A. Barth, 1915. — E. v. Schweidler, Atmosphärische Elektrizität, S. 235—265 in der Encyklopädie d. Math. Wiss., Bd. VI, I B, Heft 4. Leipzig, Teubner, 1918.* — S. auch die sehr lesenswerte Übersicht *Der Elektrizitätshaushalt der Atmosphäre von G. Berndt in den Naturwiss. 1914, S. 760 bis 764* und den Artikel *Atmosphärische Elektrizität* von *H. Gerdien* in *Bd. 1 des Handwörterbuchs der Naturw., S. 627—646. Jena, G. Fischer, 1912.*

[2]) *Linss, Met. Zs., 1890* und *Elektr. Zs., 1890.*

[3]) *Über die Existenz elektrischer Ionen in der Atmosphäre, Terrestrial Magnetism and Atmospheric Electricity 1899, S. 213—234.*

[4]) Für den Bezug luftelektrischer Apparate und Hilfsgeräte kommen ferner die Firmen *Spindler & Hoyer in Göttingen* und *Dr. Edelmann in München* in Frage.

büchern zu ersehen, wo auch über die gebräuchlichen Registrierinstrumente berichtet wird. Mittels dieses einfachen Apparates sind sowohl bei positiver als auch bei negativer Ladung des Zerstreuungskörpers zu den verschiedensten Zeiten unter den verschiedensten meteorologischen Verhältnissen an sehr vielen Orten Zerstreuungsmessungen ausgeführt worden. Da sich dieselben aber großenteils auf verhältnismäßig kurze Zeiträume erstrecken, und da vor allem auf See erst neuerdings durch die *Carnegie Institution* längere systematische Beobachtungen durchgeführt worden sind, so liegt hier noch ein großes, schönes Betätigungsfeld vor. Will man sich eingehender über Elektrometer, über deren Empfindlichkeit, den Meßbereich, die Kapazitätsverhältnisse, die Grundprinzipien bei der Konstruktion verschiedener Typen usw. unterrichten, so können nicht warm genug die von *G. Berndt* in den Jahren 1920 und 1921 in der *Zeitschrift Helios* veröffentlichten Arbeiten *Elektrometer, unter besonderer Berücksichtigung der Konstruktionen für luftelektrische und radioaktive Messungen* sowie *Hilfseinrichtungen für den Gebrauch von Elektrometern* empfohlen werden. In der nämlichen Zeitschrift (1911) sind u. a. die elektrostatischen Apparate für wissenschaftliche und luftelektrische Messungen von *W. Voege* und die Theorie der elektrostatischen Meßinstrumente von *H. Scholl* behandelt.

Ein deutlicher täglicher und jährlicher Gang ist vorhanden. Sehr ausgeprägt ist der Einfluß der Luftreinheit auf die Zerstreuung, für welche man im allgemeinen die höchsten Werte findet, wenn die Luft besonders durchsichtig ist, und die kleinsten bei Gegenwart von Dunst, Nebel und Moorrauch. Ein Einfluß der Luftdruck-Schwankungen ist wohl nicht zu leugnen, jedoch ist er offenbar nicht groß genug, um den Teil der *Ebert*schen Theorie zu stützen, nach welchem die den Emanationsgehalt bzw. die Ionisationsgröße der untersten Luftschichten regulierende Bodenatmung in ausschlaggebender Weise vom Luftdruck abhängt.

Ein viel empfindlicherer, ebenfalls von *Günther & Tegetmeyer* zu beziehender Apparat ist das zur Gruppe der Saitenelektrometer gehörige *Wulf*sche Zweifaden-Elektrometer, das im wesentlichen aus zwei äußerst dünnen, wenige Zentimeter langen, durch Kathodenzerstäubung leitend gemachten Quarzfäden besteht, die nebeneinander aufgehängt und auch an ihren unteren Enden aneinander befestigt sind und in geeigneter Weise gespannt werden. Stoßen die Fäden bei Aufladung des isolierten Systems einander ab, so wird der Abstand in der Mitte, wo er am größten ist, vermittels eines (etwa 70- bis 100mal vergrößernden) mit Okularskala versehenen Mikroskops abgelesen, welches zwecks Variierung der Empfindlichkeit in gewissen Grenzen mit ausziehbarem Tubus versehen wird. Gegenüber dem *Elster-Geitel*schen Elektroskop hat dieser Apparat auch den großen Vorteil, daß die Ablesung wesentlich schärfer ist, daß er sich für verschiedene Meßbereiche verwenden läßt, daß die Kapazitätsänderungen bei der Entladung jedenfalls nur sehr gering sind, daß die Einstellung schnell erfolgt, und die Meßzeit überhaupt abgekürzt werden kann, daß innerhalb weiter Grenzen eine lineare Beziehung zwischen Ausschlag und angelegter Spannung besteht, und daß Erschütterung keine nennenswerten Störungen verursacht. Auch ist die Gefährdung des Instruments beim Transport sehr gering. — Bei

Edelmann in München ist das auch sehr empfehlenswerte, aus dem *Einthoven*schen Saitengalvanometer hervorgegangene *Lutz*sche Saitenelektrometer zu beziehen.

Die Leitfähigkeit λ der Atmosphäre ist als Produkt der drei Faktoren n, v und ε zu betrachten, wo ε das von *Millikan* zu $4.9.10^{-10}$ *E.S.E.* (elektrostatische Einheiten) bestimmte Elementarquantum, n die Zahl der Ionen (besser ausgedrückt die Zahl der Elektrizitätsträger) und v ihre Beweglichkeit bedeutet. Eine möglichst genaue Kenntnis der beiden letzten Faktoren ist für die luftelektrische Forschung von größter Bedeutung. Das $n \cdot \varepsilon$ bestimmt man mit Hilfe eines *Ebert*schen Ionen-Aspirators, dessen Schema in nachstehender Figur 18 zur Darstellung gelangt. Der Apparat besteht im wesentlichen aus

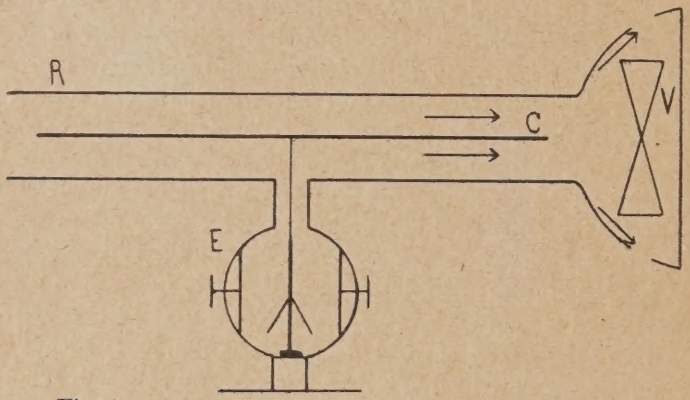


Fig. 18. Schema des *Ebert*schen Ionen-Aspirators.

einem mit einem Elektrometer (*Elster-Geitel*scher oder *Wulf*scher Art) verbundenen Zylinderkondensator R und einem, eine bekannte Luftmenge durch das Rohr saugenden Aspirator V, der aus einem von einem Uhrwerk angetriebenen Schaufelrad besteht, wie es in ähnlicher Weise beim *Assmann*schen Psychrometer verwandt wird. Das Rohr R des Kondensators ist leitend mit der Erde verbunden. Man muß nun die innere, mit dem Elektrometer verbundene Elektrode einmal positiv und einmal negativ aufladen, damit bei Sättigungsstrom (am besten etwa um 200 Volt herum) der durchgesaugten Luft alle positiven bzw. negativen Träger entzogen werden, soweit nicht die Beweglichkeit unter einer gewissen Grenze liegt. Hat man nun nach Ablesung des Potentials V_1 die Luft während einer Zeit von t Minuten passieren lassen, und ist währenddem das Potential auf V_2 gesunken, so ist, wenn F die in der Zeit t geförderte Luftmenge und C die Kapazität des Apparates bedeutet, die an die innere Elektrode abgegebene, in elektrostatischen Einheiten (*E.S.E.*) ausgedrückte Ladung $Q = \varepsilon n = C \frac{(V_1 - V_2)}{F \cdot 300}$, wobei von $V_1 - V_2$ der Isolationsverlust abzuziehen ist, der vor bzw. nach der eigentlichen Messung bei geschlossenem Kondensator bestimmt werden muß. Durch Division des so korrigierten Wertes durch $4{,}9.10^{-10}$ ergibt sich dann die Zahl n der einen Ionenart. Voraussetzung für das Abfangen

der Ionen durch den *Ebert*schen Aspirator ist allerdings eine genügende Wanderungs-Geschwindigkeit unter Einwirkung des elektrischen Feldes. Im allgemeinen besitzen dieselben eine Beweglichkeit, die ihnen bei einer treibenden Kraft von 1 Volt auf 1 cm mit der Geschwindigkeit von gut 1 (bis gegen 2 hin) cm/sec. zu wandern erlaubt, indem die Geschwindigkeit der negativen Träger die der positiven ein wenig überragt. Außer den nur in sehr verdünnten Gasen ungemischt auftretenden Atom-Ionen, den Spaltprodukten der unelektrischen Gasmolekeln, und den Mol-Ionen, welche durch Anheftung der Elektronen bzw. der Atom-Ionen an unelektrische Molekeln entstanden, aber immer noch von der Größenordnung einer Molekel sind, gibt es noch die sogenannten *Langevin*-Ionen, deren Beweglichkeit nur 0.0005 cm/sec.:Volt/cm, d. h. rund $^1/_{3000}$ des Wertes für Mol-Ionen beträgt. Diese werden vom *Ebert*schen Aspirator nur abgefangen, falls sie in unmittelbarer Nähe beim Draht oder Zylinder vorbeistreichen. Der von *Langevin* behauptete hohe Gehalt der Luft an solchen langsamen Ionen ist nach Untersuchungen *Eberts* und seiner Schüler durchaus lokaler Natur und auf die Anlagerung gewöhnlicher Mol-Ionen an Dunst und Staub zurückzuführen, wie er vor allem in Großstädten zu erwarten ist. Aber selbst bei starkem Übergewicht ihrer Zahl würden sie wegen ihrer auf die große Masse zurückzuführenden, äußerst geringen Beweglichkeit für die Leitfähigkeit kaum in Frage kommen, indem z. B. aus 50fachem Übergewicht an Zahl nur etwa $^1/_{60}$ $(50 \cdot \frac{1}{3000})$ Anteil an der Leitfähigkeit resultieren würde. Bei merklicher Verschiedenheit der positiven und der negativen *Langevin*-Ionen können sie allerdings wohl als Träger von Ladungen eine große Rolle für die Verteilung der elektrischen Feldstärke spielen. Bemerkenswert ist auch, daß sie in wesentlichem Maße als Kondensationskerne bei der Entstehung von Bodennebel in Frage zu kommen scheinen. Was die gewöhnlichen Mol-Ionen betrifft, so wurde ihre Beweglichkeit im allgemeinen mit wachsender relativer Feuchtigkeit abnehmend gefunden, wobei aber darauf hingewiesen sei, daß *Kohlrausch*[1]) durch widersprechende Ergebnisse zu der Vermutung geführt wurde, daß der Einfluß der Feuchtigkeit eventuell abhängig sei von der spezifischen Geschwindigkeit bzw. Größe der Ionen. — Wesentlich in Frage kommend für die Bestimmung der Ionengeschwindigkeit ist der *Gerdien*sche Apparat, bei dem ein Luftstrom mittels Aspirators durch zwei hintereinander geschaltete Zylinderkondensatoren getrieben wird, sowie die *Mache*sche, einen Vorschaltkondensator am *Ebert*schen Aspirator benutzende Methode[2]).

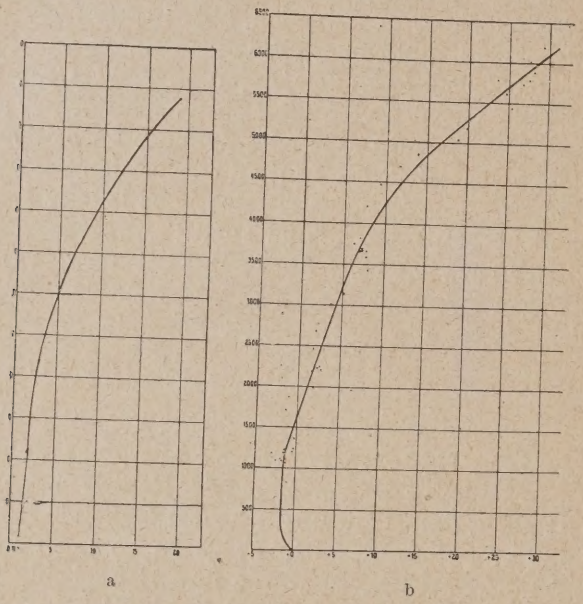
Sehr bemerkenswert ist die bei Ballonfahrten gefundene starke Zunahme der Leitfähigkeit in der freien Atmosphäre mit wachsender Höhe, die sich vor allem nach Überwindung der ersten 3000 m geltend macht. So fand *Wigand* in 8865 m Seehöhe eine Leitfähigkeit von $37{,}3.10^{-4}$ *E.S.E.*, die 68mal größer war als die gleichzeitig am Boden herrschende[3]). Die Zunahme mit der Höhe

[1]) *Wiener Ber. 123, IIa, S. 2321—2348.*

[2]) *Fr. Kohlrausch, Zur Methodik der Beweglichkeits- und Wiedervereinigungsmessungen an Ionen in strömender Luft. Wiener Ber. 123, IIa, 1914, S. 1929—1954.*

[3]) *A. Wigand, Wissenschaftl. Hochfahrten im Freiballon. Fortschr. d. Naturw. Forschung (herausgegeb. von Abderhalden), Bd. 10, Heft 6, 1914.*

ist zum Teil auf die mit der Luftdruckabnahme verbundene Zunahme der Ionenbeweglichkeit, z. T. auf die Zunahme der Ionenzahl zurückzuführen. Für letztere kommt wahrscheinlich in hohem Grade die noch näher zu besprechende sogenannte durchdringende (*Hess*sche) Strahlung in Frage, deren Abhängigkeit von der Höhe zusammen mit derjenigen der Leitfähigkeit aus Fig. 19 zu ersehen ist. Daß sich die von *Lenard* gefundene und von ihm und *Ramsauer* eingehend untersuchte Volumen-Ionisation durch ultraviolettes Licht[1]) schon in



a b

Fig. 19a. Die Abhängigkeit der Leitfähigkeit ($\lambda = \lambda_+ + \lambda_-$) von der Höhe (in km gemessen) nach *Wigand*. (Abhdlg. d. Naturf.-Ges. zu Halle a. S. Neue Folge Nr. 4, Fig. 11c.
Fig. 19b. Die Abhängigkeit der Stärke der durchdringenden Strahlung (angegeben die Differenz zwischen der für den Boden und der für die jeweilige Höhe — in km — geltenden Ionenzahl pro Kubikcentimeter) von der Höhe nach *Kolhörster* (ibid. Fig. 11d.).

jenen Höhen in stärkerem Maße bemerkbar macht, erscheint höchst zweifelhaft, da einmal auch die bei Hochfahrten konstatierte kleinste Wellenlänge des Sonnenspektrums (291.24 $\mu\mu$) wesentlich größer ist als die dafür nach den *Lenard*schen Untersuchungen in Frage kommenden Wellenlängen, und da anderseits nicht mit einem allzu starken Transport der durch die kürzesten Wellen erzeugten Ionen nach unten zu rechnen sein dürfte. Nur die höchsten Schichten werden durch das kurzwelligste Ultraviolett (die bei den *Lenard*schen Untersuchungen wirksamen Wellenlängen waren zum mindesten kleiner als 215 $\mu\mu$) der Sonne beständig in gut leitendem Zustande erhalten, während die die Nebelkerne

[1]) *Lenard, Ann. Phys. Bd. I, 1900*; *Lenard u. Ramsauer, Heidelberger Ber. 1910* (in 4 Teilen) sowie *Met. Zs. 1912, 150—157 (Über die Wirkungen ultravioletten Lichtes auf Gase unter besonderer Berücksichtigung der Vorgänge in der Erdatmosphäre).*

(Ammon-Nitrat und -Nitrit aus dem lichterzeugten Ozon und dem Ammoniak der Luft, vermutlich auch Wasserstoff-Superoxyd aus Wasserdampf) erzeugende Wirkung längerwelliger Strahlen[1]) nach genannten Forschern in viel tiefere Schichten hinabreichen muß, und die ziemlich tief hinabreichende Ozonbildung schon durch schwach absorbierbare Strahlen bewirkt wird. Allerdings scheinen nach *Eberts*[2]) Untersuchungen absteigende Luftströmungen Luft aus höheren, mehr der ultravioletten Bestrahlung ausgesetzten Schichten zum Beobachter herab zu bringen, anderseits aber beschweren die in den tiefer liegenden Schichten vorhandenen lichterzeugten Nebelkerne nach *Lenard*[3]) die Elektrizitätsträger bzw. wirken sie durch Wiedervereinigung direkt trägerverzehrend. — Bei dem sogenannten *Lenard*-Effekt kommt weniger eine Ionisierung (Erzeugung von Ionen beiderlei Vorzeichens) als eine Elektrisierung (Erzeugung von Ionen nur eines Vorzeichens, und zwar bei der Wasserfall-Elektrizität umgekehrt wie beim Zerspritzen von Seewasser) in Frage. Bei dem von *Elster* und *Geitel* bei Vorhandensein von Bruchflächen in einer Reihe verbreiteter Mineralien (u. a. Granit) festgestellten *Hallwachs*-Effekt handelt es sich nur um eine Elektrisierung (Erzeugung von Elektrizitätsträgern eines Vorzeichens); diesem Moment ist aber vor allem wegen der großen Wasserbedeckung der Erdoberfläche kaum eine bedeutende Rolle zuzuschreiben.

Hinsichtlich der täglichen und jährlichen Periode sei an den gegenüber dem Potentialgefälle im allgemeinen umgekehrten Gang erinnert. Die *Ebert*sche Theorie sieht in der wesentlich vom Luftdruck (allerdings wird auch die Insolation genannt) abhängigen „Bodenatmung", d. h. in dem Ein- und Austreten emanationshaltiger und ionenreicher Bodenluft, den wesentlichsten Regulator für die zeitliche Leitfähigkeitsänderung der unteren Atmosphärenschichten. Trotz relativ günstiger Beobachtungsergebnisse in einer Steinbruchhöhle kam *Zölss* zu dem Schluß, daß die Wirkung der Luftdruck-Schwankungen nicht hinreicht, um die tägliche Periode der Elektrizitätszerstreuung zu erklären, und auch *Gockel*, *Kähler*, *Mache* und *v. Schweidler* wurden zu dem Ergebnis geführt, daß der Einfluß des Luftdrucks jedenfalls wenig entscheidend für den Gang der Zerstreuung sei[4]). Zu dem nämlichen Resultat gelangte *R. Stoppel*[5]), die allerdings ebenso wie *Zölss* bei seinen negativen Versuchen in einem mit Steinfußboden versehenen Keller arbeitete. Der Aufklärung bedarf der *Stoppel*sche Befund eines in entgegengesetztem Sinne liegenden Einflusses künstlicher Beleuchtung auf die Leitfähigkeit und die Ionenmenge, der zunächst nur seine Erklärung finden zu können scheint durch eine sehr erhebliche Veränderung der Ionenbeweglichkeit durch die (direkte oder indirekte) Wirkung des Lichtes. Ebenso scheinen

1) S. dazu auch: *Lenard u. Wolf, Wied. Annal. 37, S.* 443.

2) *H. Ebert, Bayer. Akad. 1901, S. 35.*

3) *P. Lenard, Zur Analyse der ultravioletten Sonnenstrahlung mit Bezug auf deren meteorologische Wirkungen. Met. Zs. 1913, S. 269—278.*

4) *Kohlrausch (Wien. Ber. 123, IIa, 1914, S. 2335)* fand allerdings einen gut erkennbaren Einfluß des Barometerganges im *Ebert*schen Sinne.

5) *Rose Stoppel, Leitfähigkeit und Ionengehalt der Atmosphäre im geschlossenen Raum bei konstanten Licht- und Temperaturverhältnissen. Nachr. d. Ges. d. Wiss. zu Göttingen. Math. Phys. Kl. 1919.*

die Ergebnisse der sorgfältigen, im Gegensatz zu den sonstigen Messungen bei konstanten Temperatur- und Lichtverhältnissen angestellten Untersuchungen *Stoppels* auf einen wichtigen, jedenfalls seiner elektrischen Wirkung nach noch völlig unbekannten Faktor hinzuweisen. Das ganze Gebiet der atmosphärischen Leitfähigkeit bietet überhaupt noch eine Fülle von Problemen, und es kann hier noch viel mit verhältnismäßig einfachen Mitteln erforscht werden.

Die Erkenntnis, daß auch bei heiterem Himmel zwischen irgendeinem Punkt der Atmosphäre und der Erde eine Potentialdifferenz besteht, wurde bereits in der Mitte des 18. Jahrhunderts gewonnen. Die grundlegenden *Exner*schen Untersuchungen gaben den Anstoß zu eingehenden, sich mehr und mehr auf die verschiedensten Länder erstreckenden systematischen Untersuchungen dieses elektrischen Feldes. Arbeiten auf einer schwimmenden Station wurden allerdings erst in neuester Zeit durch die *Carnegie Institution* durchgeführt, wogegen aus größeren Höhen schon zahlreiche Beobachtungen vorliegen. Da durch den Ballon das elektrische Feld gestört wird, so bildeten *Lecher*, *Tuma*, *Linke*[1]) und *Benndorf* Methoden aus, um die Störungen unschädlich zu machen oder zu beseitigen; *Ebert* und *Lutz*[2]) gingen dem Problem experimentell mittels geeigneter Modelle zu Leibe. *Linkes* Verdienst bestand auch in der Beseitigung der Fehler (durch einen schnell wirkenden Ausgleichskollektor), welche durch den Einfluß der an der Erde erhaltenen Eigenladung des Ballons entstehen können. Während nun die in Volt angegebene positive Potentialdifferenz zwischen Atmosphäre und Erde im allgemeinen wächst, je höher der Punkt, dessen Potential zu bestimmen ist, über der Erde liegt, nehmen die in Volt für ein Meter angegebenen Potentialgradienten $\left(\frac{dv}{dn}\right)$, die in der Nähe der Erdoberfläche im Durchschnitt etwa 125 Volt pro Meter betragen, mit steigender Erhebung ab, wobei zu bemerken ist, daß die Einzelwerte vielfach stark voneinander abweichen, und daß vor allem in den ersten 1500 m — wohl infolge von Ionen, die sich an Staub- oder Rauchpartikelchen angelagert haben, mit denen von der Erde aufgestiegene Luftmassen erfüllt sind — vielfach sprunghafte Änderungen vorkommen. Zwischen 1500 und 4500 m etwa wäre unter Berücksichtigung des wahrscheinlichsten Wertes für 1500 m regulärer Verlauf nach dem Gesetz von *Linke* $\left(\frac{dv}{dn} = 34 - 0.06\ h$, wo h natürlich die Höhe bedeutet$\right)$ — zu erwarten, und man nimmt an, daß sich von 4500 m ab die Gradienten allmählich der Null nähern. Bei der Umrechnung der von *Everling* bei zwei Halleschen Hochfahrten im Jahre 1913 gewonnenen Relativwerte des Spannungsabfalls in absolute Werte fand kürzlich *W. Müller*[3]) als guten Näherungswert für 9 km Höhe 4 V/m[4]). —

[1]) *Linke, Luftelektrische Messungen bei 12 Ballonfahrten. Abhandlgn. d. K. Ges. d. Wiss. zu Göttingen, 3, 1904.*

[2]) *Ebert, Über elektrische Messungen im Luftballon. Gerlands Beitr. z. Geophysik 6, 1903; H. Ebert u. C. W. Lutz, Beitr. z. Phys. d. fr. Atmosph. 2, 1908.*

[3]) *W. Müller, Messungen der Deformation des elektrischen Erdfeldes. Ann. Phys., Bd. 63, S. 585—620, 1920.*

[4]) S. dazu *E. Everling u. A. Wigand, Spannungsgefälle und vertikaler Leitungsstrom in*

Aus der Abnahme des positiven Gefälles mit wachsender Höhe war zu entnehmen, daß die Atmosphäre freie positive Ladungen enthält, und es ergaben die bisherigen Messungen das Bestehen eines wesentlich auf die untersten Luftschichten beschränkten elektrischen Feldes. Daß der Sitz der die tägliche und jährliche Schwankung des Potentialgefälles bedingenden elektrischen Massen wesentlich unterhalb des Niveaus von 3000 m liegen muß, folgerten *Elster* und *Geitel* schon im Jahre 1897 aus der sich aus den *P. Lecher*schen Beobachtungen auf dem Sonnblick ergebenden auffällig geringen täglichen und jährlichen Periode.

Vom Bestehen einer Potentialdifferenz zwischen Atmosphäre und Erde kann man sich in einfachster Weise überzeugen, indem man eine möglichst hoch über einem *Exner*schen Elektroskop befindliche metallische Spitze mit den Blättchen desselben leitend verbindet, während das Elektroskop-Gehäuse leitend mit der Erde verbunden ist. Fallen die sich mehr oder weniger spreizenden Blättchen bei Annäherung einer geriebenen Siegellackstange zusammen, so ist die Atmosphäre gegenüber der Erde positiv, spreizen sie sich noch weiter, so verhält sie sich negativ gegenüber der Erde. Statt der metallenen Spitze verwendet man noch besser die sich durch Influenz auf das Potential der Umgebung aufladenden Kollektoren, wobei vor allem auf den Tropfkollektor, den *Lutz*schen Flammenkollektor (Münch. Ber. 36, 1906), und den Spritzkollektor[1]) hingewiesen sei. Eingehendere Untersuchungen über den Wert der verschiedenen Kollektoren wurden von *F. Linke* angestellt (*Diss. Potsdam 1901* und *Phys. Zs. 1903*). Bei den Messungen ist zu bedenken, daß der Verlauf der senkrecht zur elektrischen Kraft stehenden Äquipotentialflächen, die in freier Ebene äquidistante Horizontalflächen sind, durch Bodenerhebungen, Gebäude usw. stark gestört wird, so daß eine Reduktion der Beobachtungen auf freie Ebene nötig ist. Die natürlich besonders wertvollen Registrierungen, wie sie z. B. in Potsdam (nicht auf das Potentialgefälle beschränkt) von *Kähler*[2]) mittels des *Benndorf*schen Apparates (im Prinzip ein *Thomson*sches Quadranten-Elektrometer darstellend, zu beziehen durch *L. Castagna in Wien*, Mechaniker des physiologischen Universitäts-Instituts) ausgeführt werden, sind viel kostspieliger.

Aus dem Nebeneinanderbestehen der Leitfähigkeit der Atmosphäre und der Potentialdifferenz zwischen dieser und der Erde folgt für heiteren Himmel ein fortwährendes Strömen negativer Ladungen von der Erde zur Atmosphäre und positiver von dieser zur Erde. Die Dichte des hierdurch gekennzeichneten Vertikalstroms wird durch den Ausdruck $\lambda \cdot \frac{dv}{dn}$ (λ = Leitfähigkeit) dargestellt. Nachdem *L. Weber* bereits in den 80er Jahren des verflossenen Jahrhunderts die in einen isoliert aufgestellten Baum einströmende Elektrizitäts-Menge galvanometrisch bestimmt hatte, sind genauere direkte Messungen des

der freien Atmosphäre nach Messungen bei Hochfahrten im Freiballon. Ann. d. Phys., Bd. 66, 261—282, 1921.

[1]) *G. Lutze, Verhandlgn. d. Deutsch. Phys. Ges. 15, S. 1100, 1913* und *Phys. Zs. 14, S. 1148, 1913.*

[2]) Eine Reihe von Mitteilungen in d. *Met. Zs. 1908 u. 1909*, sowie in den *Veröffentl. des Preuß. Met. Inst. Potsdam.*

vertikalen Leitungsstromes von *Ebert*[1]), *Wilson*[2]) und *Simpson*[3]) ausgeführt worden. Im allgemeinen gewinnt man seinen Wert als Produkt der getrennt bestimmten Größen von Leitfähigkeit und Potentialgefälle. *Gockel* scheint zuerst mit besonderer Deutlichkeit darauf hingewiesen zu haben, daß „die Betrachtung des von der Summe der Zustände innerhalb einer ausgedehnten Luftschicht abhängigen Vertikalstroms in ihrer Bedeutung erheblich über die der getrennten Verfolgung genannter zwei, mehr lokalen Charakter aufweisenden Elemente hinausgeht". In Davos fand *Dorno*[4]) für den Vertikalstrom eine besonders ausgeprägte Beziehung zur Sonnenstrahlung, deren Gang dem des Vertikalstroms genau entgegengesetzt war. Abgesehen von der Antarktis, ergeben die an den verschiedensten Orten ausgeführten direkten und indirekten Bestimmungen des Vertikalstroms, der von der Größenordnung 10^{-16} Ampere/qcm ist, eine sehr nahe Übereinstimmung der Werte. Die vielfach gemachte Annahme, daß der vertikale Leitungsstrom entsprechend einer reziprok der Höhenänderung des Potentialgefälles vor sich gehenden Änderung der Leitfähigkeit mit der Höhe völlig unabhängig von der letzteren sei, ist nach neueren Untersuchungen *Everlings* und *Wigands*[5]) nicht ganz richtig. Abgesehen von durch die atmosphärische Schichtung bedingten Schwankungen fand *Wigand* vielmehr eine deutliche Abnahme des Stromes mit wachsender Höhe.

Von besonderer Bedeutung ist die eingehende Untersuchung des Vertikalstroms im Hinblick auf die Theorien des Elektrizitätshaushalts der Atmosphäre, d. h. im Hinblick auf jene Theorien, die nach den Vorgängen suchen, welche die durch den Vertikalstrom ausgeglichenen Ladungen regenerieren und so (nach *v. Schweidler* und *Kohlrausch* zum mindesten für größere Gebiete der Erde, wo für längere Zeit der normale Zustand des positiven Potentials aufrechterhalten wird) die negative Erdladung aufrechterhalten. Die *Ebert*sche Theorie (Modifikation der Ionen-Adsorptionstheorie von *Elster* und *Geitel*) suchte den Grund für die Kompensation des positive Elektrizität nach unten führenden Leitungsstroms in dem Überschuß positiver, aus den Erdkapillaren austretender Ionen (im Gegensatz zu den wegen ihrer größeren Beweglichkeit von den Kapillar-Wandungen zurückgehaltenen negativen), die durch den aufsteigenden Luftstrom weiter hinauf befördert werden. Die *Wilson-Gerdien*sche Theorie arbeitete mit dem Ausgleich durch negative Niederschlagsladungen, indem sie sich auf die von *Wilson*[6]) konstatierte Tatsache stützt, daß die Kondensation an negativen Ionen bei geringerer Wasserdampf-Übersättigung erfolgt als an positiven. Nach

---

[1]) *H. Ebert, Phys. Zs. 3, S. 338, 1902.*

[2]) *R. Wilson, Proceed. Roy. Soc. (A.) 80, S. 537, 1908.*

[3]) *C. G. Simpson, Phil. Mag. (6), 19, S. 715, 1910.*

[4]) *Dorno, Studie über Licht und Luft des Hochgebirges. Braunschweig, Vieweg, 1911. S. 88—92.*

[5]) *E. Everling u. A. Wigand, Spannungsgefälle und vertikaler Leitungsstrom in der freien Atmosphäre, nach Messungen bei Hochfahrten im Freiballon. Ann. der Phys. 66, 261 bis 282, 1921.*

[6]) *H. Gerdien, Phys. Zs. 4, S. 837, 1903* und *vol. 6, S. 658, 1905.* — S. ferner *R. Wilson, Cambridge, Proceed. 9, p. 333, 1897; Phil. Transact. (A.) 189, S. 265, 1897; 192, p. 403, 1899 und 193, p. 289, 1900.*

der heutigen Kenntnis über die Natur der Mehrzahl der Niederschläge kann sie aber nicht mehr aufrechterhalten werden, nachdem schon vorher der Einwand gegen sie erhoben war, daß, auch abgesehen von Ionen in der Atmosphäre, kein Mangel an Kondensationskernen bestehe[1]). Auch die *Ebert*sche Theorie war experimentell gut gestützt. Aber ganz abgesehen von der Überschätzung der Bedeutung der Luftdruckschwankungen für die Bodenatmung lassen sich nach der quantitativen Seite hin gewichtige Einwände gegen dieselbe erheben. Gegenüber den von *Simpson*[2]) sowie von *Gerdien*[3]) gegen sie ins Feld geführten Einwänden zeigte *Ebert*[4]) allerdings, daß sein „Konvektionsstrom" durchaus hinreiche, um den positive Ionen zur Erde führenden Leitungsstrom zu kompensieren und somit das elektrische Erdfeld aufrechtzuerhalten. Spätere Einwände *Swanns*[5]) beziehen sich einmal darauf, daß bei dem wegen des Fehlens der Bodenatmung über dem Meere von *Ebert* angenommenen horizontalen Transport überwiegend positiv geladener Ionen viel zu rasch eine Aufzehrung des elektrischen Konvektionsstromes durch den Leitungsstrom erfolgt, und zum andern darauf, daß im Prinzip dasselbe hinsichtlich des vertikalen Konvektionsstromes zu erwarten wäre. Auch *Seeliger*[6]) und *v. Schweidler*[7]) gelangen zur völligen bzw. fast völligen Aufgabe der *Ebert*schen Theorie, soweit sie zur Erklärung der Aufrechterhaltung des normalen erdelektrischen Feldes heranzuziehen ist. *E. v. Schweidler* gründet seine Berechnung auf die von *W. Schmidt* in die Meteorologie eingeführte „Austauschgröße", bei welcher die durch die Luftbewegung verursachte Übertragung der den einzelnen Luftteilchen anhaftenden Eigenschaften (Wasserdampf- und Kerngehalt, radioaktive Eigenschaften, Raumladung usw.) in andere Schichten in Frage kommt. Wenn nun auch *v. Schweidler* zu dem Ergebnis gelangt, daß schon in der untersten 1½-km-Schicht der *Ebert*sche Konvektionsstrom klein gegen den Leitungsstrom werden muß, so möchte doch *Kähler*[8]), der wohl mit Recht das Hauptverdienst der *Ebert*schen Theorie in der Heranziehung der radioaktiven Prozesse zur Erklärung des elektrischen Feldes erblickt, auch heute noch über dem Festland der Bodenatmung einen bedeutenden Einfluß zuerkennen. Für größere Höhen und vor allem für die Meere muß man sich allerdings nach einer andern Quelle zur Aufrechterhaltung der negativen Erdladung umsehen, und zwar namentlich unter Berücksichtigung der von der Expedition der *Carnegie Institution*[9]) für fast sämtliche luftelektrischen Elemente gefundenen großen Werte.

[1]) S. vor allem *R. Seeliger, Die Aufrechterhaltung der negativen Erdladung das Grundproblem der luftelektrischen Forschung. Ann. Phys. Bd. 63, S. 464—481, 1920,* und *E. v. Schweidler, Ann. Phys. Bd. 63, S. 726—738.*

[2]) *C. Simpson, Phys. Zs. 5, S. 325 u. 734, 1904.*

[3]) *Gerdien, Phys. Zz. 6, S. 647, 1905.*

[4]) *H. Ebert, Phys. Zs. 5, S. 499, 1904 und 6, S. 825 u. 828, 1905.*

[5]) *G. Swann, Terrestrial Magnetism and Electricity 20, S. 105, 1915.*

[6]) *Seeliger, l. cit.*

[7]) *v. Schweidler, l. cit.* Anmerkg. 1.

[8]) *K. Kähler, Die Aufrechterhaltung der negativen Erdladung. Met. Zs. 1921, 199—203.*

[9]) *A. Bauer u. G. Swann, Publication Nr. 175 (vol. 3) of the Carnegie Institution of Washington, S. 361—422.* — S. auch *Die Naturwiss. 7, S. 187, 1920 (Referat von A. Nippoldt und K. Kähler).*

Nach *Seeliger*[1]) und vor allem nach *v. Schweidler*[2]) könnte kosmische korpuskulare Strahlung in Frage kommen, derart gedacht, daß die weicheren positiven Strahlen in den höchsten Schichten der Atmosphäre absorbiert werden, während härtere β-Strahlen teilweise bis zur Erdoberfläche gelangen (s. dazu *Simpson, Nature 69, 270, 1904*). Wenn nun auch die Konsequenzen einer solchen Ansicht, die in etwas anderem Gewande — ohne daß *v. Schweidler* es wußte — schon vorher von *Swann*[3]) vertreten worden war, nach dem eigenen Ausspruch *v. Schweidlers* zu großen Schwierigkeiten zu führen scheinen, so gibt er doch die Möglichkeit zu und schlägt, nachdem ein früheres Experiment noch keine Entscheidung brachte[2]), weitere Versuchsanordnungen zur Prüfung der Frage einer etwaigen Existenz so gedachter oder ähnlich wirkender Strahlen vor.

Er hält auch für den Fall des Gelingens eines Nachweises einen innigen Zusammenhang der vermuteten Strahlung mit der vorhin erwähnten, sich vor allem an die Namen *Bergwitz, Gockel, Hess, Kofler, Kolhörster, Linke, Meyer, v. Schweidler, Seeliger* und *Wulf* knüpfenden *Hess*schen Strahlung für wahrscheinlich, welche bei der Verfolgung der Ionisierungsvorgänge in geschlossenen Gefäßen gefunden worden ist, deren Wandungen so dick waren, daß, abgesehen von den Strahlungen des Gefäßes selbst und der Gasfüllung, als Ionisatoren nur von außerhalb ins Gefäß eindringende Strahlen in Frage kommen konnten, deren Durchdringungskraft zum mindesten der der γ-Strahlen der uns bekannten radioaktiven Elemente gleichkam. Da man annehmen muß, daß die äußere Strahlung (die *Hess*sche) in den Wandungen des Gefäßes Sekundärstrahlen auslöst, so setzt sich die aus der Entladung eines *Wulf*schen Zweifaden-Elektrometers zu entnehmende Gesamt-Ionisation Q, abgesehen von einer spontanen Ionisierung des Gases (s. *C. Simpson* und *S. Wright, Proceed. Roy. Soc. vol. 85, 1911*) aus drei Teilen q_1, q_2 und q_3 zusammen, von denen q_1 auf die primäre äußere, q_2 auf die von dem Gefäße bzw. dessen Füllung ausgehende und q_3 auf die durch die äußere primäre ausgelöste sekundäre Strahlung zurückzuführen ist. Nachdem es durch Abschirmung der äußeren Strahlung (genügend tiefe Versenkung des fest verschraubten Apparats in Wasser) gelungen war, die als Apparatkonstante aufzufassende Größe q_2 festzustellen, haben vor allem die bis auf 9000 m Höhe ausgedehnten Ballonfahrten von *Hess* und *Kolhörster*[4]), welche mit genügend fest verschlossenen Apparaten beobachteten, eine gewaltige Zunahme von $q_1 + q_3$ mit wachsender Erhebung über die ersten 2 km hinaus ergeben.

[1]) *R. Seeliger, Die Aufrechterhaltung der negativen Erdladung, das Grundproblem der luftelektrischen Forschung. Ann. der Phys. 62, 464, 1920.*

[2]) *E. v. Schweidler*, unter dem gleichen Titel *Ann. d. Phys. 63, 726, 1920*; derselbe: *Über Versuche zum Nachweis einer negativen Korpuskularstrahlung kosmischen Ursprungs. Wiener Ber. 127, IIa, S. 515—533, 1918.* — S. auch seine verschied. luftel. Arb. i. d. Wien. Ber. der letzten Jahre (zusammenfassende Ber. i. Jahrb. d. Rad.. Bd. 18).

[3]) *G. Swann, Annual Report of the Director of the Department of Terrestrial Magnetism (Yearbook No. 14), p. 339* und *Monthl. Weather Rev. 44, p. 68, 1916.*

[4]) S. vor allem *Kolhörster, Abhandlgn. d. Naturf. Ges. z. Halle, Neue Folge. Nr. 4, 1914 (Aerophysikal. Forschungsfonds Halle, Abhandlung 13).* — Gemeinschaftl. Beob. von *Jensen* u. *Kolhörster* s. in d. *Jahrb. d. Hamb. Wiss. Anstalten 32, 3. Beil. 1915 (Die erste Hamb. wiss. Ballonfahrt).*

Aus den zwischen 1500 und 6000 m gefundenen Werten für die Ionisierung (Zahl der im Kubikzentimeter pro Sekunde gebildeten Ionen) fand *Kolhörster* einen Absorptions-Koeffizienten λ ($0.71 \cdot 10^{-5}$ cm^{-1} für Luft), der 7- bis 8mal kleiner war als der der bekannten γ-Strahlen (λ für Luft für die γ-Strahlen des Rad. *C* für 0° und 760 mm Druck $= 4.5 \cdot 10^{-5}$ cm^{-1}). Die Annahme einer primären, von der Sonne ausgehenden Strahlung dieser Durchdringungskraft würde nach *v. Schweidlers* Berechnung auf eine unwahrscheinlich hohe Aktivität der Sonne führen. Dagegen spricht auch das Fehlen eines prinzipiellen Unterschiedes zwischen den beobachteten Tag- und Nachtwerten; ferner ließ sich weder von *Jensen* (Hamburg) noch von *Kolhörster* (Berlin) einwandfrei ein Einfluß der Sonnenfinsternis vom 21. August 1914 feststellen. *Linke* vertrat die Ansicht (*Met. Zs. 1916*), daß die Strahlung von kosmischen, in einer Höhenlage zwischen 11 und 70 km (Schwerpunkt etwa 20 km) liegenden Staubmassen ausgeht. Brauchbarer erscheint die von *Kolhörster* (*Naturw. 1919*) vertretene Ansicht, daß die *Hess*sche Strahlung gar nicht auf radioaktive Vorgänge auf der Sonne zurückzuführen ist, sondern von der überaus starken Elektronen-Emission des Sonnenballs herrührt, so gedacht, daß die hierdurch bedingte Strahlung beim Eintritt in die Atmosphäre neben andern Strahlen eine sehr harte γ-Strahlung auslöst. Da die Elektronenstrahlung unter dem Einfluß des erdmagnetischen Feldes in gekrümmte Bahnen um die Pole abgelenkt wird, wäre nach ihm unter der genannten Voraussetzung eine Abhängigkeit der Höhenstrahlung von den Isochasmen (Linien gleicher Nordlichthäufigkeit) zu erwarten; auch würde durch diese Ansicht eine Verwischung des Einflusses von Tag und Nacht sowie der Sonnenbedeckung dem Verständnis näher gerückt. — Schließlich ist eine theoretische Untersuchung *R. Seeligers* über die durchdringende Strahlung (*Münchener Ber. 1918, S. 1—46*) zu erwähnen, die das Problem möglichst allgemein faßt, indem sie absichtlich die Problemstellung möglichst formal gibt, und deren Wert wesentlich in brauchbaren Fingerzeigen und Arbeitshypothesen für künftige Forschungen zu suchen ist.

Von Wichtigkeit für die nächste Zukunft sind weitere Hochfahrten bei Tag und Nacht und ebenso Abschirmungsversuche unter möglichstem Ausschluß der von der Erde ausgehenden durchdringenden Strahlung. Des weiteren müssen Dauerregistrierungen (hier auch eine Auflademethode in Frage kommend) an recht hohen Bergwarten, möglichst auch im Polargebiet, vorgenommen werden, wobei auch die Möglichkeit des Bestehens einer täglichen, einer 26tägigen und einer 11jährigen Periode zu erwähnen ist. — Die Messungen mit dem aus dem ursprünglichen *Wulf*schen Strahlungsapparat hervorgegangenen, sehr durchgearbeiteten (magnetische Ladesonde, Temperatureinflüsse auf ein Minimum gebracht), von *Günther & Tegetmeyer* zu beziehenden *Kolhörster*schen „Strahler", welcher sich sowohl im Ballonkorb als auch bei Abschirmungsversuchen unter Wasser vorzüglich bewährt hat, sind äußerst einfach. Näheres darüber (auch Eichung des Elektrometers, Verrechnung der Beobachtungen usw.) findet man in der zuerst erwähnten (*Abh. Nat. Ges. Halle*) Arbeit von *Kolhörster*, wo sich auch ein ziemlich vollständiges Literaturverzeichnis befindet. Eingehende Darstellungen der bis 1912 bzw. 1913 gewonnenen Resultate wurden von *K. Braun*

(*Jahrb. d. Rad. u. Elektron. 9, 1912*), *Chauveau* (*Le Radium 10, 1913*) und *W. Strong* (*Terr. Magnet. and Atm. Electr. 17, 1912*) gegeben. Zu verweisen ist ferner auf die Bearbeitung der durchdringenden Strahlung durch *v. Schweidler* und *K. W. F. Kohlrausch* im *Handbuch der Elektrizität und des Magnetismus von L. Grätz* (*Bd. 3, Liefer. 2, 1915*).

Hinsichtlich der Untersuchungen über Niederschlags- und Gewitterelektrizität ist, abgesehen von den schon genannten Lehr- und Handbüchern, vor allem auf einen Bericht *Benndorfs* (*München. Ber. 1912, S. 402—429*) und auf eine Abhandlung *Geitels* (*Phys. Zs.* 1916, *455—464*) zu verweisen. Ersterer bespricht die Bestimmungen des Ladungsvorzeichens der Niederschläge, die Beobachtungsmethoden und die möglichen Fehlerquellen (Einfluß des Erdfeldes, Fehler durch abgespritzte Tropfen, etwa durch den *Lenard*-Effekt, durch Elektrizitätsverlust der Auffangeschale usw. entstehende Fehler) sowie die Resultate, gibt Richtlinien für weitere Untersuchungen und ein Literaturverzeichnis[1]). Letzterer setzt sich mit den neuerdings besonders viel erörterten Gewittertheorien auseinander, von denen die überhaupt kaum mehr haltbare *Wilson-Gerdien*sche[2]) sich auf die Tatsache der Bevorzugung negativer Ionen als Kondensationskerne gegenüber den positiven stützte, und die neuerdings einer schärferen Prüfung zugängliche *Simpsonsche*[3]) in Anlehnung an die klassischen *Lenard*schen Untersuchungen[4]) über Wasserfall-Elektrizität (*Lenard*-Effekt) auf bei der Wasserzerteilung entstehende elektromotorische Kräfte (nach neueren Untersuchungen *Lenards* bei der Zerreißung von Tropfen nur dann entstehend, wenn kleinste Tröpfchen aus der äußeren Schicht der großen Tropfen herausgerissen werden). Genügend tumultuarische Luftbewegungen zum Zustandekommen der Elektrizitäts-Scheidung scheinen für eine große Zahl von Fällen vorhanden zu sein[5]). Zu prüfen wäre allerdings nach *F. Schindelhauer*[6]), wie die Abänderung der Laboratoriumsversuche mit im Freien nie vorkommenden genau vertikalen Luftströmungen durch Einführung einer horizontalen Komponente wirken würde. Eingehend geprüft werden müßte ferner, ob die Bestimmungen des Ladungsvorzeichens sowie des gleichzeitig vorhandenen elektrischen Feldes mit der Theorie vereinbar sind. Anwendbar ist die *Simpson*sche Theorie natürlich nicht auf die Ladungen fester Niederschläge, und zu Bedenken gibt sie Anlaß, wenn man erwägt, daß doch die meisten Gewitter mit Hagel- oder Graupelfall verknüpft sind. Deswegen

---

[1]) Siehe vor allem *Elster u. Geitel, Met. Zs. 1888.* — S. auch *Gschwend, Beobachtungen über die elektrischen Ladungen einzelner Regentropfen und Schneeflocken. Jahrb. d. Rad. u. Elektron. Bd. 17, 1920, S. 62—79.*

[2]) S. dazu auch *Simpson, Phil. Mag. (6), 17, 1909.*

[3]) *Phil. Transact. 209, Ser. A, 1909; Phys. Zs. 1913; Phil. Mag. (6) 30, 1915.*

[4]) *Ph. Lenard, Wied. Ann. 46, 1892; Heidelberg. Ber. 28, Abteil. A, 1914; Ann. Phys. 47, 1915.*

[5]) S. auch *Ph. Lenard u. C. Ramsauer, 6. Tätigkeitsbericht des Radiologischen Instituts der Universität Heidelberg (Aug. 1920)*; darüber auch *Zs. f. Techn. Phys. 1921.* — Vor allem aber *Ph. Lenard, Zur Wasserfalltheorie der Gewitter. Ann. der Phys. 65, 1921, S. 629—639* und *Hochschwender, Dissert. Heidelberg 1919.*

[6]) *F. Schindelhauer, Met. Zs. 1922, S. 90—92* (Besprechung der *Lenard*schen Arbeit in d. *Ann. 1921*).

lenkt *Geitel* in genannter Arbeit die Aufmerksamkeit auf die früher viel besprochene, sich auf die Tatsache der Entstehung elektromotorischer Kräfte bei der Reibung von Eis an Wasser stützende *Sohnke*sche Gewittertheorie[1]), gleichzeitig aber auf die früher von ihm und *Elster* aufgestellte und mehrfach abgeänderte Influenztheorie, die von der Voraussetzung ausgeht, daß die mit genügender elektrischer Leitfähigkeit begabt gedachten Wassertropfen sich im elektrischen Kraftfeld der Erde polarisieren, und welche in den einander im Fall überholenden, sich berührenden und wieder trennenden großen und kleinen Tropfen die Grundbestandteile einer äußerst wirksamen Influenzmaschine erblickt, so gedacht, daß vielleicht die erste Bildung elektromotorischer Kräfte in der von *Sohnke* angegebenen Richtung zu suchen wäre, daß aber die Steigerung bis zu den bekannten hohen Werten durch die gedachten Influenzwirkungen zustande käme. Eine Schwäche der Theorie liegt allerdings nach eigenem Eingeständnis *Geitels* im Mangel jeder quantitativen Abschätzbarkeit, wenn auch sonst manches für sie zu sprechen scheint.

Was die verschiedenen Arten der Gewitter (s. u. a. *Hellmann*, *Met. Zs. 1885* und *v. Bezold*, *Berlin. Ber. 1892*), was die auf Überhitzung der unteren Luftschichten über dem Lande an warmen, heiteren Sommertagen zurückzuführenden Wärmegewitter und die als Randbildungen einer größeren Barometerdepression (meist charakteristische Ausbuchtungen der Isobaren, sogenannte Gewittersäcke) auftretenden Wirbel- oder Frontgewitter, was ihre Zugrichtung, ihren täglichen und jährlichen Gang, die vielleicht mit der Sonnenrotation zusammenhängende 26tägige (bezw. nur annähernd 26tägig; s. *Hambergs* Untersuchungen) Periode sowie die noch viel umstrittene säkulare Periode der Blitzgefahr (s. dazu *Langbeck*, Met. Zs. 1911 und *Hellmann*, Met. Zs. 1917) und der in enger Beziehung zur Gewittertätigkeit stehenden Hagelniederschläge[2]), was endlich die örtliche Verteilung der Gewitter[3]) sowie die Verteilung der Gewitterstationen betrifft, so kann hier nur auf die Lehr- und Handbücher sowie auf die meteorologischen Zeitschriften verwiesen werden. Erwähnt seien hier nur noch die auf die Verwertung von Potentialgefälle-Messungen für die Gewitterprognose abzielenden Untersuchungen *Hölzels*[4]).

Von den elektrischen Entladungen wird das verhältnismäßig seltene (meist wohl flämmchenartige Büschel) St.-Elmsfeuer als ein Analogon zu dem

---

[1]) S. dazu *Sohnke*, *Der Ursprung der Gewitterelektrizität und der gewöhnlichen Elektrizität der Atmosphäre. Jena, G. Fischer, 1885* (s. auch *Sohnkes Vorträge auf dem Gebiete der Physik. Jena, G. Fischer, 1892, S. 149—207*). — S. hierzu auch die, wie es scheint, zu sehr in Vergessenheit geratene Untersuchung von *Ebert und Hofmann über Elektrisierung durch Eisreibung (Met. Zs. 1900)*.

[2]) Bezügl. etwaig. Beziehgn. zur Sonnenfleckenperiode s. vor allem die Arbeiten *v. Bezolds* sowie die Zusammenstellung von *Fritz*, *Die wichtigsten Erscheinungen der Meteorologie und Kosmologie*, *Internat. Wiss. Bibl.*, *Bd. 68*, *Leipzig 1889*, dessen Material hinsichtlich des Hagels allerdings ziemlich lückenhaft zu sein scheint.

[3]) Hier s. u. a. *Klossowsky*, *Distribution des orages à la surface du globe terrestre. Revue météorologique, vol. III. Odessa 1893.*

[4]) *A. Hölzel*, *Luftelektrisches Potentialgefälle und Gewittervorhersage. Ann. d. Phys. 60, 521—547, 1919.*

künstlich erzeugten Spitzenstrom angesehen. Bei den Flächenblitzen hat man es offenbar mit geringen Stromstärken und einer Art von Glimmentladung zu tun, im Gegensatze zu den verhältnismäßig schmalen, dafür aber oft viele Kilometer langen Funken- oder Linienblitzen, bei denen durch Bestimmung des durch sie bewirkten remanenten Magnetismus[1]) Stromstärken bis zur Größe von 1.10^4 bis 2.10^4 Ampere wahrscheinlich geworden sind. In den Spektren der überwiegend roten, blauen, violetten oder weißen Linienblitze sind viele Linien mit denen der gasförmigen Bestandteile der Atmosphäre identifiziert worden[2]). Die von Wolke zu Wolke gehenden Blitze sind oft von merklicher (bis zu 1 Sekunde und mehr), die zwischen Wolke und Erde übergehenden von sehr kurzer Dauer (geringe Bruchteile einer Sekunde), so daß ein von ihnen beleuchteter Kreisel still zu stehen scheint[3]). Daß man es beim Blitz nicht mit einer einzigen Entladung zu tun hat, war schon aus der bekannten *Kayser*schen photographischen Aufnahme[4]) zu ersehen, die man ebenso wie die *Rümker*sche[5]) durch ein Zurseiteschieben der Blitzbahn durch starke seitliche Luftbewegung erklärt. *L. Weber*[6]) fixierte die zeitliche Aufeinanderfolge der einzelnen Entladungen durch geeignete Hin- und Herbewegung der Kamera. *B. Walter*[7]) gelang es, durch systematische Aufnahmen mittels einer gleichmäßig durch ein Uhrwerk bewegten Kamera zu zeigen, daß dem Blitz durchweg, ebenso wie dem im Laboratorium untersuchten Induktionsfunken, durch mehrere, stufenweise aufeinanderfolgende Vorentladungen der Weg gebahnt werden muß, sowie die sich auf mehrere Hundertstel bis auf mehrere Zehntel Sekunden belaufenden Pausen zwischen den einzelnen Entladungen zu berechnen. Kombinationen eines festen mit einem bewegten sowie eines bewegten mit zwei festen (2 m Abstand voneinander) Apparaten ermöglichten ihm weitere Einblicke in den Mechanismus der Entladungsvorgänge (s. auch *M. Toepler*, Met. Zs. 1901 und *L. v. Szalay*, Met. Zs. 1903). Zur Entscheidung der Frage, ob und wieweit bei den Blitzen oszillatorische Entladungen vorkommen, sind die an sich sehr interessanten Registrierungen mittels Kohärer ungeeignet[8]), so ungeheuer wichtig für die Theorie und für die Praxis andererseits die mit dieser Frage in nähere Beziehung tretende Erforschung der funkentelegraphischen Empfangs-

[1]) *Pockels, Met. Zs. 1901* u. *Phys. Zs. 1901.*

[2]) *Kundt, Poggend. Ann. 135, 1868*; *A. Schuster, Phil. Mag. (15), 7, 1879*; *E. C. Pickering. Astrophys. Journ. 14, 1901.* Über die Farbe der Blitze s. u. a. *A. v. Obermayer, Met. Zs. 29, 433—435, 1912.*

[3]) S. hier *F. Schmidt, Met. Zs. 1905. Elektr. Zs. 1905.*

[4]) *Berlin. Ber. 1884; Wied. Ann. 25, 1885.*

[5]) *Himmel u. Erde 11, 1899.*

[6]) *Berlin. Ber. 1889, S. 781.*

[7]) *Jahrb. d. Hamb. Wiss. Anst. 20, 1903* und *27, 1910 (5. Beiheft)*; *Ann. d. Phys. 10, 1903, 18, 1905* und *19, 1906*; *Phys. Zs. 13, 1912.*

[8]) *P. Fenyi, Über Konstruktion und Funktion eines einfachen Gewitterregistrators. Natur und Offenbarung, Bd. 49. Münster, Aschendorff, 1903*; derselbe: *Gewitterregistrator. Selbstverlag der Sternwarte in Kalocsa 1901.* — Abänderung der *Fenyi*schen Versuchsanordnung s. *Met. Zs. 1903.* — Die ersten diesbezügl. Beobachtungen bei Nahgewitter wurden bereits 1895 von *Popoff* gemacht; das Ansprechen des Kohärers bei Ferngewitter wurde später von *Boggia Lera* konstatiert.

störungen[1]) ist, die z. T. auf nahe oder ferne (nach *Eccles* und *Airy* mit Sicherheit 500 km entfernte) Gewitter, z. T. aber auch — bei offenbarer Abwesenheit eigentlicher Gewitter — nur auf schnelle Potential-Schwankungen zurückzuführen sind, und für die ebenfalls ein Zusammenhang mit der täglichen Periode der Elektrizitäts-Zerstreuung vermutet worden ist. Für die Untersuchungen über die Abhängigkeit der Blitze (auch ihrer Farbe und spektralen Zusammensetzung) von den gesamten meteorologischen Verhältnissen dürfte aber noch ein weites Forschungsfeld offen stehen.

Gute Aussichten auf Erfolg dürfte auch eine Kombination von Blitzaufnahmen mit gleichmäßig bewegter Kamera und von Klanganalysen des Donners, wie sie von *W. Schmidt*[2]) [Registrierung mittels schwingender Platte sowie *Marbe*sche Methode[3]) mittels rußender schwingender Flamme] ausgeführt wurden, ergeben. Bemerkenswerte Resultate fand *Schmidt* hinsichtlich des Verhältnisses der beim Donner in die Erscheinung tretenden Schallenergie (auffällig gering) zur elektrischen Energie des Blitzes. Im Zusammenhang mit der Erkenntnis des Wesens der ersten Welle des Donners als Explosionswelle steht das *Schmidt*sche Ergebnis, daß die übliche Methode zur Bestimmung der Gewitterentfernung durchweg zu niedrige Werte liefert. Für die Bestimmung der Fortpflanzungsgeschwindigkeit von Explosionswellen ist jede genaue Feststellung der zwischen Donneranfang und dem in genau bestimmter Entfernung niedergegangenen Blitz ververstrichenen Zeit von größtem Wert.

An der Existenz der auch schon photographisch fixierten[4]) Perlschnurblitze kann ebensowenig gezweifelt werden wie an der vor allem bei heftigen, wasserreichen Gewittern auftretenden Kugelblitze. *Toeplers*[5]) künstlich erzeugte, zwischen Halbleitern übergehende Büschellichtbogen wiesen an Stellen der Strombahn, wo die Stromdichte besonders groß war, eine Bildung von Leuchtmassen auf, welche eine große Analogie mit den Perlschnur- und Kugelblitzen zeigte. Schon vorher waren elektrische Entladungen in Form feuriger Sphäroide experimentell nachgewiesen und studiert worden, so von *Du Moncel*, *Planté*[6])

---

[1]) Wesentliche Untersuchungen über funkentelegraphische Empfangsstörungen knüpfen sich u. a. an die Namen *Breyer (Diss. Halle 1914)*, *Dieckmann (Münch. Akad. Ber. 1910* sowie *Luftfahrt u. Wissensch., Berlin 1912, Heft 2)*, *Eccles (Phys. Zs. 1912*; zusammen mit *Airey*: *Proc. Roy. Soc. London 1911, vol. 85* (A)*)*, *Jenrich (Diss. Halle 1914)*, *Mosler (Elektr. Zs. 1912* u. *Jahrb. f. drahtl. Tel. 1914)*, *K. E. F. Schmidt (Phys. Zs. 1907* u. *Jahrb. d. drahtlos. Tel. 1908)* sowie *Wigand* (zusammen mit *Lutze*: *Phys. Untersuchgn. i. Freiballon, Halle 1913*). — S. auch *S. Wiedenhoff, Über die Beziehungen zwischen der Ausbreitung elektromagnetischer Wellen und den Vorgängen in der Atmosphäre. Jahrb. f. drahtlos. Tel. 1921, Heft 4, S. 242—260.* — Ebenso *Herath, Beitr. z. Phys. d. freien Atm. 1921.* — S. auch *Austin, Änderungen der Stärke radiotelegr. Signale mit der Jahreszeit, Jahrb. f. drahtl. Tel. 12, 1918.*

[2]) *Wiener Ber. 118, IIa, 1909*; *121, IIa, 1912 u. 123, IIa, 1914* sowie *Met. Zs. 29, 1912.*

[3]) *Phys. Zs. 1906*; *Marbe und Seddig, Ann. Phys. 30, 1909.*

[4]) S. d. Bericht von *Schmauss, Met. Zs.* 1910, p. 83.

[5]) *Ann. der Phys. 2, 1900*, p. 623—635 u. *Met. Zs.* 1900, p. 543—552.

[6]) *Planté, Die elektrischen Erscheinungen der Atmosphäre, ins Deutsche übers. von Wallentin. Halle a. S. 1889.*

und von *Righi*. Nach *Hesehus*[1]) ist eine außerordentlich große Ähnlichkeit des Kugelblitzes mit der von ihm beobachteten Entladungsform vorhanden, bei welcher eine Flamme brennenden Stickstoffs auftrat. Nach *B. Walter*[2]) haben wir im Kugelblitze gar keine Entladung, sondern eine stark elektrisch geladene Wasserblase zu erblicken, deren Ladung dasselbe Vorzeichen hat wie die der ganzen Umgebung. Daraus würde sich (elektrostatische Abstoßung) erklären, daß dieselbe gewissermaßen eine Scheu vor der Berührung mit anderen Gegenständen zeigt, so gedacht, daß das Zerplatzen der Blase im allgemeinen erst erfolgen würde, wenn die Erdladung durch einen in der Nachbarschaft niedergehenden Blitz neutralisiert wird. Die Erklärung scheint in der Tat häufig zuzutreffen[3]). Es sei auch das noch wenig aufgeklärte, vor allem seit *1909* (s. *Met. Zs. 1909, 1912* und *1913*) von *Knoche* in den Hochgebirgen Südamerikas beobachtete, als eine Glimmentladung großen Stils betrachtete sogenannte Anden-Leuchten erwähnt, welches sein Gegenstück in einem von *Burton*[4]) in den Berner Alpen beobachteten Phänomen haben soll. Nach *v. Schweidler* und *Kohlrausch* wäre das Anden-Leuchten möglicherweise mit den von *Lemström* als Nordlicht in geringer Höhe überm Erdboden beschriebenen Erscheinungen verwandt.

D. Polarlichter, Erdströme und Erdmagnetismus.

Die eigentlichen Nordlichter oder allgemeiner ausgedrückt Polarlichter spielen sich in viel größeren Höhen ab, und zwar ergaben die ersten *Störmer*schen Messungen im wesentlichen zwischen 40 und 200 km (die Extreme 37 und 370) liegende und die *Vegard*schen im allgemeinen noch höhere Werte (vielfach 300 bis 330 km). Es sind aber auch wesentlich größere Höhen festgestellt worden[5]). Genaueres über die verschiedenen Formen des Polarlichtes — diffuse Bogen, draperieförmige Bogen, Draperien, Strahlen, pulsierende Lichtflächen, geteilte Bänder — findet man in *Vegard*s Bericht über die neueren Untersuchungen am Nordlicht im *Jahrb. der Radioakt. u. Elektronik Bd. 14 von 1917* (*S. 383* bis *465*), mit einer guten Literaturübersicht[6]). Eingehende sorgfältige Bestimmungen des Spektrums wurden von *Carlheim-Gyllenskjöld* und neuerdings von *Vegard* ausgeführt, welcher die Linien zur Hauptsache mit denen des Stickstoffs identifizierte.

Stark ist es kürzlich gelungen, im Nordlichtspektrum die stärksten Stickstoffbogenlinien (im Gegensatz zu den Funkenlinien) nachzuweisen, welche den neuen von ihm und seinen Mitarbeitern aufgefundenen *N*-Bogenlinien entsprechen, die

---

[1]) *Phys. Zs. Bd. 2, 1900—1901, S.* 578—580.

[2]) *Met. Zs. 1909* ; *Prometheus 1915.*

[3]) S. übrigens die *L. Weber*sche Beschreibung eines merkwürdigen Kugelblitzes i. d. *Met. Zs. 1915.*

[4]) *Nature 87, 1911.*

[5]) *C. Störmer, Exemples de rayons auroraux dépassant des altitudes de 500 kilomètres au-dessus de la terre. Geofysiske Publikationer 2 (2). Kristiania 1921. 4°. 5. S., 2 Tafeln.*

[6]) S. auch die Monographien von *H. Fritz (Das Polarlicht, Leipzig 1881)* und *von Angot (Les aurores polaires, Paris 1895).*

im wesentlichen nur von positiven Strahlen (Kanalstrahlen in den *Crookes*schen Röhren), dagegen jedenfalls nicht in erheblichem Maße von Kathodenstrahlen zur Emission gebracht werden[1]). Zu diesen gehören vor allem eine violette, eine blaugrüne und eine grüne Linie. Vor allem glaubte *Stark*, die viel umstrittene eigentliche „Nordlichtlinie", welche oft auch ohne die bekannten Polarlicht-Phänomene in solcher Stärke am Himmel auftritt, daß sich nach *Wiechert* die verschiedene Intensität messend verfolgen läßt, mit der Doppellinie des Stickstoffs λ 5560 und 5565 identifizieren zu können. Er führte weiter aus, daß offenbar außer dem durch den Zusammenprall der Stickstoffmolekeln der Atmosphäre mit den Atom-Ionen entstandenen Stickstoffspektrum nach dem *Doppler*schen Prinzip ein solches vorhanden sein muß[2]), welches dem Material der Atom-Ionen entspricht und sich mit deren Geschwindigkeit sowie mit der Lage des Beobachters zur Strahlrichtung ändert. Für die Abhängigkeit von der Geschwindigkeit schien die häufig beobachtete verschiedene Höhenlage der verschiedenfarbigen Teile der Polarlichter (am Fuße der Strahlen mehr nach dem roten, in größerer Höhe mehr nach dem violetten Ende des Spektrums hin) zu sprechen.

Die von *Stark* unter der Annahme von *H*-Strahlen (Wasserstoff-Ionen) berechnete und auf Konto elektrischer Felder auf der Sonne gesetzte Geschwindigkeit der für die Entstehung des Nordlichts angenommenen Strahlen ergab sich (*Naturw. 1918, S. 765—768*) zwischen 1.10^7 und 1.10^8 cm/sec. liegend, was in gutem Einklang zu stehen schien mit der von ihm aus der Zeitdifferenz zwischen der am 9. Februar 1917 von *M. Wolf* (*Astron. Nachr. Nr. 4875 v. 21. Febr. 1917*) beobachteten Kulmination einer selten großen Fleckengruppe und dem erst am 15. Februar erfolgten Erscheinen eines intensiven Nordlichts errechneten Geschwindigkeit von 3.10^7 cm/sec. Zu beachten ist dabei aber, daß die Schätzungen *Maunders* und *Riccos* (s. *Arrhenius, Lehrb. d. kosm. Physik, S. 139*) zu wesentlich geringeren Werten für diese Zeitdifferenzen geführt haben, und daß umgekehrt bei derartigen Erklärungsversuchen auch die zu erwartende Ablenkung von der Sonne ausgehender korpuskularer Strahlen durch das von *Hale* aus dem *Zeeman*-Effekt erschlossene allgemeine Sonnen-Magnetfeld von etwa 25 *Gauß* (bei den Sonnenflecken Feldstärken bis 3000 *Gauß* gefunden) zu berücksichtigen ist, wie es von *Birkeland*[3]) geschah. Eine andere Frage ist die, ob man bei dem Fehlen eines deutlichen *Stark*-Effekts (Aufspaltung von Spektrallinien durch ein elektrisches Feld)[4]) auf der Sonne die Existenz der für die Aussendung von *H*+-Strahlen nötigen elektrischen Felder annehmen kann[5]).

Nach *Arrhenius* sollte kosmischer, negativ geladener Staub, der durch den

---

[1]) *J. Stark, Das Nordlichtspektrum ein Spektrum positiver Strahlen, Ann. der Phys., 54, 598—614, 1918*; s. auch *Stark* i. d. *Naturw. 1918, Heft 13.*

[2]) S. über den „*Stark*-Effekt" in d. Lehrbüchern d. Physik.

[3]) S. hierzu auch p. 899—900 in *L. Vegard, Über die physikal. Natur der kosmischen Strahlen die das Nordlicht erzeugen. Ann. der Phys., Bd. 50. 1916.*

[4]) *J. Stark, Elektrische Spektralanalyse chemischer Atome. Physikal. Bibliothek. Bd. 1. Leipzig, Hirzel, 1914* (wo auch ein vollständiges Literaturverzeichnis vorhanden).

[5]) S. hierzu: *Arrhenius, Das Werden der Welten. Leipzig 1908. S. 100. — Reichenheim, Ann. der Phys. 33, S. 747, 1910. — Deslandres, Compt. rend. 158, p. 1137, 1914* und *Salet u. Millochau, Compt. rend. 158, p. 1000, 1914.*

Strahlungsdruck der Sonne fortgetrieben wird, die Ursache für das Polarlicht sein. Die Theorien von *Paulsen* und vor allem von *Birkeland* (von ihm sowie *Villard* experimentelle Untersuchungen an Modellen) rechneten mit von der Sonne ausgehenden, der Wirkung des erdmagnetischen Feldes ausgesetzten Kathodenstrahlen, welche die stark verdünnte Luft zum Leuchten bringen (dieser Gedanke zuerst von *Goldstein — Wied. Ann. 12, 1881* — geäußert). *Störmer*[1]) führte eine eingehende mathematische Analyse der Bewegung von der Sonne ausgehender elektrisch geladener Teilchen im erdmagnetischen Felde für verschiedene Strahlentypen durch und zeigte, daß sich so alle charakteristischen Eigenschaften des Polarlichtes (Nordlichtdraperie als verzerrte Abbildung der erzeugenden Stelle, einer Sonnenfackel, aufgefaßt) erklären lassen. Die seiner Theorie zunächst entgegenstehende Schwierigkeit, daß die sich aus der Rechnung ergebende Lage maximaler Nordlichthäufigkeit (zwischen 2° und 8° vom magnetischen Pol entfernt) von der tatsächlich vorhandenen (ca. 20° entfernt) erheblich abweicht, überwand er durch die Annahme eines in größerem Abstande die Erde in ihrer Äquatorebene umkreisenden, in seiner Gesamtheit einen elektrischen Strom darstellenden Elektronenschwarmes, welcher die Zone größter Häufigkeit in niedrigere Breiten herabzuziehen bestrebt ist. Ein solcher, im Zusammenhang mit starker Flecken- und Fackelbildung auf der Sonne besonders reichlich auftretender Schwarm würde nach ihm einen starken variablen Strom um den Äquator, magnetische Stürme und Polarlichter in besonders niedrigen Breiten bedingen[2]). Nach *Lenard*[3]), dessen Berechnungen auf der Annahme von offenbar zu niedrigen Polarlichthöhen basierten, führte die Annahme von β-Strahlen uns noch unbekannter Stoffe auf der Sonne, deren Geschwindigkeit bis nahe an die Lichtgeschwindigkeit heranreicht, unter Berücksichtigung der vor allem von ihm selber ermittelten Absorptionsverhältnisse in verschiedenen Gasen sowie der magnetischen Ablenkbarkeit zu durchaus plausiblen Ergebnissen hinsichtlich des Eindringens der Strahlen in die Atmosphäre und der dadurch verursachten Leuchterscheinungen. Später hatte sich aber offenbar sowohl durch die Untersuchungen *Vegards*[4]), die das Nordlichtspektrum, die Verteilung der Gase in der

[1]) S. die wichtigste seiner Abhandlungen: *Sur les trajectoires des corpuscules électrisés dans l'espace sous l'action du magnétisme terrestre, avec application aux aurores boréales. Arch. des Scienc. Phys. et Nat. Genève 1907.* — Eine sehr hübsche Darstellung dieser Untersuchungen an Hand von Abbildungen der *Störmer*schen Modelle des Strahlenganges findet sich bei *A. Wegener, Neuere Forschungen auf dem Gebiete der atmospärischen Physik* in *Abderhaldens Fortschritten der Naturw. Forschung, Bd. 3. Berlin u. Wien 1911*, wo die Ergebnisse der Aerologie, die Fortschritte der Wolkenkunde und die Erforschung der obersten Atmosphärenschichten besprochen werden.

[2]) Über die Zusammenhänge zwischen Flecken, Fackeln, magnetischen Stürmen und Polarlichtern s. u. a. *Pringsheim, Vorlesungen über die Physik der Sonne. Leipzig, Teubner, 1910* sowie *Astrophysik von J. Scheiner, bearbeit. von K. Graff. Leipzig, Teubner, 1922, S.* 238—243. Kurz darüber auch in *Pringsheim, Physik der Sonne*, im Band *Astronomie der Kultur der Gegenwart, Teubner 1921.*

[3]) *Ph. Lenard, Über die Strahlen der Nordlichter. Heidelberg. Ber. 1910.* — *Derselbe, Über die Absorption der Nordlichtstrahlen in der Erdatmosphäre, a. a. O. 1911.*

[4]) S. u. a. *L. Vegard und O. Krogness, Die Höhe des Nordlichts vermittels parallaktischer Aufnahmen an dem Haldde-Observatorium. Ann. der Phys. 51, 1916.*

Atmosphäre und die Polarlichtzone berücksichtigen, als auch vor allem durch die schon erwähnten *Stark*schen Arbeiten, die Wage stark zugunsten der Annahme geneigt, daß das Polarlicht im wesentlichen durch positive Strahlen erzeugt wird (von *Vegard* α-Strahlen angenommen). Anderseits haben die *Vegard*schen zur Entscheidung der Frage des Vorzeichens der das Leuchten bedingenden Strahlen durchgeführten Parallelbeobachtungen von Polarlichtern und magnetischen Stürme ergeben, daß die Polarlichter auf tiefer, die magnetischen Stürme auf höher gelegene Stromsysteme zurückzuführen sind.

Daran, daß die Sonne die direkte Quelle der hier in Frage kommenden Strahlen ist, kann wohl nicht mehr gezweifelt werden, wobei nur an die mit der Periode der Sonnenflecken übereinstimmende nahezu 11jährige, an die 26tägige (Sonnenrotation) und an die nach *Ekholm* und *Arrhenius* im Zusammenhang mit der Anordnung der Flecken in zwei dem Sonnenäquator parallelen Gürteln[1]) stehende jährliche Doppelperiode des Nordlichts (Maxima im März und September, Minima im Juni und Dezember) sowie an die Nordlichtdraperien erinnert sei. — Daß man aber trotz aller Fortschritte noch weit von der Lösung des Problems entfernt ist, wurde sehr deutlich auf dem 1918 in Göteborg tagenden, wesentlich unter dem Zeichen der Polarlichtforschung stehenden skandinavischen Geophysikerkongreß[2]) zum Ausdruck gebracht. Durch die sehr exakten, wie es scheint, merkwürdigerweise von *Störmer*[3]) in einer neueren größeren Arbeit nicht erwähnten Messungen *Sliphers*[4]), der für die „Nordlichtlinie" $\lambda = 5578.0$ fand, ist auch der *Stark*schen Theorie eine starke Stütze entzogen. An sich wäre natürlich im Hinblick auf die sonst zu erwartende starke Aufladung der Sonne eine gleichzeitige Abgabe positiver und negativer Teilchen nicht nur denkbar, sondern sogar sehr wahrscheinlich. Dieser Gedanke ist weiter ausgeführt worden von *Vegard*, welcher durch die verschieden starke Ablenkbarkeit der α- und β-Strahlen durch das magnetische Sonnenfeld sowie daraus, daß die Erde niemals weit vom Sonnenäquator entfernt ist, erklären möchte, daß wir vorzugsweise positive Strahlen beobachten.

Was die in engstem Zusammenhang mit dem Polarlicht stehenden erdmagnetischen Störungen betrifft, so zeigte *Schuster* (unter Annahme von Elektronen), daß aus verschiedenen Gründen die *Birkeland*sche Auffassung der magnetischen Störungen als unmittelbarer Stromwirkung der bewegten elektrischen Teilchen unhaltbar sei. Erwähnt muß dabei werden, daß die Rechnung trotz der nötigen Annahme der Zerstreuung eines Elektronenschwarmes durch starke eigene elektrostatische Kräfte (gegenseitige Abstoßung der Korpuskeln) nach *Ad. Schmidt* das Bestehen eines für die Erklärung des Herabziehens der Zone maximaler Nordlichthäufigkeit in verhältnismäßig niedrige Breiten nötigen flachen, breiten Ringes derselben zulassen würde. An die Stelle direkter Sonnenenergie

[1]) *Arrhenius, Das Werden der Welten. Leipzig 1907, Akad. Verlagsges. m. b. H.*

[2]) S. dazu *Naturw. 1918, S. 765—768.*

[3]) *C. Störmer, Rapport sur une expédition d'aurores boréales à Bossekop et Store Korsnes pendant le printemps de l'année 1913. Geofysiske Publikationer 1 (5). Kristiania 1921. 4°. 269 S., 104 Tafeln.* (Ref. s. *Met. Zs. 1922. S. 94—95.*)

[4]) *V. M. Slipher, Astrophys. Journ. vol. 49, 1919, I. p. 266—275.*

tritt nach *Schuster* eine im wesentlichen aus dem Vorrat der Erde stammende Energie (Erdrotation), welche durch die Elektronenschwärme die magnetischen Stürme auslöst. Den Ausgangspunkt seiner weiteren Entwickelungen bildet der zuerst von *Balfour Stewart* geäußerte Gedanke einer bei der Bewegung der höheren, als stark elektrisch leitend angenommenen Atmosphärenschichten im erdmagnetischen Felde eintretenden Induktionswirkung[1]). Bei der Berechnung der zur Erzeugung der beobachteten erdmagnetischen Schwankungen nötigen periodischen Ortsveränderungen der leitenden Luftschichten gewinnt er das Resultat eines innigen Zusammenhanges der Periode der täglichen Barometerschwankung mit der der erdmagnetischen Elemente, wobei man sich vorzustellen hat, daß die zwei größeren der früher erwähnten täglichen Luftdruckwellen mit der Sonne über die Erde hinwegziehen und so auch periodische horizontale Luftbewegungen verursachen. Die Erklärung der unperiodischen Schwankungen (Störungen) erfordert außerdem die Annahme einer Steigerung sowie eines raschen Wechsels in der Leitfähigkeit der höheren Atmosphärenschichten, sei es nun, daß diese auf Stoß-Ionisation durch eindringende Elektronen, auf ultraviolette Bestrahlung, oder auf andere Faktoren zurückgeführt wird. *A. Schmidt*[2]) macht allerdings in seiner, wesentlich den Standpunkt des Mathematikers vertretenden, ausgezeichneten kritischen Darstellung unseres ganzen Wissens vom Erdmagnetismus und den Nachbargebieten (Polarlicht und Erdstrom) darauf aufmerksam, daß man, wenn man dabei auch auf quantitative Schwierigkeiten stoße, im Hinblick auf die notwendig anzunehmende eigenartige Gestaltung der Luftbewegung für die Erklärung der Störungstypen außer dem Moment der Leitfähigkeit auch das der elektrostatischen Wirkung der eindringenden Ladung berücksichtigen müsse. Einer etwaigen, die Leitfähigkeit erhöhenden Wirkung der ultravioletten Strahlung wird *Schuster* durch Berücksichtigung des Sonnenstandes (mehr oder weniger starke Absorption) gerecht.

Hier findet *Gockel*[3]) die Brücke zum Verständnis etwaiger (*Zölss, Angenheister*) — wenn auch nicht besonders naher — Beziehungen zwischen den regelmäßigen Perioden der erdmagnetischen (Deklination, Inklination, Horizontal- und Vertikalintensität) und der luftelektrischen Elemente, so gedacht, daß die Veränderung der Strahlungsintensität auf dem Umwege über den Wechsel der meteorologischen Verhältnisse die luftelektrischen Instrumente und entsprechend direkt die Leitfähigkeit der oberen Luftschichten und damit auch die von den höheren Stromsystemen abhängigen erdmagnetischen Verhältnisse beeinflußt. Was die Beziehungen zwischen erdmagnetischen Störungen und luftelektrischen Vorgängen betrifft, so erhofft er weitere Aufschlüsse durch Einsicht in das Wesen der im Zusammenhang mit den magnetischen Gewittern auftreten-

---

[1]) *A. Schuster, Proceed. Roy. Soc. 42, 373, 1887; Phil. Transact. A 180, 467—513, 1889* und *208*, p. *163—204, 1908; Journal de physique 6, 937, 1907. Derselbe: Ergebnisse der Physik während 33 Jahren (deutsch von G. Szivessy, 1913 bei J. A. Barth), S. 126—136.*

[2]) *A. Schmidt, Encykl. d. math. Wiss., 6, Bd. I, Heft 4, S. 266—396.*

[3]) *Über den elektrischen Strom Erde—Luft und seinen Zusammenhang mit den Erdströmen und den Schwankungen des erdmagnetischen Feldes. Terrestr. Magnetism and Atmospher. Electric. März 1912 (20 S.)* und *Über den luftelektr. Vertikalstrom und dessen Zusammenhang mit dem Erdmagnetismus und den Erdströmen. Phys. Zs. 1911. S. 1046—1047.*

den (häufig Störung im telegraphischen Verkehr), im Jahre 1847 entdeckten Erdströme[1]), deren normaler täglicher Gang eine auffällige Ähnlichkeit mit dem Verlaufe des Potentialgefälles zeigt. Allerdings sind die Variationen des Erdstromes in kurzen Leitungen, wie sie von *Bachmetjew*[2]) (180 m), *Lamont*[3]), *Lemström*[4]) (4 km) und *Wild*[5]) (1 km) festgestellt wurden, im Gegensatz zu den von *Tromholt*[6]) und von *Weinstein*[7]) in langen Leitungen (300, 380, 1000 und 1300 bei *Tr.* bzw. 120 und 262 km bei *W.*) beobachteten Schwankungen offenbar mehr lokaler Art, indem die durch die Gegensätze zwischen niederschlagsreichen Gegenden und Trockengebieten, durch Schwankungen der Höhe des Grundwassers oder durch sonstige, auch die luftelektrischen Phänomene stark beeinflussende lokale meteorologische Schwankungen hervorgerufenen Ströme die durch kosmische Ursachen bedingten überdecken. Für diese Auffassung eines mehr lokalen Vorganges sprechen besonders stark die Beobachtungen der Ströme in geneigten Linien (s. *Baumgartner* und *Matteuci*). Was die wesentlich in langen Linien zum Ausdruck kommenden Beziehungen zwischen den Schwankungen der Erdströme und des Erdmagnetismus betrifft, so mußte *Steiner*[8]) aus der gleichsinnigen Änderung der westöstlichen Komponente des Erdstroms und der dazu senkrecht stehenden nordsüdlichen Komponente der Horizontalintensität schließen, daß die westöstliche Komponente die Ursache der magnetischen Variation sei. Umgekehrt ergab die Übereinstimmung der Kurve der Nordsüd-Komponente mit dem Gange der Änderungs-Geschwindigkeit der Westost-Komponente der Horizontal-Intensität mit der Zeit die Abhängigkeit der Nordsüd-Komponente des Stromes von den Schwankungen des Erdmagnetismus. Eine genauere Analyse führte *Steiner* zu der Ansicht, daß bei der Einwirkung der westöstlichen Stromkomponente auf die nordsüdliche magnetische vornehmlich äußere Kräfte wirken, so daß man demnach die äußeren Ostwestströme im *Schuster*schen Sinne als unmittelbare Ursache innerer Westströme und als mittelbare Ursache der entsprechenden Schwankungen der erdmagnetischen Komponente anzusehen hätte. Umgekehrt ergaben sich für die Schwankungen der meridionalen Stromkomponente innere Kräfte als Ursache. Zusammenfassend stellt daher *Nippoldt*[9]) die Variationen sowohl des Erdstroms in langen

---

[1]) *W. H. Barlow, On the spontaneous electrical currents observed in the wires of the electric telegraph. Phil. Transact. 1849, p. 61.* — An Monographien über den Erdstrom sind vor allem zu nennen: *B. Weinstein, Die Erdströme im deutschen Reichstelegraphengebiet und ihr Zusammenhang mit den erdmagnetischen Erscheinungen. Braunschweig, Vieweg, 1900; E. Blavier, Étude des courants telluriques. Paris, Gauthiers-Villars, 1884* und *J. Lamont, Der Erdstrom und der Zusammenhang desselben mit dem Magnetismus der Erde. Leipzig 1862.*

[2]) *P. Bachmetjew, Pétersb. Acad. Mém. 1901.*

[3]) *L. cit.*

[4]) *Finnisches Polarwerk 1882/83, Bd. III. Helsingfors 1898.*

[5]) *H. Wild, Pétersb. Acad. Mém. 1883, Nr. 12.*

[6]) *S. Tromholt, Under Nordlysets Straaler, p. 297. Kopenhagen, F. Hegel, 1885.*

[7]) *L. cit.*

[8]) *L. Steiner, On Earth-currents and magnetic variations. Terrestr. Magnet. and Electricity 13,* p. *57—62, 1908.*

[9]) *A. Nippoldt, Über das Wesen des Erdstromes. Met. Zs. 1911, S. 244—261.* — Als

Linien als auch des Erdmagnetismus als das Wechselspiel der äußeren äquatorealen und der inneren meridionalen elektrischen Ströme im Verein mit dem Felde des beharrlichen, natürlich ablenkend auf die inneren meridionalen Ströme wirkenden, Magnetismus dar.

Was den beharrlichen Erdmagnetismus betrifft, so unterschied sich die *Gauß*sche Theorie von allen früheren (*Gilbert*, *Tobias Mayer*, *Hansteen*) fundamental dadurch, daß sie nicht von bestimmten Voraussetzungen bezüglich der Lagen-, Form- und Größenverhältnisse etwa im Erdinnern vorhandener magnetischer Massen ausging, sondern von der Fragestellung, wie der Magnet beschaffen sein müsse, um den Beobachtungen zu genügen, Kugelgestalt der Erde vorausgesetzt. So berechnete *Gauß* für bestimmte Orte mittels Reihen, die nach dem *Sinus* und *Cosinus* der einfachen, doppelten usw. geographischen Länge und Breite entwickelt und bei denen die Koeffizienten aus den Beobachtungen berechnet waren, zunächst das Potential[1]). Hieraus leitete er die Werte für die nordsüdliche, westöstliche und die vertikale Komponente der erdmagnetischen Kraft ab, woraus sich dann durch Einsetzen der entsprechenden Werte für die geographische Länge und Breite die Deklination, Inklination und die totale Intensität für jeden Punkt der Erdoberfläche gewinnen ließen. Da das Beobachtungsmaterial noch ziemlich lückenhaft war (dringend erwünscht war zum mindesten die Kenntnis der möglichst gleichzeitig an 8 genügend weit voneinander entfernten Orten bestimmten drei Elemente des Erdmagnetismus), so mußte zur Reduktion auf einen bestimmten Zeitpunkt die mit der Lagenänderung der magnetischen Achse zusammenhängende, von *Bauer*, *v. Bezold*, *Carlheim-Gyllenskjöld* und *Felgenträger* näher untersuchte säkulare Periode der erdmagnetischen Elemente (z. B. Deklination in London i. J. 1580 ca. 11° östlich, 1658 durch 0° hindurchgehend, 1812 größte westliche Ablenkung) herangezogen werden, die übrigens insofern zusammengesetzter Natur zu sein scheint, als sich der Magnetismus der tieferen Schichten und derjenige der äußersten Erdrinde offenbar unabhängig voneinander ändern. Unter Benutzung besserer Beobachtungsdaten lieferten *Neumayer* und *Peters* eine Neuberechnung für 1885. Wenn nun auch die *Gauß*sche Theorie bestätigt hat, daß der Erdkörper als Sitz des Hauptanteils des erdmagnetischen Feldes anzusehen ist, wogegen die Variationen überwiegend von äußeren Kräften herrühren, so bleibt es doch eine Frage für sich, ob der Magnetismus von tellurischen Eisen-

---

weitere zusammenfassende Arbeit siehe *J. E. Burbank, Earth-currents and a proposed method for their investigation. Terrestr. Magn. 10 (1905).*

[1]) Das Potential $V = \frac{m}{r}$ steht zu der auf die Masseneinheit von der im Abstande r wirkenden Masse m ausgeübten Kraft $\frac{m}{r^2}$ (konstanter Faktor = 1 gesetzt) in der Beziehung, daß $\frac{dV}{dr} = -\frac{m}{r^2}$ ist. Physikalisch bedeutet das Potential in einem Punkte r eines Kraftfeldes den Arbeitsaufwand, der nötig ist, um die Masseneinheit aus unendlicher Entfernung nach r zu bringen. Die Kraft in der Richtung x ist $= -\frac{m}{r^2} \cdot \cos \alpha$, wo $\alpha =$ dem Winkel zwischen der Richtung x und der Kraftlinie ist. Entsprechend für die auf x senkrecht stehenden Richtungen y und z.

massen herrührt, oder etwa von Strömen im Innern der Erde. Nach dem heutigen Stande des Wissens scheinen, soweit nicht etwa die Magnetisierung der Erdrinde in Frage kommt, der ersteren Auffassung größere Hindernisse (zu hohe Temperatur im Erdinnern) entgegen zu stehen, wenn auch im Hinblick auf den hohen Druck im Innern die Möglichkeit des Bestehens einer Magnetisierung trotz der hohen Temperatur nicht von der Hand zu weisen ist. Es ist hier nicht der Ort, zu untersuchen, ob bzw. wieweit der in diesem Zusammenhange gebrachte Hinweis auf den von *Hale* nachgewiesenen Magnetismus der glühenden Sonne berechtigt ist. Dafür mag aber kurz an *Birkelands* Versuch erinnert werden, den Sonnenmagnetismus in Beziehung zu setzen zur Anordnung der als Ausgangspunkt von Kathodenstrahlen gedachten Sonnenflecken. Von diesem Gesichtspunkt aus hält *Nippoldt* es für möglich, daß der Sonnenmagnetismus eine 11jährige Periode aufweist.

Wie ein Einblick in die verschiedenen isomagnetischen Linien (Isogonen = Mißweisungsgleichen, Isoklinen = Neigungsgleichen, Total-Isodynamen = Linien gleicher Total-Intensität, Vertikal-Isodynamen = Linien gleicher Intensität der Vertikal-Komponente, Horizontal-Isodynamen = Linien gleicher Intensität der Horizontal-Komponente — letztere Komponente wieder in die Nordsüd- und die Westost-Komponente zu zerlegen —, Niveaulinien oder Äquipotentiallinien — zu denen die Kraft in jedem ihrer Punkte senkrecht steht — und vor allem die von *v. Bezold* eingeführten Isanomalen des erdmagnetischen Potentials = Abweichungen vom Mittel des für jeden Breitenkreis berechneten Potentials) der magnetischen Karten zeigt, kann — ganz abgesehen von rein örtlichen magnetischen Störungen, wie sie beispielsweise bei den Schnarcher-Klippen im Harz zutage treten — von einer regelmäßigen Verteilung des Erdmagnetismus keine Rede sein. Daher muß man sich vorstellen, daß das normale, einer regelmäßigen Magnetisierung entsprechende Feld von einem anormalen überdeckt ist. Von letzterem wird angenommen, daß es im Zusammenhang steht mit dem geologischen Aufbau der Erdkruste, mit der Verteilung von Land und Wasser, und daß es, da sich diese offenbar nur in geologischen Zeiträumen wesentlich ändert, lange konstant bleibt, wobei von *Nippoldt* zu bedenken gegeben wird, daß hier die Verteilung der Temperatur (Lufttemperatur, Erdtemperatur) als der wesentlich maßgebende Faktor anzusehen ist. Demnach wäre der Hauptteil der säkularen Änderung beim normalen Felde zu suchen. Dieses hätte man wieder in ein inneres und ein äußeres zu zerlegen, indem das erstere auf den Magnetismus des Erdkörpers zurückzuführen wäre, wogegen das äußere dem Sitz der Ursachen der täglichen Variation und der Störungen entsprechen würde. In sehr hübscher Weise hat *A. Schmidt*[1]) die Beteiligung äußerer Kräfte am Zustandekommen der säkularen Variation klargemacht.

Erinnert muß noch an den u. a. von *van Bemmelen* und *G. Neumayer* untersuchten Mondeinfluß sowie an den besonders von *E. Leyst* studierten Einfluß der Planeten werden. Wie bei der Sonne, so ist auch hier an magnetische Wirkungen jedenfalls nur in äußerst beschränktem Maße zu denken. Im

[1]) *Abhandlgn. d. Met. Inst. zu Berlin, Nr. 217, 1910.*

wesentlichen scheint eine Hemmung bzw. Begünstigung des Sonneneinflusses in Frage zu kommen. — Bei dem vielfach behaupteten Einfluß der Erdbeben handelt es sich offenbar entweder um Erschütterungen oder um ein zufälliges Zusammentreffen. — Was den täglichen Gang des Erdmagnetismus betrifft, so ist er in der Regel in der Nacht verhältnismäßig unregelmäßig und weist eine geringe Amplitude auf, dagegen am Tage regelmäßiger mit wesentlich größerer Amplitude. Die größere Amplitude am Tage deutet schon darauf hin, daß der tägliche Gang der Magnetnadel ebenso wie der Jahresgang wesentlich von der Besonnung abhängt. Die prinzipiellen Unterschiede zwischen Tag und Nacht kommen am besten zum Ausdruck in dem durch *v. Bezold* von *Gauß* übernommenen und von ihm in die Wissenschaft eingeführten Verfahren der Zeichnung eines Vektordiagramms, bei dem für jede Stunde des Tages durch Abtragen der Δx und Δy vom Anfangspunkt eines rechtwinkligen Koordinatensystems aus die zugehörigen Punkte P gefunden werden, deren Verbindungslinie eine geschlossene Kurve liefert. — Bei den täglichen Registrierkurven geben die sogenannten Charakterzahlen[1]) ein für die statistische Forschung sehr wertvolles zahlenmäßiges Bild der Störungen. Neuerdings hat man auch damit begonnen, der Richtung und Gestalt der einzelnen Abweichungen das Augenmerk zuzuwenden. Wohl in den seltensten Fällen verlaufen die Kurven völlig glatt. Nach *Nippoldt*s Untersuchungen baut sich aber bei genügender Empfindlichkeit der Apparate selbst bei glattestem Kurvenverlaufe die Gesamtvariation aus kleinsten Wellen auf, jenen von *Balfour-Stewart* entdeckten und hernach besonders von *Eschenhagen* und dann auch von *Ebert* untersuchten kleinsten Elementarwellen, welche zum Teil gleichzeitig an weit voneinander entfernten Orten auftreten, nach *A. Schmidt* zum Teil aber auch Zeit benötigen, um sich von einem zum anderen Ort fortzupflanzen. *Eschenhagen* erreichte eine besonders scharfe Analyse durch Empfindlichkeits-Steigerung der Variometer und die schnelle Bewegung des Registrierpapiers. *Ebert*, welchem die Aufzeichnung von Wellen bis zu 0.025 Sekunden Schwingungsdauer gelang, erwarb sich besondere Verdienste durch Beseitigung des Trägheitsmoments bei den von ihm verwandten Apparaten.

Abgesehen von der mit zahlreichen Literaturangaben versehenen *Schmidt*schen Arbeit findet man die wichtigste Literatur (Lehrbücher und zusammenfassende Darstellungen, Geschichte, Theorie, Kartenwerke, Anleitung zum Beobachten, deutsche magnetische Landesaufnahmen und periodische Veröffentlichungen) über den Erdmagnetismus sowie über verwandte Erscheinungen (Erdstrom, Polarlicht) bei *Nippoldt, Erdmagnetismus, Erdstrom und Polarlicht, Sammlung Göschen, Nr. 175, 1921* (3. verbesserte Auflage). Auch sei hingewiesen auf *Nippoldt*s Bearbeitung der erdmagnetischen Erscheinungen in *Müller-Pouillets Lehrbuch der Physik, 10. Aufl.*, (Bd. 4, 2. und 3. Abteil., herausgegeben 1914), hinsichtlich des Polarlichtes auf *Angenheister*s Beitrag im *Handwörterbuch d. Naturw. Bd. 7, Jena 1912*, auf *H. Fritz, Das Polarlicht, Internat. wiss. Bibl. 49, Leipzig 1881*, auf *W. Beller, Das Südlicht* i. d. *Beitr. zur*

[1]) *R. Pflüger, Störungen der erdmagnetischen Deklination. Eine Klassifikation der Kurvenbilder. Mitteilungn. der V. A. P. 1919, Heft 8/9. — Derselbe, Dissert. Kiel 1920.*

Geophysik, Bd. 3, Leipzig 1898 sowie endlich hinsichtlich des Erdstroms auf die ausführliche vorhin erwähnte *Weinstein*sche Studie[1]). Die Anleitung zu erdmagnetischen Beobachtungen wird allgemeinverständlich in den unten angegebenen Werken[2]) behandelt, während *Lamonts Handbuch des Erdmagnetismus, Berlin 1849*, nur für durchgebildete Physiker in Frage kommt.

In neuerer Zeit wird die Arbeit der magnetischen Warten stark durch die elektrischen Straßenbahnen mit Oberleitung und Rückleitung durch die Schiene gestört; diese schädlichen Wirkungen sollen bis zu Abständen von 8, ja 14 km fühlbar sein. Brauchbare magnetische Reise-Theodolite liefern *Carl Bamberg in Berlin-Friedenau* (Askaniawerke A.-G.) und *W. Schulze in Potsdam*, brauchbare Marine-Deklinatoren *Bamberg* sowie *Seemann in Hamburg*. — Messungen der Erdströme sind mit besonderer Vorsicht auszuführen, indem, von anderen Störungsquellen abgesehen (in der Nähe von Elektrizitätswerken und mit Wechselstrom betriebenen Hochspannungsleitungen auftretende „vagabundierende" Ströme, in den höheren Schichten des Erdbodens bzw. in den Drahtleitungen des eingeschalteten Galvanometers induzierte Ströme), vor allem zu bedenken ist, daß durch irgendwelche, noch so kleine Verschiedenheiten an der Oberfläche der ins Erdreich versenkten Metallplatten bzw. Verschiedenheiten hinsichtlich der Natur des Bodens Potentialdifferenzen verursacht werden. Damit nicht das System selbst als Batterie wirkt, ist ein beträchtlicher Plattenabstand erforderlich. — Bei der Beobachtung von Polarlichtern[3]) hat man vor allem auf Farbe (Spektrum), Helligkeit, Gestalt und Lage der einzelnen Gebilde (Angabe der Sterne, auf welche dieselben projiziert erscheinen) und ihre Bewegungen zu achten, und zwar unter möglichst genauer Angabe der Zeit der verschiedenen Phasen (Anfang, Höhepunkt, Ende) und des Ortes. Zur Bestimmung der Intensität wird nach *Nippoldt* von *Weyprecht* eine einfache Methode erwähnt, welche in der Feststellung der Entfernung, bei welcher ein bestimmtes, von einer Person gegebenes Zeichen gerade nicht mehr zu erkennen ist, und in weiterer, späterer Feststellung der Vollmondshöhe, bei welcher dieser Effekt in der nämlichen Entfernung eintritt, besteht. Zur Bestimmung der Lage der einzelnen Gebilde empfahl seinerzeit *Weinstein* das bei Gelegenheit der internationalen Polarexpedition von 1882 in Labrador erprobte, von *v. Gothard* für die Beobachtung von Sternschnuppen konstruierte Meteoroskop mit Beleuchtungslaterne[4]). Rohe Höhenbestimmungen lassen sich schon mit Hilfe zweier Theodoliten ausführen, welche an zwei telephonisch miteinander verbundenen Punkten aufgestellt sind. Bei dem raschen Wechsel des Phänomens und der Schwierigkeit einer genauen Kennzeichnung der ins Auge zu fassenden Stelle

[1]) Ziemlich eingehend werden Polarlicht, Erdmagnetismus usw. auch im *Lehrb. d. kosm. Physik von Arrhenius* behandelt.

[2]) *Eschenhagen, Erdmagnetismus. Sep.-Abdruck aus der Anleitung zur deutschen Landes- und Volksforschung. Stuttgart 1889. — Liznar, Anleitung zur Messung und Berechnung der Elemente des Erdmagnetismus. Wien 1883. — Neumayer, Anleitung zu wissenschaftlichen Beobachtungen auf Reisen. 3. Aufl. 1906. — Handbuch für Küstenvermessungen. Herausgegeben vom Reichsmarineamt. 1. Band. Berlin 1906.*

[3]) *B. Weinstein, Über die Beobachtung von Polarlichtern (5. Arbeitsgruppe). Mitteilgn. d. V. A. P. Jahrg. 2. Heft 3. 1892.*

[4]) *Zs. f. Instrumentenkunde. Bd. 4. S. 387—390. 1884.*

bringt aber diese Methode die große Gefahr völlig wertloser Messungen. Daher hat sich *Störmer* ein großes Verdienst erworben durch seine auf der Anwendung äußerst lichtstarker Objektive und sehr empfindlicher photographischer Platten beruhenden, exakten, mehr und mehr verfeinerten (die Belichtungszeit konnte schon 1911 unter 1 Sekunde herabgesetzt werden) Höhenbestimmungen des Polarlichtes mittels der photogrammetrischen Methode, bei der aus der verschiedenen Lage bestimmter Stellen der von zwei Stationen aus gewonnenenen Aufnahmen zu bekannten Sternen die Höhe irgendeines identifizierbaren Punktes des Phänomens bestimmt werden konnte, und welche sogar kinematographische Aufnahmen zuläßt. Hier, wie überall in der kosmischen Physik, ist genaueste Zeitbestimmung erstes Erfordernis. — Die Kombination von Höhenbestimmungen mit Spektralaufnahmen zwecks Analyse der Bestandteile der Atmosphäre in den verschiedenen Schichten ist schon im Jahre 1906 von *W. Foerster* stark befürwortet worden[1]). Was die spektrale Untersuchung betrifft, so dürfte für unsere Breiten besonders stark die Verfolgung der nach *Wiechert* und anderen Forschern vielfach im diffusen Lichte des Nachthimmels (namentlich im Norden) mit Spektralapparaten zu verfolgenden Nordlichtlinie in Frage kommen, indem sich mit lichtstarken Instrumenten sogar die verschiedene Intensität ermitteln lassen soll, mit welcher sie sich über den Himmel verteilt. — Zu beachten sind auch die mattweißen, *Cumulis* täuschend ähnlich sehenden, plötzlich auftretenden und ebenso plötzlich verschwindenden, meist nur sehr kurz dauernden Gebilde. Nicht zu verwechseln hiermit sind die niedrigen selbstleuchtenden Nachtwolken, wie sie von *Pröll*, *A. Stentzel* und anderen beobachtet worden sind (z. B. *Met. Zs. 1900 u. 1904*).

Schließlich bemerken wir, die auf S. 573—577 gemachten Mitteilungen ergänzend, daß am Tage in der Nähe der Sonne gelegentlich irisierende Wolken[2]) gesehen werden vom Charakter eines kleinkörnigen Cirrocumulus, die in Perlmutterfarben spielen und daher auch Perlmutterwolken genannt werden. Die Farben werden — s. *Mc. Connel*[3]) und *G. C. Simpson*[4]) — durch Beugung an Eisnadeln oder unterkühlten Tropfen erklärt. Man sollte den Abstand dieser ebenso schönen wie rasch vergänglichen Gebilde von der Sonne nach Azimut und Höhe im Winkelmaße schätzen und vor allem gute Orts- und Zeitangaben hier so wenig versäumen wie in allen übrigen Zweigen der meteorologischen Optik. Verwechslung mit Halo-Gebilden ist bei einem aufmerksamen Beobachter nicht zu befürchten. Chr. Jensen.

[1]) *W. Foerster, Von der Erdatmosphäre zum Himmelsraume. Berlin u. Leipzig 1906.*
[2]) *Th. Arendt, Irisierende Wolken, Das Wetter, Bd. 24, 1897.*
[3]) *Mc. Connel, Phil. Mag., vol. 25, 1887.*
[4]) *G. C. Simpson, Quart. Journ. Roy. Met. Soc., vol. 38, 1912.*

Einige oft gebrauchte Formeln und Zahlen.

Ebene Trigonometrie.

Vorzeichen der Winkelfunktionen in den 4 Quadranten:

	sin	cos	tg	ctg
I	+	+	+	+
II	+	−	−	−
III	−	−	+	+
IV	−	+	−	−

Grenzwerte und besondere Werte:

	0°	90°	180°	270°	30°	45°	60°
sin	0	1	0	−1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$
cos	1	0	−1	0	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$
tg	0	$\pm\infty$	0	$\pm\infty$	$\frac{1}{3}\sqrt{3}$	1	$\sqrt{3}$
ctg	$\pm\infty$	0	$\pm\infty$	0	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{3}\sqrt{3}$

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1.$$

Funktionen zusammengesetzter Winkel:

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha \cdot \cos\beta \pm \cos\alpha \cdot \sin\beta.$$
$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha \cdot \cos\beta \mp \sin\alpha \cdot \sin\beta.$$
$$\operatorname{tg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{tg}\alpha \pm \operatorname{tg}\beta}{1 \mp \operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{tg}\beta}.$$
$$\operatorname{ctg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{ctg}\alpha \cdot \operatorname{ctg}\beta \mp 1}{\operatorname{ctg}\beta \pm \operatorname{ctg}\alpha}.$$

Kreisumfang $= 2 \cdot r \cdot \pi = d \cdot \pi = 360° = 21600' = 1296000''$.

Kreisfläche $= r^2 \cdot \pi = \frac{d^2 \cdot \pi}{4}$.

Ellipsenfläche $= \frac{a \cdot b \cdot \pi}{4}$.

$\pi = 3.14159265 = 10^{0,49\,714\,987}$.

$\sin 1° = 0.017452$	$\lg = 8{,}241855 - 10$
$\sin 1' = 0.0002909$	$\,,, = 6.463726 - 10$
$\sin 1'' = 0{,}00000485$	$\,,, = 4.685575 - 10$
$1 : \sin'' = \varrho'' = 206264''81$	$\,,, = 5.314425$

Berechnung kleiner Winkel:

Je kleiner $\sphericalangle\ a$, desto geringer der Unterschied zwischen $\operatorname{arc} a$, $\sin a$ und $\operatorname{tg} a$. Die Werte gleichen einander für alle Winkel, welche kleiner sind als

etwa $6°$ bei Rechnung auf 3 Stellen,
$2°30'$ „ „ „ 4 „
$1°30'$ „ „ „ 5 „
$30'$ „ „ „ 6 „

Innerhalb dieser Grenzen gilt dann

$$\operatorname{arc} a = \sin a = \operatorname{tg} a = \frac{a°}{\varrho°} = \frac{a'}{\varrho'} = \frac{a''}{\varrho''},$$

worin

$\varrho° = 57°2958,$
$\varrho' = 3437'75,$
$\varrho'' = 206264''81$ sind.

Sphärische Trigonometrie.

A. Das sphärische Dreieck ist rechtwinklig. (a die Hypotenuse.)

$$\cos a = \cos b \cdot \cos c \qquad \cos b = \frac{\cos \beta}{\sin \gamma}$$

$$\cos a = \operatorname{ctg} \beta \cdot \operatorname{ctg} \gamma$$

$$\sin \beta = \frac{\sin b}{\sin a}; \quad \cos \beta = \frac{\operatorname{tg} c}{\operatorname{tg} a}; \quad \operatorname{tg} \beta = \frac{\operatorname{tg} b}{\sin c}.$$

B. Das sphärische Dreieck ist schiefwinklig.

Sinussatz: $\dfrac{\sin a}{\sin b} = \dfrac{\sin \alpha}{\sin \beta}$

Cosinussatz: $\cos a = \cos b \cdot \cos c + \sin b \cdot \sin c \cdot \cos \alpha.$

Polarer Cosinussatz: $\cos \alpha = -\cos \beta \cdot \cos \gamma + \sin \beta \cdot \sin \gamma \cdot \cos a.$

Stereometrie.

Fläche der Kugel $= 4 \pi r^2.$

„ „ Kugelhaube $= 2 \pi \cdot r \cdot h.$

Inhalt „ Kugel $= \dfrac{4 \pi}{3} \cdot r^3.$

Analytische Geometrie der Ebene.

A. Ellipse und Hyperbel.

Große Achse $= 2 a.$

Kleine „ $= 2 b.$

Parameter (Sehne durch einen Brennpunkt parallel zur Leitlinie) $= 2 p.$

$p = \dfrac{b^2}{a}.$

Lineare Excentricität (Abstand des Brennpunktes vom Mittelpunkte):

$f = \sqrt{a^2 - b^2}$ für die Ellipse; $f < a$.

$f = \sqrt{a^2 + b^2}$ „ „ Hyperbel; $f > a$.

Numerische Excentricität $= \varepsilon = \frac{f}{a}$; in der Parabel gleich 1.

Scheitelgleichungen:

$y^2 = 2 \cdot p \cdot x - \frac{p}{a} \cdot x^2$ für die Ellipse;

$y^2 = 2 \cdot p \cdot x + \frac{p}{a} \cdot x^2$ „ „ Hyperbel.

B. Parabel.

Abstand des Brennpunktes vom Scheitel $= \frac{p}{2}$.

Scheitelgleichung $y^2 = 2 \cdot p \cdot x$.

Central-Gleichungen.

A. Ellipse: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$.

B. Hyperbel: $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$.

Brennpunkts-Gleichungen für alle Kegelschnitte.

$$r = \frac{p}{1 + \varepsilon \cos v}.$$

p ist der Parameter, r der Radiusvektor oder die Linie, welche den betrachteten Punkt mit dem Brennpunkte verbindet; v die Anomalie oder der Winkel der Verbindungslinie mit der großen Achse; ε ist die Excentricität.

Hans Kolbow.

Anhang.

Tafel zur Verwandlung eines Datums in Bruchteile eines Jahres.

	Jan.	Febr.	März	April	Mai	Juni	Juli	Aug.	Sept.	Okt.	Nov.	Dez.	
1	0.000	0.085	0.162	0.246	0.329	0.413	0.496	0.580	0.665	0.747	0.832	0.914	1
2	0.003	0.088	0.164	0.249	0.331	0.416	0.498	0.583	0.668	0.750	0.835	0.917	2
3	0.005	0.090	0.167	0.252	0.334	0.419	0.501	0.586	0.671	0.753	0.838	0.920	3
4	0.008	0.093	0.170	0.255	0.337	0.422	0.504	0.589	0.674	0.756	0.841	0.923	4
5	0.011	0.096	0.173	0.257	0.340	0.424	0.507	0.591	0.676	0.758	0.843	0.925	5
6	0.014	0.099	0.175	0.260	0.342	0.427	0.509	0.594	0.679	0.761	0.846	0.928	6
7	0.016	0.101	0.178	0.263	0.345	0.430	0.512	0.597	0.682	0.764	0.849	0.931	7
8	0.019	0.104	0.181	0.266	0.348	0.433	0.515	0.600	0.684	0.767	0851	0.934	8
9	0.022	0.107	0.183	0.268	0.351	0.435	0.517	0.602	0.687	0.769	0.854	0.936	9
10	0.025	0.110	0.186	0.271	0.353	0.438	0.520	0.605	0.690	0.772	0.857	0.939	10
11	0.027	0.112	0.189	0.274	0.356	0.441	0.523	0.608	0.693	0.775	0.860	0.942	11
12	0.030	0.115	0.192	0.277	0.359	0.444	0.526	0.611	0.695	0.778	0.862	0.945	12
13	0.033	0.118	0.194	0.279	0.361	0.446	0.528	0.613	0.698	0.780	0.865	0.947	13
14	0.036	0.121	0.197	0.282	0.364	0.449	0.531	0.616	0.701	0.783	0.868	0.950	14
15	0.038	0.123	0.200	0.285	0.367	0.452	0.534	0.619	0.704	0.786	0.871	0.953	15
16	0.041	0.126	0.203	0.288	0.370	0.454	0.537	0.622	0.706	0.789	0.873	0.956	16
17	0.044	0.129	0.205	0.290	0.372	0.457	0.539	0.624	0.709	0.791	0.876	0.958	17
18	0.047	0.131	0.208	0.293	0.375	0.460	0.542	0.627	0.712	0.794	0.879	0.961	18
19	0.049	0.134	0.211	0.296	0.378	0.463	0.545	0.630	0.715	0.797	0.882	0.964	19
20	0.052	0.137	0.214	0.298	0.381	0.465	0.548	0.632	0.717	0.799	0.884	0.966	20
21	0.055	0.140	0.216	0.301	0.383	0.468	0.550	0.635	0.720	0.802	0.887	0.969	21
22	0.058	0.142	0.219	0.304	0.386	0.471	0.553	0.638	0.723	0.805	0.890	0.972	22
23	0.060	0.145	0.222	0.307	0.389	0.474	0.556	0.641	0.726	0.808	0.893	0.975	23
24	0.063	0.148	0.225	0.309	0.392	0.476	0.559	0.643	0.728	0.810	0.895	0.977	24
25	0.066	0.151	0.227	0.312	0.394	0.479	0.561	0.646	0.731	0.813	0.898	0.980	25
26	0.068	0.153	0.230	0.315	0.397	0.482	0.564	0.649	0.734	0.816	0.901	0.983	26
27	0.071	0.156	0.233	0.318	0.400	0.485	0.567	0.652	0.736	0.819	0.904	0.986	27
28	0.074	0.159	0.236	0.320	0.403	0.487	0.569	0.654	0.739	0.821	0.906	0.988	28
29	0.077	—	0.238	0.323	0.405	0.490	0.572	0.657	0.742	0.824	0.909	0.991	29
30	0.079	—	0.241	0.326	0.408	0.493	0.575	0.660	0.745	0.827	0.912	0.994	30
31	0.082	—	0.244	—	0.411	—	0.578	0.663	—	0.830	—	0.997	31

Im Schaltjahr hat man von Anfang März ab das Datum zu vergrößern.

Tafel zur Verwandlung von mittlerer Sonnenzeit in Sternzeit.

Stunden				Minuten			Sekunden	
h	h	m	s	m	m	s	s	s
1	1	0	9.86	1	1	0.16	1	1.00
2	2	0	19.71	2	2	0.33	2	2.01
3	3	0	29.57	3	3	0.49	3	3.01
4	4	0	39.43	4	4	0.66	4	4.01
5	5	0	49.28	5	5	0.82	5	5.01
6	6	0	59.14	6	6	0.99	6	6.02
7	7	1	9.00	7	7	1.15	7	7.02
8	8	1	18.85	8	8	1.31	8	8.02
9	9	1	28.71	9	9	1.48	9	9.02
10	10	1	38.56	10	10	1.64	10	10.03
20	20	3	17.13	20	20	3.29	20	20.05
				30	30	4.93	30	30.08
				40	40	6.57	40	40.11
				50	50	8.21	50	50.14

Die Abrundung auf 2 Dezimalstellen ist für fast alle Rechnungen vollständig ausreichend.

Beispiel: Verwandlung von $5^h\,16^m\,10^s.16$ in Sternzeit.

A. Nach unserer Tafel:

$5^h = 5^h\ 0^m\ 49^s.28$
$16^m = 16\ 2.63$
$10^s = 10.03$
$0^s.16 = 0.16$
$= 5^h\ 17^m\ 2^s.10$

B. Nach dem *Nautical Almanac*:

$5^h = 5^h\ 0^m\ 49^s.2824$
$16^m = 16\ 2.6284$
$10^s = 10.0274$
$0^s.16 = 0.1604$
$= 5^h\ 17^m\ 2^s.0986$

Der Fehler unserer Tafel ist also nur $= 0^s.0014$.

Tafel zur Verwandlung von Sternzeit in mittlere Sonnenzeit.

Stunden				Minuten			Sekunden	
h	h	m	s	m	m	s	s	s
1	0	59	50.17	1	0	59.84	1	1.00
2	1	59	40.34	2	1	59.67	2	1.99
3	2	59	30.51	3	2	59.51	3	2.99
4	3	59	20.68	4	3	59.34	4	3.99
5	4	59	10.85	5	4	59.18	5	4.99
6	5	59	1.02	6	5	59.02	6	5.98
7	6	58	51.19	7	6	58.85	7	6.98
8	7	58	41.36	8	7	58.69	8	7.98
9	8	58	31.53	9	8	58.53	9	8.98
10	9	58	21.70	10	9	58.36	10	9.97
20	19	56	43.41	20	19	56.72	20	19.95
				30	29	55.09	30	29.92
				40	39	53.45	40	39.89
				50	49	51.81	50	49.86

Über die Genauigkeit der Dezimalstellen gilt dasselbe, was zur vorigen Tafel gesagt ist.

Tafel zur Berechnung der mittleren Strahlenbrechung.

h = scheinbare Höhe. r = Strahlenbrechung.

h	r	h	r	h	r	h	r	h	r
2° 0′	18′ 9″	9° 0′	5′ 49″	16° 0′	3′ 19″	30° 0′	1′ 40″	44°	60″
10	17 23	10	5 43	20	3 15	20	1 38	45	58
20	16 41	20	5 38	40	3 11	40	1 37	46	56
30	16 1	30	5 32	17 0	3 7	31 0	1 36	47	54
40	15 23	40	5 27	20	3 3	20	1 35	48	52
50	14 48	50	5 21	40	2 59	40	1 33	49	50
3 0	14 15	10 0	5 16	18 0	2 56	32 0	1 32	50	48
10	13 44	10	5 11	20	2 53	20	1 31	51	47
20	13 15	20	5 6	40	2 49	40	1 30	52	45
30	12 48	30	5 2	19 0	2 46	33 0	1 29	53	44
40	12 24	40	4 57	20	2 43	20	1 28	54	42
50	12 1	50	4 53	40	2 40	40	1 27	55	40
4 0	11 39	11 0	4 49	20 0	2 37	34 0	1 25	56	39
10	11 18	10	4 44	20	2 35	20	1 24	57	38
20	10 59	20	4 40	40	2 32	40	1 23	58	36
30	10 40	30	4 36	21 0	2 29	35 0	1 22	59	35
40	10 21	40	4 32	20	2 27	20	1 21	60	33
50	10 3	50	4 29	40	2 24	40	1 20	61	32
5 0	9 47	12 0	4 25	22 0	2 22	36 0	1 19	62	31
10	9 31	10	4 21	20	2 20	20	1 18	63	29
20	9 16	20	4 18	40	2 17	40	1 17	64	28
30	9 2	30	4 15	23 0	2 15	37 0	1 17	65	27
40	8 48	40	4 11	20	2 13	20	1 16	66	26
50	8 36	50	4 8	40	2 11	40	1 15	67	25
6 0	8 23	13 0	4 5	24 0	2 9	38 0	1 14	68	23
10	8 12	10	4 2	20	2 7	20	1 13	69	22
20	8 0	20	3 59	40	2 5	40	1 12	70	21
30	7 50	30	3 56	25 0	2 3	39 0	1 11	71	20
40	7 39	40	3 53	20	2 1	20	1 10	72	19
50	7 29	50	3 50	40	2 0	40	1 10	73	18
7 0	7 20	14 0	3 47	26 0	1 58	40 0	1 9	74	17
10	7 11	10	3 45	20	1 56	20	1 8	75	16
20	7 2	20	3 42	40	1 54	40	1 7	76	15
30	6 53	30	3 40	27 0	1 53	41 0	1 6	77	13
40	6 45	40	3 37	20	1 51	20	1 5	78	12
50	6 37	50	3 35	40	1 50	40	1 5	79	11
8 0	6 30	15 0	3 32	28 0	1 48	42 0	1 4	80	10
10	6 22	10	3 30	20	1 47	20	1 3	81	9
20	6 15	20	3 27	40	1 45	40	1 3	82	8
30	6 8	30	3 25	29 0	1 44	43 0	1 2	84	6
40	6 2	40	3 23	20	1 42	20	1 1	87	3
50	5 55	50	3 21	40	1 41	40	1 0	90	0

Hilfstafel zur ersten Verbesserung der mittleren Strahlenbrechung (Temperatur).

°C	′	Mittlere Strahlenbrechung																	
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
−12	+	5″	10″	15″	21″	26″	32″	37″	44″	50″	56″	63″	71″	78″	86″	93″	102″	110″	119″
−11	+	5	10	14	19	25	30	35	41	47	54	60	67	74	81	89	96	104	112
−10	+	5	9	14	18	23	28	34	39	45	51	57	63	70	77	84	91	99	107
− 9	+	4	9	13	17	22	27	32	37	42	48	54	60	66	72	79	86	93	100
− 8	+	4	8	12	16	21	25	30	35	40	45	50	56	62	68	74	81	88	94
− 7	+	4	8	11	15	19	23	28	32	37	42	47	53	58	64	70	76	82	89
− 6	+	4	7	11	14	18	22	26	30	35	39	44	49	54	60	65	71	76	82
− 5	+	3	7	10	13	17	20	24	28	32	37	41	46	50	55	60	66	71	77
− 4	+	3	6	9	12	16	19	22	26	30	34	38	42	47	51	56	61	66	71
− 3	+	3	6	8	11	14	17	21	24	28	31	35	39	43	47	51	56	60	65
− 2	+	3	5	8	10	13	16	19	22	25	28	32	35	39	43	47	51	55	59
− 1	+	2	5	7	9	12	14	17	20	23	26	29	32	35	39	42	46	50	54
0	+	2	4	6	8	11	13	15	18	20	23	26	29	32	35	38	41	45	48
+ 1	+	2	4	6	7	9	11	14	16	18	20	23	25	28	31	34	37	40	43
+ 2	+	2	3	5	6	8	10	12	14	16	18	20	22	25	27	29	32	35	37
+ 3	+	1	3	4	6	7	9	10	12	13	15	17	19	21	23	25	27	30	32
+ 4	+	1	2	3	5	6	7	8	10	11	13	14	16	17	19	21	23	24	26
+ 5	+	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	14	15	16	18	19	21
+ 6	+	1	1	2	3	3	4	5	6	7	7	8	9	10	11	12	13	15	16
+ 7	+	1	1	1	2	2	3	3	4	4	5	6	6	7	7	8	9	10	11
+ 8	+			1	1	1	1	2	2	2	2	3	3	3	4	4	4	5	5
+ 9																			
+10	—		1	1	1	1	2	2	2	2	3	3	3	4	4	4	5	5	5
+11	—		1	1	2	2	3	3	4	5	5	6	6	7	8	8	9	10	10
+12	—	1	1	2	3	3	4	5	6	7	8	8	9	10	11	12	13	14	15
+13	—	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	14	15	16	18	19	20
+14	—	1	2	3	5	6	7	8	10	11	12	14	15	17	19	20	22	23	25
+15	—	1	3	4	5	7	8	10	11	13	15	17	18	20	22	24	26	28	30
+16	—	2	3	5	6	8	10	11	13	15	17	19	21	23	26	28	30	33	35
+17	—	2	4	5	7	9	11	13	15	17	20	22	24	27	29	32	35	37	40
+18	—	2	4	6	8	10	12	15	17	19	22	24	27	30	33	36	39	42	45
+19	—	2	4	7	9	11	14	16	19	21	24	27	30	33	36	39	43	46	50
+20	—	2	5	7	10	12	15	18	20	23	26	30	33	36	40	43	47	51	54
+21	—	3	5	8	11	13	16	19	22	25	29	32	36	39	43	47	51	55	59
+22	—	3	6	8	11	14	17	21	24	27	31	35	38	42	46	51	55	59	64
+23	—	3	6	9	12	15	19	22	26	29	33	37	41	45	50	54	59	63	68
+24	—	3	6	10	13	16	20	24	27	31	35	40	44	48	53	58	63	68	73
+25	—	3	7	10	14	17	21	25	29	33	38	42	47	51	57	62	67	72	78
+26	—	4	7	11	15	18	22	26	31	35	40	45	49	54	60	65	71	76	82
+27	—	4	8	12	15	19	24	28	33	37	42	47	52	57	63	69	74	80	87
+28	—	4	8	12	16	20	25	29	34	39	44	49	55	60	66	72	78	85	91
+29	—	4	8	13	17	21	26	31	36	41	46	52	58	63	70	76	82	89	95
+30	—	4	9	13	18	22	27	32	38	43	49	54	60	66	73	79	86	93	100
+31	—	5	9	14	19	23	29	34	39	45	51	57	63	69	76	83	90	97	104
+32	—	5	10	14	19	24	30	35	41	47	53	59	65	72	79	86	93	101	109
+33	—	5	10	15	20	25	31	37	42	48	55	61	68	75	82	90	97	105	113
+34	—	5	10	16	21	26	32	38	44	50	57	64	71	78	85	93	101	109	117
+35	—	5	11	16	22	27	33	39	46	52	59	66	73	81	88	96	105	113	121

Hilfstafel zur zweiten Verbesserung der mittleren Strahlenbrechung.

(Luftdruck).

mm	Mittlere Refraktion + Korrektion für Temperatur																	
	′	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
710	—	3″	7″	10′	13″	17″	20′	23″	27″	30′	34″	37″	41″	44′	48″	51″	55″	59′	62″
712	—	3	6	10	13	16	19	22	26	29	32	36	39	42	46	49	52	56	59
714	—	3	6	9	12	15	18	21	24	27	31	34	37	40	43	46	50	53	56
716	—	3	6	9	12	14	17	20	23	26	29	32	35	38	41	44	47	50	53
718	—	3	6	8	11	14	16	19	22	24	27	30	33	36	39	42	44	47	50
720	—	3	5	8	10	13	15	18	21	23	26	28	31	34	36	39	42	44	47
722	—	2	5	7	10	12	14	17	19	22	24	27	29	32	34	37	39	42	44
724	—	2	5	7	9	11	13	16	18	20	23	25	27	30	32	34	37	39	42
726	—	2	4	6	8	10	12	15	17	19	21	23	25	27	30	32	34	36	39
728	—	2	4	6	8	10	11	14	15	17	19	21	23	25	27	29	31	33	36
730	—	2	4	5	7	9	11	12	14	16	18	20	21	23	25	27	29	30	33
732	—	2	3	5	6	8	10	11	13	14	16	18	19	21	23	24	26	28	30
734	—	1	3	4	6	7	9	10	12	13	14	16	17	19	20	22	23	25	27
736	—	1	3	4	5	6	8	9	10	11	13	14	15	17	18	19	21	22	24
738	—	1	2	3	5	6	7	8	9	10	11	12	13	15	16	17	18	19	21
740	—	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	11	12	14	15	16	17	18
742	—	1	2	2	3	4	5	6	6	7	8	9	10	10	11	12	13	14	15
744	—	1	1	2	3	3	4	4	5	6	6	7	8	8	9	10	10	11	12
746	—	1	1	1	2	2	3	3	4	4	5	5	6	6	7	7	8	8	9
748	—		1	1	1	2	2	2	3	3	3	3	4	4	4	5	5	5	6
750	—				1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	3	3
752																			
754	+			1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	3	3	3	3	3
756	+		1	1	1	2	2	2	3	3	4	4	4	5	5	5	6	6	6
758	+	1	1	2	2	3	3	4	4	5	5	6	6	7	7	8	8	9	9
760	+	1	1	2	3	3	4	5	5	6	7	7	8	9	10	10	11	12	12
762	+	1	2	3	3	4	5	6	7	7	8	9	10	11	12	13	14	14	15
764	+	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
766	+	1	2	3	5	6	7	8	9	10	12	13	14	15	16	18	19	20	21
768	+	1	3	4	5	6	8	9	11	12	13	15	16	17	19	20	21	23	24
770	+	2	3	4	6	7	9	10	12	13	15	16	18	19	21	23	24	26	27
772	+	2	3	5	7	8	10	11	13	15	17	18	20	22	23	25	27	28	30
774	+	2	4	5	7	9	11	13	14	16	18	20	22	24	26	28	29	31	33
776	+	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32	34	36
778	+	2	4	6	8	11	13	15	17	19	21	23	26	28	30	32	35	37	39
780	+	2	5	7	9	11	14	16	18	20	23	25	28	30	33	35	37	40	42
782	+	2	5	7	10	12	15	17	20	22	25	27	30	32	35	37	40	43	45
784	+	3	5	8	10	13	16	18	21	23	26	29	32	34	37	40	43	45	48
786	+	3	6	8	11	14	17	19	22	25	28	31	33	36	39	42	45	48	51
788	+	3	6	9	12	14	18	20	23	26	29	32	35	39	42	45	48	51	54
790	+	3	6	9	12	15	19	22	25	28	31	34	37	41	44	47	51	54	57

Tafel zur Berechnung der jährlichen Präzession in gerader Aufsteigung.

Gerade Aufsteigung		Deklination										
α	α	−20°	−10°	0°	+10°	+20°	+30°	+40°	+50°	+60°	+70°	+80°
0h 0m	12h 0m	+3s 07	3s 07	3s 07	3s 07	3s 07	3s 07	3s 07	3s 1	3s 1	3s 1	3s 1
0 40	11 20	+2.99	3.03	3.07	3.11	3.16	3.21	3.27	3.3	3.5	3.7	4.4
1 20	10 40	+2.91	2.99	3.07	3.15	3.24	3.34	3.46	3.6	3.9	4.3	5.7
2 0	10 0	+2.83	2.95	3.07	3.19	3.32	3.46	3.63	3.9	4.2	4.9	6.9
2 40	9 20	+2.76	2.92	3.07	3.22	3.38	3.57	3.79	4.1	4.6	5.4	7.9
3 20	8 40	+2.70	2.89	3.07	3.25	3.44	3.66	3.93	4.3	4.8	5.9	8.9
4 0	8 0	+2.65	2.87	3.07	3.28	3.49	3.74	4.04	4.5	5.1	6.3	9.6
4 40	7 20	+2.62	2.85	3.07	3.29	3.53	3.80	4.13	4.6	5.2	6.5	10.2
5 20	6 40	+2.59	2.84	3.07	3.30	3.55	3.83	4.18	4.6	5.4	6.7	10.5
6 0	6 0	+2.59	2.84	3.07	3.31	3.56	3.84	4.19	4.7	5.4	6.7	10.7
12 0	0 0	+3.07	3.07	3.07	3.07	3.07	3.07	3.07	3.1	3.1	3.1	3.1
12 40	23 20	+3.16	3.11	3.07	3.03	2.99	2.94	2.88	2.8	2.7	2.4	1.8
13 20	22 40	+3.24	3.15	3.07	2.99	2.91	2.81	2.69	2.5	2.3	1.8	+0.5
14 0	22 0	+3.32	3.19	3.07	2.95	2.83	2.69	2.51	2.3	1.9	+1.2	−0.7
14 40	21 20	+3.38	3.22	3.07	2.92	2.76	2.58	2.35	2.0	1.6	+0.7	−1.8
15 20	20 40	+3.44	3.25	3.07	2.89	2.70	2.48	2.21	1.9	1.3	+0.3	−2.7
16 0	20 0	+3.49	3.28	3.07	2.87	2.65	2.40	2.10	1.7	+1.1	−0.1	−3.5
16 40	19 20	+3.53	3.29	3.07	2.85	2.62	2.35	2.02	1.6	+0.9	−0.4	−4.0
17 20	18 40	+3.55	3.30	3.07	2.84	2.59	2.31	1.97	1.5	+0.8	−0.5	−4.4
18 0	18 0	+3.56	3.31	3.07	2.84	2.59	2.30	1.95	1.5	+0.8	−0.6	−4.5

Tafel zur Berechnung der jährlichen Präzession in Deklination.

α Präzession ist positiv		Präzession in δ	α Präzession ist negativ	
h m	h m		h m	h m
0 0	0 0	20″0	12 0	12 0
0 20	23 40	20.0	11 40	12 20
0 40	23 20	19.7	11 20	12 40
1 0	23 0	19.4	11 0	13 0
1 20	22 40	18.8	10 40	13 20
1 40	22 20	18.2	10 20	13 40
2 0	22 0	17.4	10 0	14 0
2 20	21 40	16.4	9 40	14 20
2 40	21 20	15.4	9 20	14 40
3 0	21 0	14.2	9 0	15 0
3 20	20 40	12.9	8 40	15 20
3 40	20 20	11.5	8 20	15 40
4 0	20 0	10.0	8 0	16 0
4 20	19 40	8.5	7 40	16 20
4 40	19 20	6.9	7 20	16 40
5 0	19 0	5.2	7 0	17 0
5 20	18 40	3.5	6 40	17 20
5 40	18 20	1.7	6 20	17 40
6 0	18 0	0.0	6 0	18 0

Tafel der Höhenparallaxe der Sonne.

Monat	Höhe in °										Monat
	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	
Januar	9″	9″	8″	8″	7″	6″	4″	3″	2″	0″	Dezember
Februar	9	9	8	8	7	6	4	3	2	0	November
März	9	8	8	7	7	6	4	3	1	0	Oktober
April	9	8	8	7	7	5	4	3	1	0	September
Mai	9	8	8	7	6	5	4	3	1	0	August
Juni	9	8	8	7	6	5	4	3	1	0	Juli

Tafel zur Berechnung der Sternhelligkeiten in verschiedenen Abständen.

p''	m	t	p''	m	t	p''	m	t
0.100	31.572	32.58	0.140	30.841	23.27	0.180	30.296	18.10
0.102	31.529	31.94	0.142	30.811	22.95*	0.182	30.272	17.90
0.104	31.487	31.33	0.144	30.780	22.63	0.184	30.248	17.71
0.106	31.446	30.74	0.146	30.750	22.32	0.186	30.225	17.52
0.108	31.405	30.17	0.148	30.721	22.02	0.188	30.201	17.33
0.110	31.365	29.62	0.150	30.692	21.72	0.190	30.178	17.15
0.112	31.326	29.09	0.152	30.663	21.44	0.192	30.156	16.97
0.114	31.288	28.58	0.154	30.635*	21.16	0.194	30.133	16.80
0.116	31.250	28.09	0.156	30.607	20.89	0.196	30.111	16.62
0.118	31.213	27.61	0.158	30.579	20.62	0.198	30.089	16.46
0.120	31.176	27.15	0.160	30.552	20.36	0.200	30.067	16.29
0.122	31.140	26.71	0.162	30.524	20.11	0.205	30.013	15.89
0.124	31.105	26.28	0.164	30.498	19.87	0.210	29.961	15.52
0.126	31.070	25.86	0.166	30.472	19.63	0.215	29.910	15.15
0.128	31.036	25.46	0.168	30.446	19.39	0.220	29.860	14.81
0.130	31.002	25.06	0.170	30.420	19.17	0.225	29.811	14.48
0.132	30.969	24.68	0.172	30.394	18.94	0.230	29.763	14.17
0.134	30.937	24.32	0.174	30.369	18.73	0.235	29.717	13.87
0.136	30.904	23.96	0.176	30.345*	18.51	0.240	29.671	13.58
0.138	30.873	23.61	0.178	30.320	18.31	0.245	29.626	13.30
0.140	30.841	23.27	0.180	30.296	18.10	0.250	29.582	13.03

Tafel zur Berechnung der Sternhelligkeiten in verschiedenen Abständen.

(Fortsetzung.)

p''	m	t	p''	m	t	p''	m	t
0.250	29.582	13.03	0.400	28.562	8.146	0.65	27.508	5.013
0.255	29.539	12.78	0.405	28.535*	8.045	0.66	27.475*	4.937
0.260	29.497	12.53	0.410	28.508	7.947	0.67	27.442	4.863
0.265	29.456	12.30	0.415	28.482	7.851	0.68	27.410	4.792
0.270	29.415	12.07	0.420	28.456	7.758	0.69	27.378	4.722
0.275	29.375	11.85	0.425	28.430	7.667	0.70	27.347	4.655*
0.280	29.336	11.64	0.430	28.405*	7.577	0.71	27.316	4.589
0.285	29.298	11.43	0.435	28.380	7.490	0.72	27.285	4.525
0.290	29.260	11.24	0.440	28.355	7.405	0.73	27.256	4.463
0.295	29.223	11.05*	0.445	28.330	7.322	0.74	27.226	4.403
0.300	29.187	10.86	0.450	28.306	7.241	0.75	27.197	4.344
0.305	29.151	10.68	0.46	28.258	7.083	0.76	27.168	4.287
0.310	29.115	10.51	0.47	28.212	6.933	0.77	27.140	4.232
0.315	29.081	10.34	0.48	28.166	6.788	0.78	27.112	4.177
0.320	29.046	10.18	0.49	28.121	6.650*	0.79	27.084	4.124
0.325	29.013	10.03	0.50	28.077	6.517	0.80	27.057	4.073
0.330	28.980	9.874	0.51	28.034	6.389	0.81	27.030	4.023
0.335	28.947	9.726	0.52	27.992	6.266	0.82	27.003	3.974
0.340	28.915*	9.583	0.53	27.951	6.148	0.83	26.977	3.926
0.345	28.883	9.444	0.54	27.910	6.034	0.84	26.951	3.879
0.350	28.852	9.309	0.55	27.870	5.924	0.85	26.925	3.833
0.355	28.821	9.178	0.56	27.831	5.818	0.86	26.900	3.789
0.360	28.791	9.051	0.57	27.793	5.716	0.87	26.875*	3.745
0.365	28.761	8.927	0.58	27.755*	5.618	0.88	26.850	3.703
0.370	28.731	8.806	0.59	27.718	5.523	0.89	26.825	3.661
0.375	28.702	8.689	0.60	27.681	5.430	0.90	26.801	3.620
0.380	28.673	8.574	0.61	27.646	5.341	0.92	26.753	3.542
0.385	28.645*	8.463	0.62	27.610	5.255	0.94	26.706	3.466
0.390	28.617	8.355	0.63	27.575	5.172	0.96	26.661	3.394
0.395	28.589	8.249	0.64	27.541	5.091	0.98	26.616	3.325
0.400	28.562	8.146	0.65	27.508	5.013	1.00	26.572	3.258

p'' = die in Bogensekunden ausgedrückte Parallaxe eines Sterns.
t = die ihr entsprechende Anzahl von Lichtjahren.
m = die Anzahl von Größenklassen, um welche der Stern zunimmt, wenn er aus seiner jetzigen Entfernung in den Einheitsabstand von einer Sonnenweite versetzt wird.
* bedeutet eine durch Erhöhung einer 4 entstandene 5.

Koordinaten von 54 Sternwarten.

Name	Länge v. Gr.	Breite.
Bamberg	0h 43m 33s.6 O	49° 53′ 6″.0 N
Berlin[1])	0 53 34.8 O	52 30 16.7 N
Bonn	0 28 23.2 O	50 43 45.0 N
Breslau	1 8 8.7 O	51 6 55.8 N
Brüssel (Uccle)	0 17 26.1 O	50 47 55.5 N
Catania	1 0 20.6 O	37 30 13.3 N
Charkow	2 24 55.8 O	50 0 9.6 N
Christiania	0 42 53.5 O	59 54 44.0 N
Cleveland, Ohio, Case Obs.	5 26 25.8 W	41 30 14.5 N
Copenhagen	0 50 18.7 O	55 41 12.6 N
Dorpat (Jurjew)	1 46 53.2 O	58 22 46.8 N
Düsseldorf	0 27 5.0 O	51 12 25.0 N
Florenz-Arcetri	0 45 1.3 O	43 45 14.6 N
Glasgow	0 17 10.6 W	55 52 42.1 N
Gotha	0 42 50.4 O	50 56 37.9 N
Göttingen	0 39 46.2 O	51 31 48.2 N
Greenwich	0 0 0.0	51 28 38.2 N
Hamburg-Bergedorf	0 40 57.7 O	53 28 46.7 N
Heidelberg	0 34 53.1 O	49 23 54.9 N
Helsingfors	1 39 49.1 O	60 9 42.3 N
Jena	0 46 21.3 O	50 55 34.9 N
Kiel	0 40 35.6 O	54 20 28.5 N
Kiew	2 2 0.6 O	50 27 11.8 N
Königsberg	1 21 59.0 O	54 42 50.4 N
Leipzig	0 49 33.9 O	51 20 5.9 N
Leyden	0 17 56.2 O	52 9 20.0 N
Madras	5 20 59.6 O	13 4 8.0 N
Madrid	0 14 45.1 W	40 24 29.7 N
Moskau	2 30 17.0 O	55 45 19.5 N
Mount Hamilton, Lick	8 6 34.9 W	37 20 25.6 N
Mount Wilson, Solar Obs.	7 52 14.3 W	34 12 59.5 N
München, Bogenhausen	0 46 26.0 O	48 8 45.5 N
Münster	0 30 29.7 O	51 57 45.8 N
Nizza	0 29 12.2 O	43 43 16.9 N
Odessa	2 3 2.0 O	46 28 36.7 N
Paris	0 9 20.9 O	48 50 11.2 N
Pola	0 55 23.1 O	44 51 48.7 N
Potsdam	0 52 15.9 O	52 22 56.0 N
Prag	0 57 40.3 O	50 5 15.8 N
Pulkowa	2 1 18.6 O	59 46 18.7 N
Rom, Vatikan	0 49 49.3 O	41 54 4.8 N
St. Petersburg	2 1 13.4 O	59 56 29.7 N
Stockholm	1 12 14.0 O	59 20 32.7 N
Straßburg	0 31 4.5 O	48 35 0.3 N
Sydney	10 4 49.5 O	33 51 41.1 S
Tokio	9 18 58.0 O	35 39 17.5 N
Triest	0 55 5.4 O	45 38 35.5 N
Turin	0 30 47.2 O	45 4 7.9 N
Upsala	1 10 30.1 O	59 51 29.4 N
Utrecht	0 20 31.0 O	52 5 9.5 N
Wien, Staatssternwarte	1 5 21.4 O	48 13 55.4 N
Washington, Georgetown	5 8 15.8 W	38 55 14.0 N
Wilhelmshaven	0 32 35.1 O	53 31 52.2 N
Zürich	0 34 12.3 O	47 22 38.3 N

[1]) Alte Sternwarte am Enckeplatz. Die neue in Babelsberg (vergl. S. 382f.) liegt 5′ 52″.5 südlicher, 1m 9s, 3 westlicher.

Einige Anhaltspunkte zur Auswahl der Objektive und Fernrohre nach astronomischen Objekten. (Nach *Zeiss Astro 30.*)

Auswahl nach der Objektivöffnung

∅	*a*	*b*	Doppelsterne *c*	*α*	*δ*	*gr*		*d*	*p*	Besondere noch wahrnehmbare Objekte
60	9.6	1″8	*γ Virginis*	12h37m	− 1° 0′	3	3	5″9	326°	Die 4 hellsten Jupiter- und Saturnmonde. Großer Andromeda- und Orionnebel.
			γ Androm.	1 59	+41 54	3	5	10.0	63	
			τ Ophiuchi	17 59	− 8 11	5	6	2.1	260	
80	10.0	1″4	*α Geminorum*	7 29	+32 4	3	4	5.7	221	Die 5 hellsten Saturnmonde. Polarflecke auf dem Mars.
			70 Ophiuchi	18 1	+ 2 32	4	6	4.6	140	
			ξ Bootis	14 48	+19 24	5	7	2.7	130	
110	10.8	1″0	*ε Bootis*	14 41	+27 25	3	6	2.7	330	Die Meere auf dem Mars. Körnung der Sonnenoberfläche.
			5 Lyrae	18 42	+39 32	5	6	2.4	123	
			ε Arietis	2 55	+21 2	5	6	1.4	205	
130	11.2	0″85	*λ Ophiuchi*	16 27	+ 2 10	4	6	1.1	70	Kleine Planeten bis 11. Gr. Sternhaufen im Hercules *NGC* 6205 (*M* 13).
			η Orionis	5 20	− 2 28	4	5	1.0	83	
			ι Leonis	11 20	+10 59	4	7	2.6	47	
150	11.6	0″73	*ζ Herculis*	16 38	+31 45	3	6	1.5	110	Die 6 hellsten Saturnmonde. Einzelheiten auf dem Mars. Ringnebel in der Leyer.
			η Coronae	15 20	+30 35	5	6	0.9	70	
			14 Orionis	5 3	+ 8 24	6	7	0.9	155	
200	12.2	0″55	*δ Cygni*	19 42	+44 56	3	8	1.7	280	Kleine Planeten, Hantelnebel im Fuchs *NGC* 6853 (*M* 27). Spiralnebel in den Jagdhunden *NGC* 5194 (*M* 51).
			λ Cygni	20 44	+36 10	5	6	0.8	55	
			ϑ Aurigae	5 54	+37 12	3	7	2.5	330	

Bezeichnung der Spalten:

∅ Durchmesser des Objektivs in mm.

a Größenklassen der schwächsten noch sichtbaren Sterne.

b Ideales Auflösungsvermögen für Doppelsterne. Das Auflösungsvermögen ist angenommen zu 11″: Objektivöffnung in cm für gleiche Doppelsternkomponenten von etwa 6 Gr.

Doppelsterne. Die Angaben sind auf das Jahr 1917 bezogen.

c Buchstabe nach Bayer bzw. Nummer nach Flamsteed und Sternbild.

α Gerade Aufsteigung.

δ Deklination.

gr Größenklasse bzw. optische Helligkeit der Doppelsternkomponenten.

d Abstand der Komponenten in ″.

p Positionswinkel in ganzen Graden.

Einige Anhaltspunkte zur Auswahl der Objektive und Fernrohre nach astronomischen Objekten. (Nach *Zeiss Astro 30.*)

Auswahl nach der Vergrößerung

V	Doppelsterne						Besondere noch wahrnehmbare Objekte
	c	α	δ	gr	d	p	
20–30	ε/5 *Lyrae*	18h 42m	+39°35′	5 5	208″0	173°	Mondgebirge, Mondrillen.
	17 Canum ven.	13 6	+38 56	5 6	290.0	297	Großer Andromeda-Nebel.
	β Lyrae	18 47	+33 16	3 7	46.0	150	Plejaden. Die 4 hellsten
	ι Cancri	8 42	+29 4	4 6	30.5	307	Jupitermonde.
50	*ζ Ursae maj.*	13 21	+55 22	2 4	14.4	150	Größere Sonnenflecke. Ve-
	α Canum ven.	12 52	+38 46	3 6	19.9	227	nus als Scheibe erkennbar
	γ Arietis	1 49	+18 53	4 4	8.3	0	und bei Tage wahrnehm-
	γ Androm.	1 59	+41 54	3 5	10.0	63	bar. Saturnring.
100	*α Ursae min.*	1 25	+88 53	2 9	18.2	215	Einzelheiten der Sonnen-
	γ Virginis	12 37	— 1 0	3 3	5.9	326	flecken. Streifen auf Ju-
	α Herculis	17 11	+14 29	3 6	4.7	112	piter. Uranus als Scheibe
	α Geminorum	7 29	+32 4	3 4	5.7	221	erkennbar. Einzelheiten auf dem Monde.
200	*γ Leonis*	10 16	+20 16	2 4	3.6	118	Körnung auf der Sonne.
	ε Lyrae	18 42	+39 35	5 6	3.2	10	Einzelheiten auf dem Mond.
	5 Lyrae	18 42	+39 32	5 6	2.4	123	Ringnebel in der Leyer.
	μ Draconis	17 4	+54 35	5 5	2.2	135	Cassini-Teilung auf dem Saturnring.
300	*ζ Orionis*	5 37	— 1 59	2 5	2.5	159	Einzelheiten auf dem Mars.
	γ Ceti	2 39	+ 2 55	3 7	2.9	291	Kleine Planeten. Neptun
	ε Arietis	2 55	+21 2	5 6	1.4	205	als Scheibe deutlich er-
	ι Leonis	11 20	+10 59	4 7	2.6	47	kennbar. Jupitermonde I bis IV als Scheiben erkennbar.
400	*ι Cassiopeiae*	2 22	+67 3	4 7	2.2	245	Auflösung enger Doppel-
	η Orionis	5 20	— 2 28	4 5	1.0	83	sterne.
	ζ Herculis	16 38	+31 45	3 6	1.5	110	
	5 Aurigae	4 55	+39 17	6 10	3.1	257	
500	*ϑ Aurigae*	5 54	+37 12	3 7	2.5	330	Auflösung enger Doppel-
	δ Cygni	19 42	+44 56	3 8	1.7	280	sterne.
	25 Canum ven.	13 34	+36 43	5 7	1.5	122	
	λ Cygni	20 44	+36 11	5 6	0.8	55	

Vorstehende Angaben können nur ungefähre Anhaltspunkte für die Leistungsfähigkeit von Fernrohren geben, da die Wahrnehmbarkeit der Objekte zu sehr von veränderlichen Umständen, wie verschiedener Sehschärfe der Augen, dem wechselnden Luftzustand u. dgl., abhängig ist. Für die Sichtbarkeit der Sterne und Nebelflecke sind mondlose, klare Nächte mit ruhiger Luft angenommen.

Die Grenze der Sichtbarkeit von Sternen ist unter Annahme von 5 mm Durchmesser der Augenpupille und von der Wahrnehmbarkeit der Sterne 5. Größe mit bloßem Auge festgesetzt.

Namenregister.

Abbe 478f.
Abbot 269, 554, 555, 557, 560f.
Agesianax 312.
Ahlgrimm, Fr. 534, 536.
Aitken 193, 600f.
Airy 631.
Albrecht, Th. 573, 578.
Aldrich 557, 560.
Ambronn, L. 472, 573.
Amici 469.
Anaxagoras 312.
Angenheister 636.
Angström, A. J. 268, 273, 553f., 593.
Antoniadi 351.
Arago 530 u. öfter.
Archenhold, F. S. 225, 457.
Archibald 565.
Arendt, Th. 642.
Argelander, Fr. W. A. 172f., 503, 506f. u. öfter.
Arrhenius, Svante 529, 542, 560, 593f., 633, 635.
Arrest, d' 358f.
Audemars Frères, Firma 421.
Auerbach, F. 486.
Aufsess, v. und z. 586.

Babinet 530 u. öfter.
Backhouse 565.
Bachmetjew 637.
Bailey, Solon J. 355.
Ball, L. de 498, 573.
Balfour-Stewart 640.
Balmer 270.
Bamberg, Carl, in Berlin-Friedenau Firma 405, 406, 605, 641.
Barkow 549, 577.
Barlow 456.
Battermann 564.
Bauer 638.
Baumgartner 637.
Becker zu Freiburg i. Schl., Firma 424.
Becquerel 610.
Beer, Wilhelm 1, 363, 518.
Beetz 585.
Bemporad, A. 555, 562.
Benndorf 623, 628.
Bergstrand, Ö. 173.
Berndt, G. 617.
Bernh. Halle Nachf., optische Firma in Steglitz 562.
Berson 577.
Bessel, Fr. W. 129f., 219 u. öfter.
Bezold, v. 564, 568, 638.
Bieber 532.
Bjerknes, V. 609.
Bigelow 557.
Birkeland 633f., 639.
Birt 320.
Bishop 565, 569, 571.
Boeddicker, O. 176, 179, 340.
Bohlin, K. 224.
Boltzmann 269.
Bond, C. 321.
Bongard, H. 615.
Börgen, E. 583.
Borne, v. d. 591.
Bosler 187.
Boss, L. 195, 197.
Boutaric 538, 545, 558.
Bredichin 219f., 225.
Brenner, Leo 349, 351 und öfter.
Brewster 530.
Brooks 208.
Brorsen 1, 182.
Brücke 530.
Bruhns 321.
Bunsen 270, 585, 587.
Burnham 193f., 322.
Busch, Fr. 530, 564 u. öfter. — in Rathenow, opt. Firma 458.

Cabannes 557.
Cagnoli 293f.
Campbell, Leon 322.
Cancani 582.
Cannon, Annie 280f.
Carlheim-Gyllenskjöld 632, 638.
Carpenter 320, 325, 329.
Cartesius (Descartes) 574.
Cassegrain 386, 406, 453, 462, 482, 484f.
Castagna, L., in Wien, Firma 623.
Castriota, F. 539.
Cavendish 580.
Cerulli, V. 224.
Chandler, S. C. 578.
Clerke 289.
Coddington 454.
Connel, Mc. 642.
Colzi 470.
Connel 546.
Coym 558.
Coulomb 616.
Crova 536.

Darlot 445.
Darwin, G. H. 205, 582f.
Defant, A. 555, 557 u. öfter, 585, 610.
Delabecque, A. 587.
Delambre 296.
Dember, H. 522, 549f., 557, 567 u. öfter.

Dembowski, E. v. 163, 193f., 195.
Dencker, Uhrenfirma 423.
Denning 233.
Descartes (*Cartesius*) 574.
Diercks 549.
Döbereiner 478.
Dobrowolski 576.
Dollond 316.
Domke, J. 573.
Doppler 271.
Dörffel & Faerber, optische Firma 543.
Dorno, C. 533, 566 u. öfter.
Draper, Henry 322.
Drayer, John W. 321.
Dreverhoff, Max, Firma in Dresden 607.
Dreyer 208, 356.
Du Moncel 631.

Easton, C. 176f.
Ebert 584, 618f., 625 u. öfter.
Eccles 631.
Eckardt 593.
Edison 392.
Eginitis 170.
Ehlert 582.
Ekholm 609, 635.
Elger 321, 326.
Elster und *Geitel* 549, 614ff.
Emden, R. 554.
Encke, J. Fr. 115, 142.
Engler 614.
Eötvös 580.
Erdmann 593.
Eschenhagen 640.
Euler, Leonhard 140, 142, 578.
Eve 615.
Everdingen, E. van 577, 591.
Everling, E. 577.
Exner, F. 553, 564, 576, 585 u. öfter.

Fabry 266.
Fauth, Philipp 320, 326, 329, 464.
Feinmechanische Anstalt in Nürnberg 467.
Felgenträger 638.
Fenet 321.
Ficker, v 585.
Flammarion 321.
Fleischer 390.
Fleming 417.
Forel 565, 584, 587.
Forest 417.
Foerster, Wilhelm 465, 479, 563f., 642.
Fourier 302.
Fowle 269, 555, 557, 560.
Fowler 224.
Franz, J. 224, 324, 327, 340.
Fraunhofer, Joseph 273, 276, 316, 477 u. öfter.
Fresnel 265f.
Fritz 560.
Fuess 388.
— Firma in Steglitz 604.

Galilei 307, 313, 451.
Galitzin, Fürst 581.
Galle, J. G. 348.
Gallenkamp, W. 553.
Gans 557.
Gaudibert 321, 326.
Gauss, C. F. 70, 87, 108, 115, 124 u. öfter.
Geiger 532.
Geissler 270.
Geitel siehe *Elster*.
Genz, Ew. 538.
Gerdien 600, 619, 624 u. öfter.
Ginzel 498.
Gleichen 486.
Gilbert 638.
Glitscher 327, 465.
Gockel, A. 536, 545, 559 u. öfter.
Godacre 321, 636.
Goethe, Wolfgang 11, 478.
Gold 554.
Goldstein 634.
Goos, F. 178.
Götz, P. 324.
Gothard, v. 641.
Gould, B. A. 322.
Graff, K. 177, 225, 498, 520, 555.
Graham 420, 423 u. öfter.
Grosse 573.
Grossmann, L. 599.
Gruithuisen, F. P. v. 316, 336.
Gruner 566f., 569f.
Guillaume 428.
Guinand 477.
Gülland 573.
Günther, O., Firma in Braunschweig 603.
— *Siegmund* 529.
— *& Tegetmeyer*, Firma 562, 614 u. öfter.
Guthnick, P. 501, 516, 560.

Häcker 562.
Hagen, J. G. 452, 4 9 506.
Hagenbach 270.
Hahn 560.
Halley, E. 212f., 557.
Hallwachs 501.
Hamberg 629.
Hanffstengel. v. 467.
Hann, J. v. 595, 598.
Hansteen 638.
Hapke 553.
Harcourt 478.
Hartmann, J. 222, 226, 264. 557.
Hartwig, E. 224, 506, 514, 521, 526f.
Hauer, F. v. 536, 545, 547.
Heard 322.
Hecht, W. 553.
Hecker, O. 581f.
Heele, H., optische Firma 163, 329, 382.
Hefner-Alteneck, v. 605.
Heim 569, 579f.
Heis, E. 175f., 503, 507, 511.
Hellmann, G. 599, 629.
Helmert 580f., 581.
Helmholtz, H. 160f., 563, 600, 602.
Henry, Paul und *Prosper* 323.
Hergesell, H., 587, 597, 605.
Hering, E. 161f.
Hermagis 445.
Herschel, Caroline 357f.
— *John* 171, 315.
— *Wilhelm* 1, 185, 225, 315f. u. öfter.
Hertzsprung 169, 173.
Herz, N. 225.
Hesehus 632.
Hess 615, 620.
Heustreu, Firma in Kiel 552.
Hevelius, Johannes 314, 576.
Heyde, G., optisch-mechanische Firma 382, 407, 409, 447.

Hildebrand, Max, optisch-mechanische Firma 407.
Hildebrandsson 598, 602f.
Hillers 573.
Himstedt 613.
Hipp 388, 397, 440.
Hipparchos 357.
Hire, de la 314.
Hofe, Chr. v. 486.
Hoffmeister, C. 178f.
Holetschek 220, 225.
Hölzel 629.
Hohwü, Uhrmacher 388.
Homén 553.
Horace 582.
Hörbiger 329.
Houzeau, J. C. 176, 179.
Huggins 276.
Humboldt, Alexander v. 321, 587.
Humphrey 271, 321.
Humphreys 554, 559, 560, 590, 594, 607.
Hurion 533, 536.
Hussey 193.
Huth, Dr. E., Firma 417f.
Huyghens 266, 455f.

Janssen 307f.
Jensen, Chr. 564.
Jesse, O. 563f., 569.
Jolly 580.
Joly 613.

Kähler, K. 552, 557, 601, 623.
Kaltenbrunner 610.
Kampfrath 573.
Kassner 577, 607.
Kayser 630.
Kellner 456.
Kelvin, Lord (*W. Thomson*) 583, 595f., 599.
Kempf 273.
Kepler, Johannes 35, 220, 463.
Kiessling 565, 569.
Kimball 539, 558 u. öfter.
Kimura 578.
Kinau 316, 326.
King 173, 532, 557.
Kircher, Athanasius 314.
Kirchhoff 268, 269, 273.
Klearchos 312.
Klein, H. 326, 335, 577.
Klinkerfues, W. 147, 314.
Knoche 614, 632.
Knopf, Otto 530, 538, 539.
Köhler 606.
Kohlrausch 624, 632.
Kolhörster 620, 627.
Konen, H. 270.
König, H. 552.
— *-Martens* 586.
Konkoly, N. v. 226, 351, 449, 454, 472.
Köppen 559, 560, 598, 606, 609f.
Korn 225.
Kostersitz, v. 449.
Krause, A. 498.
Kremser, V. 599.
Kreutz, H. 145.
Krieger 320, 326.
Kritzinger, H. 465.
Kron, Erich 557.
Krudy, v. 463, 472.
Krüger, F. 163f., 381.
Krümmel 585f.
Kunowski 316.
Kurtz, L., Uhrenfirma 423.
Kurz 615.
Küstner, F. 578.

Lambert 503.
Lamont 289, 438.
Langbeck 629.
Langenbeck, R. 587.
Langley 555f.
Langren, van (*Langrenus*) 314.
Larink, J. 520.
Lau, H. E. 163, 169, 171, 194.
Lautenschläger 613.
Lecher, P. 623.
Leclanché 389f.
Legendre 70.
Legentil 357.
Lehmann 544, 564.
Lemström 637.
Lenard, Ph. 532, 562, 600, 620f.
Lieben 417.
Linke, Aug., & Co., optisch-mechanische Firma 407.
— *F.* 623.
Linss 616.
Littrow 511.
Lockyer, N. 278, 308.
Lohrmann 315f.
Lohsé, O. 351.
Loschmidt 532.
Lummer-Gehrke 266.
Lummer, v. 486.
Luther, R. 363.

Mädler, W. 1, 315f., 363 u. öfter.
Maes 478.
Majert 457.
Marchand 565.
Marconi 414.
Margules 595.
Marten 547, 558, 560.
Martus 332.
Matteucci 637.
Maunder 633.
Maurer 553, 555, 565, 569 u. öfter.
Maury 279f.
Maxwell 576.
Mayer, Chr. 185.
— *Tobias* 314, 321, 638.
Mecking 587.
Meidinger 389f.
Meisel 486.
Meissner 417, 585.
Mellan, Claudius 314.
Meller 326.
Mentzel 536, 544, 545.
Menze, H. 543.
Menzel, Krigar 580.
Mercalli 582.
Merz, optische Firma 386, 455, 457, 469, 471.
— *& Mahler*, optische Firma 388.
Messer, J. 511.
Messier 356f.
Meyer 569.
— *M. W.* 327.
Miaulis 585.
Michelson 560.
Miethe, A. 324, 340, 453, 472, 544, 564.
Millikan 532, 618.
Mittenzwey 455, 457f., 481.
Moreux, P. 326.
Morse 397, 441.
Moser 569.
Moulton 205.
Müller, Aloys 550.
— *Clara* 314.

Müller, G. 273, 506, 557.
— *W.* 622.
— *-Pouillet* 486.

Nairz, O. 419.
Nasmyth 320, 325, 329.
Naturwissenschaften (Zeitschrift) 529.
Neison 320.
Neumayer, G. 565, 638.
Neumayr, M. 588.
Newcomb, S. 10, 330, 578.
Newton, Isaac 115, 162, 386, 462.
Nichols, E. L. 536.
Nicol 500.
Nielsen 326.
Niessl, v. 254.
Nijland 351.
Nippoldt, A. 637, 639f.
Nölke, F. 573.

Oddone 537, 562.
Olbers, H. W. M. 1, 146, 147.
Oppolzer, Th. v. 145.
Osthoff, Heinrich 173, 188, 225, 577.

Palisa, J. 404.
Palitzsch 1.
Pannekoek, A. 176, 179.
Parkhurst 172.
Parkinson & Frodsham, Uhrenfirma 423.
Pastorf 316.
Paulsen 634.
Peppler, A. 558.
— *W.* 558.
Pernter 536, 545, 553 u. öfter.
Perot 266.
Peters 638.
Petzval 445.
Pickering, E. C. 271, 279f.
— *W. H.* 323f., 334.
Pistor & Martins, optische Firma 387.
Planck 557.
Planté 631.
Platania 579.
Plinius 224.
Plutarch 312.
Pohl, R. 550.
Poincaré, H. 205.
Pouillet 561.
Prager 501.
Pratt 580f.
Pringsheim, E. 555.
Przybyllok 578.
Ptolemäus 175.

Ramsden 454, 456.
Raphael 6.
Rayleigh, Lord (*Strutt*) 443, 530, 531, 587 u. öfter.
Rebeur-Paschvitz, v. 582.
Reinfelder & Hertel, optische Firma 387, 455, 459.
Repsold 469.
Rheden, Joseph 351.
Ricco 569, 633.
Richardson, L. 601.
Richarz 574, 580, 594, 600.
Richter, Uhrmacher 388.
Riefler, Dr., Firma in München 388, 390, 395 u. öfter.
Riegler, Gideon 492, 498.
Riggenbach 565, 569f., 602.
Righi 632.
Rohrbach, C. 178f.
Rose, J. L., Aktiebolaget, opt. Firma 560.
Rosenberg, H. 324, 380.
Rosse, Earl of 176.
Rotch 597f.
Rowland 268, 273.
Rubenson 546.
Rudeaux 449.
Rudin-Hefti 326.
Rudolph, E. 581.
Rue, Warren de la 322.
Rümker 630.
Runge, Ph. O. 161.
Russel, R. 565.
Rutherford 532, 611.
Rutherfurd 276, 322.

Sack, G. 565.
Salet 187.
Sandström 609.
Sarasin, Ed. 584.
Sarnetzky, H. 573.
Sartorius, optisch-mechanische Firma 409.
Saussure 587.
Schäberle 322.
Schachenmeier 575.
Scheiner, Christoph 290, 314.
— *Julius* 442f., 449, 465, 555.
Schellen 470.
Schiaparelli 230, 349.
Schiller, Fr. 8.
Schindelhauer 628.
Schirmann, M. 532, 537.
Schlagintweit 537, 562.
Schleicher & Schüll, Firma 264.
Schlesinger, Fr. 189.
Schmauss, A. 545, 573, 594, 606, 609f.
Schmid, Fr. 183f., 543, 569.
Schmidt, Ad. 635f., 639f.
— *B.* 324.
— *Julius* 176, 221, 230, 319 u. öfter.
— *W.* 584f., 596, 601, 607, 625, 631.
— *& Haensch*, optische Firma 547, 548, 552, 561.
Schneider, Const., Mechaniker in Hamburg 605.
Scholl, H. 617.
Schott und *Genossen*, glastechnisches Institut 260, 478*f.*
Schramm 548.
Schröter, Hieron. 314ff.
Schultz 360.
Schulze, Gustav, optische Firma in Potsdam 560, 600.
— *W.*, Firma in Potsdam 641.
Schupmann, L. 463.
Schurig, R. 449, 511.
Schuster 486, 635.
Schwab, F. 577.
Schwabe, Heinrich 1.
Schwahn, P. 498.
Schwarzschild, K. 172.
Schwassmann 225, 542.
Schweidler, v. 624f., 632.
Searle 182.
Secchi, Angelo 164, 276, 329, 470 u. öfter.
Seegert 324.
Seeliger, R. 625f.
Seemann, Firma in Hamburg 641.
Seiffert, Uhrmacher 388.
Seni, B. 8.
Siemens & Halske, Firma 561.
Sieveking 613f.
Silbernagel 224.

Simpson, C. G. 624/25, 628, 642.
Snellius 256.
Slipher 635.
Soddy 611.
Sohnke 629.
Soret, L. 533, 586.
Spitaler 323.
Spring 585, 587.
Sprung 603.
Stark 632f.
Stas 586.
Stefan 269, 554f.
Steiner, L. 637.
Steinheil 486.
— optische Firma 386, 403, 452, 454 u. öfter.
Stenquist, D. 543.
Stephani, Ernst 1, 447, 449.
Sterneck, v. 550.
Stirling, James 129f.
Stokes 478, 531.
Stoppel 621f.
Störmer 564, 634.
Strasser 420, 436.
Strömgren, E. 227.
Strutt siehe *Raileigh.*
Struve, H. 187.
— *W.* 193f.
Stübner, P., Firma 423.
Stücklen 550.
Stuchtey 558, 577.
Süring, R. 538, 539, 543, 577, 603.
Suess, E. v. 588.
Swann, G. 625f.
Szirtes, S. 581.

Taylor 61, 116.
Teisserenc de Bort 589, 593, 597f., 602.
Telefunken, Firma 416, 419.
Tetens 547.
Thiele 212.
Thiersch 329.
Thurn, H. 419.
Tiede, Uhrmacher 388.
Toepler, M. 630f.
Töpfer & Sohn, mechanisch-optische Firma 386, 387, 583.
Trabert, W. 529.
Tromholt 637.
Tyndall 530, 561, 585, 587.

Uhland, Ludwig 1.
Uibe, M. 533, 549f., 567.
Valier 326.
Vaucher 583.
Vegard 632, 634.
Very, J. W. 555.
Violle 560.
Visser, S. W. 575.
Voege, W. 617.
Vogel, H. 160, 164, 277, 536.
Voigt 329.

Wagner, Th., Firma in Wiesbaden 603.
Walter, B. 613, 630, 632.
Warren de la Rue 322.
Weber, Heinrich 1, 181f.
Wegener, A. 533, 579 u. öfter
— *Leonhard* 547, 548 u. öfter
Weichbrodt 573.
Weiderrt 577.
Weinek, Ladislaus 326.
Weinstein 532, 637, 641.
Wenger, R. 609.
Werkmeister, P. 605.
Werner, W. 321.
Wernicke 262.
Wetter (Zeitschrift) 559.
Weyl 551.
Weyprecht 641.
Wheatstone 556.
Whipple 321.
Wiechert 581f., 613, 642.
Wien 269, 414.
Wiener 533.
Wiesner 553, 606.
Wigand 543, 557, 562, 577 u. öfter.
Wild 549, 637.
Wilkens 498.
Williams, A. Stanley 349.
Wislicenus, W. F. 498.
Wirtz, C. 163, 168, 194, 573.
Wolf, M. 176, 182, 224, 565 u. öfter.
Wolff, E. v. 581.
Wright 197.
Wulff, Th. 562, 617f.
Wundt, W. 161.

Zeeman 271.
Zeiss, Roderich 479.
— *Carl*, optisch-mechanische Firma 264, 384, 386 u. öfter.
Zeitschrift, meteorologische 529.
— physikalische 529.
Zenneck, J. 419.
Zettevuch 536.
Zöllner, Fr. 172, 500.
Zölss 636.
Zschimmer 486.

Sachregister.

Aberration 137.
Abgekürztes Fernrohr 447.
Ablenkung, minimale 257.
— prismatische 256f.
Absorption (Lichtschwächung in der Atmosphäre) 562.
Absorptionskoeffizient der Luft 627.
Absorptionsspektrum 269.
Absorptionsvermögen 268f.
Abszissen 30.
Abweichung, chromatische 479.
— sphärische 480.
Acceleration der Uhr 430f.
Achromasie, achromatische Gläser 260.
— unvollkommene 265.
Achromatische Fernrohre 316.
— Okulare 455.
Achsendurchmesser, Ungleichheit 411.
Adaptation, adaptieren 166.
Adern und Rillen der Mondoberfläche 319, 334.
Adiabatische Zustandsänderungen 597.
Aerologie 589f.
Akkomodation 451.
Akkumulatoren 390f.
Aktinium-Reihe 612.
Aktinometer 560.
Aktinometrie 172.
Aktivierungsmethode 614.
Albedo (Reflexionsfähigkeit) des Mondes 324.
Algol-Sterne, Algol-Typus 169, 203, 512, 513, 515, 519, 520.
Alpenglühen 566.
Alpine Dämmerungserscheinungen 566, 569.
Altenburg, Sternwarte 381.
Alto-Cumulus 602.
Aluminiumblatt-Elektroskop 616.
Analysis, höhere 29ff.
Anden-Leuchten 632.
Andromedae γ 171.
Aneroidkapseln am Pendel 430.
Angström-Einheit 268.
Ankergang, freier 425.
— nach *Graham* 423f., 432.
— nach *Strasser* 436.
Anomalie und Zeit in der Parabel 139f.
Antennen 417f.
Antiapex der Sternschnuppen 230.
Antilogarithmen 15.
Antrieb der Uhr 436.
Apex der Sternschnuppen 230f.
Aplanatische Okulare 455.
Äquator, galaktischer 174.
— der Sonne 289f.
Äquatorialbeschleunigung d. Rotation der Sonne 301f.
Aquilae η 518, 522.
Ära, julianische 520f.
Arabische Sternnamen 25.
Arithmetisches Mittel 71f.
Aspirationsmethode 615.
Aspirations-Psychometer 604.
Astrographen 447.
Astrologie (Sterndeuterei) 25.
Astrophotographische Arbeitsmethoden 442ff.
Astrospektroskopie 255f.
Atlanten der Erdoberfläche 23.
— des Himmels 22.
— für veränderliche Sterne 514.
Atmosphäre, Zusammensetzung 589f.
— Leitfähigkeit 618f.
Atmosphärische Polarisation, Beobachtungen 529ff.
Atmosphärisch-optische Erscheinungen 529ff.
Atomzerfall 611.
Aufhängefeder des Pendels 432f.
Aufhängung der Pendeluhr 426f.
Auflösungskraft der Prismen 262.
Aufstellung der Fernrohre 452f.
— parallaktische 457ff.
Auf- und Untergänge der Gestirne 19.
Aufzug der Uhr 436f.
— elektrischer 437.
Aufzugstellung 436.
Auge 5f., 450f.
— Anpassung an die Dunkelheit 166.
Aureole der Sonne 566.
Ausgleichung bei Meteorbeobachtungen 245ff.
Ausgleichsrechnung (Methode der kl. Quadrate) 64, 70ff., 298f., 302.
Ausstrahlung der Erde 553.
Ausströmungen aus Kometenköpfen 212.
Austauschgröße 625.
Azimut der Gestirne, Rechnungsbeispiel 30.

Azimutalfehler 411.
Azimuttafeln 24.

Babelsberg, Sternwarte 382f.
Bahnbestimmung, Tafeln dazu 154f.
Bahnelemente, Ableitung 152.
— bei Doppelsternen 190f.
— bei spektrokopischen Doppelsternen 198f.
— parabolische 136.
— perodische Schwankungen 64.
— säkulare Schwankungen 64.
Bahnen, elliptische 65.
Bandenspektrum 269.
Barlow-Linse 456.
Barometer 605.
— Ablesung bei Sonnenfinsternissen 491.
Bauernregeln 610.
Bedeckungen und Finsternisse 487ff.
Beobachtungen, vermittelnde 98f.
Beobachtungsfehler 70ff.
Beobachtungsgerät, Aufbewahrung desselben 8.
Beobachtungsgleichungen 98.
Beobachtungsinstrumente u. Beobachtungsmethoden 450ff.
Beobachtungsplatz im Freien 362f.
Bergedorf, Sternwarte 382.
Berliner Jahrbuch 18.
Beugung des Lichtes (Diffraktion) 266f.
— in der Atmosphäre 569, 571.
Beugungsgitter 267.
Beugungsringe bei Objektiven, Tafel 443.
Beugungsspektra 267.
Bibliothek (Bücherei) 377ff.
Binomischer Satz für beliebige Exponenten 58.
*Bishop*scher Ring 224, 565f.
Blaue Farbe des Himmels 529f.
Blei als Endprodukt 613.
Blenden, zeichnerische Ermittelung 484f.
Blitz 630f.
Blitzgefahr 629.
Bodenatmung 621.
Bodennebel 602.
Bogenspektrum 270.
Bolometer 271, 556.
Brechung des Lichtes, Brechungsgesetz 256.
Brechungsindex, -quotient 256.
Brennweite eines Objektivs, Messung 485f.
Brillengläser, photographische Benutzung 444f.
Brockengespenst 574.
Bücherei 377f.

Calciumlinien 280.
Calendar-Pyrheliometer 554.
Canis maj. α siehe Sirius.
Cassiopeiae α, Lage zur Milchstraße 174.
— γ 276.
— ε 187.
— η 171.
Centauri α 197.
Centralstelle für astr. Telegramme 208, 513.
Centrieren des Rohres 471.
Centrierfernrohr 471.
Cephei β 170.
— δ (auch als typischer Veränderlicher) 169, 202, 504, 512, 518, 591.
— μ (Granatstern) 172, 518.
— U 513.
Ceti Mira (o) 506f.
Charakterzahlen, erdmagnetische 640.
Chromatische Abweichung 479.
— Differenz 480.
Chromosphäre der Sonne 308.
Chronodeik 404f.
Chronographen 394, 397.
Chronometer, Chronometergang 422f., 425.
Cirrocumulus, *Cirrostratus* 602.
Cirrus 602f.
Coronae R (als typischer Veränderlicher) 517.
Cosinus, Reihe dafür 60.
Crucis β, Lage zur Milchstraße 174.
Cumulo-Nimbus, *Cumulus* 602.
Cyan in Kometen 227.
Cygni 61 171, 189.

Dach als Beobachtungsstätte 10.
Daguerrotypie 321.
Dämmerung, Einfluß auf Sichtbarkeit d. Kometen 222.
Dämmerungsfarben 566f.
Dämmerungs-Phänomene 562ff.
Daten, Feststellung 24.
Datum und Jahresbrauch, Tafel 646.
Detektoren 414, 416, 418.
Determinanten 36f.
Dezimale Messung der Zeit 520f.
Dezimal-Fehler 508.
Dezimal-Schätzung 508.
Differential-Quotient 43.
Differential-Quotienten, durch Differenzwerte dargestellt 133.
Differentialrechnung 42ff.
Differenz, chromatische 480.
Diffraktion (Beugung) in der Atmosphäre 569.
— des Lichtes (Beugung 266f.
Diffusion des Lichtes in der Luft 531f., 571.
Dispersion des Lichtes 256, 558.
— anomale 271.
— mittlere 260.
— partiale 260, 478.
— relative 261.
— totale 259.
Dispersionsformel 264.
Dispersionskurve 264.
Dispersionsnetz 264.
Dispersionsvermögen 259.
Dispersionswinkel 259.
Distanz bei Doppelsternen 185.
Divergenzlinien 609.
Dolomitengespenst 574.
Donner 631.
— bei Feuerkugeln 238.

Doppel-Handfernrohr 452, 499.
Doppelsterne 185ff.
— Farben 171.
Doppler-Effekt 271.
Dosenlibelle 464.
Drahtlose Telegraphie 413ff.
Draper-Katalog 278.
Drehbare Sternkarte 21.
Drehdach, Drehkuppel 365f.
Drehwage 580.
Dreieinhalbzöllige Refraktoren 459f.
Dreikörperproblem 47.
Dreizöllige Refraktoren 459.
Dunkle Spektrallinien 263.
Durchdringende Strahlung 610ff.
Durchgangsrohr, photographisches 409f.
Durchmusterung, photometrische 160, 172, 503.
Durchschnittlicher Fehler 85.
Durchsichtigkeit der Kometen 223.

Ebbe und Flut (Gezeiten) 582f.
Edelgase in der Atmosphäre 593.
Eiffelturm, Zeitsignal 413f.
Eigenbewegung bei Doppelsternen, Verteilung 195f.
Einzeichnungskarten 22, 178f., 233f.
Eisteile in der Atmosphäre 575f.
Ekliptik, Neigung gegen den Horizont 180.
Elektrische Einrichtungen auf Sternwarten 389f.
Elektrizitätsentwicklung auf der Sonne 310.
Elektrizitätshaushalt der Atmosphäre 615, 624.
Elektrometer 562.
Elemente, galvanische 389f.
Ellipse 32.
— Flächeninhalt 68.
— Formeln 644f.
— Reihe für den Radiusvektor 58f.
Elmsfeuer 629.
Emanationen 613f.
Emissionsvermögen 268f.
Empirische Verbesserungen 523.
Entwickeln photographisch. Platten 448.
Entwicklungsprinzip in der Astrospektroskopie 277.
Enveloppeform der Kometenschweife 214.
Ephemeriden 18f.
Epicentrum 582.
Equulei 9 172.
Erdachse, Lage im Raume 578.
Erdatlas 23.
Erdbeben (seismische Erscheinungen) 420, 581f.
Erde, hat sie einen Ring? 183.
— ihre Dichte u. Massenverteilung 580f.
Erdinneres, Beschaffenheit 581.
Erdkunde, physische 3.
Erdmagnetische Störungen 635f.
Erdmagnetismus, beharrlicher 638f.
— Einfluß auf Uhren 420.
Erdmagnetismus 632ff,
— täglicher Gang 640.
— undLuftelektrizität 636f.
— und Sonnenflecken 288f.
Erdschattenkegel, seine Breite 487.
Erdströme 637f.
Ergänzungsbogen der Uhrhemmung 425, 435.
Erhaltungstendenz des Wetters 610.
Excentricitäten bei Doppelsternbahnen, Verteilung 196f.
— bei spektroskopischen Doppelsternen 200f.
Excentrizitätsfehler der Uhr 9.
Expansion, adiabatische 599.
Exponential-Funktionen 52f.
Extinktion in der Atmosphäre 221, 523, 550, 582.
Extrapolation 114.

Fackeln der Sonne (*faculae*) 287, 307, 309.
Fadenmikrometer 469.
Fadenparallaxe 411.
Farbe der Kometen 224f.
— der Sternschnuppen 239.
Farben bei Doppelsternen, Verteilung 194f.
— der Sterne 158ff.
— komplementäre 170.
Farbenauffassung, säkular veränderlich 169.
Farbenempfindung ist veränderlich 167f.
Farbenerkennung, ihre Grenze 163.
Farbenkugel 161.
Farbensättigung 160.
Farbenton 160.
Farbentönung 172.
Farbenwechsel, angeblicher 168.
Farbenzerstreuung im Glase 477f.
Farbige Spektrallinien 263.
Fehler bei Doppelsternmessungen 186.
— Einteilung 70f.
— parallaktischer 511.
Fehler-Funktion 75ff.
Fehlergesetz 75f.
Fehlergleichungen 98.
Fehlertheorie 70ff.
Fehlerverteilung 75f.
Feinkühler 475.
Feldstecher 452.
Fenster als Beobachtungsgelegenheit 363.
Ferneinstellung der Uhr, elektrische 394, 431f.
Fernrohr, abgekürztes 447
— holländisches (*Galileisches*) 451.
Fernrohrbeleuchtung 392.
Fernrohre 451ff.
— achromatische 316.
— Aufstellung mittlerer 364.
— Unterbringung größerer 365.
Fernrohrkunde, Beiträge dazu 481f.
Fernrohr-Objektive, photographische Verwendung 445.
Fernrohröffnung für Doppelsterne 188.

Ferro, Meridian 402.
Feste Teilchen in der Atmosphäre 594f.
Feuerkugeln, Beobachtung 236f.
— und Sternschnuppen 228ff.
Finalgleichungen 100.
Finsternisse 20.
— und Bedeckungen 487ff.
— periodische Wiederkehr 492.
— Vorausberechnung und graphische Bestimmung 492f.
Fixsterne und Zusammensetzungen, s. Sterne u. Zus.
Fixsternörter 20.
Flächenblitz 630.
Flächeninhalt, Berechnung durch Integration 67f.
Flammenspektrum 270.
Fleckenperiode der Sonne 288, 311, 560.
Fliegende Schatten bei Sonnenfinsternissen 491.
Flüssigkeitsprisma 262.
Fokussieren 448.
Fontaktoskop 614.
Fundamentale Integrale 63.
Fünfzöllige Refraktoren 460f.
Funkeln der Sterne (Szintillation) 264, 574.
Funkenblitz 630.
Funkenspektrum 270.
Funkenstationen, Verzeichnis 413.
Funkentelegraphie, Störung durch Gewitter 630f.
— (Radiotelegraphie) 413ff.
— Empfänger 416f.
— gesetzliche Regelung 416.
Funktionen 29f.
— cyklometrische 51f.
— empfindliche 35, 42.
— Entwicklung 57.
— exponentiale 52f.
— inverse 46.
— logarithmische 52f.
— periodische 30, 31.
— trigonometrische 49f.
— von Funktionen 47.
Galaktischer Äquator 174.
Galvanische Elemente 389f.
Gamma-Form der Kometenschweife 215.
Gang der Uhr 400f.
Gangtabellen von Uhren 422f., 428.
Garten als Beobachtungsstätte 10.
Gasanalyse der Atmosphäre 593.
Gasspektrum 270.
Gebezeiten der Funktenstationen, Verzeichnis 413.
Gegendämmerung 567, 571.
Gegengesperre 436.
Gemengehaus 474.
Geminorum β 276.
ζ (als typischer Veränderlicher 518, 519.
Genauigkeit, ihr Maß 83f.
Geocorronium 591.
Geographische Ortsbestimmung nach der Karte 402.
Geometrie, analytische 30.
Geometrische Optik 481f.
Geomorphologie 588.
Geophysik 528ff.
Geschichtliche Daten, astronomisch behandelt 25.
Gesichtsfeld, Berechnung desselben 482f.
Gesteinsmantel der Erde 581.
Gesundheitsfragen 5f.
Gewicht der Messungen 92.
— der Unbekannten 101f.
Gewitter, Arten, Prognose, Theorie 629.
Gewitter-Elektrizität 628.
Gezeiten (Ebbe und Flut) 582f.
Gezeitenrechenmaschine 583.
Gezeitenreibung 205.
Gießen großer Scheiben 476.
Gitterbreite 267.
Gitterspektra 267.
Glas, Untersuchung 476.
Glasarten 477f.
Glassorten, Brechungsquotient 258.
— Dispersionsvermögen 260.
Glastechnik 473ff.
Gleichung, *Kepler*sche 35.
Gleichungen 32f.
— durch Differentialrechnung aufzulösen 61f.
Gletscher 588.
Glorien im Nebel 574.
Grabenbrüche auf dem Monde 343.
Granatstern (μ *Cephei*) 172, 518.
Granulation (Körnelung) 287, 301, 309.
Größenklassen und Lichtstärken 501ff.
— — Tafel 502.
Grün als Sternfarbe 171.

Häfen zum Glasschmelzen 473f.
Hafenzeit 583.
Hagel 628f.
Halbschatten der Erde auf dem Monde 489.
Halbwertszeit 612.
Hallwachs-Effekt 618.
Halo (Sonnenringe) 575f.
Hamburger Sternwarte 382.
— — Zeitsignal 401f.
Handfernrohre, terrestrische 452.
Harvard-Revision 501f.
Haube der Kometen 212.
Hauptdämmerungsbogen, Bedeutung für die Atmosphäre 590.
Hauptpurpurlicht 568.
Hauptschnitt durch ein Prisma 257.
Hebungsbogen der Uhrhemmung 425.
Helioskop 471.
Helium(linien) 281, 613.
Helle Spektrallinien 263.
Helligkeit der Kometen 220.
— des Spektrums 263.
Helligkeitsschätzungen an Nebelflecken 354.
Helligkeitsverteilung am Himmel 548ff.
Hemmung der Uhr 425, 432f.
— freie nach *Riefler* 432f.
Himmelsgewölbe, scheinbare Gestalt 549f.
Himmelsglobus 21f.
Hof der Sonnenflecken 287.
Höfe um den Mond 574.

Höhe der Gestirne, Rechnungsbeispiel 30.
Höhenänderung der Sterne, ihre Geschwindigkeit 51.
Höhentafeln 24.
Holzpendel 427.
Hyperbel 32.
— Formeln 644f.

Instrumente, astrophotographische 443ff.
Integrale, bestimmte 67f.
Integralrechnung 62ff.
Integrand 63.
Integration, partielle 66.
Interferenz des Lichtes 265f.
— Methode 265f.
— Spektroskop 266.
Internationale Vereinigung zur Sonnenforschung (*Solar Union*) 561.
Interpolation(srechnung) 19, 113ff.
— in die Mitte 130.
Ionen-Aspirator 618.
Ionisation der Luft, Ionisierung 611f.
Isallobaren 609.
Isanomalen, erdmagnetische 639.
Isochasmen 627.
Isodynamen 639.
Isogonen 639.
Isoklinen 639.
Isopolaren des Himmels 535.
Isostasie 581.
Iterationsverfahren 34, 42.

Jahrbücher, astronomische 18f.
Jahreszeiten, Berechnung ihrer Länge 69.
Julianische Ära, Zählung 24, 520f.
Jungfraubahn, Dynamit-Explosion 591.
Jupiter, Ansichten der Oberfläche 348, 353.
— dessen Beobachtung 351f.
— Nomenklatur der Oberfläche 347.
Jupitersmonde 21.
Justierung des parallaktisch aufgestellten Fernrohres 464f.

Kalenderfragen 24f.
Kante, brechende 257.
Katalysator in der Atmosphäre 594f.
Kathodenröhre bei Wellentelegraphie 417.
Kegelschnitte 32.
— Formeln 644.
Kern der Sonnenflecke 287.
Kerne und Nebelbildung 600.
Kernzahl, Kernzähler, Kernzählung 600f.
Klarer Schein 566.
Kleidung des Beobachters 5, 376.
Klimaschwankung u. Kohlensäuregehalt 593.
Klingeln, Verwendung elektrischer 397.
Knoten des Sonnenäquators 290f.
Kohlensäuregehalt der Luft 593.
Kohlenstoff in Kometen 227.
Kollimationsfehler 410.
Kolorimeter 500.
Koma 211.
Kolloidchemie 594.
Komet *Halley* 557.
Kometen, deren Beobachtung 206ff.
Kometenbahnen, Berechnung 34, 136ff.
— parabolische 65.
Kometensucher 207.
Kondensationskerne 600.
Konkavgitter 268, 273.
Konstellationen 21.
Kontakte bei der Mondfinsternis 489f.
— bei der Sonnenfinsternis 491.
Kontinente, Theorie der Entstehung 579f.
Konvergenzlinien 609.
Kopf der Kometen 211.
Körnelung (Granulation) 287, 307, 309.
Körper, absolut schwarzer 268.
Korrelationsmethode bei der Prognose 609.
Korrespondierende Sonnenhöhen 404f.
Korrosion der Schneiden 439.

Kosmische Physik, Kosmophysik 1, 528ff.
Krakatau-Ausbruch i. J. 1883 563f.
Krater des Mondes 342.
Kratergruben 342.
Kreislauf in der Atmosphäre 597f.
Kreuzstab-Mikrometer 211.
Kugelblitze 631f.
Kugelförmige Sternhaufen 356.
Kuppel und Spalt 371f., 385.
Kuppelbewegung, selbsttätige 385.
Kurven, Steigungsverhältnisse 42—43, 55.

Lamellen-Mikrometer 467f.
Lampen zum Beobachten 376.
Landesaufnahme, preußische 23.
Längenbestimmung a. Sternbedeckungen 496.
Längentäler des Mondes 343.
Leichengraue Dämmerung 569.
Leitfähigkeit d. Atmosphäre 618f.
Leitfernrohr 446.
Lemniskate von *Busch* 536, 544.
Libelle 464.
Lichtausströmungen aus Kometen 212.
Lichtbildfernrohr, Berechnung eines abgekürzten 483f.
Lichtbildkammer (Lochkammer) 443f., 481.
Lichtbrücken 287, 311.
Lichtgeäder des Mondes 343.
Lichtgleichung 515.
Lichtgrenze des Mondes, Tafel 338.
Lichtkränze um den Mond 574.
Lichtkurven der Veränderlichen 505.
Lichtschwächung in der Atmosphäre 562.
Lichtstärken und Größenklassen 501f.
— — Tafel 502.

Lichttheorien 255f.
Lichtwechsel der Sterne 499ff.
Lichtweg in Glas und Luft 482.
Lichtzerstreuung in der Atmosphäre 555f.
Liebhabertum, astronomisches 1.
Lila als Sternfarbe 171.
Lineare Gleichungen 33.
Linien, atmosphärische 274.
— helle und dunkle im Spektrum 263.
Linienblitz 630.
Linienspektrum 269.
Linné, Mondkrater 336.
Liturgische Bücher 24.
Lochkamera (Lochkammer, Lichtkammer 443f., 481.
Logarithmen, Reihen dafür 60.
Logarithmentafeln 14f.
Lokalprognose 610.
Luftdruck-Kompensation beim Pendel 429.
Luftdruckschwankung, interdiurne 596.
— tägliche 595f.
Luftelektrizität 610ff.
Luftmangel des Mondes 332f.
Luftunruhe 264.
Luftzustand beim Beobachten veränderlicher Sterne, Tafel 509f.
Lyrae α, Farbe 165.
— *β* (auch als typischer Veränderlicher) 203, 276, 507, 512.
— *RR* (als typischer Veränderlicher) 519.

Magma 581.
Magnetische Stürme 289.
Maria (Meere) des Mondes 333.
Mars, Oberfläche 349.
— Phase und wechselnde Größe 345.
Massenfunktion bei Doppelsternen 199.
Massenverteilung auf der Erde 580f.
Mathematische Kenntnisse 2f.
Maxima und Minima 55f.
Medialfernrohr 350, 463f.
Meere des Mondes 333.
Meridiankreise, Aufstellung in Neubabelsberg 386.
Meridian-Photometer 500.
Merkur, Oberfläche 349f.
— Phasenbild und wechselnde Größe 345.
Merkursdurchgänge 20, 497.
Meßtischblätter 23f., 402.
Metallpendel mit Ausgleichung 427.
Meteorbahnen, Berechnung und Bestimmungsstücke 239ff.
— Einziehung der Karten 233, 235.
Meteore, Lichterscheinungen 592.
— u. Sternschnuppen 228ff.
Meteorograph 605.
Meteorologie 3f., 589f.
Meteoroskop 641.
Methode der kleinsten Quadrate (Ausgleichsrechnung) 70ff., 298f., 302.
Mikrometer 209f., 466f.
Mikron (*μ*) 268.
Mikroskop-Okular am Fernrohr 455.
Milchglasplatten-Photometer 548f.
Milchstraße, Beziehung zu den Sternfarben 171.
— ihre Beobachtung 174ff.
— Neigung gegen den Horizont, Tafel 174.
Milchstraßenstücke, versprengte 178, 182.
Millicurie 614.
Millimikron (*μμ*) 268.
Minima und Maxima 55f.
Minimum der Ablenkung 257.
Mira (*o Ceti*) 169, 506f.
Mittagsverbesserung 405.
Mittel, arithmetisches 71f.
Mitternachtsverbesserung 406.
Mittlerer Fehler 86ff.
— — der Messung vom Gewichte Eins 105.
Mond 312ff.
— Beschaffenheit 332f.
— Einfluß auf den Erdmagnetismus 639.
— Entwicklungsgeschichte 341f.
— Geschwindigkeit der Ortsänderung 135.
— Lichtbilder 321f.
— Literatur 329.
— Phantasiebilder 312.
— Stereogramme 322.
— Tafel der Lichtgrenze 338.
— wirkt angeblich auf das Wetter ein 599.
Mondbeobachtung am Fernrohr 339f.
Mondboden 324, 341.
Mondfinsternis, Färbung der verfinsterten Scheibe 566.
Mondfinsternisse 20, 487f., 493f.
Mondforschung, Arbeitsplan 327.
Mondgebilde, behauptete Veränderungen 335f.
— Böschungen 334.
Mondkarte, Vorschlag für eine neue 340.
Mondkarten 317f.
Mondlicht, Einfluß auf Beobacht. veränderl. Sterne 510f.
— auf Sichtbarkeit der Kometen 222.
Mondmeer (*Mare*) 333.
Mondörter, Interpolation 123, 128, 132f.
Mondplastik 333.
Monocentrische Okulare 454.
Montierung des Auges 451.
Morse-Apparate, Verwendung alter 397.
Mustersterne für die Spektralklassen 282.

Nachtwolken, leuchtende 563f., 591.
— selbstleuchtende 642.
Natrium 269.
— in Kometen 227.
Nauener Zeitsignal, System 414f.
Nautical Almanac 18.

Nebel am Erdboden 602.
— diffuse 355.
— dunkle 355.
— planetarische 355.
Nebelbildung 599f.
Nebelbogen 574.
Nebelflecke und Sternhaufen 354ff.
— — Einteilung 355.
— — Nomenklatur 356.
— — Tafel 357f.
Nebelglüh-Apparat 565.
Nebel-Hypothese bei neuen Sternen 516.
Nebelmassen, dunkle 178.
Neben-Minima 513.
Nebensonnen 575.
Negative Okulare 454f.
Neigung bei Doppelsternbahnen, Verteilung 196f.
— des Sonnenäquators 291.
Neigungsfehler 411.
Neonlampe 8.
Neptun, Beob. d. Oberfläche 352.
Neubabelsberg (Babelsberg), Sternwarte 382f.
Neue Sterne (*Novae*) 283, 513, 524—526.
Neutrale Brücke, neutrale Linien 544.
— Punkte der atmosphär. Polarisation 530ff.
Nickelstahl-Kern der Erde 581, 613.
— Pendel 423, 428f.
Niederschläge 606ff.
Niederschlags-Elektrizität 628.
Nippflut 583.
Nordlichter (Polarlichter) 289, 632f.
— Beobachtung 641.
Nordlichtlinie 642.
Normalgleichungen 99f.
Normalsterne der einzelnen Größenklassen, Tafel 503.
Nova Geminorum 1912 170.
— *Lacertae* 1910 170.
Novae (neue Sterne) 283, 513, 524—526.
Nubeculae (*N. major, n. minor*, Wolken) 178.
Nullmethode 561.
Objektiv, Formeln für die Lichtstärke 442f.
Objektive, Arten 480f.
— Befestigung und Reinigung 452.
— photographische 445f.
Öffnungsverhältnis beim Objektiv 453f.
Okulare 453f.
— negative und positive 454f.
Okular-Mikroskop am Fernrohr 455.
Okularstellung bei Messungen 412.
Ölen der Uhr 426.
Opernglas 451.
Optik, geometrische 481f.
Ordinaten 30.
Orionis α 276.
Orion-Typus, Orion-Linien 279f.
Orthoskopische Okulare 454.
Ortsbestimmung bei Kometen 209f.
Ortshelligkeit 551f.
Oxydation von Kontakten 439.
Ozon in der Luft 594.

Pappzylinder als Lichtschirm 175.
Parabel 32.
— Formeln 645.
Parallaktischer Fehler 511.
Parallaxe bei Doppelsternen 192.
Parallelserien der Sternspektra 280.
Pariser Zeitsignal, System 414f.
Parteinahme bei veränderlichen Sternen 513.
Passagen-Instrument 407f., 410f.
— -Prisma 403.
Pendel 427f.
— Schwingungsdauer 59.
Pendelquadrant 564.
Pendeluhr 423ff.
Penumbra 287.
Perlmutterwolken 642.
Perlschnurblitze 631.
Perlschnurphänomen bei Sonnenfinsternissen 491.
Persei β s. Algol-Sterne.
— *Nova* 513.
Pflanzenwelt, Verhalten bei Sonnenfinsternissen 491.
Phasen bei veränderlichen Sternen 505.
Photoelektrische Vorrichtungen 501.
Phenomena 21.
Photographie der Kometenschweife 218.
— der Milchstraße 178.
— des Mondes 321f.
— im Dienste der Geophysik 577.
Photographische Platten, Ausmessung veränderl. Sterne darauf 520.
— — Buchführung 449.
— Instrumente 442ff.
Photographisches Durchgangsrohr 409f.
Photometrie, Photometer 172, 500ff., 547f., 552, 557.
Photometrische Durchmusterung zu Potsdam 160, 172, 503.
— Stufen und Skalen 501.
Photopolarimeter 547.
Photosphäre der Sonne 286, 307.
Physikalische Kenntnisse 3.
Pilot-Ballone 597, 609.
Piscium 19 172.
Planetarische Nebel 355.
Planeten, Größenverhältnisse 345.
— Einfluß auf den Erdmagnetismus 639.
— ihre Beobachtung 344ff.
— kleine, Schätzung der Helligkeit 514.
— mittlere Entfernungen 344.
Plattenentwickelung 448.
Plattengröße 448.
Plattenkorn 323.
Pointer (Leitfernrohr) 446.
Polarachse 31.
Polarimeter (Polarisations-Photometer) 547f.
Polarisation, atmosphärische 529ff.

Polarisation, maximale 546.
Polarisations-Büschel 548.
— -Helioskop 471.
— -Photometer 500.
— -Sonnenprisma 470f.
Polariskop 530, 535.
Polarkoordinaten 31, 57, 68.
Polarlichter 289, 632ff.
— Beobachtung 641.
Polarstern (*Ursae min. α*)500.
Polarwinkel 31.
Pole der Sonne 289f.
Polhöhenschwankung 578.
Polieren des Glases 477.
Positionskreis, Pos.-Mikrometer 185.
Positionswinkel bei Doppelsternen 185.
— bei Finsternissen 495.
Positive Okulare 454f.
Potentialdifferenz zw. Erde u. Atmosphäre 622f.
Potenzreihen 57.
Potsdamer Durchmusterung 160, 172, 503.
Praktische Optik u. Einführung in die geometr. Optik 473ff.
Präzession, Tafeln 651.
Präzessionsglied bei Doppelsternmessungen 187.
Präzisionsmaß (Maß der Genauigkeit) 83.
Prisma 257.
Prismen, geradsichtige (*à vision directe*) 261.
— nach *Nicol* 500.
Prismengläser 452, 499.
Prismensysteme, achromatische 260.
Probe-Objekte für Objektive u. Fernrohre 655f.
Protuberanzen 307f.
— Sichtbarkeit bei Sonnenfinsternissen 491.
— -Spektroskop 469f.
Psychologie, Psychophysik 4, 503.
Psychophysisches Grundgesetz 503.
Psychrometer 604.
Puppis ζ 271.
Purpurlicht 567ff.
Pyrheliometer 554, 556, 560, 561f.

Quadrate, Methode der kleinsten 70ff., 298f., 302.
Quadratische Gleichungen 33f.
Quadrattafeln 13.
Quasibreiten 147.
Quecksilberkontakt 438f.
Quecksilberpendel 427f.

Radiant (Strahlungspunkt), Radiation 231.
— eines Meteors, Berechnung 248f.
Radiationsform der Kometenschweife 214.
Radioaktive Gesteine, Radioaktivität 588f., 610ff.
Radiotelegraphie (Funkentelegraphie) 413ff.
Radium 613.
Radiusvektor 31.
Rahmenantenne 417f.
Rattrapante 426.
Rauchkeil-Photometer 500.
Rechenmaschinen 14.
Rechenschieber 16.
Rechentafeln 13ff.
Rechnen, Kunstgriffe dabei 16f.
Reduktion auf die Sonne 514f.
Reflektoren (Spiegelfernrohre) 462f., 484.
Reflexgitter 268.
Reflexionsfähigkeit (Albedo) des Mondes 324.
Refraktion der Kometen 223.
— in der Atmosphäre 29, 573f.
— (Strahlenbrechung), Tafeln 648f.
Refraktor als Zeitbestimmungs-Instrument 410.
Refraktoren 452, 457ff.
Regenbogen 574f.
Regenhäufigkeit 599.
Registrier-Apparate für Erdbeben 582.
— meteorologische 605f.
Registrierung, elektrische 441.
Regulierung des Pendels 430.
Reihe von *Taylor* 61.
Reinheit des Spektrums 262.
Reiterlein s. *Ursae maj. g.*

Relativitätslehre 183.
Relativ-Photometer 552.
Relativzahlen der Sonnenflecken 288.
Rhomben-Mikrometer 467.
Rillen und Adern der Mondoberfläche 319, 334.
Ringerscheinungen um die Sonne 565f., 574.
Ringgebirge des Mondes 342.
Ringmikrometer 466f.
Rostpendel 427.
Rückwärts-Interpolieren 126.
Rühren des Glases 475.

Sagittae R (als typischer Veränderlicher) 519.
Salische Schollen 580.
Saros-Periode 492.
Sättigungsstrom 611f.
Saturn, dessen Beobachtung 352.
— Einteilung von Ring und Kugel 347.
Satz zum Glasschmelzen 474.
Schalttafeln 395f.
Schattenflüge bei Sonnenfinsternissen 491.
Scheiben-Guß großer 476.
Schichtungspendel 429.
Schiefe der Ekliptik 29, 45, 137.
Schleifen des Glases 477.
Schlieren in der Luft 602.
Schmelzen des Glases 475.
Schmelzpunkte, Tafel 479.
Schmelztiegel 473.
Schollen, salische 580.
Schreibgerät 7, 375.
Schulfernrohr nach *Merz* u. a. 457f.
Schutzhaus für das Fernrohr 366.
Schwarzer Körper 268.
Schweife der Kometen 214f., 223.
— der Sternschnuppen 239.
Schweiftypen 219.
Schwere, ihr Einfluß auf Meteorbahnen 253.
Schwingungszahl der Funken beim Zeitsignal 414.
Sehschärfe 450.
Sehwinkel des Auges 451.

Seiches 583f.
Seismische Erscheinungen (Erdbeben) 581f.
— — Einfluß auf Uhren 420.
Sekundenklopfer 394.
Sekundenkontakte 438f.
Serien, Serienspektrum 270f.
Sinnesphysiologie 4.
Sinus, Reihe dafür 60.
Sirius (*α Canis majoris*) 197, 276.
— — — Farbe 171.
Skala am Spektroskop 264.
Skalen, photometrische 501f.
Smithsonian Scala 561.
Solar Union (Internat. Vereinigung zur Sonnenforschung) 561.
Solarkonstante 555, 557.
Sonne, deren Beobachtung 286ff.
— Rotationsdauer 301f.
— Rotations-Elemente 291.
— Rotationslage 289f.
— solarisierte 577.
— Tafel für die Höhenparallaxe 652.
Sonnenbild, Berechnung des Durchmessers 482.
— photographisches 447f.
Sonnenfackeln (*faculae*) 287, 307, 309.
Sonnenfinsternisse 20, 490f., 494f.
Sonnenflecke(n) 286ff.
— ihr Wesen 306ff.
— ihre Periode 288, 311, 560.
— und atmosphärische Optik 542.
— und Polarlichter 633f.
— u. Wärmestrahlung 560.
Sonnenhöhen, korrespondierende 404f.
Sonnenkonstante (Solarkonstante) 555, 557.
Sonnenlinien 280.
— Verzeichnis 274f.
Sonnenlot 401.
Sonnenokulare 470f.
Sonnenprismen 470f.
Sonnenringe (Halo) 575f.
Sonnenspektrum 272f.
Sonnenspiegel 406.
Sonnenstrahlen, Schwächung durch die Atmosphäre 554ff.
Sonnenstrahlung, ihre Stärke 538f.
— optische Bestimmung 561f.
— zeitliche Schwankungen 559f.
Sonnenzeit und Sternzeit, Tafeln zur Verwandlung 647.
Spalt einer Drehkuppel 371f. 385.
— zum Prisma 258.
Spaltbreite 262.
Spektralanalyse 269ff.
Spektralklassen, vergleichende Übersicht 283.
— bei Doppelsternen 194.
— bei spektrosk. Doppelsternen 200.
Spektralphotographie 264.
Spektral-Photometer 557.
Spektraltypen der Sterne 276f.
Spektrobolometer 556.
Spektrogramm 264.
Spektrometer 263.
Spektroskope 263f., 469f.
Spektrum 258.
— der Kometen 226.
— dessen Helligkeit 263.
— dessen Reinheit 262.
— kontinuierliches 269.
— normales 267.
— sekundäres 478.
Sphärische Abweichung 480.
Spiegel für Fernrohre 452.
Spiegelfernrohre (Reflektoren) 462f., 484.
Spiralnebel 356.
Sprachkenntnisse 4f.
Springflut 583.
Stand einer Uhr 399f.
Staub, kosmischer 532.
Stäubchen und Nebelbildung 600.
Staubzähler 600.
Stereogramme des Mondes 322.
Stereometrie, Formeln 644.
Sternbedeckungen 21, 496f.
Sterndeuterei 25.
Sterne, veränderliche 499ff.
Sternfarben s. Farben der Sterne.
— und Instrument 164.
— Verteilung am Himmel 171.
Sternhaufen und Nebelflecke 354ff.
— — Einteilung 355.
— — Nomenklatur 356.
— — Tafel 357f.
Sternhelligkeiten in verschiedenen Abständen, Tafel 652f.
Sternkarten 21f.
Sternketten 177.
Sternnamen, arabische 25.
Sternörter 20.
Sternpaare, Tafel zur Berechnung der Helligkeit 508.
Sternschnuppen, Beobachtung von 2 Orten aus 236.
— Einzeichnung der Bahnen 233, 235.
— Geschwindigkeit und Häufigkeit 232, 235.
— Lichterscheinungen 592.
— Zählung 230.
— und Feuerkugeln 228ff.
Sternspektra 276ff.
Sternverzeichnisse 21f.
Sternwarten 362ff.
— feste kleinere 367f.
— große 382ff.
— Verzeichnis u. Koordinaten 654.
— Zubehör 375ff.
Sternzeit 399.
— u. Sonnenzeit, Tafeln zur Verwandlung 647.
Stickstoff in Kometen 227.
Stoppuhr 426.
Strahlenbrechung (Refraktion) in der Atmosphäre 573f.
— Tafeln 648f.
Strahlensysteme auf dem Monde 343.
Strahler (Apparat) 627.
Strahlung, durchdringende 610ff.
Strahlungsgesetz 268.
Strahlungspunkt der Sternschnuppen 231.

Straßenbeobachtungen 10.
Stratocumulus, Stratus 602.
Stratosphäre 589f.
Strichregel beim Interpolieren 127.
Ströme, vagabundierende 641.
Stufenschätzung 501, 503ff.
Stundenzählung, astronomische 19.
Stürme, magnetische 289.
Synchronisation, Synchronisierung 394f., 440f.
Systematische Fehler 71.
Szintillation (Funkeln) 264. 574.

Tafelsammlungen, astronomische 17f. 646ff.
Tagebücher 7f., 375f.
Tagesteilung, dezimale 521.
Tageszählung, julian. 24, 520.
Taschenuhr, Beobachtungen damit 8f., 421f.
Tastrelais 415.
Tauri a, Farbe 165.
— *Y* 172.
Taylorismus 2.
Technische Bildung 3.
Telegraphie, drahtlose 413ff.
Theodolite für Reisen 641.
Thermalquellen 613.
Thermometer 604f.
— Ablesung bei Sonnenfinsternissen 491.
Thor(ium)-Reihe 612.
Tierkreislicht 180ff.
Tierwelt, Verhalten bei Sonnenfinsternissen 491.
Tornados 597.
Totalablenkung des Lichtstrahles 257.
Transparenz des Wassers 585f.
Transzendente Gleichungen 33f.
Trigonometrie, Formeln der ebenen 643.
— — der sphärischen 644.
Tropfengröße 606f.
Tropfenphänomen bei Planetendurchgängen 497.
Troposphäre 589f.
Tübingen, Sternwarte 380.
Turbulenz der Luft 607.

Übertragung vom Fernrohr auf das Papier 328.
Uhr, ihre Technik 424f.
Uhren 420ff.
Uhrenanlage in Neubabelsberg 388.
Uhrgang 400f.
Uhrstand 399f.
Ultrarote und ultraviolette Strahlen 271.
Umbra 287.
Umkehrzonen der Polarisation 535.
Umlaufszeiten bei spektrosk. Doppelsternen 201.
Unbekannte, Gewicht 101f.
Ungleichheit der Achsendurchmesser 411.
Unruhe der Uhr 425.
Unter- und Aufgänge der Gestirne 19.
Uran-Radium-Reihe 612.
Uranus, Beobachtung der Oberfläche 352.
— Schätzung der Helligkeit 514.
Urmondboden 341.
Ursae maj. a Farbenwechsel 168.
— *g*(Reiterlein) 175.
— *min. a* (Polarstern) 500.

V.A.P. 2.
Variation des Uhrganges 400, 420.
Variograph, Variometer 605.
Venus, Oberfläche 349f.
— Phasenbilder 345, 346.
Venusdurchgänge 497.
Veränderliche Größen 29f.
— Sterne 499ff.
— — Einteilung 516ff.
— — kurzperiodische 504.
— — Nomenklatur 516.
— — Verzeichnis hellerer 524ff.
Veränderungen, behauptete auf dem Monde 335f.
Vereinigung von Freunden der Astronomie usw. 2.
Vereinstätigkeit, astronomische 1, 2.
Vergleichsspektrum 264.
Vergleichssterne für Veränderliche 509, 516.
Vergrößerung für Beobachtung des Mondes 328.
Vergrößerungen, nutzbare 453.
— Tafel 453.
Verschiebungsgesetz 269.
Vertikalstrom 623f.
Viertelquadrate, Tafeln 14.
Vierzöllige Refraktoren 460.
Virginis SS 172.
Vorwärts-Interpolieren 126.
Vulkanismus, Vulkanologie 588.

Wahrscheinlicher Fehler 85.
Wahrscheinlichkeits-Funktion 75ff., 80.
— Integral 82f.
— Rechnung 64.
Wallebenen des Mondes 342.
Wärme, örtliche u. zeitliche Verteilung 598.
Wasser, Durchsichtigkeit u. Farbe 585f.
— Temperaturverteilung 587f.
Wasserdampf in der Atmosphäre 594.
Wasserfall-Elektrizität 628.
Wasserhosen 597.
Wasserstoff in der Atmosphäre 590.
Wasserstofflinien 270, 280, 283.
Wellenlänge der Funken beim Zeitsignal 414.
Wellenlängenmessung 263, 266f.
Wellentelegraphie (Funkentelegraphie) 413ff.
Wetterkunde 3f.
Wettersäulen 597.
Wettervorhersage (-prognose) 597, 608.
Widerstände, elektrische (Tafel 398) 393, 398.
Windhosen 597.
Winkel, brechender 257.
Winkelmaß, absolutes 49.
Wirbel, örtlich begrenzte 597.
Wochentage zur Sicherung der Daten 18, 19.
Wohnungsfrage 9f.
Wolken als Beobachtungshindernis 3f.

Wolken des Südhimmels 178.
— irisierende 642.
Wolken-Atlas 602f.
Wolkengestalten 602f.
Wolkenspiegel 604.

Yerkes-Aktinometrie 172.

Zahlen, auffallende 8.
— Aussprache 16f.
Zeeman-Phänomen 271, 633.
Zeit, mittlere, wahre und Sternzeit 399.
Zeitbestimmung aus Sternbedeckungen 496.
— Instrumente u. Methoden 399.
— u. Zeitvergleichung mit Wellentelegraphie 413f.
Zeiteinteilung des Liebhabers der Astronomie 6f.
Zeitmessung in der Geologie 588f.
Zeitsignal der Bahnstationen 401.
— der Hamburger Sternwarte 401f.
— von Nauen und Paris, Systeme 414f.
Zenitpunkte d. Milchstraße 175.
Zerstreuung d. Lichtes (Dispersion) 256, 258.
Zerstreuung d, Lichtes (Diffusion) des Lichtes in der Atmosphäre 531f., 571.
Zodiakallicht s. Tierkreislicht.
Zone des Schweigens 591.
Zufällige Fehler 71f.
Zugfeder der Uhr 426.
Zulagegewichte beim Pendel 430f.
Zweifaden-Elektrometer 617.
Zweisekunden-Kontakt 440f.
Zweizöllige Refraktoren 457f.

Für Freunde der Himmelskunde!

Die Vereinigung von Freunden
der Astronomie und kosmischen Physik (V. A. P.)

soll dazu dienen, hauptsächlich in Deutschland und den Nachbarländern, sowie da, wo die Angehörigen der genannten Länder in der Fremde den Anschluß wünschen, auf den Forschungsgebieten der Astronomie und kosmischen Physik das Zusammenwirken zu organisieren und für die einzelnen immer befriedigender, für die Forschung immer nutzbarer zu machen.

Mitgliedschaft

Die Mitgliedschaft der Vereinigung wird erworben durch Einzahlung des ersten Jahresbeitrages. — Der Jahresbeitrag ist 20 Mark, dazu ein Zuschlag von 50 Mark. — Für Mitglieder im Ausland, wo die Markwährung jetzt wesentlich niedriger ist, wird hierauf ein Zuschlag von 200 bzw. 120% erhoben, dazu das Porto. — Anmeldungen und Zahlungen erfolgen am besten durch Zahlkarte an die Geschäftsstelle.

Kein Eintrittsgeld

Eine Eintritts- oder Einschreibegebühr wird nicht erhoben.

Kostenfreie Lieferung der Zeitschrift

Die laufende Veröffentlichung von Beobachtungen, Ratschlägen und Ergebnissen erfolgt in Verbindung mit den Nachrichten über sonstige Betätigungen der Vereinigung durch *„Die Himmelswelt, Mitteilungen der Vereinigung von Freunden der Astronomie und kosmischen Physik", redigiert von Professor Dr. J. Plassmann* in Münster, welche allen Mitgliedern auf Grund ihrer Beitragszahlungen kostenfrei zugesandt wird.

Bibliothek

Die V. A. P. besitzt eine eigene Bibliothek, die den Mitgliedern zur Benutzung steht. Behufs Entleihung von Büchern aus der Bibliothek der V. A. P. wende man sich an Herrn Dr. R. Hase in Hannover, Josephstraße 26.

Beratungsstelle für Instrumentenfragen: H. Kolbow, Wien VI, Mollard-Gasse 24.

Anschriften der Vorstandsmitglieder

Geh. Baurat Prof. Dr.-Ing. *W. Schleyer, Hannover, Callin-Straße 14,* Vorsitzender. — Prof. Dr. *Chr. Jensen, Hamburg 36, Jungius-Straße 9* (Physik. Staats-Laboratorium). — Hofrat Prof. Dr. *O. Knopf, Jena, Schillergäßchen* (Sternwarte). — Ingenieur *Hans Kolbow, Wien VI, Mollard-Gasse 24* (zugleich Beratungsstelle in Instrumentenfragen). — Verlagsbuchhändler *A. Lehmann, Bonn (Rhein), Kaiser-Straße 35,* Inhaber der Firma Ferd. Dümmler. (Die Geschäftsstelle der V. A. P. ist das Berliner Haus dieser Firma, *Berlin SW 68,* Schützenstraße 29/30, Postscheck-Konto Berlin 145.) — Prof. Dr. *J. Plassmann, Münster (Westfalen), Nordstraße 47,* Stellvertreter des Vorsitzenden und Herausgeber der Zeitschrift „Die Himmelswelt". — Oberschulrat Prof. Dr. *C. Rohrbach in Gotha, Galbergweg.*

Näheres sowie Probehefte der „Himmelswelt" durch die Geschäftsstelle:

Ferd. Dümmlers Verlagsbuchhandlung / Berlin SW 68,

Schützenstraße 29/30 — Postscheckkonto: Berlin Nr. 145

Ferd. Dümmlers Verlagsbuchhandlung / Berlin SW 68,
Schützenstraße 29/30 — Gegründet 1808 — Postscheckkonto: Berlin Nr. 145

Sternatlas und Katalog

Nach der vierten Auflage von Littrows Atlas des gestirnten Himmels vollständig neubearbeitet von

Friedrich Becker

Mit einer Einleitung von Professor Dr. J. PLASSMANN

Quartformat. (Im Druck)

Der bewährte „Atlas des gestirnten Himmels" von *J. J. von Littrow* ist schon seit längerer Zeit im Buchhandel vergriffen. Mit Rücksicht auf die häufigen Nachfragen veranstaltete der Verlag vor zwei Jahren eine Taschenausgabe, die nach der vierten, von *E. Weiß* bearbeiteten Auflage des *Littrow*schen Atlas auf photomechanischem Wege hergestellt wurde. Dieser soll nunmehr die vorliegende große Ausgabe, die als Neuschöpfung auf der Grundlage des ursprünglichen Werkes zu betrachten ist, an die Seite treten.

Aus den älteren Auflagen sind lediglich die Anordnung und das Gradnetz der Karten übernommen, doch wurde letzteres, um die Brauchbarkeit des Atlas für möglichst lange Zeit zu gewährleisten, überall auf das Äquinoktium 1940.0 gestellt. Die Figuren der Sternbilder sind im Interesse der Klarheit und Übersichtlichkeit des Kartenbildes weggelassen; wer sich etwa mit dieser Maßnahme nicht befreunden kann, mag nebenher die Taschenausgabe benutzen, deren Karten die Bilder noch zeigen. Die untere Helligkeitsgrenze wurde für den Atlas einheitlich auf 5^m5 festgesetzt; jedoch enthalten die beiden Übersichtskarten (Blatt 1 und 2) im allgemeinen nur die Sterne bis zur 4. Größe. Die dadurch ausgefallenen Objekte 5. Größe südlich von $-60°$ Deklination sind im Sternkatalog durch eine eingeklammerte Nummer kenntlich gemacht. Von den veränderlichen Sternen wurden auch diejenigen aufgenommen, die im Maximum die Helligkeit 6^m0 erreichen ...

Der beigelegte Sternkatalog umfaßt sämtliche Sterne, die in den Karten des Atlas enthalten sind ...

Es braucht wohl kaum erwähnt zu werden, daß alle Angaben der Sternverzeichnisse sowie sämtliche Sternpositionen in den Karten aufs sorgfältigste kontrolliert sind, so daß der Atlas auch in dieser Hinsicht allen Anforderungen gerecht werden dürfte, die man billigerweise stellen kann. (Aus dem Vorwort.)

*

Littrows Atlas des gestirnten Himmels

Für Freunde der Astronomie

Taschenausgabe

Einleitung von Professor Dr. J. PLASSMANN

2. Abdruck. 1920. Format $11^1/_2 \times 17$ cm.

Ferd. Dümmlers Verlagsbuchhandlung / Berlin SW 68,
Schützenstraße 29/30 — Gegründet 1808 — Postscheckkonto: Berlin Nr. 145

Prof. H. C. F. Martus:

Mathematische Aufgaben

zum Gebrauch in den obersten Klassen
höherer Lehranstalten

Aus den bei Reifeprüfungen an den deutschen höheren Schulen gestellten Aufgaben ausgewählt und mit Hinzufügung der Ergebnisse zu einem Übungsbuch vereint.

I. Teil: Aufgaben. 14. Auflage. 1920.
II. Teil: Ergebnisse dazu. 13. Auflage. 1918.
III. Teil: Aufgaben. 4. Auflage. 1919.
IV. Teil: Ergebnisse dazu. 4. Auflage. 1922.

Ein Anhang:

Reifeprüfungs-Aufgaben

Von Oberschulrat Dr. Zühlke

ist im Druck.

Astronomische Erdkunde

Ein Lehrbuch angewandter Mathematik

Mit 100 Figuren und 2 Tafeln.
4. Auflage. 1912.

Dasselbe, kleine Ausgabe
3. Auflage. Mit 71 Figuren. 1912.

Entstehungsweise der Monde

der Planeten

1909.

Vom Monde

1912.

Ferd. Dümmlers Verlagsbuchhandlung / Berlin SW 68,
Schützenstraße 29/30 — Gegründet 1808 — Postscheckkonto: Berlin Nr. 145

Beobachtungs-Ergebnisse der Sternwarte zu Berlin. Verzeichnis auf Wunsch.

Busch & Jensen, Tatsachen und Theorien der atmosphärischen Polarisation, nebst Anleitung zu Beobachtungen verschiedener Art. Mit zahlreichen Tabellen und Figuren im Text.

Förster, W., Die Freude an der Astronomie. 2. Auflage 1920.

— **Sammlung populärer astronomischer Mitteilungen.** 1884. 2. Teil. (1. Teil vergriffen.)

— **Sammlung wissenschaftlicher Vorträge.** 1876.

— **Sammlung von Vorträgen und Abhandlungen.** Dritte Folge. 1890.

— **Dasselbe.** Vierte Folge: Wissenschaftliche Erkenntnis und sittliche Freiheit. 1896.

— **Studien zur Astrometrie.** Gesammelte Abhandlungen. 1888.

— **Untersuchungen über das Fraunhofersche Äquatorial.** 1884.

— **Weltzeit und Ortszeit** im Bunde gegen die Vielheit der sogenannten Einheits- oder Zonen-Zeiten.

Gravelius, Dr. H., Erläuterung der Beziehungen zwischen meteorologischen und Hochwasser-Erscheinungen im Odergebiet. 1895.

— **Lehrbuch der Differentialrechnung.** Zum Gebrauch bei Vorlesungen an Universitäten und technischen Hochschulen. 1893.

— **Vierstellige Logarithm.-Trigonom. Tafeln** für die Dezimalteilung der Quadranten nebst Tafeln der Logarithmen der Zahlen, Antilogarithmen, Tafeln der Zahlenwerte, der trigonometrischen Funktionen, Gaußschen Logarithmen, Quadratafeln und Logarithmen der Hyperbelfunktionen. 1892.

— **Vierstellige Logarithmentafeln.** 1891.

Jahrbuch, Berliner Astronomisches, für 1923. 148. Jahrgang. Herausgegeben vom Astronomischen Recheninstitut zu Berlin.

Korn, Prof. Dr. Arthur, Eine Theorie der Gravitation und der elektrischen Erscheinungen auf Grundlage der Hydrodynamik. 2. Auflage. 1896/97.

— **Eine mechanische Theorie der Reibung** in kontinuierlichen Massensystemen. 1901.

— **Lehrbuch der Potentialtheorie.** I. Allgemeine Theorie des Potentials und der Potentialfunktionen im Raume. Mit 94 Figuren. II. Allgemeine Theorie des logarithmischen Potentials und der Potentialfunktionen in der Ebene. Mit 58 Figuren. 1899.

— **Fünf Abhandlungen zur Potentialtheorie.**

Littrow, Die Wunder des Himmels. Gemeinverständliche Darstellung des Weltsystems. Gemäß dem jetzigen Stande der Wissenschaft neubearbeitet von Prof. Dr. Paul Guthnick, Direktor der Sternwarte Berlin-Babelsberg. Mit vielen Illustrationen. 9. Auflage. (In Vorbereitung.)

Örter, Mittlere, von 835 Sternen und scheinbare Örter von 573 Sternen nebst Reduktions-Tafeln. **1921.** Dasselbe **1922.** (Aus dem Berl. Astron. Jahrbuch.)

Osthoff, H., Die Farben der Fixsterne. Auf Grund eig. Beobachtgn. 1916.

Planeten, Kleine, für 1922. Herausgegeben vom Astronomischen Recheninstitut.

Stadthagen, Dr. H., Über die Genauigkeit logarithmischer Berechnungen. 1888.

Veröffentlichungen des Astronomischen Recheninstituts zu Berlin. 1893–1919.

Veröffentlichungen der Sternwarte zu Berlin-Babelsberg. Verzeichnis a. Wunsch.

Weinstein, Prof. Dr. M. B., Einleitung in die höhere mathematische Physik. 1901. Mit 12 Figuren.

186568

Astron.
P.

Author Plassmann, Joseph (ed.)

Title Hevelius.

University of Toronto
Library

DO NOT
REMOVE
THE
CARD
FROM
THIS
POCKET

Acme Library Card Pocket
Under Pat. "Ref. Index File"
Made by LIBRARY BUREAU